

# Modelo unidimensional para el estudio de propiedades ópticas en sistemas de cilindros

I. S. Solís-Mora, M. Palomino-Ovando

*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas BUAP*

*Puebla, 72570 México*

(Recibido: 30 de septiembre de 2009; Aceptado: 10 de junio de 2010)

Se usa un modelo aproximado unidimensional para describir la reflectividad de un sistema periódico de cilindros huecos largos distribuidos en una red cuadrada, esta estructura corresponde a un caso típico de un Cristal Fotónico 2D, dentro de estos cilindros pueden hacerse inclusiones de materiales dieléctricos, semiconductores o metales. La función dieléctrica usada se describe a partir del modelo de Drude. La ventaja de esta aproximación es que los cálculos resultan simples, lo que nos permite hacer análisis para diferentes parámetros de la red así como de materiales constituyentes, además de que ha mostrado reproducir resultados experimentales adecuados en regiones de frecuencias cercanas a la del gap fotónico. Se presentan espectros de reflectividad y se discuten los resultados para las regiones de frecuencia mayores y menores que la frecuencia del plasma, así como los efectos de la absorción.

Keywords:

## 1. Introducción

Los cristales fotónicos (PC por sus siglas en inglés) han sido ampliamente estudiados, tanto teórica como experimentalmente [1 – 15]. Debido a su estructura, pueden impedir la propagación de radiación electromagnética para ciertos rangos de frecuencias. Las regiones de frecuencia en donde las ondas electromagnéticas no pueden propagarse se les denomina “gaps” fotónicos, la existencia de estos modos ha mostrado tener importantes aplicaciones en el optoelectrónica. Tales características pueden ser controladas a partir de su estructura y de sus materiales componentes.

Para el estudio de las propiedades ópticas de los PC se han utilizado muchos modelos, tales como el método de ondas planas [3,5], las funciones de Green [6,7] o el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo [8,9]. Sin embargo todos estos modelos que describen las propiedades de los PC 2D y 3D, requieren de cálculos largos, lo que dificulta el estudio de los efectos que producen los cambios estructurales o de composición en sus propiedades, de ahí la importancia en desarrollar modelos simples que permitan explicar el comportamiento de tales sistemas [16,17].

Se elige una estructura de cilindros distribuidos en una red cuadrada ya que son geometrías que han sido discutidas en la literatura y nos permiten hacer comparaciones, se pueden hacer inclusiones en los cilindros de diversos materiales, en particular aquí se presentan resultados para metales, ya que esto adiciona un parámetros más, que es la frecuencia del plasma, y eso nos permite hacer una revisión mayor sobre los efectos de los materiales componentes en estas estructuras.

## 2. Estructura de la red

Se propone un sistema periódico de cilindros huecos inmersos en un medio dieléctrico, en este caso aire, eventualmente podrá depositarse en los cilindros cualquier material, en este trabajo se presentarán resultados cuando sobre ellos se deposita un metal, los cilindros son largos y están distribuidos en una red cuadrada, orientada como lo indica la figura 1 y cuya celda unitaria es un cuadrado, quedando un círculo en cada uno de los vértices como lo indica la figura 2.

Si  $a$  es el parámetro de la red y  $r$  el radio del cilindro la fracción de llenado se define como:

$$f = \pi r^2 / a^2$$

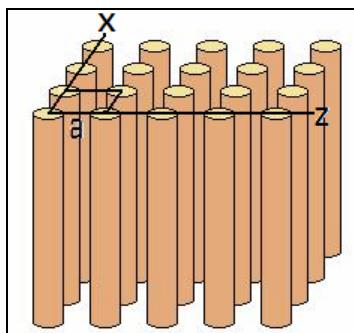
De este modo es posible tener control sobre la fracción de llenado a partir de las dimensiones de la red y del radio de los cilindros.

En este trabajo se analizan sólo la incidencia normal sobre las direcciones de crecimiento [001] y [011], como se muestran en la Figura 3.

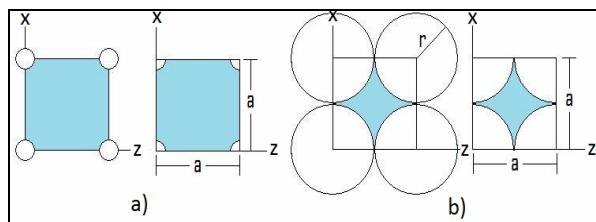
## 3. Modelo teórico para el cálculo de la reflexión

Para obtener el coeficiente de reflexión de una manera simple que nos permita comprender la respuesta óptica de las estructuras 2D descritas en la sección anterior, se ha implementado un método aproximado en un esquema unidimensional basado en el método de la matriz de transferencia [18,19], el cual ha sido ampliamente discutido en la literatura para capas alternadas de dos materiales con diferentes índices de refracción, y cuyo sustento está en aplicar las condiciones de frontera de los campos electromagnéticos entre las interfaces que forman los dos materiales, el crecimiento de estas redes se hace en la dirección de propagación de la luz.

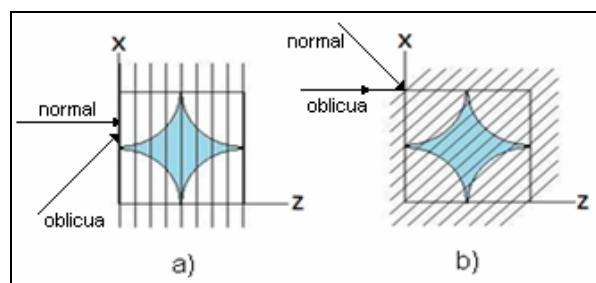
La aproximación unidimensional no permite observar los efectos de dispersión, las interacciones de las ondas con



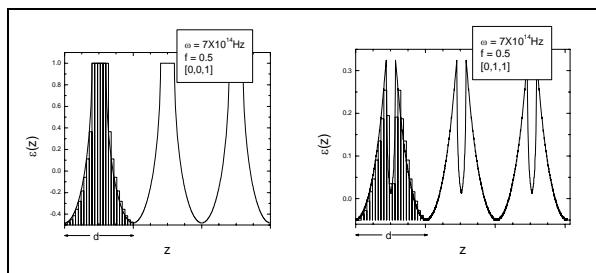
**Figura 1:** PC-2D en el sistema coordenado, el sistema es homogéneo sobre el eje y.



**Figura 2:** Muestra la celda unitaria para dos fracciones de llenado: a) para un radio  $r = a/4$ , b) para un radio  $r = a/2$



**Figura 3:** Incidencia de luz normal y oblicua: a) dirección [001], b) dirección [011].



**Figura 4.** La curva ilustra el perfil de la función dieléctrica, donde cada punto se calcula como un promedio, para los casos: a) [001], b) [011].

diversos planos cristalinos en el materiales no son observados con este modelo, podemos decir que el grado de aplicabilidad del método se restringe a incidencia normal y a longitudes de onda mayores a los parámetros de la red.

El perfil de la permitividad eléctrica se obtiene a partir de promediar la función dieléctrica sobre cada uno de los planos perpendiculares a la dirección de propagación de la luz, y entre los cuales existe una separación infinitesimal, las estructuras observadas se consideran como un conjunto de películas delgadas crecidas a lo largo de las direcciones [001] y [011], en la figura 4 se muestran para 3 períodos los perfiles de la función dieléctrica, para fracciones de llenado de  $f=0.5$ , y para una frecuencia de  $\omega = 700 \times 10^{12} s^{-1}$ , para el primer período se ilustra la forma en la que se considera a cada una de las capas con su correspondiente permitividad eléctrica.

La estructura 2D construida a base de cilindros da la posibilidad de combinar diferentes materiales, para diseñar respuestas óptica específicas, los cilindros pueden ser construidos con dieléctricos, semiconductores, metales, materiales magnéticos etc.. En este trabajo se analiza la inclusión de un metal en los cilindros donde la permitividad eléctrica está dada de acuerdo al modelo de Drude:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}$$

Donde  $\omega_p$  es la frecuencia del plasma y  $\gamma$  es el parámetro de amortiguamiento.

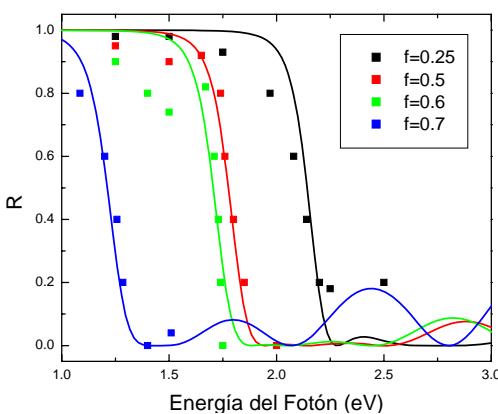
#### 4. Resultados

Con el fin de verificar que el modelo aquí usado es confiable, se reproducen resultados obtenidos recientemente a través de métodos de homogeneización [20], en dicho artículo encuentran espectros de reflexión para un sistema de cilindros dieléctricos (con permitividad eléctrica dada por  $\epsilon = 4$ ) inmersos en un medio metálico (oro), y para diversas fracciones de llenado, la figura 5 muestra con puntos los resultados reportados en dicho trabajo y las líneas continuas son nuestros cálculos.

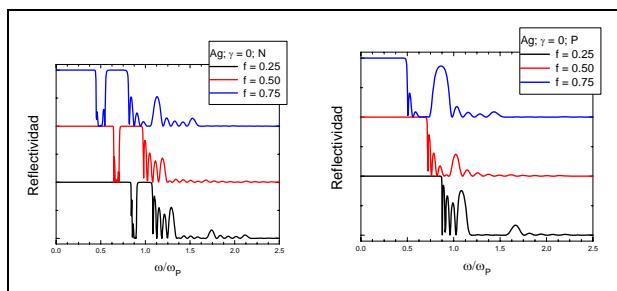
En este trabajo se han elegido parámetros típicos de metales para la frecuencia del plasma y la absorción del metal de acuerdo al modelo de Drude, en los resultados mostrados en esta sección se consideran cilindros a base de metal, los cuales están rodeados de aire, como punto de referencia los parámetros usados en el modelo de Drude son  $\omega_{p0} = 9.65 \times 10^{14} s^{-1}$  y

$\gamma = 0.77 \times 10^{14} s^{-1}$ ,  $\epsilon_0 = 1$ . Al no referirse a materiales específicos se presentan las gráficas en unidades de la frecuencia del plasma.

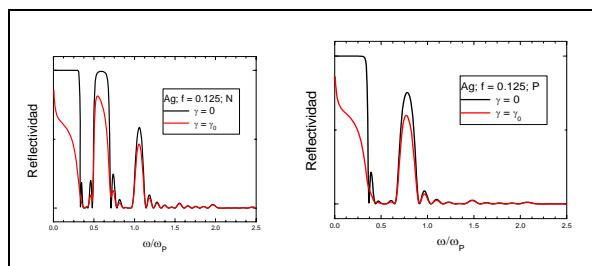
Como punto de partida se estudia el efecto que la fracción de llenado produce sobre el espectro de reflexión. La figura 6 muestra la reflectividad para las dos formas de incidencia



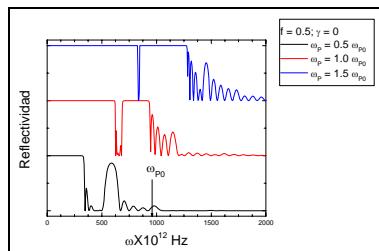
**Figura 5.** Se comparan resultados a través de un métodos de homogeneización Ortiz et al [20] (líneas punteadas) con el descrito en este trabajo (línea continua).



**Figura 6.** Espectros de reflectividad para diferentes fracciones de llenado y a incidencia normal: a) dirección [001], b) dirección [011].



**Figura 7.** Espectros de reflectividad con y sin absorción para los dos casos de incidencia de la luz.



**Figura 8.** Reflectividad para diferentes valores de  $\omega_p$ .

de la luz [001] y [011] con diferentes fracciones de llenado, en un metal normalmente no hay transmisión para todas las frecuencias menores a  $\omega_p$ , esto es, la reflectividad es uno, sin embargo la estructura construida a base de cilindros permite la propagación de luz en un rango estrecho de frecuencias menores a la del plasma, dicho rango puede ser controlado a través de la fracción de llenado y puede tener aplicaciones como filtros de luz.

A continuación se hacen comparaciones de los espectros de reflectividad para casos con absorción y sin ella, en la figura 7 se muestra los espectros para las dos direcciones de propagación, de las gráficas se desprende que la absorción desempeña un papel importante para  $\omega < \omega_p$

Puede observarse que al tomar en cuenta la absorción  $\gamma_0$ , figura 7, se modifica la reflectividad, disminuyendo su amplitud, sin observar cambios en las regiones de frecuencia en donde hay reflexión.

Con el fin de revisar el efecto que tiene la frecuencia del plasma sobre la reflectividad, para la propagación de luz (incidencia normal) a lo largo de la dirección [001] en la figura 8 se muestran espectros de reflexión para diferentes valores de  $\omega_p$ , tomando como base  $\omega_{p0}$ , de las gráficas se desprende que el incremento de la  $\omega_p$  reduce el ancho de la franja de frecuencias donde existe transmisión, dado que  $\omega_p$  se expresa como función de la concentración de portadores  $n_i$  a través de la ecuación  $\omega_p = \frac{4\pi n_i e^2}{m_i \epsilon_0}$

puede ser controlada a partir de la impurificación o la temperatura del metal [21, 22], al tener cilindros huecos estos pueden rellenarse con otro material y modificar  $\omega_p$ . Se observa que un incremento en la frecuencia del plasma reduce el ancho de la franja de ondas que pueden propagarse para frecuencias menores que  $\omega_p$ , el manejo de estos parámetros sobre las propiedades ópticas del dispositivo permite el diseño de guías de ondas.

## 5. Conclusiones

La aproximación unidimensional de una estructura 2D, muestra concordancia con resultados obtenidos a través de otros métodos de cálculo más complejos, esto permite con mayor facilidad realizar estudios de las propiedades ópticas de tales estructuras y por lo tanto diseñar dispositivos de acuerdo a las necesidades de aplicaciones, los parámetros a tomar en cuenta son la fracción de llenado, y los materiales componentes. El uso de metales como inclusión proporciona elementos para hacer un mejor manejo de las propiedades ópticas de la estructura.

El método aquí discutido puede ser usado para diversas geometrías incluso puede extenderse a estructuras con periodicidad 3D.

La combinación de aire con metal a través de estructuras como la descrita en este trabajo, nos permite propagar radiación electromagnética en regiones donde el metal

homogéneo no lo permitiría, el rengo de frecuencias donde existe transmisión se puede controlar a través del radio de los cilindros, dispositivos con este diseño pueden ser usados como guías de ondas o filtros.

También es posible controlar el ancho de frecuencias sobre las cuales se logra la propagación de radiación electromagnética a través de la frecuencia del plasma del metal que se ha depositado en los cilindros donde ésta a su vez puede elegirse dependiendo del resultado que se espera.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido apoyado parcialmente por CONACYT a través del proyecto 89990 (2008).

### Referencias

- [1]. J.D. Joannopoulos, Robert D. Meade, and Joshua N. Winn, *Photonic Crystal: Molding the flow*, Princeton University Press, 1995.
- [2]. J-M. Lourtioz, H. Benisty, V. Berger, y J-M. Gerard, *Photonic crystals: towards nanoscale photonic devices*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, 2005.
- [3]. A. A. Asatryan, K. Busch, R. C. McPhedran et al; *Physical Review E*, Vol. 63, issue 4, id 046612, 2001.
- [4]. F. Seydou, M. O. Ramahi, R. Duraiswami, T. Seppanen, *Optics Express*, **14**, 11362 (2006).
- [5]. S. Shi, C. Chen, and D. W. Prather, *J. Opt. Soc. Am. A***21**, 1769 (2004).
- [6]. L. Qi and Z. Yang, *Progress in Electromagnetics Research*, **91**, 319 (2009).
- [7]. Irina A. Khromova and Leonid A. Melnikov, *Optics Communications*, **281**, 5458 (2008).
- [8]. S. He, S. Xiao, L. Shen, J. He, J. Fu, *J. Phys. A: Math. Gen.* **34**, 9713 (2001).
- [9]. O. Hess, C. Hermann, A. Klaedtke, *Phys. Status Solidi (a)*, **197**, 605 (2003).
- [10]. D.M. Sullivan, *Electromagnetic simulation using the FDTD method*, IEEE Press Series, 2000
- [11]. M. Scalora M. J. Bloemer, A. S. Manka J. P. Dowling, C. M., Bowden, R. Viswanathan, J. W. Haus, *Phys Rev A*, **56**, 3166 (1997).
- [12]. J.B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3966 (2000).
- [13]. John B. Pendry, David Smith, *Physics Today*, pp. 37, 2004.
- [14]. Jensen Li, Lei, Zhou, C.T. Chan, P. Sheng, *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 83901 (2003).
- [15]. D.R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Shultz, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4184 (2000).
- [16]. P. Halevi, F. Ramos-Mendieta, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 1875 (2000).
- [17]. A.M. Contreras-Reyes, W.L. Mochán, *Phys. Rev. A* **72**, 034102 (2005)
- [18]. M. Palomino-Ovando, H. A. Coyotecatl, R. Esquivel-Sirvent, G. H. Coccoletzi, *Phys. Letters A* **267**, 429 (2000).
- [19]. Zhi Y. Li, L.L. Lin, *Phys. Rev. E* **67**, 046607 (2003).
- [20]. G. P. Ortiz, B. E. Martínez-Zéregá, B. S. Mendoza, and W. L. Mochán, *Phys. Rev. B* **79**, 245132 (2009).
- [21]. J. Manzanares-Martínez, F. Ramos-Mendieta, P. Halevi, *Physical Review B* **V**, **72**, 035336 (2005).
- [22]. A.D. Hernández de la Luz, A.F. Alvarado-García, Gregorio H. Coccoletzi, R. Esquivel-Sirvent, *Solid State Commun.* **132**, 623 (2004).