

# DESCRIPCIÓN DE UN MODELO FÍSICAMENTE BASADO PARA EL ANÁLISIS DE FRECUENCIA DE CRECIENTES

• Daniel Francisco Campos-Aranda •

*Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México*

## Resumen

Inicialmente se expone una clasificación para los modelos probabilísticos utilizados en el análisis de frecuencia de crecientes local. Enseguida se presenta un resumen de los aspectos teóricos y estadísticos asociados con el llamado modelo de analogía de difusión lineal, el cual constituye una distribución probabilística físicamente basada. Posteriormente se describe su aplicación numérica en cinco registros de gastos máximos anuales de la cuenca baja del río Pánuco. Por último, se analizan los resultados y se formulan las conclusiones, las cuales destacan la conveniencia de este modelo en estaciones hidrométricas de gran área drenada en ríos de planicie.

**Palabras clave:** modelo lineal, modelo de difusión, distribuciones de probabilidad, método de momentos, error estándar de ajuste, río Pánuco.

## Introducción

El análisis de frecuencia de crecientes (AFC) ha sido un tema de gran interés práctico y de mucha investigación dentro de la hidrología y el desarrollo de los recursos hidráulicos, principalmente debido a que permite el dimensionamiento de la infraestructura hidráulica, desde los vertedores de los embalses para brindar seguridad en éstos, hasta las obras de cruce (alcantarillas y puentes) y de protección (diques, encauzamientos y rectificaciones). Como resultado de tales tendencias, en el AFC se utilizan diversos enfoques y variados modelos matemáticos (Campos, 1999), los cuales, de manera general, se clasifican en locales o del sitio, y regionales. Por su parte, los modelos probabilísticos que se utilizan en el AFC local se pueden clasificar en los siguientes tres tipos (Strupczewski *et al.*, 2001): (1) empíricos, (2) fenomenológicos y (3) físicamente basados.

El enfoque empírico es actualmente el más común. Consiste en utilizar modelos o distribuciones de probabilidad que han sido propuestas para realizar el AFC, mismas que han demostrado su conveniencia o bondad de ajuste. Stedinger *et al.* (1993), y Rao y Hamed

(2000) exponen con detalle esta aproximación. En el enfoque fenomenológico se utilizan axiomas probabilísticos, los cuales conducen a la formulación de un modelo matemático de una o más características de las crecientes. Son ejemplos de esta aproximación la modelación estocástica de crecientes y la aplicación de la teoría de la entropía. Este tratamiento no llegó a ser popular debido a su sofisticación matemática. Por último, en el enfoque de los modelos físicamente basados se emplean principios dinámicos de la generación de las crecientes para obtener un modelo probabilístico. En este contexto, Strupczewski *et al.* (2001) utilizaron los modelos de tránsito de gasto en canales, en los cuales no se hace una consideración explícita a los procesos hidrológicos que ocurren en los suelos de la cuenca para desarrollar una función de densidad de probabilidad con dos parámetros de ajuste.

El objetivo de este trabajo consiste en exponer un resumen de la teoría del modelo de analogía de difusión lineal (MADIL) desde su concepción hasta las ecuaciones de su aplicación como distribución probabilística, incluyendo su aplicación y contraste en cinco estaciones hidrométricas de la cuenca del bajo río Pánuco o Región Hidrológica Número 26, de México.

## Desarrollo

### Resumen de teoría

Aceptando que el volumen unitario de la función impulso  $\delta$  de Dirac consiste de un número infinito de partículas o gotas, entonces la integral de la respuesta impulso, es decir:

$$\int_0^T h(s, t) \cdot dt \quad (1)$$

determina la probabilidad de que una partícula individual pase por la salida  $s$  durante el tiempo  $(0, T)$ , donde  $h(s, t)$  es la función a la respuesta impulso en el tiempo  $t$  en la posición  $s$ . Además de esta interpretación probabilística, la función citada debe cumplir con los requerimientos de los modelos probabilísticos empleados en el AFC, como son: límite inferior no negativo, sesgo positivo y ser unimodal.

Por otra parte, la predicción de las características de una creciente (gasto pico y volumen) en una sección aguas abajo de un río, con base en las condiciones conocidas del flujo o hidrograma en una sección de aguas arriba, es el problema fundamental del tránsito de crecientes. Usando una linealización de las ecuaciones de Saint Venant (Dooge y Harley, 1967; Napiórkowski, 1992) se obtiene un modelo lineal físicamente basado con cuatro parámetros dependientes de las características hidráulicas del tramo de cauce, cuya solución aún es compleja. Se desarrollaron dos versiones simplificadas: el modelo de analogía de difusión lineal o modelo convectivo-difusivo lineal, y el modelo de flujo rápido lineal, los cuales corresponden a condiciones límites del flujo establecidas con el número de Froude de cero y de uno, respectivamente. La respuesta impulso del primer modelo está dada por (Strupczewski *et al.*, 2001):

$$h(s, t) = \frac{s}{\sqrt{4\pi D \cdot t^3}} \exp\left[-\frac{(s-u \cdot t)^2}{4D \cdot t}\right] \quad (2)$$

donde  $s$  es la longitud de tramo de canal,  $t$  es el tiempo,  $u$  es la velocidad convectiva y  $D$  es la difusividad hidráulica. Tanto  $u$  como  $D$  son funciones de las características del canal y del flujo en la condición de referencia de flujo estable. Designando a  $s/\sqrt{4D} = \alpha$ , a  $s \cdot u/4D = \beta$  y a  $t$  como  $x$ , se obtiene la función de densidad de probabilidad con dos parámetros de ajuste del modelo de analogía de difusión lineal (MADIL):

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi x^3}} \exp\left[-\frac{\left(\alpha - \frac{\beta}{\alpha} x\right)^2}{x}\right] \quad \alpha, \beta > 0 \quad (3)$$

$\alpha$  es el parámetro de escala con dimensión de raíz cuadrada de las unidades de la variable aleatoria  $x$  y  $\beta$  es el parámetro de forma adimensional. Este modelo probabilístico ha sido estudiado desde finales de la década de los años cincuenta por diversos matemáticos y estadísticos, siendo denominado distribución Gaussiana inversa.

### Principales propiedades estadísticas

Los coeficientes de variación, asimetría y kurtosis son (Strupczewski *et al.*, 2001):

$$Cv = \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \quad (4)$$

$$Cs = \frac{3}{\sqrt{2\beta}} = 3Cv \quad (5)$$

$$Ck = 3\left(\frac{5}{2\beta} + 1\right) = 3(5Cv^2 + 1) \quad (6)$$

la moda es:

$$Mo = \frac{3\alpha^2}{4\beta^2} \left[ \sqrt{\left(\frac{4\beta}{3}\right)^2 + 1} - 1 \right] \quad (7)$$

Cuando  $Cv \rightarrow 0$ , la distribución tiende a ser simétrica, como los modelos Log-Normal y Gamma. La ecuación (5) establece que en el

MADIL, el cociente  $C_s/C_v$  es igual a tres; en cambio, en la distribución Gamma es de dos, y en la Log-Normal existe esta relación:  $C_s = 3C_v + C_v^2$ . Estas tres distribuciones y la Weibull han sido contrastadas por Mitosek *et al.* (2006) en varios ríos de Polonia, con registros de gastos máximos anuales del orden de setenta años, encontrado como mejores opciones el MADIL y la distribución Log-Normal. Para todas las distribuciones citadas se han desarrollado versiones matemáticas que incluyen dos parámetros de forma, con la idea de buscar un mejor ajuste en su porción o cola derecha (Strupczewski *et al.*, 2008).

#### Estimación de parámetros y de su dispersión

Los métodos de momentos (MMO) y de máxima verosimilitud (MMV) conducen respectivamente a las expresiones siguientes para los parámetros de escala y forma (Strupczewski *et al.*, 2001):

$$\alpha = \frac{1}{C_v} \sqrt{\frac{\bar{x}}{2}} \quad (8)$$

$$\beta = \frac{1}{2C_v^2} \quad (9)$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{2\left(H - \frac{1}{\bar{x}}\right)} \quad (10)$$

$$\beta = \frac{\alpha^2}{\bar{x}} = \frac{1}{2(\bar{x} \cdot H - 1)} \quad (11)$$

en donde  $\bar{x}$  es la media aritmética y  $H$ , la media de los recíprocos; es decir:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (12)$$

$$H = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i} \quad (13)$$

siendo  $x_i$  los gastos máximos anuales ( $m^3/s$ ) de la serie o muestra que se procesa, cuyo número de datos es  $n$ .

Las ecuaciones (10) y (11) del MMV están basadas en las medias aritmética y de recíprocos, por lo tanto sus estimaciones no son sensibles a los grandes valores de  $x$  en la muestra (*outliers*). Lo anterior significa que este método conduce a un buen ajuste en la porción izquierda de la distribución; en cambio, con el MMO se logra un mejor ajuste en parte extrema de los datos y por ello es el preferido (Strupczewski *et al.*, 2001).

Las dispersiones de los parámetros de ajuste  $D(\alpha)$  y  $D(\beta)$ , expresadas como error estándar, son en el MMO las siguientes:

$$D^2(\alpha) = \frac{\alpha^2}{2n} (3C_v^2 + 1) \quad (14)$$

$$D^2(\beta) = \frac{\beta^2}{n} (7C_v^2 + 2) \quad (15)$$

Se observa que en ambos casos tales dispersiones dependen directamente de la variabilidad de los datos e inversamente de la longitud de la muestra.

#### Estimación de predicciones

El valor de  $x$  asociado con una determinada probabilidad de excedencia  $p$  ( $x_p$ ) o predicción se obtiene integrando la ecuación (3), lo cual conduce a:

$$x_p = \left( \frac{\alpha}{\varphi_p} \right)^2 \quad (16)$$

en la cual  $\varphi_p$  es el límite superior de la siguiente integral:

$$p = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\varphi_p} \exp\left[-\left(z - \frac{\beta}{z}\right)^2\right] dz \quad (17)$$

La solución de tal integral se obtuvo mediante la cuadratura de Gauss, utilizando el polinomio de Legendre aplicado a cualquier intervalo de integración y mediante una fórmula de diez puntos (Nakamura, 1992;

Campos, 2003). Algunos valores de  $\phi_p$  para las magnitudes de  $\beta$  y de  $p$  que ocurren y se usan en la práctica se exponen en el cuadro 1.

Strupczewski *et al.* (2001) presentan las ecuaciones para estimar la dispersión en las predicciones  $D(x_p)$ , así como sus valores relativos  $[\sqrt{n} \cdot D(x_p)/x_p]$  en forma tabular para las magnitudes de  $\beta$  y de  $p$  que ocurren y se usan en la práctica. Tales valores relativos se reproducen en el cuadro 2.

#### Aplicaciones numéricas

Strupczewski *et al.* (2001) encontraron que el ajuste del MADIL fue notablemente mejor en

los registros de las estaciones hidrométricas con grandes áreas de cuenca ( $> 10\,000\text{ km}^2$ ), es decir, en ríos de planicie, donde el modelo convectivo-difusivo lineal es una buena aproximación para modelar el tránsito de crecientes. Por ello, las aplicaciones numéricas del MADIL que serán expuestas con propósitos descriptivos se realizaron en las estaciones de aforos finales de la Región Hidrológica Número 26 (Pánuco), las cuales se ubican en la planicie costera del golfo de México.

En el cuadro 3 se exponen las características generales de las cinco estaciones hidrométricas procesadas y las propiedades estadísticas de sus registros de gasto máximo

Cuadro 1. Magnitudes del límite  $\phi_p$  (adimensional) para los valores de la probabilidad de excedencia ( $p$ ) y de  $\beta$  indicados.

$Tr^1$ (años)	$p$ (%)	Valores del parámetro de forma $\beta$									
		0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
2	50	0.8602	1.1150	1.3209	1.4986	1.6573	1.8020	1.9358	2.0610	2.1790	2.2909
5	20	0.5877	0.8414	1.0457	1.2219	1.3793	1.5230	1.6559	1.7804	1.8977	2.0090
10	10	0.4830	0.7282	0.9272	1.0999	1.2546	1.3961	1.5273	1.6503	1.7664	1.8766
25	4	0.3960	0.6276	0.8185	0.9856	1.1362	1.2744	1.4030	1.5238	1.6380	1.7466
50	2	0.3510	0.5723	0.7571	0.9199	1.0672	1.2029	1.3293	1.4484	1.5611	1.6684
100	1	0.3168	0.5284	0.7073	0.8658	1.0099	1.1430	1.2674	1.3847	1.4958	1.6018
500	0.20	0.2617	0.4539	0.6201	0.7694	0.9064	1.0338	1.1535	1.2667	1.3744	1.4774
1 000	0.10	0.2446	0.4295	0.5909	0.7366	0.8707	0.9958	1.1135	1.2250	1.3313	1.4331
5 000	0.02	0.2142	0.3845	0.5357	0.6737	0.8017	0.9217	1.0352	1.1431	1.2461	1.3450
10 000	0.01	0.2039	0.3688	0.5160	0.6511	0.7766	0.8946	1.0063	1.1127	1.2144	1.3122

<sup>1</sup> Período de retorno.

Cuadro 2. Errores relativos  $\sqrt{n} \cdot D(x_p)/x_p$  (adimensionales) para los valores de la probabilidad de excedencia ( $p$ ) y de  $\beta$  indicados.

$Tr^*$ (años)	$p$ (%)	Valores del parámetro de forma $\beta$									
		0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00
2	50	1.1271	0.7147	0.5692	0.4897	0.4373	0.3994	0.3701	0.3466	0.3272	0.3107
5	20	1.0013	0.7644	0.6432	0.5654	0.5101	0.4682	0.4351	0.4079	0.3853	0.3661
10	10	1.2634	0.9470	0.7851	0.6837	0.6128	0.5598	0.5183	0.4847	0.4568	0.4332
20	5	1.5450	1.1238	0.9206	0.7963	0.7106	0.6472	0.5979	0.5583	0.5253	0.4976
50	2	1.8572	1.3224	1.0748	0.9660	0.8242	0.7495	0.6917	0.6451	0.6067	0.5744
100	1	2.0468	1.4464	1.1731	1.0099	0.8989	0.8172	0.7540	0.7032	0.6614	0.6262
500	0.20	2.3677	1.6684	1.3552	1.1685	1.0413	0.9479	0.8757	0.8177	0.7697	0.7291
1 000	0.10	2.4703	1.7424	1.4178	1.2242	1.0925	0.9954	0.9202	0.8597	0.8097	0.7674

\* Período de retorno.

anual. Las series de las estaciones Tamesí y Pánuco han sido expuestas por Campos (2007) y la de Magiscatzin II se presentó en Campos (2006). Las muestras de las estaciones El Pujal y Tempoal proceden del sistema BANDAS (IMTA, 2002). Todos los registros citados se tienen en el cuadro 4.

Por otra parte, en el cuadro 5 se exponen los resultados de las ecuaciones (8), (9), (14) y (15); es decir, del cálculo de los parámetros de ajuste y sus dispersiones.

#### Contraste y error estándar de ajuste

A los cinco registros hidrométricos procesados (cuadro 4) se les aplicaron las distribuciones Log-Pearson tipo III (LP3), a través del método de momentos en sus dominios logarítmico y real (Bobée y Ashkar, 1991), así como la General de Valores Extremos (GVE), por medio de los métodos de momentos, sextiles, máxima verosimilitud y momentos  $L$  (Campos, 2001), seleccionando el ajuste que condujo al menor error estándar de ajuste (EEA), definido como (Kite, 1977):

$$EEA = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n - np}} \quad (18)$$

en donde  $n$  es el número de datos del registro;  $x_i$ , los gastos máximos anuales observados, ordenados de menor a mayor;  $\hat{x}_i$ , los gastos

máximos estimados con el modelo probabilístico que se prueba, para una probabilidad de no excedencia, definida con la fórmula Weibull (Benson, 1962):

$$P(X \leq x_i) = \frac{m}{n+1} \quad (19)$$

en la cual  $X$  es la variable aleatoria, cuyo límite es  $x_i$ ;  $m$  es el número de orden del dato ( $x_i$ ), con uno para el menor y  $n$  para el mayor. Finalmente,  $np$  es el número de parámetros de ajuste:  $np=2$  para el MADIL y  $np=3$  para los modelos LP3 y GVE.

Como el MADIL (ecuaciones (16) y (17) no tiene solución inversa; es decir, que no se puede estimar directamente el valor de  $x$  asociado con una determinada probabilidad de no excedencia  $F(x)$ , entonces, para el cálculo del EEA, se utilizó el procedimiento de bisección sugerido por Campos (1989); para ello se proponen valores iniciales inferior ( $x_i=0.0001 \cdot x_i$ ) y superior ( $x_s=10 \cdot x_i$ ); se obtiene su media aritmética ( $\hat{x}_i$ ); con tal magnitud se obtiene  $\phi_p$  (ecuación (16)) y después  $F(\hat{x}_i)=p$  con la ecuación (17); se compara este último valor con el de la ecuación (19), relativo al  $x_i$  y si su diferencia absoluta no es menor que 0.00001, que es la tolerancia aceptada, se sigue el método de bisección.

#### Análisis de los resultados

En el cuadro 6 se han concentrado las predicciones obtenidas con los tres modelos probabilísticos aplicados, en las cuales se observa gran similitud en los periodos de

Cuadro 3. Características generales de las estaciones hidrométricas y de sus registros de gastos máximos anuales utilizados.

Nombre	Clave	Corriente	Área (km <sup>2</sup> )	Registro	Núm. años	$C_v$	$C_s$	$C_s/C_v$
Tempoal	26248	Río Tempoal	5 275	1954–2002	49	0.7432	1.3988	1.882
Magiscatzin II	26249	Río Guayalejo	10 968	1954–2002	49	0.7519	1.5135	2.013
Tamesí	26416	Río Tamesí	14 923	1973–2002	30	0.4687	1.0725	2.288
El Pujal	26272	Río Tampaón	23 373	1954–2002	49	0.6376	1.4190	2.226
Pánuco	26424	Río Pánuco	65 577	1972–2002	31	0.4119	1.5790	3.833

Simbología:  $C_v$ : coeficiente de variación;  $C_s$ : coeficiente de asimetría.

Cuadro 4. Gastos máximos anuales (m<sup>3</sup>/s) disponibles en las estaciones hidrométricas indicadas de la cuenca del Bajo Río Pánuco.

Año	Tempoal	Magiscatzin II	Tamesí	El Pujal	Pánuco
1954	2 110.0	524.0		3 100.0	
1955	6 000.0	4 500.0		6 052.0	
1956	4 424.0	1 150.6		2 395.0	
1957	449.0	261.6		564.3	
1958	4 100.0	491.3		3 064.0	
1959	1 507.6	1 384.0		685.0	
1960	1 277.0	509.9		854.0	
1961	852.9	1 239.9		1 449.3	
1962	739.2	1 589.0		484.4	
1963	1 800.0	363.6		1 516.6	
1964	748.0	513.8		428.0	
1965	792.7	851.5		1 125.8	
1966	1 778.0	3 737.5		2 230.0	
1967	2 245.0	2 124.2		2 860.0	
1968	1 145.0	908.1		983.0	
1969	1 948.0	633.0		2 845.3	
1970	1 418.0	3 403.6		2 630.0	
1971	1 630.0	2 311.6		1 467.6	
1972	989.0	2 286.0		1 585.0	2 880.0
1973	1 668.0	2 997.4	2 700.0	2 064.0	3 234.0
1974	4 950.0	796.0	1 710.0	4 140.0	7 300.0
1975	4 040.0	1 460.3	1 102.0	3 038.0	4 138.0
1976	1 275.0	5 510.0	641.0	4 902.0	3 886.0
1977	514.0	2 600.0	2 148.0	2 683.0	1 968.0
1978	3 725.0	967.0	1 157.0	3 056.0	3 471.0
1979	1 655.9	778.4	1 147.0	1 301.0	3 525.0
1980	1 162.0	429.5	449.5	1 142.9	2 753.0
1981	2 020.0	934.5	1 170.0	1 583.3	3 240.0
1982	539.6	349.5	427.5	364.6	829.9
1983	868.0	996.0	1 180.0	1 711.5	2 631.0
1984	4 030.0	584.4	1 124.0	1 987.1	4 236.0
1985	1 882.0	1 071.1	1 140.0	1 346.0	2 906.0
1986	476.0	742.0	674.0	946.0	1 641.0
1987	1 765.0	2 040.0	1 525.0	896.0	2 775.0
1988	3 265.0	1 190.0	1 256.0	1 625.0	3 170.0
1989	649.0	653.0	925.0	696.0	1 530.0
1990	1 611.0	534.0	850.0	2 760.0	3 445.0
1991	3 532.0	2 500.0	1 750.0	2 270.0	3 619.0
1992	2 291.0	3 111.9	1 918.1	2 165.0	2 890.0
1993	6 120.0	2 231.6	2 387.0	4 760.5	5 400.0
1994	1 133.0	1 648.2	1 202.6	1 184.6	2 325.0
1995	742.0	1 513.3	965.9	1 404.9	1 976.0
1996	683.0	1 401.5	1 063.4	2 097.2	2 546.0
1997	905.0	1 036.8	990.7	1 133.3	2 334.0
1998	1 266.9	794.5	870.6	1 249.8	2 486.6
1999	2 693.7	1 921.6	1 092.9	1 244.1	2 701.4
2000	641.2	2 931.6	2 577.7	1 128.1	1 818.0
2001	1 847.9	1 059.2	917.9	1 296.2	2 306.4
2002	926.4	991.5	689.5	976.7	1 899.4

Cuadro 5. Parámetros de ajuste y su dispersión en el MADIL ajustado por momentos en las cinco estaciones hidrométricas indicadas de la Región Hidrológica Número 26.

Nombre	$\alpha$ (m <sup>3</sup> /s) <sup>1/2</sup>	$\beta$	$D(\alpha)$	$D(\alpha)/\alpha$ %	$D(\beta)$	$D(\beta)/\beta$ %
Tempoal	41.8569	0.9053	6.8920	16.47	0.3132	34.60
Magiscatzin II	36.6847	0.8844	6.0846	16.59	0.3084	34.87
Tamesí	53.5143	2.2757	8.8989	16.63	0.7815	34.34
El Pujal	48.4409	1.2301	7.2899	15.05	0.3868	31.45
Pánuco	93.4453	2.9468	14.5784	15.60	0.9449	32.07

Cuadro 6. Predicciones de gasto máximo (m<sup>3</sup>/s) en las cinco estaciones hidrométricas indicadas de la Región Hidrológica Número 26 (Pánuco).

Nombre FDP <sup>2</sup>	EEA <sup>1</sup> (m <sup>3</sup> /s)	Periodos de retorno en años									
		2	5	10	25	50	100	500	1 000	5 000	10 000
<b>Tempoal</b>											
Log-Pearson tipo III	285	1 478	2 700	3 770	5 543	6 972	8 739	14 005	16 874	25 301	29 834
GVE <sup>3</sup>	303	1 526	2 697	3 670	5 184	6 555	8 169	13 137	15 951	24 639	29 561
MADIL <sup>4</sup>	285	1 526	2 749	3 721	5 074	6 146	7 254	9 938	11 133	13 981	15 234
<b>Magiscatzin II</b>											
Log-Pearson tipo III	128	1 170	2 158	2 996	4 274	5 391	6 655	10 245	12 115	17 350	20 041
GVE <sup>3</sup>	163	1 205	2 144	2 914	4 094	5 150	6 379	10 089	12 154	18 409	21 890
MADIL <sup>4</sup>	177	1 194	2 165	2 939	4 020	4 878	5 765	7 918	8 877	11 165	12 171
<b>Tamesí</b>											
Log-Pearson tipo III	135	1 143	1 673	2 040	2 516	2 878	3 247	4 136	4 536	5 512	5 953
GVE <sup>3</sup>	135	1 125	1 640	2 022	2 557	2 995	3 468	4 725	5 345	6 999	7 816
MADIL <sup>4</sup>	135	1 136	1 667	2 033	2 500	2 849	3 195	3 999	4 346	5 155	5 505
<b>El Pujal</b>											
Log-Pearson tipo III	189	1 613	2 700	3 501	4 581	5 427	6 301	8 452	9 434	11 847	12 944
GVE <sup>3</sup>	190	1 619	2 656	3 445	4 575	5 522	6 564	9 428	10 885	14 902	16 947
MADIL <sup>4</sup>	203	1 592	2 657	3 457	4 538	5 375	6 228	8 264	9 162	11 284	12 213
<b>Pánuco</b>											
Log-Pearson tipo III	339	2 734	3 812	4 554	5 519	6 257	7 010	8 845	9 681	11 744	12 690
GVE <sup>3</sup>	349	2 757	3 795	4 509	5 442	6 158	6 888	8 658	9 455	11 393	12 266
MADIL <sup>4</sup>	343	2 734	3 839	4 575	5 499	6 178	6 848	8 383	9 040	10 561	11 216

Simbología:

<sup>1</sup> Error Estándar de Ajuste.<sup>2</sup> Función de Distribución de Probabilidades.<sup>3</sup> General de Valores Extremos.<sup>4</sup> Modelo de Anaogía de Difusión Lineal.

retorno bajos (<50 años); en cambio, en los intervalos de recurrencia extrema (>500 años) se tienen diferencias significativas en Tempoal y Magiscatzin II, que son las estaciones hidrométricas con los cocientes  $C_s/C_v$  más alejados de tres.

Al respecto, Strupczewski *et al.* (2001) encontraron en 39 ríos polacos un cociente  $C_s/C_v$  medio de 2.52; esto es, un valor más cercano al MADIL que al de las distribuciones Gamma y Log-Normal; por ello, tal modelo fue el más conveniente en 27 de tales registros.

En el resto de las estaciones, las predicciones del MADIL coinciden con las de las distribuciones LP3 y GVE, que son modelos más flexibles al tener tres parámetros de ajuste, mismos que han demostrado su bondad de ajuste y por ello su aplicación ha sido

establecida como precepto en Estados Unidos e Inglaterra, respectivamente.

Respecto al error estándar de ajuste (*EEA*), en general son del mismo orden de magnitud en los tres modelos probabilísticos aplicados. El MADIL en la estación El Pujal conduce al mayor *EEA*, sin embargo sus predicciones son coincidentes con las de la distribución LP3.

En la figura 1 se muestra el ajuste del MADIL a los datos de la estación hidrométrica Pánuco; además, se indica la dispersión de las predicciones, estimadas para  $\beta=3$  con base en los valores del cuadro 2.

## Conclusiones

En estaciones hidrométricas con gran área drenada ubicadas en ríos de planicie, en los

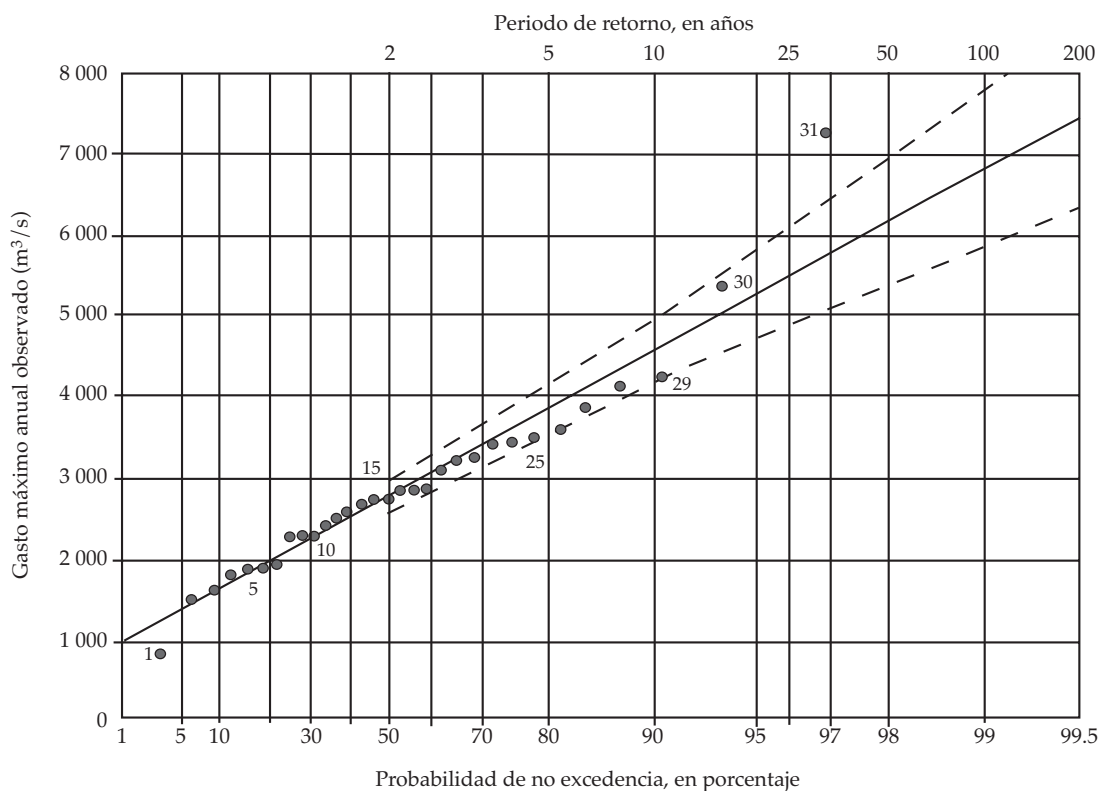


Figura 1. Contraste gráfico entre el modelo de analogía de difusión lineal y los gastos máximos observados en la estación hidrométrica Pánuco.



cuales la aproximación lineal para el tránsito de crecientes es válida y donde además el cociente entre los coeficientes de asimetría y de variación de su registro de gastos máximos anuales sea cercano a tres, es muy probable que el MADIL sea la distribución de probabilidades más conveniente.

Este modelo probabilístico físicamente basado tiene la ventaja de ser fácilmente aplicable y cuya evaluación de sus parámetros de ajuste utiliza dos propiedades estadísticas básicas: la media aritmética y la desviación estándar a través del  $C_v$ , esto implica una estimación más confiable.

Recibido: 13/05/2009

Aprobado: 09/08/2009

## Referencias

- BENSON, M.A. Plotting positions and economics of engineering planning. *Journal of Hydraulics Division*. Vol. 88, HY6, 1962, pp. 57-71.
- BOBÉE, B. and ASHKAR, F. *The Gamma family and derived distributions applied in hydrology*. Chapter 7: Log-Pearson type 3 distribution. Littleton, USA: Water Resources Publications, 1991, pp. 76-120.
- CAMPOS, D.F. Estimación de los parámetros óptimos de la distribución Gumbel Mixta por medio del algoritmo de Rosenbrock. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. IV, núm. 1, 1989, pp. 9-18.
- CAMPOS, D.F. Hacia el enfoque global en el análisis de frecuencia de crecientes. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XIV, núm. 1, 1999, pp. 23-42.
- CAMPOS, D.F. Contraste de cinco métodos de ajuste de la distribución GVE en 31 registros históricos de eventos máximos anuales. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XVI, núm. 2, 2001, pp. 77-92.
- CAMPOS, D.F. *Introducción a los métodos numéricos: software en Basic y aplicaciones en hidrología superficial*. Capítulo 7: Integración Numérica. San Luis Potosí, México: Librería Universitaria Potosina, 2003, pp. 137-153.
- CAMPOS, D.F. Contraste de métodos regionales de estimación de crecientes en la cuenca del río Guayalejo, en Tamaulipas. *Tláloc*. Núm. 37, 2006, pp. 14-24.
- CAMPOS, D.F. Contraste de métodos regionales para predicción de crecientes basado en la distribución GVE, en la cuenca baja del río Pánuco. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XXII, núm. 2, 2007, pp. 91-105.
- DOOGE, J.C.I. and HARLEY, B.M. Linear routing in uniform open channels. *Proceedings of the International Hydrology Symposium*. Vol. 1, paper no. 8. Colorado State University, Fort Collins, USA, 1967, pp. 57-63.
- IMTA. *Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS)*. 8 CD's. Jiutepec, México: Comisión Nacional del Agua-Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales-Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, 2002.
- KITE, G.W. *Frequency and Risk Analyses in Hydrology*. Chapter 12: Comparison of frequency distributions. Fort Collins, USA: Water Resources Publications, 1977, pp. 156-168.
- MITOSEK, H.T., STRUPCZEWSKI, W.G. and SINGH, V.P. Three procedures for selection of annual flood peak distribution. *Journal of Hydrology*. Vol. 323, 2006, pp. 57-73.
- NAKAMURA, S. *Métodos numéricos aplicados con software*. Capítulo 7: Integración Numérica. México, D.F.: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., 1992, pp. 109-154.
- NAPIÓRKOWSKI, J.J. Linear theory of open channel flow. *Advances in Theoretical Hydrology*. O'Kane, J.P. (editor). Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1992, pp. 3-15.
- RAO, A.R. and HAMED, K.H. *Flood Frequency Analysis*. Boca Raton, USA: CRS Press LLC, 2000, 350 pp.
- STEDINGER, J.R., VOGEL, R.M. and FOUFOULA-GEORGIOU, E. Frequency Analysis of Extreme Events. *Handbook of Hydrology*. Maidment, D.R. (editor). New York: McGraw-Hill, Inc., 1993, pp. 18.1-18.66.
- STRUPCZEWSKI, W.G., SINGH, V.P. and WEGLARCZYK, S. Impulse response of a linear diffusion analogy model as a flood frequency probability density function. *Hydrological Sciences Journal*. Vol. 46, no. 5, 2001, pp. 761-780.
- STRUPCZEWSKI, W.G., MARKIEWICZ, I., KOCHANEK, K. and SINGH, V.P. Short walk into two-shape-parameter flood frequency distributions. *Hydrology and Hydraulics*. Vijay P. Singh (editor). Highlands Ranch, USA: Water Resources Publications, 2008, pp. 669-716.

## Abstract

CAMPOS-ARANDA, D.F. *Description of a physically based model for flood frequency analysis. Water Technology and Sciences, formerly Hydraulic engineering en Mexico (in Spanish). Vol. I, no. 2, April-June, 2010, pp. 113-122.*

*First, a classification is presented for the probabilistic models used in local flood frequency analysis. Then, a summary is given of the theoretical and statistical aspects associated with the so-called linear diffusion analogy model, which is a physically based probabilistic distribution. Next, its numerical application is described in five records of annual maximum flows of the lower Pánuco River watershed. Finally, results are analyzed and conclusions drawn, which point to the suitability of this model in hydrometric stations with a large drainage area in lowland rivers.*

**Keywords:** *linear model, diffusion model, probability distributions, method of moments, standard error of fit, Pánuco River.*

## Dirección institucional del autor

*Dr. Daniel Francisco Campos-Aranda*

Profesor jubilado de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
Genaro Codina 240, Colonia Jardines del Estadio  
78280 San Luis Potosí, San Luis Potosí, México  
campos\_aranda@hotmail.com