Aristotle´s Philosophy of Mathematics

Miguel Martí Sánchez
Departamento de Filosofía, Universidad de Navarra
mmarti.1@alumni.unav.es

Abstract

Aristotle's Philosophy of Mathematics can be defined as the research about three different issues: (1) what is the epistemological place of mathematics inside the realm of speculative sciences; (2) what is the method of mathematics, mainly that of geometry and arithmetic; and (3) what is the ontological status or kind of existence of mathematical entities. The primary aim of Aristotle is to build a bridge between mathematics, ontology and philosophy of nature, in order to make clear what the object of each one is.

Keywords: mathematics, method, subtraction, ontology, monad, entity.

Received: 19 - 02 - 2016. Accepted: 03 - 05 - 2016.

La filosofía de las matemáticas de Aristóteles

Miguel Martí Sánchez
Departamento de Filosofía, Universidad de Navarra
mmarti.1@alumni.unav.es

Abstract

La filosofía de las matemáticas de Aristóteles es una investigación acerca de tres asuntos diferentes pero complementarios: (1) el lugar epistemológico de las matemáticas en el organigrama de las ciencias teoréticas o especulativas; (2) el estudio del método usado por el matemático para elaborar sus doctrinas, sobre todo la geometría y la aritmética; y (3) la averiguación del estatuto ontológico de las entidades matemáticas. Para comprender lo peculiar de la doctrina aristotélica es necesario tener en cuenta que su principal interés está en poner en relación la matemática con la filosofía primera u ontología y la física, y salvaguardar el campo de conocimiento propio de cada una de ellas.

Palabras clave: matemática, sustracción, ontología, mónada, método, entidad.

Recibido: 19 - 02 - 2016. Aceptado: 03 - 05 - 2016.

1. Introducción

La filosofía de las matemáticas de Aristóteles permite abordar desde una perspectiva ontológica tanto la actividad metodológica del matemático, como el estatuto ontológico de su objeto, e insertar tanto el método como el tema en una perspectiva más o menos global del conocimiento humano en general. Como es de sobra conocido, Aristóteles no fue un matemático, pero tampoco fue un filósofo especializado, sino un pensador abierto que investigó en campos, contemporáneamente tan alejados, como la lógica y la biología.[1] De todas maneras, su afán por saber y sobre todo su cercanía tanto intelectual como biográfica con Platón, le llevaron a conocer de cerca el trabajo de los matemáticos, sobre todo geómetras, de su época. Muchas de las definiciones de términos técnicos en geometría tienen el mismo uso en la obra de Aristóteles. E incluso su terminología lógica, sobre todo en los *Analíticos*, se inspira en la pureza conceptual de la terminología matemática.[2] El presente estudio tiene como objetivo ofrecer una visión sinóptica de la *especulación* aristotélica acerca de las matemáticas –en sus ramas fundamentales durante la época griega que abarca los siglos V-III a. C., que son la geometría y la aritmética–[3] y su *lugar* tanto en el marco del *conocimiento humano en general*, como, en concreto, en relación con la *filosofía primera u ontología* fundada por Aristóteles.

[1] La capacidad matemática de Aristóteles se ha puesto en cuestión por W. Jaeger (2000), pero Ross (1924) y Heath (1921) dan argumentos de peso para rechazar esta falta de comprensión matemática por parte de Aristóteles. Véase sobre todo su tratamiento del continuo en *Fís*. VI, y la exégesis a esa doctrina que hace W. Wieland en su libro (1962) sobre la *Física* de Aristóteles.

[2] Véanse, por ejemplo, los trabajos de B. Einarson (1936).

[3] Señalar la delimitación es importante porque Aristóteles no tiene acceso a las investigaciones matemáticas que se han hecho con posterioridad y que, aunque, creo, no invalidan sus tesis *ontológicas*, han dejado de lado otras de sus propuestas *gnoseológicas*. Para el contexto histórico-matemático de la época de Aristóteles pueden consultarse los libros de T. Heath (1921), para una perspectiva histórica, su libro de (1945) para una síntesis de los textos fundamentales sobre filosofía de las matemáticas en Aristóteles, y el libro imprescindible de J. J. Cleary (1995) para el contexto filosófico y la discusión con los platónicos acerca de las matemáticas y la dialéctica; por último, el libro de J. Klein (1968) con clara intención filosófica.

Aristóteles no escribió un tratado o manual sobre matemáticas. De hecho, fue consciente de cuál era el terreno del matemático y cuál el del dialéctico y el filósofo. Las pruebas matemáticas *en cuanto tales* no son criticables por el filósofo o el dialéctico, sino tan sólo los *principios o puntos de partida* en los cuales se basa el *razonamiento matemático*. Por ejemplo, las nociones de 'unidad' (ἓν, μόνας) para el aritmético, y de 'punto' (στιγμή) para el geómetra, son *esenciales* para poder *construir* y *sistematizar* su cuerpo doctrinal, pero queda fuera de las posibilidades de tales ramas de la matemática *justificar la existencia o inexistencia* –el tipo de entidad que poseen– dichos *objetos*. En ese sentido, dice Aristóteles, los matemáticos *suponen* la existencia de tales entidades con el fin de *avanzar* en su investigación y, por tanto, se toman tales definiciones como algo *indemostrable*, o al menos *no demostrable* al modo que lo hacen los teoremas que se siguen de tales *definiciones*. Ahora bien, entonces ¿a quién compete el estudio del *método y el objeto* de las matemáticas y su *relación* con otras formas de conocimiento y metodologías?

Es claro que las matemáticas ofrecen una visión de la naturaleza, en general, son alabadas y fomentadas entre los pensadores por su rigor y exactitud. La capacidad demostrativa de la matemática es envidiable tanto por su certeza apodíctica como por su pureza metodológica. De hecho, tal atracción fue, también en la época de Aristóteles, fuente de confusiones acerca del *lugar propio* de las matemáticas en el organigrama del saber: ¿hasta qué punto sirven las matemáticas para conocer la naturaleza?

En la visión o cosmovisión de Aristóteles la *física*, y no las *matemáticas,* es la ciencia que se ocupa propiamente de la *physis*. Como veremos, la justificación de este aserto se comprende mejor si se afronta desde la idea de que el conocimiento humano es plural y, por tanto, no basta un único método para afrontar la multiplicidad de objetos que existen. Aristóteles también ofrece argumentos concretos para esta *prioridad* de la filosofía de la naturaleza sobre la matemática en el estudio de la *physis*. De hecho, Aristóteles distingue entre diversas maneras de conocer *un mismo objeto*, y cómo varían las descripciones que se hacen de él, dependiendo desde la *perspectiva desde la cuál se investiga*. Como decíamos, ¿quién se ocupa de delimitar el campo de actuación de las matemáticas y cómo lo hace?

En Aristóteles la respuesta es ambigua. Tanto el filósofo primero como el dialéctico están en posición de investigar ese asunto pues no *delimitan* su género de investigación a *un determinado tipo de entes* o *a un tipo determinado de metodología restrictiva*, sino que se *preguntan* por los primeros principios y últimas causas de *lo que es en cuanto que es*. Mientras el filósofo se pregunta esto *en orden a la adquisición de la verdad*, por su parte el dialéctico lo hace sólo con afán de discutir y poner en evidencia la falta de verdad y/o coherencia de un argumento. Sin embargo, en la medida en que ambos se *preguntan* por los *principios epistemológicos* de una ciencia dada –por ejemplo, la geometría– son los únicos en disposición de *criticar* la falta de fundamentación de dicha ciencia, o bien de *delimitar* su objeto y método, y ponerlo en relación con otros objetos y métodos.

Un ejemplo paradigmático de cómo Aristóteles lidia con este problema se encuentra en la *Ética a Nicómaco*. Allí Aristóteles se refiere a la inutilidad de pedirle al matemático que use la retórica para convencer de sus demonstraciones, y al que se dedica a la ética que busque la exactitud matemática fuera de su campo de aplicación –las cantidades–, e intente llevarlo a la esfera de la ética, que son las acciones humanas. Allí mismo, dice que el método de la ética es esencialmente diferente del matemático, y que se caracteriza por ser *aproximativo,* pero nunca *exacto*.

No obstante, los lugares donde Aristóteles se refiere con mayor extensión a la labor del matemático y la contrasta con la de otras ciencias como la física, la psicología y la ontología, es en la *Metafísica* y la *Física*. En ellos Aristóteles no se limita a criticar sino también a elaborar una visión sinóptica de los tipos de conocimiento humano. Por otra parte, el tratado de las *virtudes intelectuales* que se lleva a cabo en *Ética a Nicómaco* IV, podría servir para reforzar esta interpretación acerca del interés aristotélico por ofrecer una *gnoseología inclusiva*.

De todas maneras, en este artículo nos limitaremos a presentar de manera sucinta las grandes intuiciones aristotélicas acerca del lugar, método y objeto de las matemáticas. Para eso nos serviremos, ante todo, de los dos tratados del *Corpus aristotelicum* antes citados. La bibliografía especializada de los últimos cincuenta años ha publicado tanto artículos como colecciones de artículos y monografías sobre la filosofía de la matemática de Aristóteles o relacionados de manera *directa* con ella. La calidad de los trabajos y las discusiones que han provocado entre los especialistas son una prueba más de la profundidad y actualidad del enfoque aristotélico.

El esquema del artículo es el siguiente: (1) se elabora una introducción al *lugar epistemológico* que Aristóteles asigna a las matemáticas dentro del panorama de los tipos de saber propios del ser humano; (2) se ofrece una interpretación acerca de cuál considera Aristóteles que es el *método* del que se sirve el matemático para obtener su objeto y hacer demostraciones a partir de él; y por último (3) se señala el *estatuto ontológico* que el Estagirita asigna a las entidades matemáticas.

2. Lugar epistemológico de las Matemáticas

La epistemología de Aristóteles puede clasificarse también como una incipiente *teoría de la ciencia*. Sin embargo, dicha distinción, como ha mostrado W. Wieland, no dejaría de ser artificial en Aristóteles.[4] La diferencia entre *conocimiento* o *ciencia* y *opinión* es tajante en Aristóteles, así como en Platón, no así la que se da entre *conocimiento científico-experimental* y *otras formas de conocimiento menos empíricas.* Ahora bien, sí que es cierto que en la medida en que se identifica el *conocimiento en sentido estricto* con el *conocimiento científico*, cabe hablar de su epistemología como un *lógos* acerca del conocimiento *como ciencia*.

Dentro de ese marco Aristóteles hace varias divisiones, por un lado, entre ciencias prácticas, productivas y teóricas, y, por otro lado, subdivisiones en especies de cada una de las ciencias entendidas éstas como si fuesen géneros. Sería interesante traer las razones que da Aristóteles para cada una de las diferencias, pero se escapa de las posibilidades de este artículo. Nos centraremos sólo (1) en la distinción entre las ciencias teóricas *entre sí*, éstas son: física o filosofía de la naturaleza, matemáticas y teología o filosofía primera;[5] y (2) en la diferencia *entre dos ramas de la matemática*, a saber: aritmética y geometría.[6]

---

4 Wieland (1960: 7 y ss.).

5 Puede consultarse para una visión global de qué entendía Aristóteles por 'ciencia' la Introducción que hace H. H. Joachim (1921) al comentario al libro *On coming-to-be and Passing-away* de Aristóteles.

6 Como explica Annas (1987: 147): "Der Hauptpunkt für ihn ist, dass die Mathematik eine Wissenschaft unter anderen ist; es verhält sich mit ihr genauso wie etwa mit der Medizin oder der Physik. Wenn Aristoteles auf dem Gebiet der anderen Wissenschaften Realist ist (was offensichtlich der Fall ist), so ist es kein Wunder, dass er auch Realist im Bereich der Mathematik ist. Die Gegenstände der Mathematik sind zwar im Denken von der sinnlich erfassbaren Welt getrennt; aber damit ist nicht mehr gesagt als im Fall der Medizin, wo dassekbe gilt. Denn Aristoteles hat nie der Versuchung nachgegeben, irgendeine wissenschaftliche Eigenschaft von der uns umgebenden Welt zu sondern". No es posible un tratamiento por separado de la geometría y la aritmética en este

Véase el siguiente texto de la *Metafísica* para una aproximación a este asunto:

> [*Met*., VI 1, 1026 a 6-23] Pero teóricas son también las matemáticas (ἡ μαθηματικὴ θεωρητική). Y si bien está sin aclarar, por el momento, si [éstas] se ocupan de realidades inmóviles (ἀκινήτων) y capaces de existir separadas (χωριστῶν), es evidente que ciertas ramas de la matemática las estudian en tanto que inmóviles y capaces de existir separadas.
>
> Por otra parte, si existe alguna realidad eterna, inmóvil y capaz de existir separada, es evidente que el conocerla corresponderá a una ciencia teórica: no, desde luego, a la física (pues la física se ocupa de ciertas realidades móviles), ni tampoco a las matemáticas, sino a otra que es anterior a ambas (ἀλλὰ προτέρας ἀμφοῖν).
>
> En efecto, la física trata de realidades que no son capaces de existir separadas y tampoco son inmóviles (χωριστὰ μὲν ἀλλ᾽ οὐκ ἀκίνητα); las matemáticas, en algunas de sus ramas, de realidades que son inmóviles (ἀκίνητα), pero no capaces, posiblemente, de existencia separada, sino inherentes en la materia (ἐν ὕλῃ); la [ciencia] primera, por su parte, de realidades que son capaces de existencia separada e inmóviles (χωριστὰ καὶ ἀκίνητα). Por lo demás, todas las causas son necesariamente eternas, pero muy especialmente lo son éstas, ya que éstas son causas para las cosas divinas que percibimos.
>
> Con que tres serán las filosofías teóricas (φιλοσοφίαι θεωρητικαὶ): las matemáticas, la física y la teología (no deja de ser obvio, desde luego, que lo divino se da en esta naturaleza, si es que se da en alguna parte), y la más

artículo. Aquellos que estén interesados pueden consultar los artículos de I. Müeller (1970), M. Mignucci (1987) y J. Barnes (1985) citados en la Bibliografía.

> digna de estima [de ellas] ha de versar sobre el género más digno de estima. Y es que las ciencias teóricas son, ciertamente, preferibles a las demás y de las teóricas, ésta [es la preferible].

Las nociones clave para comprender en qué se distinguen unas ciencias especulativas de otras son: movimiento, abstracción o separación *secundum ratio* y separación *secundum esse*, y el modo diferente que tienen de entender o lidiar cada una de las ciencias con ellas. Según Aristóteles, hay también un *axioma* que se cumple *siempre* en el conocimiento científico, y que es útil para discriminar el tipo de aproximación a la realidad que busca cada ciencia: *cuánto más simple es el objeto de una ciencia mayor es la exactitud a la que puede aspirar*. La simplicidad del objeto se adquiere por *centrar la atención* en *un aspecto determinado de la realidad* dejando de lado el *resto*. Ahora bien, hay una diferencia esencial entre *ser consciente y no olvidar* tal *focalización de la atención* y olvidar por completo que uno está tratando *en cuanto separado* lo que no lo está *en la realidad*. Veremos más adelante, que Aristóteles asigna casi como un *principio metodológico* de las ciencias que *delimiten y separen* su objeto propio para poder estudiarlo.[7]

El movimiento es el presupuesto o punto de partida de la física o filosofía de la naturaleza, es decir, que *hay entes móviles y cuerpos físicos en movimiento* (Cfr. *Fís*., I 1). De tal manera que, si la ciencia física prescindiese de ese principio, no cabría una ciencia de la naturaleza, pues se negaría su propio objeto de estudio, o bien, que cupiese una ciencia o conocimiento en sentido estricto de la *physis*. Por otro lado, para el matemático, que haya movimiento *no es un dato esencial para la constitución de su ciencia*, sino que puede prescindir de él para el estudio de sus objetos. Según Aristóteles, el matemático *abstrae del* movimiento sus objetos, es decir, *focaliza la atención* en los *cuerpos físicos*, pero no *en cuanto que están en movimiento*, sino *en cuanto que son cuerpos o sólidos*. Por su parte, el teólogo prescinde del movimiento, pero no abstrae o suprime el movimiento de sus objetos, sino que éstos, si es que hay

[7] J. Annas (1987: 132) afirma que: "Bestandteile der aristotelischen Philosophie der Mathematik sin alle drei: die Abstraktion, das Im-Denken-Getrenntsein und die *Qua*-theorie", y esto es importante porque todos los factores son insustituibles. Según ella la prioridad es de la tercera sobre el resto, es decir, sólo se pueden entender las dos primeras desde la tercera y no *viceversa*.

sustancias separadas, *no están de suyo en movimiento*, de ahí que el objeto de la teología sea el más simple y, en principio, dicha ciencia la más exacta. Por ejemplo, dice Aristóteles:

> [*Met*., XIII 3, 1078 b 2-10] Y en la medida en que aquello de que se ocupa una ciencia es anterior y más simple (προτέρων τῷ λόγῳ καὶ ἁπλουστέρων), en esa medida la ciencia tendrá mayor exactitud (pues exactitud es simplicidad). Será, por tanto, más exacta prescindiendo de la magnitud que con ella (ἄνευ τε μεγέθους μᾶλλον ἢ μετὰ μεγέθους), y exacta en grado sumo si prescinde del movimiento (καὶ μάλιστα ἄνευ κινὴσεως); y si se ocupa del movimiento, será más exacta en grado sumo respecto del movimiento primero: éste es, en efecto, el más simple, y de éste, el uniforme.
>
> El mismo razonamiento vale también para la armónica y la óptica, pues lo que estudian, no lo estudia ninguna de ellas en tanto que visión o en tanto que sonido, sino en tanto que líneas y números (éstos constituyen, en efecto, afecciones particulares de aquéllos), y lo mismo la mecánica; por consiguiente, si se toman ciertas características como separadas de cuanto les acompaña accidentalmente y se hace un estudio de ellas en tanto que tales (ὥστ' εἴ τις θέμενος κεχωρισμένα τῶν συμβεβηκότων σκοπεῖ τι περὶ τούτων ᾗ τοιαῦτα), no se comete por ello error alguno, al igual que tampoco se yerra si se traza una línea en la tierra y se dice que tiene un pie, aunque no lo tenga.

Ahora bien, hay una diferencia radical entre la consideración de los *cuerpos físicos* que hace el *físico* y la que hace el *matemático*; el primero *añade* a la consideración de su objeto la materia sensible que implica la movilidad esencial de su objeto, en cambio, el segundo *renuncia* a la consideración *física* de los cuerpos naturales, y los investiga, ya *en cuanto que poseen dimensiones*, es decir, *en cuanto cantidades continuas* y *divisibles*, como el geómetra, o bien *en cuanto que son indivisibles y unas*, es decir, *en cuanto cantidades discretas e indivisibles*, como el aritmético.[8]

Como explica Tomás de Aquino en su comentario a la *Metafísica,*[9] la prioridad de la matemática respecto de la física, y por tanto su mayor simplicidad y exactitud es que *considera en cuanto separado* secundum rationem *lo que no lo está* secundum rem. Ahora bien, esto no significa que lo que diga es falso, siempre y cuando no afirme de la *realidad física concreta y natural* lo que *sólo* puede afirmar *de las entidades abstractas que investiga*. La prioridad le viene de que es posible, sin error, considerar la cantidad sin hacer referencia alguna a las cualidades sensibles y el resto de accidentes, pues la única noción que implica la de cantidad es la de sustancia.[10] No obstante, decir que las entidades matemáticas *son algo* no implica decir que son *objetos sustanciales*, sino que *en cuanto hay objetos sustanciales* también cabe *su estudio* en cuanto que *poseen cantidad*, y por tanto, límites, partes y dimensiones, o bien, en cuanto indivisibles y unas.

Por consiguiente, el *lugar epistemológico* de las matemáticas sería para Aristóteles el de una *ciencia teórica* a medio camino, en el sentido de compartir *algunos aspectos metodológicos*, entre la *física y la teología*. Se distingue de una por *abstraer su objeto del movimiento y las cualidades sensibles* y considerarlo *sólo en cuanto* que posee cantidad, ya sea continua

---

8 Como explica Lear (1982: 184) la *separación* expresada por la partícula ᾗ –en inglés *as*– puede usarse de *varias maneras diferentes* que se corresponden, en matemáticas, con el modo de investigación que llevan a cabo el geómetra y el matemático: "Thus Aristotle uses the *as*-locution for two distinct purposes. In geometry it is used to specify which property of a physical object is to be abstracted from others and from the matter. In arithmetic it is used to specify the unit of enumeration. (…) But to run these two uses together may be misleading. For in the former case we are picking out one of the object's many properties and separating it in thought. In the latter case we are picking out the object itself, under its most natural description, and specifying it as a unit of counting".

9 Cfr. De Aquino, Tomás (1995: 1160-1170).

10 Explica Annas (1987: 139) que: "Ein Ding A ist von einem anderen, etwa B, getrennt (χωριστόν) wenn A ohne B existieren kann". Pero esto es sólo mitad de la doctrina de Aristóteles sobre la 'prioridad' y la 'separación' de unas entidades respecto de otras; caben diferentes tipos de 'separación' o 'prioridad' dependiendo de si es lógica u ontológica. Para un desarrollo pormenorizado de los sentidos de 'prioridad' en Aristóteles pueden consultarse las obras de Cleary (1988) y de Vigo (2011²).

o discreta. Por otro lado, se distingue de la segunda, porque *secundum rem* su objeto no está separado del movimiento, sino investigada *qua* separada de él *secundum rationem*, pues *en cuanto cantidad* en nada modifica que se la considere *en movimiento o fuera de él*. De ahí que sea más exacta que la física, y lo demuestren sus resultados, mientras que se quede a la zaga de la teología cuyo objeto serían las *sustancias separadas e inmóviles*.

3. El método del matemático

El matemático se interesa por el aspecto *cuantitativo* de las cosas que existen. Por eso la pregunta de si su objeto *existe o no*, es decir en terminología aristotélica, si existe separado y es algo determinado, que posee propiamente esencia, en el cuál inhieren accidentes y es sujeto de genuina definición, no es relevante para él, sino para el filósofo primero. Según Aristóteles, el matemático no yerra en sus proposiciones cuando afirma *sólo* propiedades de un sujeto determinado –i.e. una figura el geómetra, o las propiedades de los números *en cuanto* números el aritmético–, *siempre y cuando* no vaya más allá de lo que le permite su método. Aristóteles lo explica de la siguiente manera:

> [*Met*., XIII 3, 1077 b 18-30] Así como las proposiciones universales en las matemáticas no versan sobre cosas separadas aparte de las magnitudes (τὰ μεγέθη) y de los números (τοὺς ἀριθμοὺς), sino que versan sobre éstos, pero no en tanto que tales, es decir, en tanto que (ᾗ) tienen magnitud y son divisibles, es evidente que también puede haber razonamientos y demostraciones sobre las magnitudes sensibles, no ya en tanto que son sensibles, sino en tanto que poseen determinadas características (ᾗ τοιαδί). Pues así como hay muchos razonamientos acerca de las cosas sensibles, pero exclusivamente en tanto que están sometidas a movimiento, dejando a un lado qué es cada una de ellas y sus accidentes, y no por eso tiene que haber necesariamente algún móvil separado de las cosas sensibles, ni alguna naturaleza distinta dentro de ellas, así también habrá razonamientos y ciencias que versen sobre las cosas dotadas de movimiento, pero no en tanto que están dotadas de movimiento, sino exclusivamente

> en tanto que son cuerpos (ἀλλ’ ᾗ σώματα μόνον) y, a su vez, exclusivamente en tanto que son superficies (ᾗ ἐπίπεδα μόνον), y exclusivamente en tanto que son longitudes (ᾗ μήκη μόνον), y en tanto que son divisibles (ᾗ διαιρετὰ), y en tanto que son indivisibles y tienen posición (ᾗ ἀδιαίρετα ἔχοντα δὲ θέσιν), y exclusivamente en tanto que son indivisibles (ᾗ ἀδιαίρετα μόνον).

La principal característica del método matemático si se lo observa desde una perspectiva global del conocimiento humano en general, es su *abstracción*, es decir, la focalización de la atención en determinados aspectos que él considera relevantes y, por tanto, la suspensión o abstención de pronunciarse sobre *el resto de propiedades* que también podrían adscribirse a dicho sujeto si se lo observarse no *en cuanto cuantitativo*, sino en cuanto *sustancia compuesta y cuerpo físico*.[11] La diferencia entre metodologías estriba, por tanto, en *de qué manera investigan su objeto*, es decir, cómo determinan *cuál va a ser y cuál no va a ser* su objeto de estudio. Mientras que el físico está interesado en las cosas *en cuanto sensibles y móviles*, y por tanto no puede prescindir de su *materia sensible*, en cambio, el matemático considera las cosas *en cuanto que poseen dimensiones y cantidad continua (magnitud)* en el caso del geómetra, y *en cuanto que cantidades discretas, unas e indivisibles* (*mónadas*);[12] en este caso Aristóteles habla de que se interesan por la *materia inteligible*.

---

11 J. Lear (1982: 168) da con la clave del asunto cuando afirma: “Reality, Aristotle seems to be saying, can be considered under various aspects. Given the paradigm Aristotelian substances –individual men, horses, tables, planets– we are able to consider certain features of these substances in isolation”.

12 Como explica J. Klein (1968: 53): “The “discreteness” of numbers is based solely on the discreteness of units, namely on the fact that the single units which are “parts” of numbers do not, in contrast to the sectional parts of continuous magnitudes, have a “common terminus” (κοινὸν ὅρον –cf. Aristotle, *Categories* 4, 4b 25; also *Physics* E 3 and Z 1). It is precisely this discreteness which makes something like a “count” and a “number” possible: as a “number of…” every number presupposes definite discrete units. Such discrete units, howevver, form the “homogeneus” médium of counting only if each unit, whatever its nature, is viewed as an *indivisible whole*. In this sense a number is *always* “a multitude of indivisibles” (πλῆθος ἀδιαιρέτων –Aristotle, *Metaphysics* M 9, 1085b 22). And

La abstracción o sustracción (ἀφαίρεσις) consiste en *dejar de lado algunas de las propiedades accidentales* de las cosas,[13] por ejemplo, sus cualidades sensibles –aunque también cabe estudiar el aspecto cuantitativo de una cualidad sensible, por ejemplo, la *superficie o área* de un color concreto– para, por otra parte, *centrarse en una de ellas que es prioritaria al resto de propiedades accidentales*, pues éstas presuponen a aquélla, a saber: en el caso del matemático la cantidad.[14] Como explica Aristóteles, la cantidad tiene dos sentidos diferentes, por un lado, la cantidad *en cuanto algo continuo e indiviso*, por otro lado, la cantidad *en cuanto algo discreto e indivisible*. A su vez esta distinción se monta sobre *cómo se da ya en los cuerpos físicos* la cantidad. Por ejemplo, la continuidad de las partes cuantitativas de un cuerpo físico significa que *el límite entre ellas es común*, por otro lado, la discontinuidad de unas partes o todos *unos con otros* significa que *entre ellas hay contigüidad, sucesión o contacto* y, por tanto, cantidad *en cuanto pluralidad*. De hecho, cuando se "agrupan"

---

the indivisible unit itself is always the last, the basic, element of all counting and all number".

13 Esto no debe entenderse como si la abstracción se restringiera a los accidentes de los objetos sustanciales. De hecho, *se cuentan* –en el sentido de numerar– tanto propiedades accidentales como objetos sustanciales, pero en *ambos casos*, se *dejan de lado* el resto de sus cualidades, porque *se la toma en cuanto* que son numerables.

14 Véase lo que dice L. Cencillo (1958: 94) sobre la abstracción: "La ἀφαίρεσις significa unas veces ciertas modificaciones físicas de los seres: su reducción (*Phys*. I 7, 190 b 7) o la disminución y privación de una de sus partes (*Ibid*. III 6, 206 a 15, *De Vit. Et Mor*. 5, 470 a 11) o eliminación (*De Gen. An.* I 18, 726 a 22); otras veces significa cierta operación intelectual de substracción (*Top*. III 3, 118 b 17) y en participio pasivo –ἀφαιρετόν– tiene sentido de órgano separado y de aquí pasa a significar «esclavo» (*Eth. Eud.* II 9, 1241 b 23). En otra serie de textos más copiosa se usa de modo preciso en sentido técnico para la operación intelectual que nos da acceso a las realidades matemáticas (*De Part. An*. I, 1 641 b 11-12; *Anal. Post.* 18, 81 b 3; *De An.* III 7, 431 b 12; *íbid*. 4, 429 b 18; 8, 432 a 5; I 1, 403 b 7-15; 4, 408 a 6-7; *Eth. Nic*. VI 9, 1142 a 18). Lo más característico de la abstracción matemática es que aísla lo que en realidad se encuentra unido, de manera que explicitando su forma propia lo dota de un ser autónomo capaz de especificar toda una rama del saber (*De An.* III 7, 431 b 14). En *Phys*. II 2, 194 a 6 se sensibiliza con un ejemplo: el físico estudia la «nariz chata» con su carne y su hueso (de modo compuesto), mientras que el matemático considera únicamente la curvatura cóncava prescindiendo de la carne y el hueso". Puede consultarse también el artículo de Phillipe, M.-D. (1948).

cantidades discretas se habla de *un grupo de cosas*, pero en cuanto partes de ese todo denominado 'grupo' no están *continuas* unas de las otras, sino que sus límites son extrínsecos unas con otras, y por eso se habla de *pluralidad y número*.[15] El objeto último de la geometría –tras las sucesivas sustracciones– sería el punto, en cambio, el caso de la aritmética sería la *mónada* o «unidad absolutamente indivisible» y sin posición.[16]

> [*Fís*., II 2, 193 b 22-194 a 12] Puesto que ha quedado delimitado de cuántas maneras se entiende 'naturaleza', es menester considerar a continuación en qué se diferencia (τίνι διαφέρει) un 'Matemático' de un Filósofo de la Naturaleza –pues también los cuerpos naturales (τὰ φυσικὰ σώματα) tienen planos, sólidos, longitudes y puntos que investiga el Matemático. Más todavía, ¿es la Astronomía ajena a la Ciencia de la Naturaleza o una parte de ella? Pues sería absurdo (ἄτοπον) que fuera propio del Filósofo de la Naturaleza conocer qué cosa son el sol y la luna y que, en cambio, no conociera ninguna de sus propiedades concurrentes, sobre todo cuando los que hablan sobre la Naturaleza también lo hacen obviamente sobre la forma de la luna y del sol y también, por supuesto, sobre si la tierra y el cosmos son esféricos o no.
>
> (B) Pues bien, de estas cuestiones se ocupa también el Matemático, aunque no en tanto que cada uno es límite de un cuerpo natural (ἀλλ' οὐχ ᾗ φυσικοῦ σώματος πέρας ἕκαστον), ni tampoco considera sus propiedades concurrentes (τὰ συμβεβηκότα) en tanto que concurren (ᾗ τοιούτοις οὖσι συμβέβηκεν) en semejantes realidades. Por ello también los abstrae

15 Para el concepto de 'número' en Aristóteles están los artículos de P. Egger (1972) y en castellano el de J. M. Gambra (1996).

16 Cuando se afirma que el objeto de la geometría sería el punto, y el de la aritmética la mónada, no se dice que *sólo* ése sea su objeto, sino que ambos funcionan como el punto de partida de cada una de las ciencias, es decir, parten de esas 'nociones' para desarrollar su ciencia, pero no se reducen a investigar sólo esos objetos.

> (χωρίζει), dado que mediante el pensamiento son completamente separables del movimiento (χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι). Nada importa y no se produce falsedad cuando los abstraen (οὐδὲ γίγνεται ψεῦδος χωριζόντων).
>
> (C) En cambio los que hablan de las Ideas (οἱ τὰς ἰδέας λέγοντες) no se percatan (λανθάνουσι) de que están haciendo esto: abstraen los objetos naturales (τὰ γὰρ φυσικὰ χωρίζουσιν), pese a que son menos separables que los matemáticos.
>
> (D) Ello quedaría claro si se intentara dar la definición (λέγειν τοὺς ὅρους), en cada una de las dos clases, tanto de los objetos mismos como de sus propiedades concurrentes: pues lo impar y lo par, lo recto y lo curvo, e incluso el número, la línea y la figura existirán al margen del movimiento (ἄνευ κινήσεως); pero la carne el hueso y el hombre ya no –pues a éstos nos referimos como 'nariz chata', no como 'lo curvo'. También lo demuestran dentro de las Matemáticas las ramas más cercanas a la Ciencia de la Naturaleza, como la Óptica, la Harmonía y la Astronomía. En cierto sentido, son inversas a la Geometría: la geometría estudia la línea 'física', aunque no en tanto que 'física', y la Óptica la línea matemática, aunque no en tanto que matemática sino en tanto que 'física'.

El párrafo (B) pone de manifiesto la diferencia fundamental entre el método *de la filosofía de la naturaleza o física*, y el de la *matemática*. Como también observa Aristóteles esto no es *simplemente idéntico* en todas las ramas de la física y de la matemática, pero es posible sacar una doctrina común, a saber: mientras la física *no prescinde de las propiedades no estrictamente cuantitativas*, por su parte el matemático se interesa *sólo por lo que es cuantitativo en cuanto que es cuantitativo*. En cuanto método no es más o menos *efectivo en sus afirmaciones*, sino que depende de si se *limita a su campo de aplicación* o intenta ir más allá, y abusar del *método sustractivo para conocer objetos no exclusivamente cuantitativos*. Dice Aristóteles, en el párrafo (C) que ése fue el caso de algunos platónicos, según éstos *también* *los entes naturales y en movimiento* puede *reducirse* a su *aspecto cuantitativo* y, por tanto, el método sustractivo también permitiría conocer la *naturaleza en cuanto móvil y sensible*. La clave está en que el matemático se *restringe* a enunciar proposiciones que considera verdaderas sobre *su objeto abstracto en cuanto abstracto*, en cambio, el platónico que intenta aplicar *indiscriminadamente* el método sustractivo a *toda la naturaleza*, ya no *acota* sus afirmaciones a objetos que *sabe que son abstracciones*, sino que *olvida esto último*, y pretende lidiar con 'naturalezas' cuando *en realidad* hace afirmaciones sobre 'abstracciones'.[17]

El ejemplo más célebre de Aristóteles es cómo se *delimita mediante la definición el objeto tanto de la física como de la matemática*, cada una de ellas en sus diferentes ramas. Por un lado, el matemático se *interesa en una curva en cuanto curva*, es decir, independientemente de la materia en la que ésta inhiera, por su parte, el físico se centra en *una curva en cuanto que está inserta en un determinado tipo de materia*, por ejemplo, no estudiará igual la 'nariz chata' en cuanto que es *curva de una manera y en una materia determinada*, que la 'burbuja de jabón' en cuanto que es *otra curva de una manera y en una materia determinada*. Por eso, mientras que en la definición de su objeto el físico no se separa de la materia sensible, en cambio, en la definición de su objeto el matemático no tiene problema en *no atenerse al tipo de materia determinado en el cuál se da la propiedad cuantitativa que está estudiando*. Por eso dice que se queda con esa, pongamos curva, *en cuanto que* posee dimensiones –en este caso una dimensión– y es una cantidad continua (tiene magnitud).[18]

4. El estatuto ontológico de las entidades matemáticas

En cierto sentido, este último punto resume y condensa los dos anteriores. Aristóteles *no fue matemático*, aunque no careció de la capacidad intelectual para entender lo propio de esta ciencia teórica.

[17] Como señala Lear (1982: 165): "The point of the argument is to show that, *pace* Plato, one can allow that the mathematical sciences are true without having to admit the existence of ideal objects".

[18] El término 'materia inteligible' (ὕλη νοητή) aparece en varios lugares del *CA*, su función sería garantizar la multiplicidad de los objetos inteligibles –como las figuras geométricas y los números- sin perder por ello su peculiar universalidad. Varios intérpretes como Happ (1971), Müller (1970) y Cencillo (1958) han dedicado valiosos estudios al tema. Pero un estudio detallado se escapa de las posibilidades de este artículo.

Sin embargo, no se interesó *directamente por la problemática con la que esta ciencia se enfrenta*, sino que discute sobre ella en contextos *polémicos* más amplios. El punto fundamental de sus discusiones es si la filosofía primera se *ocupa también de las entidades matemáticas*, y si, por tanto, *tiene que hacer lugar al método sustractivo* entre sus herramientas lógicas.[19] Según Aristóteles la respuesta es negativa a las dos cuestiones. Por un lado, los objetos de las matemáticas pueden *considerarse en cuanto entidades*, pero en sentido estricto no lo son, *como muestra la filosofía primera u Ontología*. Por otro lado, dicho método sustractivo no es *universal*, como si lo es el *objeto de la Ontología* ('lo que es en cuanto que es'), y, por tanto, no puede cumplir el requisito fundamental que se le pide al método de dicha ciencia especulativa.

La carencia de universalidad[20] se manifiesta en que *prescinde de aspectos que la Ontología sí que considera relevantes* para su investigación, entre otros, la *pluralidad semántica de 'ser'*, y, por tanto, la *amplitud irreductible* de diferentes *tipos de entidades*, y no sólo de éstas *en cuanto que cantidades* ya continuas, ya discretas. Este mismo razonamiento lo usa Aristóteles en un *locus clasicus* de su teoría acerca de las matemáticas y el estatuto ontológico de su objeto de investigación:

---

[19] Como ha notado J. Klein (1968: 104): "But to determine how this "being" itself is to be understood –this is no longer the task of mathematics but of "first philosophy" (πρώτη φιλοσοφία) alone (cf. *Metaphysics* K 4, 1061b 25-27). It is her task to trace the mode of availability of the mathematical formations back to a *separation effected by reflective thought*. Aristotle's so-called "theory of abstraction" is, after all, not so much a "psychological" explication of certain cognitive processes as an attemtp –fraught with heavy consequences for all later science– to give an adequate ontological description of noetic objects like the *mathematika*".

[20] Ahora bien, como dice Klein (1968: 109), esto no significa que cualquier *ente* puede caer bajo una descripción *matemática* –como *mónada* o como *magnitud*– sino que restringe su *perspectiva a la cuantitativa*, y por tanto *no a su ser* o *esencia*. Para la peculiar universalidad de la matemática véase el siguiente texto: "For the mathematical *monas* is nothing but the property of being measure as such, which has been "lifted off" the objects. This is why the arithmetician understands the *monas* as the measure which is "totally indivisible" (πάντῃ ἀδιαίρετον –*Metaphysics* I 1, 1053 a 1 f.; Δ6 1016 b 25), and consequently also as "completely exact" (ἀκριβέστατον -1053 a 1). This is the basis for the universal "applicability of the "pure" numbers".

> [*Met.*, XIII 3, 1078 a 21-30] Por lo demás, la mejor manera de estudiar cada cosa consiste en que uno tome, separándolo, lo no separado (τὸ μὴ κεχωρισμένον θείη χωρίσας), lo cual hacen el aritmético y el geómetra. Desde luego, el hombre, en tanto que hombre, es uno e indivisible (ἓν ἀδιαίρετον); pues bien, aquél lo toma como uno indivisible y estudia, a continuación, si al hombre, en tanto que indivisible, le corresponde alguna propiedad; el geómetra, por su parte, no estudia propiedades suyas ni en tanto que hombre ni en tanto que indivisible, sino en tanto que sólido (ᾗ στερέον), pues las propiedades que le corresponderían si no fuera indivisible pueden, evidentemente, corresponderle también prescindiendo de aquellas otras. Con que, por tanto, los geómetras discurren acertadamente y razonan acerca de cosas que son, y se trata de algo que es realmente. Pues 'lo que es' se dice tal en dos sentidos, lo uno es plenamente actualizado y lo otro es a modo de materia (διττὸν γὰρ τὸ ὄν, τὸ μὲν ἐντελεχείᾳ τὸ δ' ὑλικῶς).[21]

Aunque el interés es íntegramente *ontológico*, es decir, si las entidades matemáticas *son algo en sentido propio* (como lo es la sustancia compuesta, por ejemplo, un ser vivo), no obstante, este modo de preguntar incluye también una perspectiva *gnoseológica*, es decir, ¿cómo es posible que haya ciencia, y por tanto proposiciones verdaderas, acerca de objetos que no tienen existencia separada?

En cuanto a la respuesta al problema ontológico Aristóteles sólo quiere dejar claro que la sustancia, los objetos sustanciales, es *anterior y prioritaria* respecto a las entidades matemática. Y no es una razón para

[21] Sobre esta última frase observa Annas en su comentario que (1976: 151): "The final phrase gives a new and startlingly unconnected way of accounting for the way mathematical objects can be truly said to exist even if platonism is denied. Aristotle here says that numbers, etc., do not actually exist, but exist in a different sense. We would expect 'potentially', the usual contrast with 'actually'. At *Physics* 262 a8- 263 b9 Aristotle accounts for the existence of the infinite in this way; it is thus plausible to take the phrase here 'as matter' to mean simply 'potentially'. Probably, however, there is a point in retaining the reference to materials".

considerar a éstas anteriores decir que son más puras y permiten un mejor conocimiento científico. Son dos cuestiones diferentes, como dice Aristóteles, qué tipo de conocimiento se puede tener de algo, y qué tipo de 'ser' corresponde a las cosas. De ahí que afirme que, mientras que las entidades matemáticas son *en potencia*, es decir, como posibilidades, en cambio, en sentido propio *sólo los objetos sustanciales son en acto*, y esto significa que, *sin la anterioridad de la actualidad de los objetos sustanciales*, no cabrían entidades matemáticas.[22] Véase el siguiente pasaje de la *Metafísica*:

> [*Met*., IX 9, 1051 a 21-32] Por otra parte, también los teoremas geométricos se descubren al realizarse en acto (ἐνεργείᾳ). Los encuentran, en efecto, al realizar las divisiones correspondientes (διαιροῦντες εὑρίσκουσιν). Y si las divisiones estuvieran ya realizadas (ἦν διῃρημένα), [los teoremas] serían obvios, pero están contenidos solamente en potencia (ἐνυπάρχει δυνάμει).[23]
>
> ¿Por qué los ángulos del triángulo equivalen a dos rectos? Porque los ángulos alrededor de un punto son iguales a dos rectos. Y, ciertamente, si se traza la paralela a uno de los lados, para quien lo contemple será inmediatamente evidente. Y ¿por qué un ángulo inscrito en un semicírculo es recto en todos los casos? Porque si se trazan tres líneas iguales, la base compuesta

[22] Ahora bien, no creo que la descripción de las entidades matemáticas que hace J. Lear (1982: 188) –"there may be no purely geometrical objects, but they are a *useful* fiction, because they are an obvious abstraction from features of the physical world"– como *meras ficciones* haga justicia a la *ontología* desarrollada por Aristóteles. No es que las entidades matemáticas *hagan como si fuesen algo real*, sino que 'real' o 'ser' *se dice de varias maneras*.

[23] Acerca de este pasaje comenta Ross (1924: 269): "The activity is later (l. 30) described as νόησις, and this may seem inconsistent with the description of it as division. But it is not really so, for division here does not mean the drawing of lines with chalk or pen but the apprehension that the geometrical figures with which we are dealing are divisible in certain ways. The geometer is dealing with figures which are νοητά (Z. 1036 a 3), and his essential activity is νόησις, not the construction of anything αἰσθετόν; the latter is merely an aid to the former".

> por dos de ellas y la recta trazada desde el centro, resultará obvio para quien lo contemple, si conoce el teorema anterior.
>
> Con que es evidente que los teoremas, que están potencialmente (τὰ δυνάμει ὄντα), se descubren al ser llevados al acto (ἐνέργειαν ἀγόμενα εὑρίσκεται). Y la causa es que su actualización es el pensamiento (αἴτιον δὲ ὅτι ἡ νόησις ἐνέργεια) y, por tanto, del acto proviene la potencia, y por eso se conoce construyendo (puesto que cada acto singular es posterior desde el punto de vista de la generación).[24]

Por otra parte, la respuesta a la gnoseología de las entidades matemática queda resuelta en el modo en que hemos visto con anterioridad, a saber: las entidades que estudia el matemático son *propiedades cuantitativas* de entidades en sentido amplio –objetos sustanciales o determinaciones accidentales–, y por tanto, en la medida en que *suponen* la existencia de dichos objetos o determinaciones, no hay problema en que investiguen *sin dirigir directamente la atención* a tales objetos o determinaciones. De hecho, como dice Aristóteles al comienzo del texto citado más arriba: «la mejor manera de estudiar cada cosa consiste en que uno tome, separándolo, lo no separado (τὸ μὴ κεχωρισμένον θείη χωρίσας)». Pues Aristóteles es consciente de que esa *separación o desvinculación de propiedades para estudiarlas con "pureza metódica"* es lo propio de cualquier ciencia particular, ya sea teórica o práctica. En ese caso, *no tienen una existencia actual,* como sí la tienen las sustancias individuales, compuestas y sensibles, sino una *existencia potencial*; en cambio, *en cuanto que pensadas y abstraídas,* su existencia es "llevada al acto por el pensamiento" (αἴτιον δὲ ὅτι ἡ νόησις ἐνέργεια).[25]

---

24 Lear (1982: 180) también nota la importancia de este texto para comprender el estatuto ontológico de los entes matemáticos: "The geometer, Aristotle says, is able to carry out geometrical constructions in thought: the thinking which is an activity makes actual the construction which existed only potentially before the thinking occurred".

25 Véase la excelente exégesis del Aquinate (1995: 1888; 1894): "And division brings into actual existence the things which exist potentially; for the parts of a continuous whole are in the whole potentially before division takes place. However, if all had been divided to the extent necessary for discovering

5. Conclusiones

La filosofía de las matemáticas de Aristóteles puede describirse como una *investigación acerca del procedimiento de adquisición de objetos abstractos como las figuras de la geometría y los números de la aritmética, y al mismo tiempo de la relación del método de la ciencia matemática con el de los otros dos saberes especulativos, a saber: la física y la filosofía primera u ontología*.

Según Aristóteles el procedimiento que sigue la matemática es el de la *sustracción o abstracción* de propiedades de *sujetos realmente existentes*, es decir, de *objetos sustanciales*. A partir de esta focalización de la atención en *una determinada propiedad accidental* –en este caso la cantidad que, en principio, *toda entidad posee*, y por tanto *puede ser estudiada bajo esa única perspectiva*– obtiene su objeto de estudio y lo aborda *como si fuese* lo único relevante. De tal manera que las proposiciones del geómetra no versan sobre las superficies *de los cuerpos físicos* en cuanto *físicos*, sino *en cuanto algo continuo e indiviso*. Por su parte, el aritmético con sus proposiciones no se refiere a la *indivisibilidad y unidad* de un cuerpo físico en cuanto tal, sino en cuanto que *puede ser considerado* como si fuese *sólo* algo uno e indivisible.

Sólo la filosofía primera está en disposición de situar en el panorama global del conocimiento humano el lugar epistemológico de los objetos de la ciencia matemática, pues ella estudia 'lo que es en cuanto que es' (τὸ ὄν ᾗ ὄν), es decir, los múltiples sentidos de 'ser' y su correlación y jerarquía (ὕστερον-πρότερον)[26] u orden. Entre estos sentidos, junto a

---

the truth, the conclusions which are being sought would then be evident. But since divisions of this kind exist potentially in the first drawing of geometrical figures, the truth which is being sought does not therefore become evident immediately"; "Therefore the Philosopher concludes that it has been shown that, when some things are brought from potency to actuality, their truth is then discovered. The reason for this is that understanding is an actuality, and therefore those things which are understood must be actual. And for this reason potency is known by actuality. Hence it is by making something actual that men attain knowledge, as is evident in the constructions described above. For in numerically one and the same thing actuality must be subsequent to potency in generation and in time, as has been shown above".

26 Para un estudio de los diversos sentidos de 'prioridad' en el *CA* puede consultarse el libro de J. J. Cleary, *On the many senses of priority* (1988), de la que hay traducción al castellano a cargo de Marcelo D. Boeri: *Acerca de los múltiples*

la pluralidad de categorías de 'ser', de la cuál Aristóteles se sirve para delimitar el objeto de la matemática, también acude a la diferencia entre 'ser en potencia' y 'ser en acto'. De ahí que Aristóteles se refiera a las entidades matemáticas como *seres en potencia*, en el sentido de *dependientes en su ser de la actualidad propia de los objetos sustanciales, en su mayoría sustancias compuestas y sensibles, es decir, cuerpos físicos*; ahora bien, en la medida en que *todo objeto sustancial sensible posee dimensiones, es decir, cantidad*, puede ser *estudiado sólo en cuanto que tiene cantidad*, y a partir de esa *propiedad* proceder a sucesivas sustracciones e investigaciones como de hecho hacen la geometría y la aritmética como ramas de la matemática.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a los revisores de la revista por sus sugerencias y comentarios que han ayudado a mejorar en varios aspectos la redacción y argumentación de este artículo. También al grupo de investigación 'Mente-Cerebro' del Instituto Cultura y Sociedad (ICS) de la Universidad de Navarra por darme la oportunidad de exponer varias de las ideas contenidas en este artículo, y de esa manera poder precisar mi argumentación. Debo especial gratitud al Prof. Dr. José I. Murillo y al Prof. Alejandro G. Vigo.

Bibliografía

Annas, J. (1987). Die Gegenständen der Mathematik bei Aristoteles. En *Mathematics and metaphysics in Aristotle = Mathematik und Metaphysik bei Aristoteles*: Akten des X. Symposium Aristotelicum, Sigriswil, 6.-12. September 1984 / Andreas Graeser (Ed./Hrsg.), 131-147.

____ (1976). *Aristotle's Metaphysics* M-N. Oxford: Oxford Clarendon Press.

Aristóteles (1996). *Física*. J. C. Calvo Martínez (trad.) Madrid: CSIC.

____ (1994). *Metafísica*. T. Calvo Martínez (trad.) Madrid: Gredos.

Barnes, J. (1985). Aristotelian arithmetic. *Revue de philosophie ancienne* 3, 97-133.

Cencillo, L. (1958). *Hyle. La materia en el* Corpus Aristotelicum. Madrid: CSIC.

---

sentidos de prioridad (2010); y los estudios específicos sobre el tema que hace Alejandro G. Vigo en su libro *Estudios aristotélicos* (2011^2).

Cleary, J. J. (2010). *Acerca de los múltiples sentidos de prioridad*. M. Boeri (trad.) Buenos Aires: Colihue.

____ (1995). *Aristotle and Mathematics: Aporetic Method in Cosmology and Metaphysics*. Leiden: Brill.

____ (1988). *On the many senses of priority*. Journal of the History of Philosophy. Carbondale: Southern Illinois University.

____ (1985). On the terminology of Abstraction in Aristotle. En *Phronesis* 30, 13-47.

De Aquino, T. (1995). *Commentary on Aristotle's* Metaphysics. Indiana: Dumb Ox Books.

Egger, P. (1972). Über die Zahlen bei Aristoteles: Ihr Bau und Ihre Bedeutung. En *Kant-Studien* 63, 143-162.

Einarson, B. (1936). On certain mathematical terms in Aristotle's Logic. En *American Journal of Philosophy* 59, 33-54, 151-172.

Gambra, J. M. (1996). El número en Aristóteles. En *Thémata* 17, 45-74.

Happ, H. (1971). *Hyle*. *Studien zum aristotelischen Materie-Begriff*. Berlin-New York.

Heath, T. (1949). *Mathematics in Aristotle*. Oxford: Oxford University Press.

____ (1921). *A History of Greek Mathematics.* (2 vol.) Nueva York: Dover.

Jaeger, W. (2000). *Aristóteles. Bases para la historia de su desarrollo intelectual*. México: FCE.

Joachim, H. H. (1922). *On Coming-to-be and Passing-away*. Oxford: Clarendon Press.

Klein, J. (1968). *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. Cambridge, Mass: MIT Press.

Lear, J. (1982). Aristotle's philosophy of Mathematics. En *Philosophical review* 91, 161-192.

Mignucci, M. (1987). Aristotle's Arithmetic. En *Mathematics and metaphysics in Aristotle = Mathematik und Metaphysik bei Aristoteles*: Akten des X. Symposium Aristotelicum, Sigriswil, 6.-12. September 1984 / Andreas Graeser (Ed./Hrsg.), 175-211.

Mueller, I. (1970). Aristotle on Geometrical Objects. En *Archiv für Gesichte der Philosophie* 52, 156-171.

Phillipe, M.-D. (1948). ʼΑφαίρεσις, πρόσθεσις, χωρίζειν dans la philosophie d'Aristote. En *Revue Thomiste* 48, 461-479.

Ross, W. D. (1936) *Aristotle's Physics*. Oxford: Clarendon Press.

____ (1924). *Aristotle's Metaphysics*. Oxford: Clarendon Press.

Vigo, Alejandro G. (2011[2]). *Estudios aristotélicos*. Pamplona: Eunsa.

Wieland, W. (1962). *Aristotelische Physik*. Berlin: De Gruyter.
____ (1960/61) Das Problem der Prinzipienforschung und die aristotelische Physik. En *Kant-Studien* 52, 206-19.