

MODELACIÓN DE PROCESOS DEL RÉGIMEN HÍDRICO DEL SUELO

Modeling processes of the Soil Water Regime

Raúl del Valle Paniagua¹, Enrique Arjona^{1*}, Graciela Bueno¹, Klaudia Oleschko Lutkova²

RESUMEN

Se diseñó e implementó un sistema de simulación interactivo, el cual permite describir cuantitativamente cuatro procesos del régimen hídrico de los suelos incorporados a las prácticas agrícolas. Los procesos modelados son: infiltración, ascenso capilar, evapotranspiración y escurrimiento superficial. Se enfatizó en la eficiencia computacional de los algoritmos numéricos utilizados para solución de las ecuaciones diferenciales no lineales involucradas en los modelos, el mantenimiento y el uso de la información mediante facilidades computacionales desarrolladas para el manejo de las bases de datos requeridas, el despliegue simultáneo de las salidas numéricas y gráficas, y el uso de interfaces flexibles de entrada y salida. El objetivo del sistema es crear una herramienta computacional que puedan utilizar, como auxiliar de investigación, tanto estudiantes como docentes. El sistema se validó con datos reales y ha sido utilizado para la modelación del transporte de agua en tepetates con diversos valores de potenciales de agua.

Palabras clave: hidrología del suelo, simulación interactiva, análisis asistido por computadora, modelación numérica.

SUMMARY

An interactive simulation system for modeling four processes of the water regime of agricultural soils was designed and implemented in a software. The processes modeled are: infiltration, capillary rise, evapotranspiration, and surface runoff. In the system, special emphasis was put on computational efficiency of the numerical

algorithms used for the solution of the non-linear differential equations involved in the models, data maintenance and reusability through computer utilities custom developed for the management of the required databases, simultaneous output of numerical and graphical results, and flexibility of input and output interfaces. The objective of the developed system is to provide an easy to use powerful computational tool that can serve as an aid in teaching and research. The system was validated with real data and has been used in teaching and research for the modeling of water transport in tepetate soils with diverse water potential values.

Index words: soil hydrology, interactive simulation, computer aided analysis, numerical modeling.

INTRODUCCIÓN

La simulación ha sido ampliamente utilizada en la ciencia del suelo como herramienta de análisis cuantitativo. Numerosos modelos han sido desarrollados para apoyar las labores de investigación. Hanks y Ritchie (1991) y REM (2006) presentan extensas recopilaciones de modelos y sistemas que han desarrollado. Con respecto al uso de la simulación en el estudio del movimiento del agua y del régimen hídrico. Además de los modelos incluidos en las recopilaciones mencionadas, existen otros modelos interesantes como los de Chappaz (1987) y los de Poulsen *et al.* (1998). Por otra parte, Campbell (1985), Richter *et al.* (1990), Mansell *et al.* (2000), Diekkruuger *et al.* (2006) y Zúñiga *et al.* (2006) han desarrollado sistemas de simulación para la modelación del régimen hídrico. Dicha modelación se realiza utilizando variables de estado y parámetros característicos (Scott, 2000; Lai y Shukla, 2004).

Las variables de estado son propiedades que describen los flujos de agua, éstas dependen de la cantidad de agua involucrada y su estado energético. Dichos flujos comprenden el contenido de agua respecto a peso, el contenido de agua volumétrica y el potencial mátrico. Los parámetros característicos son propiedades del suelo que se refieren a la capacidad que éste tenga

¹Colegio de Postgraduados. Campus Montecillo. 56230 Montecillo, Estado de México.

² Universidad Nacional Autónoma de México. Ciudad Universitaria. 04510 Coyoacán, Distrito Federal.

* Autor responsable (arjona@colpos.mx)

para transferir agua. Éstas son: la conductividad hidráulica o conductividad capilar, que es la velocidad con que el suelo deja pasar el agua a través de él en condiciones de saturación total o parcial; la permeabilidad, tasa con la cual un poro de tamaño medio del suelo transmite el agua; la sorptividad o influencia de la succión y conductividad en el proceso de flujo transitorio que sigue a un cambio en la humedad de la superficie del suelo, y la infiltrabilidad, flujo que el perfil del suelo puede absorber a través de su superficie cuando ésta es mantenida en contacto con agua a presión atmosférica.

Desafortunadamente, con muy pocas excepciones, los modelos y sistemas anteriores adolecen de haber sido desarrollados como prototipos en lenguajes computacionales de bajo nivel sin poner cuidado en conceptos importantes desde el punto de vista del usuario como son la flexibilidad de uso, la reusabilidad de la información y el despliegue simultáneo de gráficas de diversas variables. Debido a esto, la utilidad de dichos modelos y sistemas, aunque cumplan con el propósito para el cual fueron creados, es limitada.

En un esfuerzo por combinar tanto la utilidad cuantitativa como la facilidad de uso, siguiendo la recomendación de Richter *et al.*, se desarrolló e implementó un sistema de simulación que hace más amplio y eficiente a su sistema (Richter *et al.*, 1990). Entre las limitaciones de que éste posee, se cuentan las siguientes: los programas están escritos en lenguaje Basic que, en su calidad de intérprete, es de ejecución lenta; además no es flexible desde el punto de vista del manejo de los parámetros que se utilizan en los modelos (no tiene la facilidad de ajustar o modificar dichos parámetros). A lo anterior se suma que muchos de los programas incluidos en el sistema no pueden volverse a ejecutar con los mismos datos de entrada después de una ejecución, sino que tienen que introducirse de nuevo; las salidas gráficas se limitan a un esquema por cada variable en la pantalla de video y no se permite la ampliación de éstas en la salida para ser observadas en detalle durante el transcurso de la simulación.

En el sistema desarrollado en el presente trabajo se superan todas las limitaciones mencionadas poniendo especial énfasis en la eficiencia computacional, el mantenimiento y la reusabilidad de la información, el despliegue simultáneo de las salidas numéricas y gráficas, y el uso de interfases flexibles de entrada y salida. El sistema se probó con datos reales y sus resultados se contrastaron con aquél desarrollado por Richter *et al.* (1990).

MATERIALES Y MÉTODOS

Los materiales utilizados en el sistema son cuatro modelos de simulación y datos reales provenientes de muestras de diferentes tipos de suelo. Los materiales auxiliares son un compilador del lenguaje computacional Pascal, que es el lenguaje de alto nivel sugerido por Ritcher (1990) para eficientar su sistema y una estación de trabajo Hewlett Packard Kayak XM600. Los métodos utilizados fueron métodos específicos para la solución numérica de las ecuaciones diferenciales parciales utilizadas en los modelos y métodos genéricos para el diseño y manejo de interfases y bases de datos computacionales. Todos estos métodos se implementaron en la computadora para conformar el sistema de simulación objeto del presente trabajo. A continuación se describen los cuatro modelos utilizados, se dan las particularidades de los métodos empleados para la solución de los modelos y se presentan algunos de los datos utilizados para la validación del sistema y la experimentación.

Modelos Utilizados

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de la presente investigación es ampliar y hacer más eficiente, computacionalmente, el trabajo de Richter *et al.* (1990), por lo que los modelos utilizados para la modelación del régimen hídrico son los propuestos por él: infiltración, ascenso capilar, evapotranspiración y escurrimiento superficial. Éstos utilizan dos grupos de propiedades físicas: las variables de estado del sistema y los parámetros característicos. El primer grupo de propiedades, las variables de estado, describe el flujo de agua, y el segundo grupo, los parámetros característicos, define la capacidad del medio para transferir agua. Las variables de estado que utilizaremos serán: el contenido del agua en el momento de la determinación (gravimétrico $W = g \text{ de agua} / g \text{ de suelo} \times 100 (\%)$, o volumétrico $\theta = \text{volumen de agua} / \text{volumen de suelo} \times 100(\%)$) y el potencial del agua (Ψ_i o pF, Pa, en J o cm de columna de agua). El parámetro característico que utilizaremos será la conductividad hidráulica K_{Ψ_i} . De los cuatro modelos implementados, los de infiltración, ascenso capilar y evapotranspiración trabajan acoplados ya que el potencial dado en el perfil a la mayor profundidad de alcance de las raíces se calcula mediante el modelo de infiltración y lo utilizan los modelos de ascenso capilar y evapotranspiración. El modelo de escurrimiento

superficial trabaja de manera independiente, sin embargo, en caso de existir en la base de datos un archivo de registros ambientales con observaciones sobre precipitación, al momento de actualizarse los valores del contenido de agua también se calcula el escurrimiento superficial.

Modelo del flujo de tipo infiltración. El movimiento del agua en el flujo de infiltración en el suelo se modela con la ecuación de Richards, la cual es la siguiente:

$$\partial\theta/\partial t = \partial[K_{\Psi_m} (\partial\Psi_m/\partial z - 1)]/\partial z + A(z,t)$$

donde la expresión en corchetes representa la densidad de flujo de agua y donde: θ = contenido volumétrico de agua ($\theta = W\rho_a/\rho_w$ donde ρ_a = densidad aparente g cm^{-3} y ρ_w = densidad del agua g cm^{-3}); t = tiempo; z = profundidad ($z = 0$ indica la superficie); K = conductividad hidráulica, Ψ_m = potencial mátrico, y A = término de declive (el cual puede variar con el tiempo y la profundidad).

Como θ y K son considerados como funciones del potencial mátrico Ψ , la única variable desconocida es Ψ_m .

Modelo del flujo de tipo ascenso capilar. Como las leyes de Darcy son aplicables a la capa capilar y el sistema puede tratarse como un suelo saturado (Gavande, 1991), el cálculo de la condición de capilaridad, ascendiendo desde el manto freático hacia la zona de raíces se lleva a cabo utilizando la ecuación de Darcy:

$$q = -K_{\Psi_m} (\partial\Psi_m/\partial z - 1)$$

donde: q = densidad de flujo de agua; K = conductividad hidráulica; Ψ_m = potencial mátrico, y z = profundidad.

La relación entre el potencial mátrico y la conductividad K_{Ψ_m} para varios tipos de suelos es conocida.

Modelo del flujo de tipo evapotranspiración. La evapotranspiración potencial se calcula utilizando la fórmula de Penman:

$$ET = (s R_n + \phi ET_a)/(s + \phi)$$

con $ET_a = 0.35 (1 + u_2/161)/(e_s - e_2)$

y donde: ET_a = expresión de Dalton (mm/d); R_n = radiación neta solar a 2 m sobre la superficie (J cm^{-2}

d^{-1}); e_s = presión de vapor de agua a saturación medido a 2 m sobre la superficie (cm Hg); e_2 = presión de vapor de agua actual a 2 m sobre la superficie (cm Hg); ϕ = constante psicrométrica (0.049 cm Hg/K); s = pendiente de la presión de vapor de agua para una T ($^{\circ}\text{C}$) (cm Hg/K), y u_2 = velocidad media del viento (ms^{-1}).

De la evapotranspiración potencial ET se calcula la evapotranspiración real. En caso de que el suelo esté cubierto con plantas, la evaporación de la superficie es despreciada por no tener suficiente exposición a la luz y entonces $Ev = ET$. Para el caso de suelo desnudo se calcula mediante la expresión:

$$Ev = r ET$$

donde r = un factor de reducción calculado de la siguiente manera: $r = -0.578 \text{ Log } [\Psi_5] + 1.78$ y donde a su vez Ψ_5 es el potencial mátrico en una profundidad de 5 cm, el cual se calcula del potencial que actualmente esté interviniendo en el primer compartimiento Δz durante la simulación.

La absorción de agua por las raíces a diferentes profundidades se obtiene de:

$$A(z) = r(z) K(\Psi) W(z) T \int_0^L K(\Psi) W(z) dz$$

donde: $A(z)$ = absorción de agua por las raíces a una profundidad z (L^{-1}d); T = transpiración potencial (mm^{-1}d); $r(z)$ = factor de reducción; $W(z)$ = densidad de las raíces (cm cm^{-3}), y L = máxima profundidad de las raíces (cm).

La densidad de las raíces (distribución de las raíces bajo la superficie del suelo) se describe por la función exponencial:

$$W(z) = R_0 e^{-vz}$$

donde: R_0 = parámetro de densidad teórica de la raíz en la superficie, y vz = describe el gradiente de la densidad de las raíces a la profundidad z . Con esta ecuación sólo la distribución relativa de las raíces en diferentes profundidades es importante, mientras que los valores absolutos no son esenciales. Por lo tanto, la densidad de las raíces puede ser dada en dimensiones arbitrarias.

Modelo del flujo tipo escurrimiento superficial. La ecuación utilizada para calcular la cantidad de flujo que escurre es:

$$Q = C L A$$

donde: Q = gasto máximo ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$); C = coeficiente de escurrimiento; L = lluvia máxima en 24 h (mm), y A = área de escurrimiento (m^2).

El coeficiente de escurrimiento C involucra el grado de pendiente del terreno y sus condiciones (desnudo o cubierto de plantas y climáticas). Este coeficiente se calcula mediante la ecuación:

$$C = (\text{lámina de lluvia escurrida}) / (\text{lámina de lluvia precipitada})$$

Métodos de Solución

Todas las ecuaciones diferenciales que aparecen en los modelos anteriores se resolvieron mediante métodos numéricos. La ecuación de Richards, que es una ecuación diferencial parcial parabólica de segundo orden que no puede resolverse directamente por métodos lineales, se resolvió utilizando un método compartamental implícito en el que la concentración en cada capa o compartimento se representa por una ecuación diferencial. O sea, la ecuación diferencial de Richards se sustituye por n ecuaciones diferenciales, siendo n el número de capas consideradas. Cada una de estas ecuaciones diferenciales se aproximó por una ecuación de diferencias finitas y dado que en cada ecuación se toman en consideración las concentraciones, tanto en el tiempo anterior como el actual, y estas últimas son desconocidas, para resolver cada ecuación en un instante de tiempo fue necesario considerarla juntamente con las otras ecuaciones como parte de un sistema de ecuaciones simultáneas. Para resolver este sistema en el tiempo inicial se utilizaron valores de frontera para el primer y para el último compartimento. La ecuación diferencial para el flujo del ascenso capilar se aproximó mediante una ecuación de diferencias finitas la cual se resolvió iterativamente calculando el perfil del potencial mátrico paso a paso hacia abajo en incrementos fijos. Este cálculo se basa en la conductividad hidráulica media del promedio de potenciales mátricos entre incrementos sucesivos. Las ecuaciones para los flujos de evapotranspiración y escurrimiento superficial, tanto en suelo sin cubierta vegetal como con cubierta, se resolvieron directamente utilizando métodos no iterativos.

Datos Utilizados

En esta sección se presentan tres conjuntos de datos. Los tres conjuntos de datos corresponden a suelos con

dos capas diferenciadas y son para el modelo de infiltración. El primer conjunto de datos corresponde a un suelo de arcilla y arena (arcillo arenoso) y los otros corresponden a dos suelos de tepetates, el primero de estos presenta valores de potencial muy pequeños y el segundo valores de potencial grandes (valores de potencial pequeños con signo negativo corresponden a potenciales altos y viceversa). El Cuadro 1 presenta los tres conjuntos de datos. En el primer conjunto de datos, los valores de los potenciales para las capas se consideraron constantes de -200 por capa. Para los primeros 10 valores se utilizó la primera función hidráulica y para los otros 10, la segunda. En el segundo y el tercer conjunto de datos los valores de los potenciales se tomaron directamente de muestras y para los primeros 10 valores se utilizó la primera función hidráulica y para los otros cuatro la segunda. Los tres conjuntos de datos se complementaron con valores por defecto del sistema para los parámetros internos. Nótese que los conjuntos de datos utilizan diferentes unidades de medición en dos de las variables de estado.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Diseño General del Sistema

El sistema se diseñó en cinco módulos y 19 archivos de información. Los cinco módulos son los siguientes: el principal, el tutorial, el de base de datos, el de simulación y el de ejecución. Los 19 archivos de información se clasificaron en cuatro grupos de acuerdo a sus funciones. Dichos grupos son los siguientes: de información tutorial, de valores de parámetros, de información ambiental y de historial de ejecución.

En la Figura 1 se presentan los flujos de información, las dependencias entre los módulos y las salidas fuera de línea del sistema (salidas que se conservan después de finalizar la ejecución de un modelo). Las líneas punteadas se utilizan para representar los flujos de información y las líneas sólidas para representar flujos de control.

La interfase de entrada del sistema se diseñó orientada hacia el uso de ventanas interactivas las cuales se presentan en forma de cascada y se previó el regreso desde cualquier ventana a la ventana del nivel anterior. La interfase de salida permite la salida de información de cuatro maneras: 1) mediante la visualización dinámica en pantalla de resultados y gráficos parciales; 2) mediante la impresión puntual de resultados en un

Cuadro 1. Tres conjuntos de datos utilizados en la validación del sistema y en la experimentación.

Nombre del dato	Suelo de arcilla y arena	Tepetates con valores de potenciales pequeños	Tepetates con valores de potenciales grandes
Profundidad del perfil del suelo (cm)	80	140	140
Número de valores de potenciales	20	14	14
Tiempo de paso (días)	0.1	0.1	0.1
Período de simulación (días)	1.4	2	2
Parámetro de relajación	1	1	1
Número de funciones hidráulicas	2	2	2
Contenido de agua a saturación capa 1	0.495	39.46	39.46
Contenido de agua a saturación capa 2	0.287	74.48	74.48
Potencial en la frontera más baja	-200		
Potencial en la frontera más alta	0		
Potencial de 0 a 10 cm capa 1 tepetates [†]		-7.35	-72000
Potencial de 10 a 20 cm capa 1 tepetates [†]		-3.39	-33300
Potencial de 20 a 30 cm capa 1 tepetates [†]		-2.99	-29330
Potencial de 30 a 40 cm capa 1 tepetates [†]		-2.99	-29330
Potencial de 40 a 50 cm capa 1 tepetates [†]		-10.48	-102770
Potencial de 50 a 60 cm capa 1 tepetates [†]		-5.85	-57330
Potencial de 60 a 70 cm capa 1 tepetates [†]		-4.89	-48000
Potencial de 70 a 80 cm capa 1 tepetates [†]		-2.92	-28670
Potencial de 80 a 90 cm capa 1 tepetates [†]		-2.85	-28000
Potencial de 90 a 100 cm capa 1 tepetates [†]		-2.55	-25000
Potencial de 100 a 110 cm capa 2 tepetates [†]		-2.85	-28000
Potencial de 110 a 120 cm capa 2 tepetates [†]		-2.85	-28000
Potencial de 120 a 130 cm capa 2 tepetates [†]		-2.55	-25000
Potencial de 130 a 140 cm capa 2 tepetates [†]		-2.55	-25000

[†] cm de columna de agua.

momento determinado de la simulación (datos y gráficos); 3) mediante la visualización o impresión de las gráficas finales de la ejecución de un modelo, y 4) mediante el almacenamiento periódico en disco de resultados parciales de la simulación el cual permite el análisis posterior de resultados y su análisis de sensibilidad mediante el despliegue e impresión comparativo de gráficas. Además de las salidas mencionadas en la interfase de salida, en el sistema se incluyó la salida de información estática mediante pantallas, la cuales se utilizan en el módulo tutorial.

En el sistema, para la modelación y simulación del régimen hídrico, se consideraron los cuatro modelos mencionados en la sección anterior (infiltración, ascenso capilar, evapotranspiración y escurrimiento superficial). En cada uno de los modelos, los parámetros internos y externos requeridos tienen sus propias características. La información contenida en el módulo tutorial hace referencia al sistema en general y a todos los modelos.

El sistema incluye facilidades para el mantenimiento de una base de datos para los parámetros externos e internos de cada uno de los modelos. Los parámetros externos son datos de entrada de los modelos y los internos son datos referentes a las particularidades de la implementación de los algoritmos numéricos utilizados para la solución de los modelos. Por otra parte, el sistema también incluye un control interactivo de la simulación el cual permite, en cualquier momento de la ejecución de un modelo, la salida impresa de resultados parciales y la reconfiguración de la pantalla.

Operación General del Sistema

El sistema opera por medio de 36 ventanas, las cuales pueden ramificarse en varios niveles. Para moverse en los diferentes niveles se presiona una tecla, la cual puede corresponder a un carácter resaltado, a una instrucción explícita, o al comando enter. En la

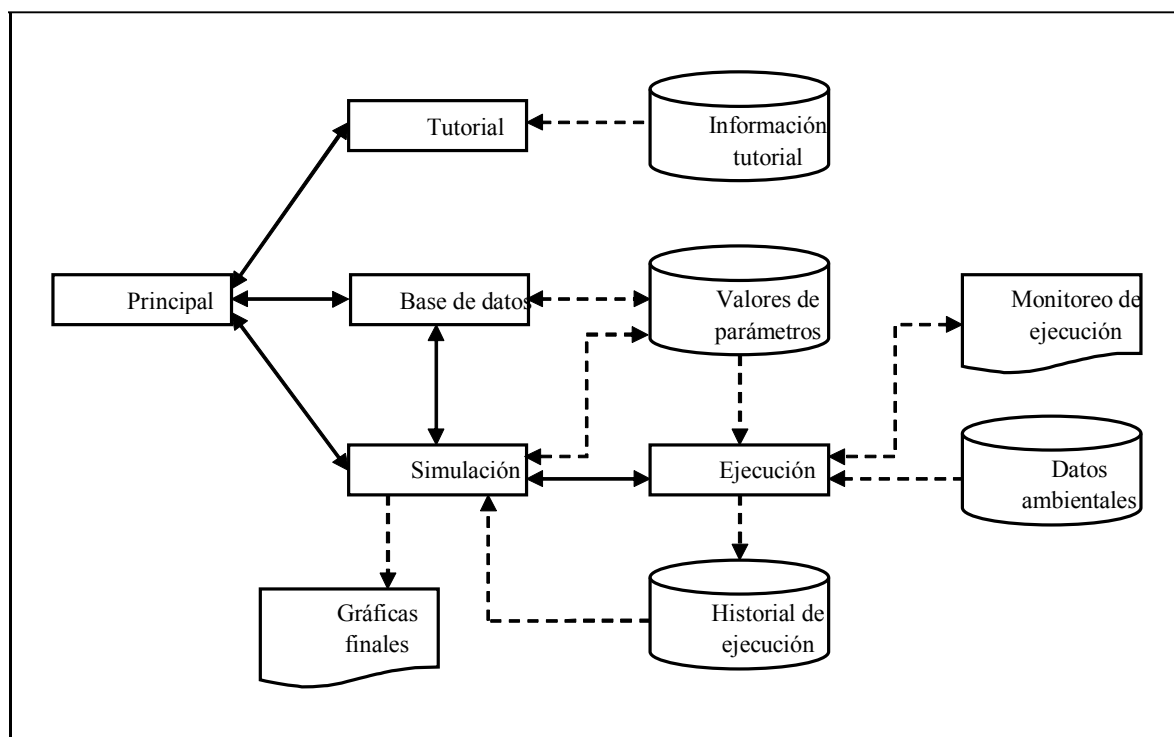


Figura 1. Flujos de información y control del sistema.

Figura 2 se presentan las relaciones entre las diferentes ventanas utilizadas por el sistema. En esta relación de ventanas, algunas se utilizan tanto en el módulo de base de datos como en el de simulación. En el primero de los módulos funcionan como ventanas de captura y actualización y en el segundo como ventanas de visualización. Esto permite que el usuario, antes de efectuar una simulación, pueda verificar los datos que va a utilizar, y en caso necesario, regresarse al módulo de bases de datos para corregir o actualizar los datos capturados. Es importante señalar que las ventanas de parámetros internos y externos son diferentes para cada uno de los modelos, o sea que son 5 ventanas en total (parámetros internos del modelo de transporte de agua, parámetros externos del modelo de transporte de agua, parámetros internos del modelo de evapotranspiración, parámetros internos del modelo de capilaridad y parámetros externos del modelo de capilaridad). Excepto por este caso, todas las ventanas con nombres iguales que aparecen en la Figura 2 representan la misma ventana.

Validación del Sistema

Con el objeto de verificar el correcto comportamiento del sistema, se utilizaron tres conjuntos de datos reales

correspondientes a suelos con dos capas diferenciadas (Cuadro 1). El primer conjunto fue tomado de un suelo con capas de arcilla y arena; el segundo en suelo de tepetates con valores de potencial pequeños, y el tercero en un suelo de tepetates con valores de potencial grandes. Los resultados obtenidos se compararon con los obtenidos por el programa de Richter *et al.* (1990) para verificar que ambos coincidieran absolutamente.

CONCLUSIONES

- Siguiendo la recomendación de Richter *et al.* (1990) se implementó, en un lenguaje de alto nivel, un sistema para modelar el régimen hídrico, el cual incluye todas las facilidades del sistema en lenguaje Basic desarrollado por él y sus colaboradores. Además, el sistema implementado incorpora numerosas facilidades computacionales para el mantenimiento, reusabilidad y despliegue de la información. El sistema fue desarrollado en lenguaje Pascal (sugerido por Richter) y puede utilizarse con el compilador Delphi, compilador de última generación.
- Los resultados de la experimentación con el sistema permitieron, para los conjuntos de datos empleados, dar respuesta a preguntas como: ¿cuál es la cantidad

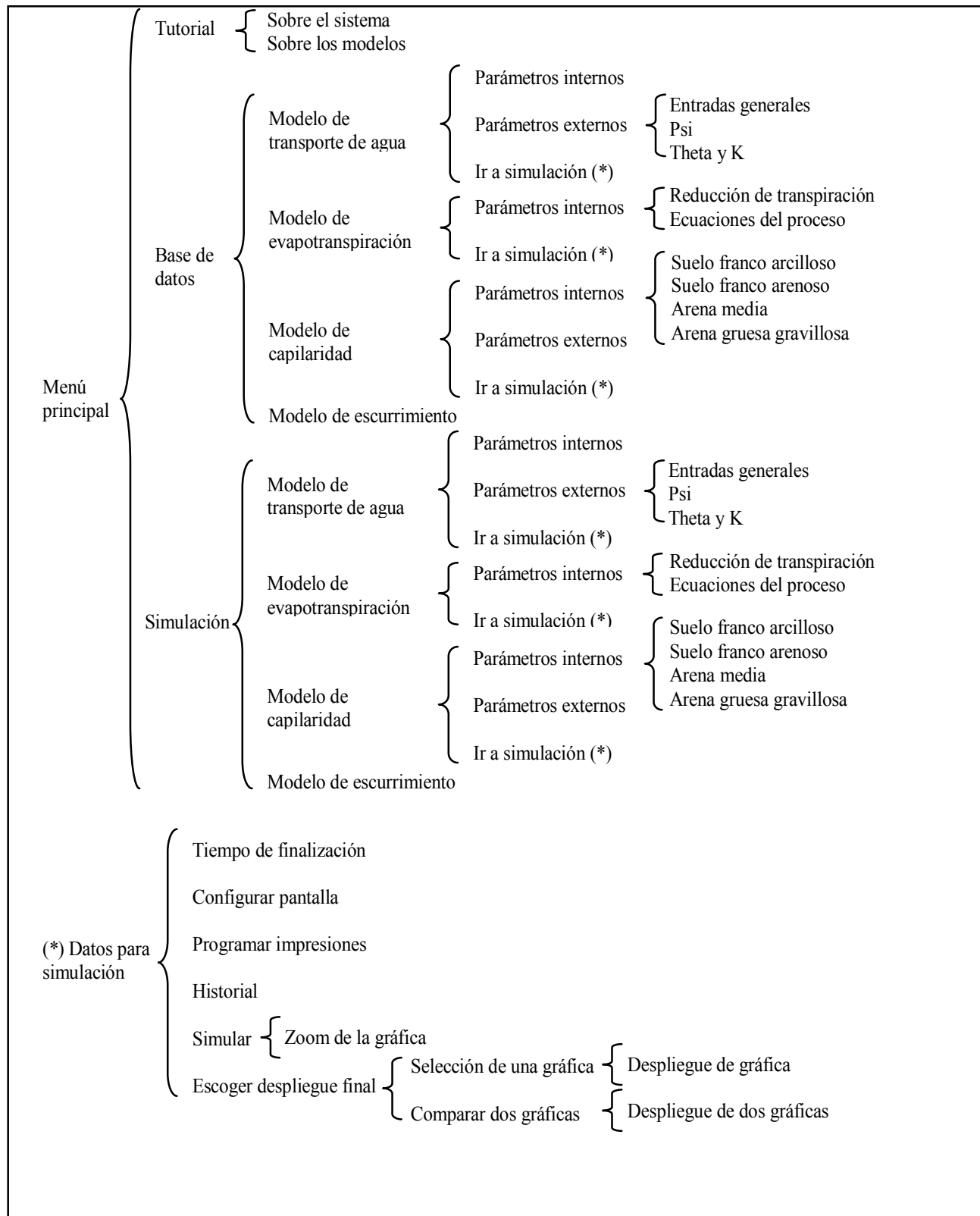


Figura 2. Relación entre las diferentes ventanas utilizadas por el sistema.

de escurrimiento superficial y cuándo se produce?, ¿para qué tipos de superficie se producen estancamientos, de qué magnitud son y cuando suceden?, ¿cómo se comportan las capas diferenciadas del suelo y qué sucede cuando una de ellas se satura? y ¿cómo cambia la distribución del agua en el suelo a través del tiempo?

- Las simulaciones dieron información cuantitativa muy detallada y se efectuaron en una forma fácil y atractiva, ya que el sistema es interactivo y conserva en sus bases de datos tanto la información proporcionada por el usuario como la información generada por las simulaciones. El sistema está disponible y se puede obtener en su versión ejecutable a través del M. C. Raúl del Valle Paniagua (radv@colpos.mx).

LITERATURA CITADA

- Campbell, G. S. 1985. Soil Physics with BASIC-Transport Models for Soil-Plant Systems. Developments in Soil Science 14. Elsevier. New York, NY, USA.
- Chappaz, N. 1987. Development and testing of soil water regime simulation models. Water Resour. Manage. 1: 293-303.
- Diekkruueger, B., O. Richter, and P. Noertershaeuser. 2006. SIMULAT- Transport of water, solutes and heat in soils. http://eco.wiz.uni-kassel.de/model_db/mdb/simulat.html (Consulta: septiembre 4, 2006).
- Gavande, S. 1991. Física de suelos. Principios y aplicaciones. 8a. ed. Limusa. México, D. F.
- Hanks, J. and J. T. Richtie. 1991. Modeling plant and soil systems. American Society of Agronomy. Madison, WI, USA.
- Lai, R. and M. K. Shukla. 2004. Principles of soil physics. Marcel Dekker. New York, NY, USA.
- Mansell, R. S., S. A. Bloom, and G. Sun. 2000. A model for wetland hydrology: Description and validation. Soil Sci. 165: 384-397.
- Poulsen, T. G., P. Moldrup, and O. H. Jacobsen. 1998. One-parameter models for unsaturated hydraulic conductivity. Soil Sci. 163: 425-435.
- REM. 2006. The Register of Ecological Models. <http://dino.wiz.uni-kassel.de/ecobas.html> (Consulta: septiembre 4, 2006).
- Richter, J., R. Anlauf, K. C. Kersebaum, Y. P. Liu, A. Nuske, G. Springob, K. M. Syring, and J. Utermann. 1990. Models for processes in the soil. Catena Verlag, Lawrence, KS, USA.
- Scott, H. D. 2000. Soil physics: Agricultural and environmental applications. Iowa State University Press. Ames, IA, USA.
- Zumr, D., M. Cislerova, and M. Dohnal. 2006. Simulation of water regime in heterogeneous soil. Geophys. Res. Abstracts 8: 426.