

Modelo probabilístico simple para análisis de frecuencias en registros hidrológicos extremos con tendencia

• Daniel Francisco Campos-Aranda •

Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México

*Autor de correspondencia

Resumen

Campos-Aranda, D. F. (mayo-junio, 2016). Modelo probabilístico simple para análisis de frecuencias en registros hidrológicos extremos con tendencia. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 7(3), 171-186.

Debido a cambios en el clima, en el uso del suelo, principalmente por urbanización, y a los aprovechamientos hidráulicos, los registros de datos hidrológicos extremos han dejado de ser *estacionarios*, es decir, sus propiedades estadísticas están cambiando en el tiempo. Cuando un registro de crecientes o lluvias máximas, ambas anuales, muestra *tendencia* estadísticamente diferente de cero, el *análisis de frecuencias* orientado a estimar sus eventos de diseño debe tomar en cuenta tal comportamiento no aleatorio. El modelo probabilístico más simple que se puede establecer para procesar registros no estacionarios emplea la distribución log-normal de dos parámetros de ajuste, con su media variando en relación con el tiempo como covariable explicativa, según una regresión lineal logarítmica. Este modelo permite estimar el impacto, por ejemplo, al final de una década a futuro, de la tendencia ascendente (descendente) en las predicciones obtenidas al final del registro, a través de dos indicadores: los factores de aumento (disminución) de las predicciones y de la reducción (aumento) de la recurrencia de un evento de un determinado periodo de retorno. El análisis de frecuencias no estacionario con tal modelo se aplica a dos registros de crecientes anuales de la Región Hidrológica núm. 10, Sinaloa, y uno de precipitación máxima diaria anual de la Región Hidrológica núm. 37, El Salado. Las conclusiones destacan la sencillez y utilidad del modelo descrito para abordar de forma inicial los análisis de frecuencias no estacionarios.

Palabras clave: crecientes anuales, precipitación máxima diaria anual, distribución log-normal, regresión lineal, error estándar de ajuste, factores de aumento de las predicciones.

Abstract

Campos-Aranda, D. F. (May-June, 2016). Simple Probability Model for Frequencies Analysis in Extreme Hydrological Records with Trend. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 7(3), 171-186.

Due to climate changes, land use mainly by urbanization and hydraulic works, the records of extreme hydrological data are no longer stationary, that is that their statistical properties are changing over time. When an annual record of floods or maximum rainfall shows a trend statistically different from zero, the frequencies analysis aimed at estimating their design events should take into account such non-random behavior. The simplest probabilistic model that can be established to process non-stationary records relies on the log-normal distribution with two fitting parameters, with time-varying mean as explanatory covariate, according to a logarithmic linear regression. This model allows estimating the impact, for example at the end of a decade in the future, of the upward (downward) trend on the obtained predictions at the end of a record. The latter through two indicators: the predictions magnification (diminution) factors and the reduction (increase) in the recurrence of an event of a given return period. Non-stationary frequencies analysis with such a model is applied to two records of annual floods of the Hydrological Region núm. 10 Sinaloa and one annual daily maximum precipitation of the Hydrological Region núm. 37 El Salado. Conclusions highlight the simplicity and utility of the described model as an initial approach to the non-stationary frequencies analyses.

Keywords: Annual floods, annual maximum daily precipitation, log-normal distribution, linear regression, standard error of fit, predictions magnification factors.

Recibido: 11/06/2015
Aceptado: 05/12/2015

Introducción y objetivo

Cuando se dispone de un registro de datos hidrológicos extremos, como gastos, niveles, lluvias de cierta duración y vientos, todos ellos máximos anuales, se puede realizar un *análisis de frecuencias* para estimar *predicciones* de tales variables aleatorias, asociadas con determinadas probabilidades de excedencia, cuyo recíproco es el llamado periodo de retorno o intervalo *promedio* en años entre la ocurrencia de un evento igual o mayor. En resumen, el análisis de frecuencias permite estimar *eventos de diseño* y consta de cuatro pasos: (1) selección de un modelo probabilístico o función de distribución de probabilidades acumuladas (FDP); (2) aplicación de uno o varios métodos de estimación de los parámetros de ajuste de la FDP; (3) adopción de la FDP que mejor representa al registro disponible, lo anterior, de acuerdo con un criterio de calidad estadística del ajuste, y (4) con base en la FDP seleccionada, estimación de las predicciones buscadas (Khaliq, Ouarda, Ondo, Gachon, & Bobée, 2006).

Cuando no existe el registro de crecientes requerido en el sitio de interés o es inadecuado por amplitud escasa, se recurre al análisis *regional* de frecuencias, el cual se desarrolla en dos etapas: a) se busca y selecciona un grupo de cuencas aforadas, relativamente cercanas, con un régimen hidrológico similar al de la cuenca bajo estudio; b) se estiman las predicciones buscadas en el sitio sin datos, a través de diversos métodos de transferencia de información hidrológica de los sitios o registros identificados en la etapa A (Leclerc & Ouarda, 2007). La técnica también es aplicable a estaciones pluviográficas o pluviométricas.

La validez de los resultados del análisis de frecuencias local o regional está basado, de manera especial, en dos suposiciones clásicas del registro: que sus datos sean *independientes* y que sus propiedades estadísticas no cambien en el tiempo o condición de *estacionario*. En la práctica, la independencia se pierde cuando el muestreo de los datos es próximo o cercano, y entonces un valor puede estar ligado con el anterior. En

registros anuales, tal problema no ocurre. Lo no estacionario se origina por el cambio climático o por los efectos de las actividades humanas en la cuenca, principalmente los aprovechamientos hidráulicos, o bien los cambios de uso del suelo, sobre todo la urbanización (Khaliq *et al.*, 2006; Vogel, Yaindl, & Walter, 2011).

Por lo general, y con base en la zona geográfica, el cambio climático puede generar *tendencias* sutiles ascendentes o descendentes en los registros de datos hidrológicos extremos. Sin embargo, las tendencias fuertes ascendentes observadas en los registros de crecientes anuales y de precipitación máxima diaria anual se originan por la urbanización ocurrida en la cuenca o en las inmediaciones de la estación pluviométrica, y la tendencia severa descendente se asocia en los registros de crecientes con los aprovechamientos hidráulicos, y en las series de lluvias máximas con las deforestaciones o desecación de lagos, ambas cercanas (Vogel *et al.*, 2011).

El *objetivo* de este trabajo consistió en exponer con detalle el método probabilístico más simple que se puede establecer para el análisis de frecuencias en registros de datos hidrológicos extremos que presentan *tendencia* importante. Este modelo utiliza la FDP log-normal de dos parámetros de ajuste, en la cual su media varía linealmente con el tiempo (Vogel *et al.*, 2011). Se aplica tal modelo al análisis de frecuencias de dos registros de crecientes anuales de la Región Hidrológica núm. 10, Sinaloa; el de la estación Badiraguato con tendencia ascendente y el de la estación Puente Subpacífico con tendencia descendente. También se realiza el análisis de frecuencias del registro de precipitación máxima diaria anual de la estación climatológica Zacatecas de la Región Hidrológica núm. 37, El Salado, que presenta tendencia ascendente.

Descripción del modelo probabilístico no estacionario

FDP adoptada

Como el objetivo del estudio consiste en identificar la tendencia en los registros de datos

hidrológicos extremos anuales y estimar sus consecuencias en el análisis de frecuencias, es necesario utilizar una *función de distribución de probabilidades* (FDP) que describa la relación entre magnitudes de los datos y *predicciones* asociadas con determinadas probabilidades de no excedencia. En este caso, y de acuerdo con Vogel *et al.* (2011), se adopta la distribución log-normal de dos parámetros (LN2), que fue uno de los primeros modelos probabilísticos utilizados en los análisis de frecuencias de crecientes y que aún sigue vigente con su versión de dos (Ashkar & Aucoin, 2012) y tres parámetros de ajuste (Hosking & Wallis, 1997). Sin embargo, la razón principal de tal selección radica en que la función LN2, cuando se combina con un modelo de tendencia logarítmico lineal, origina una FDP *no estacionaria* bastante simple, la cual permite estimar el impacto de la tendencia en la magnitud y el periodo de retorno de las predicciones, en un lapso a futuro seleccionado.

Un registro de datos hidrológicos extremos anuales es una *serie anual de máximos* x_p , en donde t varía de 1 a n su número de datos. Si tal serie es *estacionaria*, puede seguir una distribución LN2, cuya función de cuantiles que permite estimar las predicciones con probabilidad de excedencia p o de periodos de retorno $T = 1/p$ es (Vogel *et al.*, 2011):

$$x_p = \exp(\mu_y + z_p \cdot \sigma_y) \quad (1)$$

en la cual, μ_y y σ_y son la media y la desviación estándar de los logaritmos naturales de x_p , es decir, que $y_t = \ln(x_t)$ y z_p es el valor de la variable aleatoria normal estándar con probabilidad de excedencia p .

FDP no estacionaria

El modelo más simple que se puede establecer para describir la tendencia de la serie anual de máximos es el logarítmico lineal con pendiente β estadísticamente diferente de cero. Este enfoque es adecuado en series de valores hidrológicos extremos, pues al emplear logaritmos de sus datos se puede aceptar que la muestra procede

de una población normal. El modelo es (Vogel *et al.*, 2011):

$$y_t = \ln(x_t) = \alpha + \beta \cdot t + \varepsilon_t \quad (2)$$

siendo α la ordenada al origen y ε_t los errores del modelo, los cuales proceden de las variaciones de las observaciones respecto a la recta de regresión; esta línea, por sí misma, proporciona la forma en que μ_y varía a través del tiempo, es decir:

$$\mu_y(t) = \alpha + \beta \cdot t \quad (3)$$

Como la solución de mínimos cuadrados de los residuos para la ordenada al origen es (Ryan, 1998):

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \cdot \bar{t} \quad (4)$$

Entonces, sustituyendo la ecuación (4) en la (3) se obtiene el modelo de tendencia de la media:

$$\mu_y(t) = \bar{y} + \hat{\beta} \cdot (t - \bar{t}) \quad (5)$$

en donde $\hat{\beta}$ es la estimación de mínimos cuadrados de los residuos, cuya expresión es (Ryan, 1998):

$$\hat{\beta} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cdot t - \bar{y} \cdot \bar{t}}{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n t^2 - \bar{t}^2} \quad (6)$$

además, las medias son:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \ln(x_t) \quad (7)$$

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n t = \frac{n+1}{2} \quad (8)$$

Como ya se indicó, la ecuación (1) es un modelo probabilístico estacionario, pues asume que los momentos de y , dados por μ_y y σ_y no varían con el tiempo. Entonces, la sustitución del mo-

delo de tendencia de la media o ecuación (5) en la ecuación (1) conduce al *modelo probabilístico no estacionario* desarrollado y propuesto por Vogel *et al.* (2011):

$$x_p(t) = \exp\left[\bar{y} + \hat{\beta} \cdot (t - \bar{t}) + z_p \cdot S_y\right] \quad (9)$$

en el cual S_y es la estimación de la desviación estándar de los logaritmos naturales de los datos hidrológicos extremos anuales y t es el contador de años, variando de 1 a n . En realidad, éste es el modelo más simple que se puede establecer para la tendencia, teniendo al tiempo como única covariable explicativa (López-De-La-Cruz & Francés, 2014). S_y se calcula con la expresión:

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}} \quad (10)$$

Factor de aumento de la predicción

Como el propósito de los análisis es estimar el impacto en las predicciones de la tendencia observada en el registro hidrológico de extremos anuales, primero se evaluará el denominado *factor de aumento de la predicción* (FAP), definido como el cociente entre la predicción estimada en un lapso futuro y la del presente; en relación con la ecuación (9), se obtiene como (Vogel *et al.*, 2011):

$$\text{FAP} = \frac{x_p(t + \Delta t)}{x_p(t)} = \exp(\hat{\beta} \cdot \Delta t) \quad (11)$$

La expresión anterior indica que el incremento o decremento en una predicción en un tiempo Δt del futuro sólo depende de la tendencia $\hat{\beta}$ estimada en el registro, sea ésta positiva o negativa. Vogel *et al.* (2011) encuentran en cuencas localizadas en las áreas periféricas de las grandes ciudades de Estados Unidos, como son Los Ángeles, Chicago y Boston, que los FAP en una década a futuro y para registros de crecientes con tendencias ascendentes varían de 2 a 5; es decir, que detectaron pendientes severas fluctuando de 0.070 a 0.160. En cambio, para re-

gistros de crecientes con tendencia descendente, los *factores de disminución de la predicción* (FDP) de un decenio a futuro oscilaron de 0.94 a 0.68.

Reducción del periodo de retorno

La reducción de la recurrencia será el tiempo promedio entre dos predicciones: la del futuro con periodo de retorno T_f ligado con el tiempo t_f , y la actual con valores correspondientes T_0 y t_0 . Cada predicción está vinculada con estas probabilidades de excedencia $p_f = 1/T_f$ y $p_0 = 1/T_0$. Igualando las predicciones, estimadas con la ecuación (9), se podrá obtener el T_f buscando, esto es (Vogel *et al.*, 2011):

$$\begin{aligned} & \exp\left[\bar{y} + \hat{\beta} \cdot \left(t_0 - \frac{n+1}{2}\right) + z_{p_0} \cdot S_y\right] \\ &= \exp\left[\bar{y} + \hat{\beta} \cdot \left(t_f - \frac{n+1}{2}\right) + z_{p_f} \cdot S_y\right] \end{aligned} \quad (12)$$

Despejando, se obtiene:

$$T_f = \frac{1}{1 - \Phi\left[z_{p_0} - \frac{\hat{\beta} \cdot (t_f - t_0)}{S_y}\right]} = \frac{1}{1 - \Phi\left[z_{p_0} - \frac{\hat{\beta} \cdot \Delta t}{S_y}\right]} \quad (13)$$

en donde $\Phi(\cdot)$ es función de densidad de probabilidad de una variable normal estandarizada y representa la probabilidad de no excedencia de que tal variable sea menor que el valor del paréntesis. En el análisis de registros con tendencia descendente, el T_f aumentará.

Prueba de la pendiente del modelo logarítmico lineal

En relación con la ecuación (2), su establecimiento implica procesar registros *preferentemente* sin datos anuales faltantes, pues es una regresión lineal; además, se debe probar que su pendiente $\hat{\beta}$ es estadísticamente diferente de cero (Kundzewicz & Robson, 2004; Machiwal & Jha, 2008). Para ello se aplicó la prueba sugerida por Ostle y Mensing (1975) basada en el estadístico de la t de Student, que utiliza las varianzas de los

errores y de la pendiente de la recta de regresión (S_E^2 y S_β^2). Si el valor absoluto calculado para Et (ecuación (14)) es mayor que el crítico (Et_c), obtenido para la distribución t de Student con $\nu = n - 2$ grados de libertad y $\alpha = 5\%$, en una prueba de dos colas, la pendiente $\hat{\beta}$ es significativa, esto es, existe tendencia lineal. El problema de tal prueba es que no distingue entre persistencia y tendencia (Adeloye & Montaseri, 2002).

$$Et = \left| \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{S_\beta^2}} \right| \quad (14)$$

siendo:

$$S_\beta^2 = \frac{S_E^2}{\sum_{i=1}^n (t - \bar{t})^2} \quad (15)$$

y:

$$S_E^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2)} \quad (16)$$

En la expresión anterior, $\hat{y}$ es el valor estimado con la recta de regresión, es decir, con la ecuación (2). Para el cálculo del estadístico Et_c se utilizó el algoritmo computacional propuesto por Zelen y Severo (1972), cuyas expresiones son:

$$Et_c = z_p + \frac{g_1(z_p)}{\nu} + \frac{g_2(z_p)}{\nu^2} + \frac{g_3(z_p)}{\nu^3} + \frac{g_4(z_p)}{\nu^4} \quad (17)$$

$$g_1(z) = (z^3 + z) / 4$$

$$g_2(z) = (5z^5 + 16z^3 + 3z) / 96$$

$$g_3(z) = (3z^7 + 19z^5 + 17z^3 - 15z) / 384$$

$$g_4(z) = (79z^9 + 776z^7 + 1482z^5 - 1920z^3 - 945z) / 92160$$

siendo z_p la variable normal estandarizada, cuyos valores para niveles de significancia (α) de 10, 5 y 1%, en una prueba de dos colas son 1.64485, 1.95996 y 2.57583; ν son los grados de libertad.

Aproximaciones para la distribución normal

En las ecuaciones (1) y (9) se requiere la evaluación de la variable normal estandarizada z_p , la cual se estimó con la aproximación racional expuesta por Zelen y Severo (1972). Cuando la probabilidad de excedencia p varía de 0 a 0.50, sus expresiones son:

$$z_p = q - \frac{a_0 + a_1 \cdot q + a_2 \cdot q^3}{1 + b_1 \cdot q + b_2 \cdot q^2 + b_3 \cdot q^3} \quad (18)$$

siendo:

$$q = \sqrt{\ln(1/p^2)} \quad (19)$$

y

$$\begin{array}{lll} a_0 = 2.515517 & a_1 = 0.802853 & a_2 = 0.010328 \\ b_1 = 1.432788 & b_2 = 0.189269 & b_3 = 0.001308 \end{array}$$

Cuando $p > 0.50$, se usa $1 - p$ en la ecuación (19) y se le cambia el signo al valor calculado de z_p con la ecuación (18).

Para estimar la probabilidad normal $\Phi(\cdot)$ de no excedencia en la ecuación (13) se utilizó una aproximación polinomial también sugerida por Zelen y Severo (1972), cuya expresión es:

$$\Phi(\arg) = 1 - Z(\arg)$$

$$\cdot (c_1 \cdot w + c_2 \cdot w^2 + c_3 \cdot w^3 + c_4 \cdot w^4 + c_5 \cdot w^5) \quad (20)$$

en la cual:

$$w = 1 / (1 + d \cdot \arg) \quad (21)$$

$$\begin{array}{ll} d = 0.2316419 & c_1 = 0.31938153 \\ c_2 = -0.356563782 & c_3 = 1.781477937 \\ c_4 = -1.821255978 & c_5 = 1.330274429 \end{array}$$

En la ecuación (20), $Z(\arg)$ es la ordenada de la curva normal calculada con la ecuación:

$$Z(\arg) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\arg)^2/2} \quad (22)$$

Error estándar de ajuste

Desde mediados de la década de los años setenta se formuló el *error estándar de ajuste* (EEA) como una medida cuantitativa que estima la calidad estadística del modelo probabilístico ajustado y que además permite la comparación objetiva entre los diversos modelos que se prueban o ajustan a una muestra, al tener las unidades de los datos. Su expresión es la siguiente (Kite, 1977):

$$EEA = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n-2}} \quad (23)$$

en donde n es el número de datos de la muestra; x_i , los datos ordenados de menor a mayor; $\hat{x}_i$, los valores estimados con la ecuación (9), en la cual t varía de 1 a n y le va correspondiendo una probabilidad de no excedencia $P(X < x)$, estimada con la fórmula de Weibull (Benson, 1962):

$$P(X < x) = \frac{m}{n+1} \quad (24)$$

en la cual m es el número de orden del dato, con 1 para el menor y n para el mayor.

Datos y resultados de las aplicaciones numéricas

Estimaciones del análisis de frecuencias

La descripción detallada del modelo probabilístico no estacionario de los incisos anteriores se puede resumir en las seis estimaciones siguientes: 1) se calculan los parámetros $\hat{\beta}$ y $\hat{\alpha}$ del modelo logarítmico lineal con las ecuaciones (6) y (4), y se prueba si el primero es estadísticamente diferente de cero por medio de las ecuaciones (14) a (17); 2) en seguida se calculan dos factores de aumento de las predicciones (*FAP*), uno para la primera década y otro para un lapso de 20 años con base en la ecuación (11); 3) después se calculan dos reducciones del periodo de retorno de 100 años de una predicción a través de la ecuación (13), utilizando Δt de 10 y 20 años,

este cálculo y los dos siguientes utilizan las ecuaciones auxiliares (18) y (20); 4) haciendo uso de la ecuación (9), primero se calcula el error estándar de ajuste, según la ecuación (23); 5) después se evalúan las curvas de cuantiles con periodos de retorno (Tr) de 2, 10, 50 y 100 años, esto es, utilizando $z_p = 0, 1.28155, 2.05375$ y 2.32635 , respectivamente; 6) por último, se estiman las predicciones asociadas con los periodos de retorno de diseño empleados por lo común en los análisis de frecuencia de datos hidrológicos extremos, por medio de la ecuación (9) utilizando $t = n$.

Cuando la tendencia del registro procesado en *ascendente*, se estiman *FAP* y reducciones de la recurrencia de la predicción de $Tr = 100$ años, así como predicciones mayores que las obtenidas con una FDP estacionaria. Cuando la tendencia es *descendente*, se estimarán FDP y aumentos en la recurrencia del evento de $Tr = 100$ años, además de predicciones menores que las obtenidas con una FDP estacionaria. Lo anterior se ilustra en las tres aplicaciones numéricas siguientes.

Estación hidrométrica Badiraguato

Crecientes anuales y su tendencia ascendente

Esta estación de aforos pertenece a la Región Hidrológica núm. 10, Sinaloa, y se ubica en el río del mismo nombre. Su registro actualizado de gastos máximos anuales procede de la GASIR de la Comisión Nacional del Agua (Conagua), con clave 10079, abarca 40 años en el periodo de 1960 a 1999, y se expone en la segunda columna del cuadro 1. Su análisis de homogeneidad detecta tendencia ascendente con las pruebas de Kendall y de Spearman (WMO, 1971; Kottegoda, 1980; Kundzewicz & Robson, 2004; Machiwal & Jha, 2008; Campos-Aranda, 2015). La aplicación de las ecuaciones (4) y (6) aporta $\hat{\alpha} = 5.8595$ y $\hat{\beta} = 0.023393$. La pendiente estimada es importante y, sin embargo, resulta estadísticamente igual a cero, ya que $Et = 1.7697 < Et_c = 2.0244$; lo anterior debido a que la varianza de los errores (S_e^2) resultó muy grande, en parte debido a la

enorme dispersión que muestran los datos al variar de 64 a 9 245 m³/s (ver columna 3 del cuadro 1). Al tomar en cuenta que el registro no presenta persistencia, pues su coeficiente de correlación serial de orden 1 (r_1) es de sólo 0.054, se decidió continuar con el ajuste del modelo probabilístico no estacionario; es decir, considerar que el registro de crecientes anuales de la estación de aforos Badiraguato presenta *tendencia ascendente*.

Impacto de la tendencia ascendente en las predicciones

Con base en la ecuación (11) y para dos lapsos a futuro, la primera y segunda décadas, se estimó el factor de aumento de las predicciones en 1.264 y 1.597, lo cual significa que cualquier predicción estimada al final del registro en los siguientes 10 años aumentará un 26.4%, y en los subsiguientes 10 años llegará a casi un 60%. Por otra parte, y de acuerdo con la ecuación (13), la creciente de periodo de retorno de 100 años estimada al final del registro ($z_{p0} = 2.32635$) reducirá su recurrencia en la primera década a 54.3 años y al término del segundo decenio a 31.0 años. Las cantidades anteriores ponen de manifiesto la importancia del impacto de la tendencia ascendente observada en las crecientes de la estación Badiraguato en las predicciones.

Error estándar de ajuste y curvas de cuantiles

En la columna 4 del cuadro 1 se tienen las estimaciones realizadas con la ecuación (9) para t , variando de 1 a n ; z_p asociada con la probabilidad definida con la fórmula de Weibull o ecuación (24), y $S_y = 0.978602$. La aplicación de la ecuación (23) con los valores de las columnas 3 y 4 del cuadro 1 conduce al error estándar de ajuste de 585 m³/s. De nuevo, la aplicación de la ecuación (9) permite estimar las curvas de cuantiles con periodos de retorno de 2, 10, 50 y 100 años, cuyos valores se muestran en las columnas 5 a 8 del cuadro 1. La curva de cuantiles de $Tr = 2$ años corresponde a la recta de regresión logarítmica, la cual se muestra en la figura 1 con

los datos del registro de crecientes. Se observa en la figura 1 que arriba de la curva de cuantiles de $Tr = 10$ años quedan cuatro datos, lo cual es correcto, pues $n = 40$; también se detecta que las crecientes de los años 1962 y 1981 tienen un Tr superior a los 100 años.

Predicciones con periodos de retorno de diseño

La aplicación de la ecuación (9) con $t = n$ permite estimar las predicciones asociadas con los ocho periodos de retorno mostrados en el cuadro 2. Con objeto de verificar que las predicciones estimadas con el modelo probabilístico no estacionario tienen *magnitud mayor*, se ajustaron a los datos las cuatro FDP más comunes en los análisis de frecuencias de crecientes, destacando que su aplicación no es válida, pues el registro de la estación Badiraguato mostró tendencia ascendente. Estas FDP se ajustaron con sus métodos más comunes, los cuales se pueden consultar en Stedinger, Vogel y Foufoula-Georgiou (1993); Hosking y Wallis (1997); Rao y Hamed (2000) y Campos-Aranda (2006). Las predicciones de las FDP aplicadas corresponden a su método de ajuste que condujo al menor EEA y se muestran en el cuadro 2.

Se observa que el EEA obtenido con el modelo no estacionario es el menor y sus predicciones son superiores en los periodos de retorno bajos, y ello se cumple hasta el Tr de 100 años. Las FDP aplicadas conducen a predicciones muy grandes en los periodos de retorno elevados ($Tr > 100$ años) debido a presencia de los valores extremos de los años 1981, 1996 y 1962 (ver cuadro 1).

Estación hidrométrica Puente Subpacífico

Crecientes anuales y su tendencia descendente

Esta estación de aforos también pertenece a la Región Hidrológica núm. 10, Sinaloa. Mide las descargas del río Culiacán después de su paso por la ciudad del mismo nombre, capital del estado, y su área drenada es de 15 731 km². Al río Culiacán lo forman dos grandes colectores: el río Humaya y el río Tamazula; en el segundo se localiza la presa Sanalona, construida durante

Cuadro 1. Gastos máximos anuales (m^3/s) en la estación hidrométrica Badiraguato y cálculos asociados con el error estándar de ajuste y con sus curvas de cuantiles.

1	2	3	4	5	6	7	8
Año (t)	Datos		Gasto estimado para:				
	Observado	Ordenado	Prob. Weibull	$Tr = 2$ años	$Tr = 10$ años	$Tr = 50$ años	$Tr = 100$ años
1960 (1)	435	64	52.2	359	1 258	2 678	3 496
1961 (2)	276	127	72.6	367	1 288	2 741	3 579
1962 (3)	4 220	213	90.7	376	1 318	2 806	3 664
1963 (4)	420	236	108.3	385	1 349	2 872	3 751
1964 (5)	236	242	126.0	394	1 381	2 940	3 839
1965 (6)	213	242	144.0	403	1 414	3 010	3 930
1966 (7)	982	248	162.8	413	1 447	3 081	4 023
1967 (8)	480	250	182.4	428	1 482	3 154	4 119
1968 (9)	435	276	203.0	433	1 517	3 229	4 216
1969 (10)	64	277	224.7	443	1 552	3 305	4 316
1970 (11)	250	290	247.7	153	1 589	3 383	4 418
1971 (12)	435	305	272.3	464	1 627	3 464	4 522
1972 (13)	470	316	298.4	475	1 665	3 546	4 630
1973 (14)	585	401	326.3	486	1 705	3 629	4 739
1974 (15)	600	420	356.1	498	1 745	3 715	4 851
1975 (16)	290	435	388.2	510	1 786	3 803	4 966
1976 (17)	316	435	422.7	522	1 829	3 893	5 084
1977 (18)	242	435	459.8	534	1 872	3 985	5 204
1978 (19)	248	461	499.9	547	1 916	4 080	5 327
1979 (20)	891	470	543.2	560	1 962	4 176	5 453
1980 (21)	461	480	590.3	573	2 008	4 275	5 582
1981 (22)	9 245	481	641.5	587	2 056	4 376	5 714
1982 (23)	2 388	487	697.4	600	2 104	4 480	5 850
1983 (24)	277	488	758.7	615	2 154	4 586	5 988
1984 (25)	481	582	826.0	629	2 205	4 695	6 130
1985 (26)	614	585	900.4	644	2 257	4 806	6 275
1986 (27)	1 064	600	982.8	659	2 311	4 919	6 423
1987 (28)	401	614	1 074.7	675	2 365	5 036	6 576
1988 (29)	305	891	1 177.8	691	2 421	5 155	6 731
1989 (30)	582	904	1 294.3	707	2 479	5 277	6 890
1990 (31)	2 035	933	1 427.1	724	2 537	5 402	7 054
1991 (32)	488	982	1 580.0	741	2 597	5 530	7 221
1992 (33)	242	1 064	1 758.4	759	2 659	5 661	7 391
1993 (34)	487	1 193	1 969.9	777	2 722	5 795	7 566
1994 (35)	933	2 035	2 226.2	795	2 786	5 932	7 745
1995 (36)	127	2 388	2 545.6	814	2 852	6 072	7 929
1996 (37)	4 490	2 529	2 960.5	833	2 920	6 216	8 116
1997 (38)	904	4 220	3 534.2	853	2 989	6 363	8 309
1998 (39)	2 529	4 490	4 418.5	873	3 059	6 514	8 505
1999 (40)	1 193	9 245	6 148.8	894	3 132	6 671	8 710

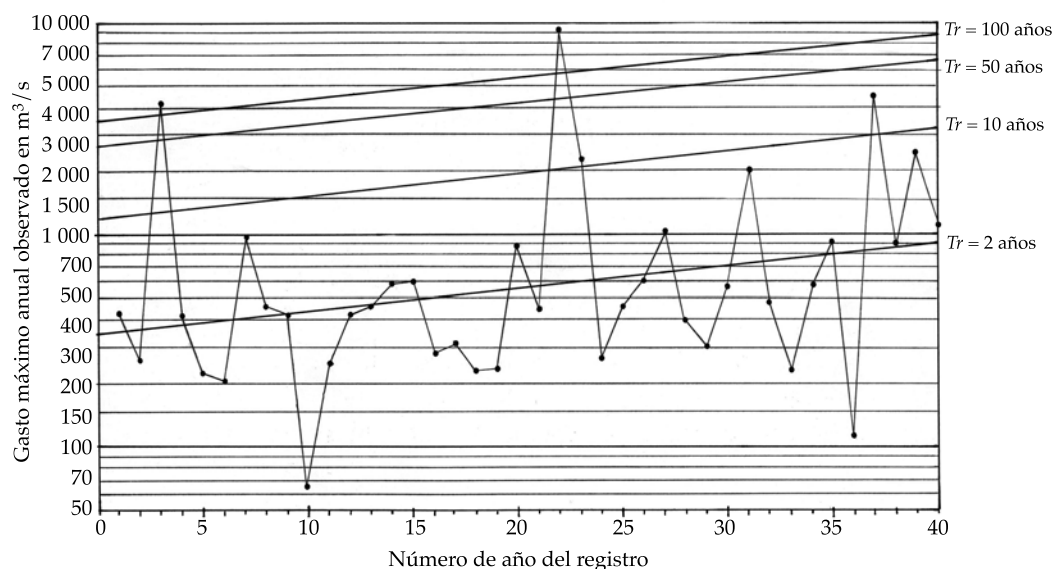


Figura 1. Diagrama de datos y cuantiles estimados con el modelo logarítmico lineal en la estación hidrométrica Badiraguato de la Región Hidrológica núm. 10, Sinaloa.

Cuadro 2. Predicciones de diseño (m^3/s) en la estación hidrométrica Badiraguato estimadas con el modelo probabilístico no estacionario y su contraste con las obtenidas ajustando cuatro FDP comunes en el análisis de frecuencias de crecientes.

Modelo probabilístico ajustado y (método de ajuste)	EEA (m^3/s)	Periodos de retorno de diseño en años							
		2	5	10	25	50	100	500	1 000
No estacionario (regresión logarítmica lineal)	585	894	2 036	3 132	4 958	6 671	8 710	14 946	18 392
Log-Pearson tipo III (momentos en dominio log.)	626	487	1 200	2 122	4 215	6 870	11 004	31 415	48 707
General de valores extremos (sextiles)	765	499	1 234	3 067	3 799	5 864	8 944	23 300	35 016
Pareto generalizada (momentos L)	808	472	1 143	1 946	3 639	5 665	8 683	22 674	34 027
Logística generalizada (momentos L)	888	499	1 104	1 812	3 353	5 282	8 293	23 564	36 946

los años 1940 a 1948, con un área de cuenca de $3\,250\text{ km}^2$. En el río Humaya se ubica la presa Adolfo López Mateos, construida durante los años 1957 a 1964, con un área de cuenca de $10\,972\text{ km}^2$ (Aldama, Ramírez, Aparicio, Mejía-Zermeno, & Ortega-Gil, 2006). De acuerdo con los datos anteriores, la estación hidrométrica Puente Subpacífico tiene una cuenca libre de sólo $1\,509\text{ km}^2$, por lo cual su régimen hidrológico estará sumamente afectado por los dos aprovechamientos descritos.

Su registro de crecientes anuales procede del sistema BANDAS (IMTA, 2003) y abarca del año 1924 a 1992, contando con 66 datos, pues el lapso de 1959 a 1961 está faltante. De modo sorpresivo, la creciente máxima registrada de $11\,000\text{ m}^3/\text{s}$ ocurrió en 1943, durante el periodo de construcción de la presa Sanalona, y la última creciente importante aconteció en 1958, con $5\,715\text{ m}^3/\text{s}$, ya iniciado el proceso constructivo de la presa Adolfo López Mateos, cuyo impacto cambia de forma notable el régimen hidrológico,

como se observa en la figura 2, a partir del dato número 36. Para este registro, en el cuadro 3, similar al cuadro 1, se citan en exclusiva sus valores y estimaciones por quinquenios. El análisis de homogeneidad del registro citado detecta persistencia ($r_1 = 0.366$), y tendencia descendente con las pruebas de Kendall y de Spearman (WMO, 1971; Kottegoda, 1980; Kundzewicz & Robson, 2004; Machiwal & Jha, 2008; Campos-Aranda, 2015). La aplicación de las ecuaciones (4) y (6) aporta $\hat{\alpha} = 8.1150$ y $\hat{\beta} = -0.027661$. La pendiente estimada es importante y por ello resulta estadísticamente diferente de cero, ya que $Et = |-6.4115| > Et_c = 1.9977$. Un valor de 0.842596 resultó para S_y .

Impacto de la tendencia en las predicciones

Con base en la ecuación (11) se estimó el factor de disminución de las predicciones (FDP) en 0.758 y en 0.575, para la primera y segunda décadas a futuro; son reducciones importantes debido a que la pendiente $\hat{\beta}$ negativa estimada es fuerte. En relación con la creciente de periodo de retorno 100 años calculada al final del regis-

tro, de acuerdo con la ecuación (13), aumentará su recurrencia en la primera década a 252.2 años y en la segunda década a 701.4 años.

Error estándar de ajuste y curvas de cuantiles

Siguiendo un procedimiento idéntico al descrito para este mismo inciso, se obtuvo un error estándar de ajuste de 1 652 m³/s, así como las curvas de cuantiles con periodos de retorno de 2, 10, 50 y 100 años, cuyos valores por quinquenios se muestran en las columnas 5 a 8 del cuadro 3 y en la figura 2, con los datos del registro de crecientes. La curva de cuantiles de $Tr = 2$ años corresponde a la recta de regresión logarítmica.

Predicciones con periodos de retorno de diseño

La aplicación de la ecuación (9) con $t = n$ permite estimar las predicciones asociadas con los ocho periodos de retorno mostrados en el cuadro 4. La verificación de la *magnitud menor* de estas predicciones se realizó aplicando las cuatro FDP más utilizadas en los análisis de frecuencias de crecientes, ajustada cada una

Cuadro 3. Gastos máximos anuales (m³/s) en la estación hidrométrica Puente Subpacífico y cálculos asociados con el error estándar de ajuste y con sus curvas de cuantiles expuestos por quinquenios.

1	2	3	4	5	6	7	8
Año (t)	Datos		Gasto estimado para				
	Observado	Ordenado	Prob. Weibull	$Tr = 2$ años	$Tr = 10$ años	$Tr = 50$ años	$Tr = 100$ años
1924 (1)	4 562	330	521.6	3 253	9 578	18 358	23 099
1928 (5)	1 122	499	863.8	2 912	8 574	16 435	20 679
1933 (10)	1 780	612	1 056.2	2 536	7 467	14 313	18 008
1938 (15)	2 412	651	1 165.2	2 209	6 502	12 464	15 682
1943 (20)	11 000	710	1 232.3	1 923	5 663	10 854	13 657
1948 (25)	790	852	1 275.7	1 675	4 931	9 452	11 893
1953 (30)	3 490	944	1 306.1	1 459	4 294	8 231	10 357
1958 (35)	5 715	977	1 331.5	1 270	3 740	7 168	9 019
1966 (40)	944	1 173	1 360.0	1 106	3 257	6 242	7 854
1971 (45)	900	2 335	1 400.3	963	2 836	5 436	6 839
1976 (50)	1 090	2 760	1 465.9	839	2 470	4 734	5 956
1981 (55)	1 173	3 755	1 584.1	731	2 151	4 122	5 187
1986 (60)	685	4 755	1 833.9	636	1 873	3 590	4 517
1992 (66)	651	11 000	3 360.9	539	1 587	3 042	3 827

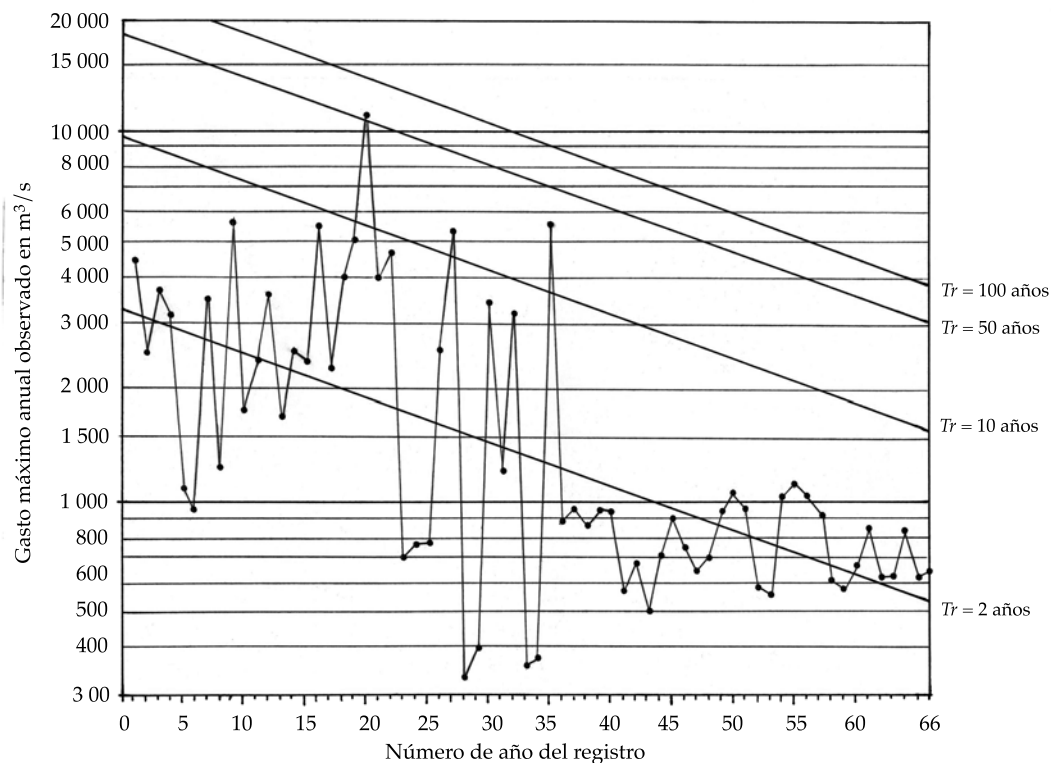


Figura 2. Diagrama de datos y cuantiles estimados con el modelo logarítmico lineal en la estación hidrométrica Puente Subpacífico de la Región Hidrológica núm. 10, Sinaloa.

Cuadro 4. Predicciones de diseño (m^3/s) en la estación hidrométrica Puente Subpacífico estimadas con el modelo probabilístico no estacionario y su contraste con las obtenidas ajustando cuatro FDP comunes en el análisis de frecuencias de crecientes.

Modelo probabilístico ajustado y (método de ajuste):	EEA (m^3/s)	Periodos de retorno de diseño en años							
		2	5	10	25	50	100	500	1 000
No estacionario (regresión logarítmica lineal)	1 652	539	1 095	1 587	2 356	3 042	3 827	6 093	7 284
Pareto generalizada (momentos L)	461	1 253	2 777	4 154	6 330	8 296	10 588	17 486	21 302
Log-Pearson tipo III (momentos en dominio real)	512	1 369	2 915	4 198	6 047	7 558	9 159	13 198	15 064
General de valores extremos (momentos L)	516	1 319	2 643	3 893	6 081	8 300	11 177	21 645	28 545
Logística generalizada (momentos L)	549	1 331	2 593	3 777	5 905	8 145	11 159	22 898	31 130

con sus métodos más comunes (Stedinger *et al.*, 1993; Hosking & Wallis, 1997; Rao & Hamed, 2000, Campos-Aranda, 2006); los resultados se exponen en el cuadro 4 para los EEA menores. Se observa que las FDP reportan EEA mucho más bajos, debido principalmente a que las

FDP empleadas son bastante flexibles y se ajustan mejor a los datos dispersos o extremos del registro; pero se aclara que su aplicación no es válida, pues el registro de crecientes anuales de la estación de aforos Puente Subpacífico es no estacionario.

*Estación pluviométrica Zacatecas**PMD anual y su tendencia ascendente*

El registro de precipitación máxima diaria (PMD) anual de la estación climatológica Zacatecas fue proporcionado y verificado en sus valores extremos por la Dirección Local Zacatecas de la Conagua y consta de 58 datos en el lapso de 1953 a 2010; sus valores se exponen en la columna 2 del cuadro 5. Su estudio de homogeneidad detecta tendencia ascendente con las pruebas de Kendall y de Spearman (WMO, 1971; Kottegoda, 1980; Kundzewicz & Robson, 2004; Machiwal & Jha, 2008; Campos-Aranda, 2015) y no tiene persistencia ($r_1 = 0.002$). Los parámetros del modelo logarítmico lineal, según las ecuaciones (6) y (4) resultaron ser $\hat{\alpha} = 3.6287$ y $\hat{\beta} = 0.005679$. Con base en las ecuaciones (14) a (17), se obtuvo un $Et = 2.3361 > Et_c = 2.0032$, de manera que esta

prueba indica que la pendiente ascendente $\hat{\beta}$ es estadísticamente diferente de cero. Además, $S_y = 0.319011$.

Impacto de la tendencia en las predicciones

Con base en la ecuación (11) se estimó el factor de aumento de las predicciones (FAP) en un 5.8% y en un 12%, para la primera y segunda décadas a futuro; son incrementos reducidos debido a que la pendiente $\hat{\beta}$ estimada es realmente baja. En relación con la creciente de periodo de retorno 100 años estimada al final del registro, de acuerdo con la ecuación (13) reducirá su recurrencia en la primera década a 63.2 años y en la segunda década a 41.0 años.

Error estándar de ajuste y curvas de cuantiles

A partir de un procedimiento idéntico al descrito para este mismo inciso, se obtuvo un error es-

Cuadro 5. PMD anual (mm) en la estación pluviométrica Zacatecas y cálculos asociados con el error estándar de ajuste y sus curvas de cuantiles.

1	2	3	4	5	6	7	8
Año (t)	Datos		PMD estimada para:				
	Observado	Ordenado	Prob. Weibull	Tr = 2 años	Tr = 10 años	Tr = 50 años	Tr = 100 años
1953 (1)	35.1	16.4	19.3	37.9	57.0	72.9	79.6
1954 (2)	23.0	23.0	21.3	38.1	57.3	73.3	80.0
1955 (3)	82.5	26.4	22.7	38.3	57.7	73.8	80.5
1956 (4)	64.0	27.0	23.9	38.5	58.0	74.2	80.9
1957 (5)	36.9	28.9	25.0	38.7	58.3	74.6	81.4
1958 (6)	43.5	29.0	26.0	39.0	58.7	75.0	81.9
1959 (7)	52.2	29.2	26.9	39.2	59.0	75.5	82.3
1960 (8)	38.2	30.0	27.7	39.4	59.3	75.9	82.8
1961 (9)	30.0	32.0	28.6	39.6	59.7	76.3	83.3
1962 (10)	26.4	32.0	29.4	39.9	60.0	76.8	83.7
1963 (11)	28.9	35.0	30.2	40.1	60.3	77.2	84.2
1964 (12)	38.0	35.1	30.9	40.3	60.7	77.6	84.7
1965 (13)	39.4	35.4	31.7	40.5	61.0	78.1	85.2
1966 (14)	39.2	36.0	32.5	40.8	61.4	78.5	85.7
1967 (15)	46.4	36.9	33.2	41.0	61.7	79.0	86.1
1968 (16)	48.4	38.0	34.0	41.2	62.1	79.4	86.6
1969 (17)	16.4	38.2	34.7	41.5	62.4	79.9	87.1
1970 (18)	44.4	39.2	35.5	41.7	62.8	80.3	87.6

Cuadro 5 (continuación). PMD anual (mm) en la estación pluviométrica Zacatecas y cálculos asociados con el error estándar de ajuste y sus curvas de cuantiles.

1	2	3	4	5	6	7	8
Año (t)	Datos		PMD estimada para:				
	Observado	Ordenado	Prob. Weibull	Tr = 2 años	Tr = 10 años	Tr = 50 años	Tr = 100 años
1971 (19)	48.4	39.4	36.2	42.0	63.1	80.8	88.1
1972 (20)	44.0	40.0	37.0	42.2	63.5	81.2	88.6
1973 (21)	75.0	40.0	37.7	42.4	63.9	81.7	89.1
1974 (22)	29.0	40.9	38.5	42.7	64.2	82.2	89.6
1975 (23)	57.0	41.0	39.3	42.9	64.6	82.6	90.1
1976 (24)	36.0	41.2	40.0	43.2	65.0	83.1	90.7
1977 (25)	50.0	43.5	40.8	43.4	65.3	83.6	91.2
1978 (26)	35.4	43.5	41.6	43.7	65.7	84.1	91.7
1979 (27)	40.0	44.0	42.4	43.9	66.1	84.5	92.2
1980 (28)	32.0	44.0	43.3	44.2	66.5	85.0	92.7
1981 (29)	73.5	44.4	44.1	44.4	66.8	85.5	93.3
1982 (30)	29.2	44.5	45.0	44.7	67.2	86.0	93.8
1983 (31)	43.5	46.0	45.8	44.9	67.6	86.5	94.3
1984 (32)	50.0	46.4	46.7	45.2	68.0	87.0	94.9
1985 (33)	60.3	46.5	47.6	45.4	68.4	87.5	95.4
1986 (34)	75.0	48.4	48.6	45.7	68.8	88.0	96.0
1987 (35)	52.5	48.4	49.5	45.9	69.1	88.5	96.5
1988 (36)	46.0	50.0	50.5	46.2	69.5	89.0	97.1
1989 (37)	40.0	50.0	51.5	46.5	69.9	89.5	97.6
1990 (38)	65.7	51.0	52.6	46.7	70.3	90.0	98.2
1991 (39)	52.0	51.5	53.7	47.0	70.7	90.5	98.7
1992 (40)	32.0	52.0	54.8	47.3	71.1	91.0	99.3
1993 (41)	44.5	52.0	55.9	47.5	71.5	91.5	99.8
1994 (42)	54.0	52.2	57.1	47.8	72.0	92.1	100.4
1995 (43)	46.5	52.5	58.4	48.1	72.4	92.6	101.0
1996 (44)	63.0	53.0	59.7	48.4	72.8	93.1	101.6
1997 (45)	40.9	54.0	61.1	48.6	73.2	93.6	102.1
1998 (46)	67.5	57.0	62.5	48.9	73.6	94.2	102.7
1999 (47)	41.2	60.3	64.1	49.2	74.0	94.7	103.3
2000 (48)	35.0	63.0	65.7	49.5	74.4	95.2	103.9
2001 (49)	51.5	64.0	67.5	49.7	74.9	95.8	104.5
2002 (50)	41.0	64.0	69.4	50.0	75.3	96.3	105.1
2003 (51)	44.0	65.0	71.5	50.3	75.7	96.9	105.7
2004 (52)	52.0	65.7	73.8	50.6	76.2	97.4	106.3
2005 (53)	27.0	67.5	76.4	50.9	76.6	98.0	106.9
2006 (54)	53.0	71.0	79.3	51.2	77.0	98.5	107.5
2007 (55)	64.0	73.5	82.9	51.5	77.5	99.1	108.1
2008 (56)	71.0	75.0	87.3	51.8	77.9	99.7	108.7
2009 (57)	51.0	75.0	93.2	52.1	78.4	100.2	109.3
2010 (58)	65.0	82.5	103.0	52.4	78.8	100.8	110.0

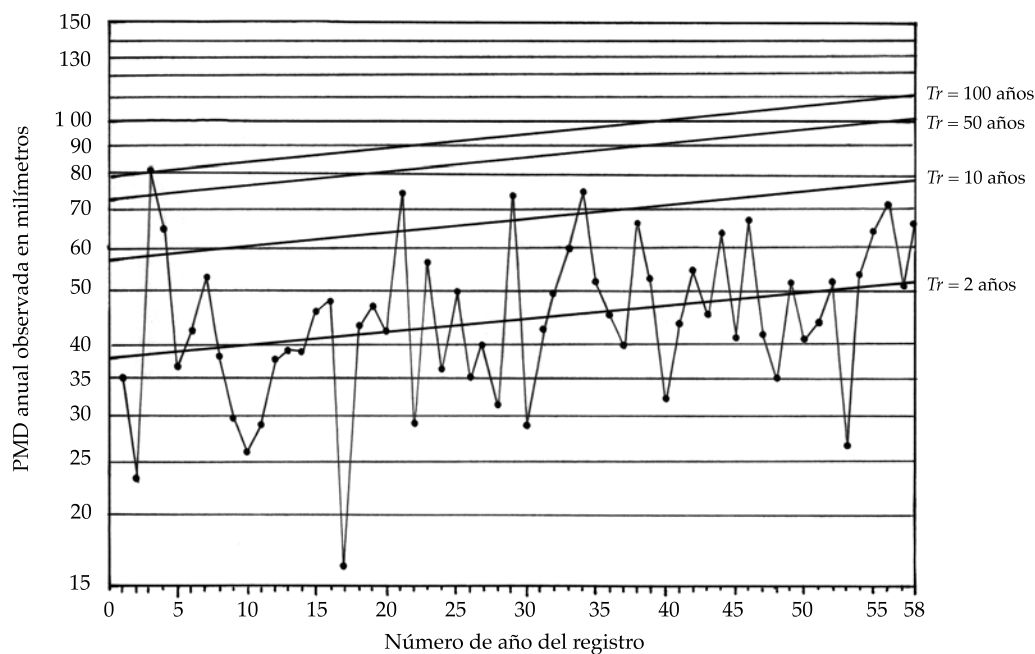


Figura 3. Diagrama de datos y cuantiles estimados con el modelo logarítmico lineal en la estación hidrométrica Zacatecas de la Región Hidrológica núm. 37, El Salado.

Cuadro 6. Predicciones de diseño (mm) en la estación pluviométrica Zacatecas estimadas con el modelo probabilístico no estacionario y su contraste con las obtenidas, ajustando cuatro FDP comunes en el análisis de frecuencias de crecientes.

Modelo probabilístico ajustado y (método de ajuste)	EEA (mm)	Periodos de retorno de diseño en años							
		2	5	10	25	50	100	500	1 000
No estacionario (regresión logarítmica lineal)	5.7	52	68	79	92	101	110	131	140
General de valores extremos (sextiles)	1.5	45	58	66	75	81	87	98	102
Log-pearson tipo III (momentos en dominio real)	1.7	45	58	66	75	81	87	99	104
Logística generalizada (momentos L)	1.8	45	57	65	75	83	92	114	125
Pareto generalizada (momentos)	2.3	45	61	68	74	77	79	81	81

tándar de ajuste de 5.7 milímetros, así como las curvas de cuantiles con periodos de retorno de 2, 10, 50 y 100 años, cuyos valores se muestran en las columnas 5 a 8 del cuadro 3, y en la figura 3 con los datos del registro. Se insiste en que la curva de cuantiles de $Tr = 2$ años corresponde a la recta de regresión logarítmica. Se observa en la figura 3 que arriba de la curva de cuantiles de $Tr = 10$ años quedan cinco datos, lo cual es correcto, pues $n = 58$; también detecta que la

PMD máxima del año 1955 tiene un Tr del orden de 100 años.

Predicciones con periodos de retorno de diseño

Por último, la aplicación de la ecuación (9) con $t = n$ permite estimar las predicciones asociadas con los ocho periodos de retorno mostrados en el cuadro 6. La verificación de la *magnitud mayor* de estas predicciones se realizó aplicando las

cuatro FDP más utilizadas en los análisis de frecuencias de crecientes, ajustada cada una con sus métodos más comunes (Stedinger *et al.*, 1993; Hosking & Wallis, 1997; Rao & Hamed, 2000, Campos-Aranda, 2006); los resultados se exponen en el cuadro 6 para los EEA menores. Se observa que las FDP reportan EEA más bajos, debido en parte a que este registro no presenta valores dispersos e incluso las FDP ajustadas muestran límite superior; pero se insiste que su aplicación no es válida, pues el registro de PMD anual de la estación pluviométrica Zacatecas es no estacionario.

Conclusiones

El modelo probabilístico no estacionario desarrollado y propuesto por Vogel *et al.* (2011), para los análisis de frecuencias, descrito con detalle en este trabajo, es quizás el enfoque más simple y práctico que toma en cuenta la tendencia (ascendente o descendente) encontrada en ciertos registros de datos hidrológicos extremos, pues considera como única covariable explicativa al tiempo, con respecto al cual varía la media del modelo ajustado, que es la distribución log-normal de dos parámetros.

Dos aspectos prácticos importantes del modelo son las estimaciones de los factores de aumento de las predicciones (ecuación 11) y de la reducción de la recurrencia de una cierta predicción (ecuación 13), pues permiten estimar numéricamente el impacto real de la *tendencia ascendente* observada en las predicciones, como al final de una década o al término de 20 años hacia el futuro.

Cuando un registro de datos hidrológicos extremos muestre *tendencia* (ascendente o descendente) y ésta resulte estadísticamente diferente de cero, un primer modelo probabilístico que se recomienda probar para abordar el *análisis de frecuencias no estacionario* es el descrito por la ecuación (9), en particular debido a su extraordinaria sencillez de uso e interpretación de sus diferentes resultados, como se mostró en las tres aplicaciones numéricas descritas con detalle.

Referencias

- Adeloye, A. J., & Montaseri, M. (2002). Preliminary Streamflow Data Analyses Prior to Water Resources Study. *Hydrological Sciences Journal*, 47(5), 679-692.
- Aldama, A. A., Ramírez, A. I., Aparicio, J., Mejía-Zermeño, R., & Ortega-Gil, G. E. (2006). *Seguridad hidrológica de las presas en México* (196 p). Jiutepec, México: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Ashkar, F., & Aucoin, F. (2012). Choice between Competitive Pairs of Frequency Models for Use in Hydrology: A Review and Some New Results. *Hydrological Sciences Journal*, 57(6), 1092-1106.
- Benson, M. A. (1962). Plotting Positions and Economics of Engineering Planning. *Journal of Hydraulics Division*, 88(6), 57-71.
- Campos-Aranda, D. F. (2006). *Análisis probabilístico univariado de datos hidrológicos* (172 pp.). Avances en Hidráulica 13. México, DF: AMH-IMTA.
- Campos-Aranda, D. F. (2015). Búsqueda de tendencias en la precipitación anual del estado de Zacatecas, México, en 30 registros con más de 50 años. *Ingeniería. Investigación y Tecnología*, 16(3), 357-370.
- Hosking, J. R. M., & Wallis, J. R. (1997). Appendix: L-Moments for Some Specific Distributions. Appendix (pp. 191-209). In *Regional Frequency Analysis. An Approach Based on L-Moments*. Cambridge, England: Cambridge University Press.
- IMTA (2003). *Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS)*. 8 CD's. Jiutepec, México: Comisión Nacional del Agua, Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
- Khaliq, M. N., Ouarda, T. B. M. J., Ondo, J. C., Gachon, P., & Bobée, B. (2006). Frequency Analysis of a Sequence of Dependent and/or non-Stationary Hydro-Meteorological Observations: A Review. *Journal of Hydrology*, 329(3-4), 534-552.
- Kite, G. W. (1977). Comparison of Frequency Distributions. Chapter 12 (pp. 156-168). In *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. Colorado, USA: Water Resources Publications.
- Kottegoda, N. T. (1980). Analysis of Hydrologic Time Series. Chapter 2 (pp. 20-66). In *Stochastic Water Resources Technology*. London: The MacMillan Press, Ltd.
- Kundzewicz, Z. W., & Robson, A. J. (2004). Change Detection in Hydrological Records-A Review of the Methodology. *Hydrological Sciences Journal*, 49(1), 7-19.
- Leclerc, M., & Ouarda, T. B. M. J. (2007). Non-stationary Regional Flood Frequency Analysis at Ungauged Sites. *Journal of Hydrology*, 343(3-4), 254-265.
- López-De-La-Cruz, J., & Francés, F. (2014). La variabilidad climática de baja frecuencia en la modelación no estacionaria de los regímenes de las crecidas en las regiones hidrológicas Sinaloa y Presidio San Pedro. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 5(4), 79-101.

- Machiwal, D., & Jha, M. K. (2008). Comparative Evaluation of Statistical Tests for time Series Analysis: Application to Hydrological Time Series. *Hydrological Sciences Journal*, 53(2), 353-366.
- Ostle, B., & Mensing, R. W. (1975). Regression Analysis. Chapter 7 (pp. 165-236). In *Statistics in Research* (3rd ed.). Ames, USA: Iowa State University Press.
- Rao, A. R., & Hamed, K. H. (2000). *Flood Frequency Analysis*. Boca Raton, USA: CRS Press.
- Ryan, T. P. (1998). Linear Regression. Chapter 14 (pp. 14.1-14.43). In Harrison M. Wadsworth (Ed.). *Handbook of Statistical Methods for Engineers and Scientists* (2nd ed.). New York: McGraw-Hill Inc.
- Stedinger, J. R., Vogel, R. M., & Foufoula-Georgiou, E. (1993). Frequency Analysis of Extreme Events. Chapter 18 (pp. 18.1-18.66). In David R. Maidment (Ed.). *Handbook of Hydrology*. New York: McGraw-Hill Inc.
- Vogel, R. M., Yaindl, C., & Walter, M. (2011). Nonstationarity: Flood Magnification and Recurrence Reduction Factors in the United States. *Journal of the American Water Resources Association*, 47(3), 464-474.
- WMO (1971). Standard Tests of Significance to Be Recommended in Routine Analysis of Climatic Fluctuations. Annexed III (pp. 58-71). In *Climatic Change*. Technical Note núm. 79, WMO-No. 195. Geneva: Secretariat of World Meteorological Organization.
- Zelen, M., & Severo, N. C. (1972). Probability Functions. Chapter 26 (pp. 925-995): In M. Abramowitz & I. Stegun (Eds.). *Handbook of Mathematical Functions* (9th printing). New York: Dover Publications, Inc.

Dirección institucional del autor

Dr. Daniel Francisco Campos-Aranda

Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Genaro Codina 240, Colonia Jardines del Estadio
78280 San Luis Potosí, San Luis Potosí, México
campos_aranda@hotmail.com