



## ESTUDIO NUMÉRICO DEL EFECTO DE LA TEMPERATURA AMBIENTAL EN LA CONVECCIÓN NATURAL BIDIMENSIONAL EN EL ALMACENAMIENTO DE GRANOS EN SILOS CILÍNDRICOS

### NUMERICAL STUDY OF THE EFFECT OF THE ENVIRONMENTAL TEMPERATURE IN THE NATURAL TWO-DIMENSIONAL CONVECTION OF HEAT IN GRAIN STORED AT CYLINDRICAL SILOS

M. Carrera-Rodríguez<sup>1</sup>, G. M. Martínez-González<sup>1</sup>, J.L. Navarrete-Bolaños<sup>2</sup>,  
J.E. Botello-Álvarez<sup>2</sup>, R. Rico-Martínez<sup>1</sup> y H. Jiménez-Islas<sup>2\*</sup>

*Departamento de Ingeniería <sup>1</sup>Química y <sup>2</sup>Bioquímica, Instituto Tecnológico de Celaya  
Ave. Tecnológico y Antonio García Cubas s/n, C.P. 38010, Celaya, Gto.*

Recibido 19 de Noviembre 2008; Aceptado 18 de Febrero 2009

#### Resumen

Se realizó un estudio numérico de la dinámica del almacenamiento de granos en silos, partiendo de las ecuaciones de transporte de momentum y de energía para medios multifásicos. En este trabajo se analizó el efecto del calor de respiración, así como el efecto de tres tipos de condiciones de frontera, dos de ellas constantes (Caso I,  $\theta = 1$  y Caso II,  $\theta = 0$ ) y una dependiente del tiempo (Caso III, simulando el cambio de temperatura durante el ciclo diurno-nocturno), sobre los patrones de flujo, las isotermas y la transferencia de calor hacia el medio ambiente. Las ecuaciones gobernantes se resolvieron mediante discretización espacial por diferencias finitas de segundo orden e integración implícita para el tiempo. El sistema algebraico obtenido se resuelve mediante Relajación no Lineal. En la simulación, se utilizaron las propiedades para sorgo almacenado en un silo de 44 m<sup>3</sup> de capacidad. La estabilidad en los Casos I y II, se alcanzó en un tiempo adimensional ( $Fo$ ) de 0.3 (que equivale a un tiempo real de 3.01 hrs), mientras que en el Caso III fue de  $Fo = 20$  (equivalente a 200.88 hrs) debido a la periodicidad de la condición de frontera. Para los casos II y III, las condiciones de frontera inducen la formación de flujo multicelular.

*Palabras clave:* almacenamiento de granos, medio poroso, relajación no lineal.

#### Abstract

A numerical study on the dynamics of grain storage in cylindrical silos was performed based on transport equations of momentum and energy for multiphase media. The purpose of this study is to analyze simultaneously the effect of the heat of respiration and three types of boundary conditions; two of them constants (Case I,  $\theta = 1$  and Case II,  $\theta = 0$ ) and a time-dependent (Case III, simulating the change of temperature along the day-night cycle) on the flow patterns, the isotherms and heat transfer to the environment. The governing equations were solved via spatial discretization using second order finite differences and time discretization using an implicit scheme. The set of algebraic equations generated was solved using Nonlinear Relaxation. In this simulation, the thermodynamic properties of sorghum grain stored in a silo of 44 m<sup>3</sup> grain capacity were used. Stability for Case I and II, were reached in a dimensionless time ( $Fo$ ) equals 0.3 (that is equivalent a real time of 3.01 h), while for Case III was for  $Fo = 20$  (equivalent to 200.88 h) because the periodicity of the boundary condition. For cases II and III, the boundary conditions induce the formation of multicellular flow.

*Keywords:* grain storage, porous media, nonlinear relaxation.

#### 1. Introducción

En la actualidad la convección natural bidimensional en un cilindro es una de las formas más estudiadas en fenómenos de transferencia de calor en un medio poroso que se encuentra saturado con un fluido y

que presenta generación volumétrica de calor, debido a las diversas aplicaciones que tiene en la ingeniería, entre las cuales, tienen mayor relevancia el diseño de reactores de lecho empacado y el estudio del almacenamiento, secado y fumigación de

\* Autor para la correspondencia. E-mail: hugo@itc.mx  
Tel. (461) 611 75 75 Fax (461) 611 79 79

granos en silos (Gebhart y col., 1988; Jiménez-Islas y col., 1996; Jiménez-Islas y col., 2004).

En la literatura existen diversos reportes sobre el fenómeno de la convección natural en una cavidad cilíndrica, entre los cuales están los trabajos de Havstad y Burns (1982) y Prasad y Chui (1989), que emplean la ley de Darcy (Greenkorn, 1983) como ecuación de cantidad de movimiento para el medio poroso. En el almacenamiento de granos en silos se manifiesta la transferencia simultánea de momentum, calor y masa. Por lo tanto, el diseño de sistemas óptimos de conservación de cereales requiere comprender los fenómenos de transporte en el almacenamiento a granel, así como los efectos ambientales sobre los perfiles de flujo, temperatura y concentración en el silo (Singh y Thorpe, 1993; Jiménez-Islas y col., 2004). Existen muchas geometrías para el diseño de los silos, y la configuración cilíndrica es una de las más empleadas, principalmente para cantidades de grano relativamente pequeñas (Lindblad y Druben, 1979).

El proceso de respiración del grano continúa durante el almacenamiento por largos períodos de tiempo y la forma en que el grano, la humedad y la temperatura interactúan es importante. El grano almacenado a contenidos de humedad mayores de 15%, respira más rápido que el grano seco, produciendo más calor y creando, por lo tanto, las condiciones favorables para el crecimiento de hongos y para el ataque de insectos, debido a la formación de puntos calientes (Jamieson y Jobber, 1993).

La temperatura externa del almacén no tiene efecto inmediato sobre el grano almacenado en silos grandes, pero puede afectar al grano almacenado en depósitos pequeños con paredes metálicas, ya que los rayos solares calientan el depósito, creando gradientes de temperatura adicionales, que inducen las condiciones propicias para la reproducción de hongos e insectos (Lindblad y Druben, 1979; Jiménez-Islas y col., 2004).

En años recientes se han hecho una gran cantidad de estudios numéricos sobre el efecto de las condiciones de frontera sobre los perfiles de flujo y temperatura, aunque la mayoría de estos se efectuaron sobre cavidades cuadradas o rectangulares llenas con aire (Balakrishnan y col., 2006) o con una matriz porosa (Pop y col., 2006) quienes coincidieron en que el calentamiento no uniforme de la pared inferior propicia mayores velocidades de transferencia en medio de la pared inferior que para el caso de calentamiento uniforme para todos los números de Rayleigh ( $Ra$ ), pero el número de Nusselt promedio muestra velocidades bajas de transferencia para el caso de calentamiento no uniforme. Bilgen y Yedder (2006) llevaron a cabo un estudio numérico en una cavidad rectangular que tiene una pared vertical activa y todas las demás paredes aisladas. La pared activa se divide proporcionalmente en dos partes, una de calentamiento y la otra de enfriamiento usando una

función sinusoidal. Se encontró que la penetración térmica se aproximó al 100% para números elevados de  $Ra$  cuando la pared inferior fue calentada mientras la pared superior era enfriada. Cuando se aplican estas condiciones térmicas a la inversa, la penetración tuvo un límite del 70% siendo máxima a un número de  $Ra$  de  $10^6$ .

Existen estudios experimentales en los que se demuestra la importancia de las condiciones de frontera sobre la transferencia de calor en una cavidad cuadrada llena de aire. (Ching y col., 2006) demuestran que, al aumentar la temperatura en la pared superior, se forma un flujo independiente cerca de ésta, causando un flujo secundario con las capas de frontera de la pared vertical. Por tanto, este tipo de flujos causan efectos significativos en la transferencia de calor en esta región. Abalone y col. en 2006 emplearon valores diarios de la temperatura y humedad relativa ambiental y de la velocidad del viento, obtenidos a partir de promedios estadísticos mensuales, y los usaron como condiciones frontera en el almacenamiento de granos en un silo. Estos autores encontraron que la temperatura ambiental influye mayormente en la zona cerca de las paredes del almacén generando zonas propicias para el desarrollo de plagas.

Con base en la revisión efectuada, el presente estudio se orienta hacia la modelación matemática y la solución numérica del fenómeno de convección natural en medios porosos, utilizando las ecuaciones de transporte para medios multifásicos, obtenidas a partir del Método del Promedio Volumétrico, evaluando la precisión del método de diferencias finitas centrales de segundo orden en la discretización y resolución de las ecuaciones gobernantes, tomando como base los resultados de Jiménez-Islas y col. (1996) Se analizará la dinámica del efecto de las condiciones de frontera e implicaciones climáticas sobre los perfiles de flujo y temperatura dando énfasis a los medios porosos con generación volumétrica de calor, teniendo en mente que, aunque existen bastantes reportes al respecto (Prasad y Chui, 1989; Singh y Thorpe, 1993), es necesaria una mayor investigación sobre las diversas condiciones de frontera a emplearse, debido a la importancia de sus aplicaciones prácticas, tales como: el almacenamiento de granos en silos, reactores de lecho empacado, refrigeración de frutas y hortalizas, entre otros.

## 2. Modelo matemático

El estudio de los fenómenos de convección natural en el almacenamiento de granos en un silo, implica la inclusión de fenómenos de transporte en dos fases. Howes y Whitaker (1985), desarrollaron un modelo matemático para el transporte de calor y masa en medios porosos granulares, utilizando el *Método del Promedio Volumétrico* para obtener expresiones para un medio efectivo, es decir, el medio que conjuga tanto el efecto de la fase sólida como de la gaseosa.

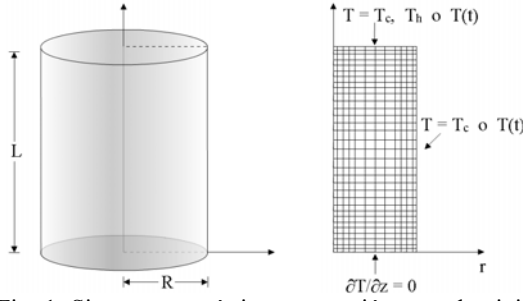


Fig. 1. Sistema geométrico en cuestión y su dominio computacional.

Para aplicar el enfoque de medio efectivo, es necesario utilizar propiedades termodinámicas efectivas (viscosidad, densidad, conductividad térmica, calor específico y difusividad), las que se deben determinar experimentalmente o deducirse a partir del análisis matemático (Thorpe y col., 1991). El sistema geométrico a estudiar es un silo cilíndrico de radio  $R$  y altura  $L$ , que contiene un medio poroso (constituido por la masa de grano), isotrópico, saturado, que presenta generación uniforme de calor  $Q_0$ . La pared exterior del cilindro está enfriada isotérmicamente a una temperatura  $T_c$ , mientras que la base se encuentra aislada. Para esta situación, se tienen dos variantes que son: i) Pared superior con temperatura  $T_h$  y ii) Pared superior a temperatura  $T_c$ . El problema es axisimétrico, por lo que solamente es necesario modelar la región comprendida entre  $r[0, R]$  y  $z[0, L]$ . Este sistema se muestra en la Fig. 1.

Es importante mencionar que en este estudio no se ha considerado el efecto que tiene el calor de respiración sobre la humedad del grano (Jiménez-Islas y col., 2004), para analizar sin otras perturbaciones, el efecto de la inclusión del ciclo diurno-nocturno de la temperatura ambiental sobre la formación de núcleos calientes.

Las ecuaciones que gobiernan el transporte para un medio bifásico han sido reportadas por Carbonell y Whitaker, (1984) y Thorpe y col., (1991), quienes utilizaron el *Método del Promedio Volumétrico* y el concepto de propiedades efectivas. El uso de la ley de Darcy con la corrección de Brinkman es descrito por Jiménez-Islas (1999).

*Continuidad:*

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

*Ley de Darcy con corrección de Brinkman:*

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} = -\mu \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{v} - \nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu_{eff} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (2)$$

*Energía:*

$$(\rho C_p) \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla T \right] = \mathbf{K} : \nabla \nabla T + Q_0 \quad (3)$$

En las Ecs. (1) a (3) las variables son del tipo volumétricamente promediadas, aunque se ha convenido utilizar la notación para variables puntuales. Para obtener el modelo correspondiente al sistema geométrico planteado en este trabajo, se han hecho las consideraciones siguientes:

- 1) Medio efectivo, isotrópico, con propiedades termodinámicas constantes donde la viscosidad y la densidad corresponden a la del fluido y la conductividad térmica es la efectiva del medio poroso. En este caso, el tensor  $\mathbf{C}$  de la Ec. (2) se transforma en el escalar  $K$  que es el término usual que representa la permeabilidad del medio poroso. Una situación similar se tiene en la Ec. (3), donde el tensor  $\mathbf{K}$  se reduce a la conductividad térmica efectiva  $k_{eff}$  y la viscosidad del fluido  $\mu \approx \mu_{eff}$ . (Jiménez-Islas, 1999)
- 2) Se ha utilizado la aproximación de Boussinesq (Nield y Bejan, 1992), que considera a la densidad ( $\rho$ ) como constante, excepto en el término de fuerzas volumétricas  $\rho \mathbf{g}$ , en donde la densidad es función de la temperatura empleando dos términos de una serie de Taylor, de tal manera que:  $\rho = \rho_0 (1 - \beta(T - T_0))$ , en donde  $\rho_0$  y  $T_0$  son densidad y temperatura de referencia, respectivamente y  $\beta$  es el coeficiente de expansión volumétrica, que en el caso de un gas ideal es igual a  $1/T$ .
- 3) Es una cavidad con fronteras rígidas e impermeables y, por lo tanto, el deslizamiento es despreciable.
- 4) El fluido intersticial es newtoniano y se tiene régimen laminar.

Con estas restricciones y utilizando coordenadas adimensionales ( $\xi, \zeta$ ), se procedió a la adimensionalización de las ecuaciones que gobiernan, aplicando el rotacional a la ecuación de cantidad de movimiento para eliminar el término  $\nabla p$  generando la definición de vorticidad ( $\omega$ ). Por último, con el empleo de la definición de función corriente ( $\psi$ ) (Roache, 1972), para satisfacer la ecuación de continuidad, se obtiene el modelo matemático siguiente:

*Vorticidad:*

$$\omega = \frac{A^2}{\xi} \left[ \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} \right] \quad (4)$$

*Momentum combinado:*

$$\frac{\partial \omega}{\partial Fo} = -\frac{Pr}{Da} \left[ -\omega + Da \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} - \frac{\omega}{\xi^2} \right) + Ra A \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right] \quad (5)$$

*Energía:*

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + S_0 \quad (6)$$

donde:

$$\begin{aligned} A &= \text{Aspecto geométrico del silo} = L/R \\ Da &= \text{Número de Darcy} = K/R^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Fo &= \text{Número de Fourier} = at/R^2 \\
 Pr &= \text{Número de Prandtl} = Cp \mu / k_{eff} \\
 Ra &= \text{Número de Rayleigh para medio} \\
 &\quad \text{poroso} = \rho_0 g K \beta (T_h - T_c) R / (\mu \alpha)
 \end{aligned}$$

En estas expresiones, las velocidades adimensionales  $u_r$  y  $u_z$  están definidas en términos de la función corriente como:

$$u_r = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \quad (7a)$$

$$u_z = -\frac{A^2}{\xi} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \quad (7b)$$

Las condiciones de frontera sin variación climática son (Jiménez-Islas y col., 1996):

$$\text{C.F.1 } \zeta = 0 \quad \psi = 0 \quad \partial \theta / \partial \zeta = 0 \quad (8a)$$

$$\text{C.F.2 } \zeta = 1 \quad \psi = 0 \quad \theta = 0 \quad (8b)$$

$$\text{C.F.3 } \zeta = 0 \quad \psi = 0 \quad \partial \theta / \partial \zeta = 0 \quad (8c)$$

$$\text{C.F.4 } \zeta = 1 \quad \psi = 0 \quad \theta = 1 \text{ ó } \theta = 0 \quad (8d)$$

Las condiciones de frontera con variación climática son:

$$\text{C.F.1 } \psi = 0 \quad \partial \theta / \partial \zeta = 0 \quad (9a)$$

$$\text{C.F.2 } \psi = 0 \quad \theta = 0.5 \left[ \cos \left( \frac{\pi R^2 Fo}{\alpha (43200)} \right) + 1.0 \right] \quad (9b)$$

$$\text{C.F.3 } \psi = 0 \quad \partial \theta / \partial \zeta = 0 \quad (9c)$$

$$\text{C.F.4 } \psi = 0 \quad \theta = 0.5 \left[ \cos \left( \frac{\pi R^2 Fo}{\alpha (43200)} \right) + 1.0 \right] \quad (9d)$$

Condiciones iniciales:

$$\text{C.I. } Fo = 0 \quad \psi = 0 \quad \theta = 0 \quad (10)$$

En las Ecs. (9b) y (9d) se plantea el uso de un modelo aproximado que representa la variación de la temperatura ambiental en un periodo de 24 horas. Por otra parte, las condiciones de frontera de la vorticidad se establecieron con la aproximación de Wood's (Roache, 1972). Para la obtención de las propiedades termodinámicas de los granos, se seleccionó al sorgo como ejemplo (Jiménez-Islas y col., 1996), aunque el desarrollo de las ecuaciones que se presenta es válido para cualquier grano. Los datos para el calor de respiración han sido reportados por Mohsenin, (1980), los cuales se ajustaron a un modelo matemático exponencial mediante mínimos cuadrados, que se muestra en la Ec. (11).

$$Q_0 = 2.36 \times 10^{-10} e^{0.1849T} e^{78.6666w} \quad (11)$$

En donde:

$Q_0$  = Calor de respiración, J/kg s

$T$  = Temperatura, °C

$w$  = Fracción masa del contenido de humedad, (base húmeda)

A partir de dicho modelo, se obtuvieron valores de  $Q_0$  para un contenido de humedad del 12 y 16 %, que son los valores mínimo y máximo recomendados para el almacenamiento del sorgo respectivamente (Lindblad y Druben, 1979). Los datos utilizados para obtener los calores de respiración adimensional, se muestran en la Tabla 1. Se seleccionó un silo de fabricación comercial, de 3.66 m de diámetro y 3.81 m de altura hasta el alero, con una capacidad volumétrica de 44 m<sup>3</sup>. Los datos termodinámicos para el sorgo se muestran en la Tabla 2.

El sistema de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) parabólicas no lineales, formado por las Ecs. (4) a (6) junto con sus condiciones de frontera e iniciales, se resolvió por discretización por diferencias finitas de segundo orden con malla constante y diferencias finitas hacia adelante para el tiempo, formando un esquema implícito. En primera instancia, las corridas se hicieron para un número de Rayleigh ( $Ra$ ) para medio poroso igual a 370, un aspecto geométrico ( $A$ ) de 2.083, un número de Darcy ( $Da$ ) igual a  $10^{-8}$  (Jiménez-Islas y col., 2004) y para un único calor de respiración adimensional ( $S_0$ ) de 7.3952 con las condiciones de frontera sin implicaciones climáticas. Para las condiciones de frontera con implicaciones climáticas los valores de calor de respiración adimensional ( $S_0$ ) fueron de 0.3180, 0.8015, 2.0203, 7.3952, 18.6408 y 46.9854. Los puntos interiores de malla uniforme fueron de 51x51 para el Caso I, 41x41 para el Caso II y 61x61 para el Caso III., ya que al aumentar  $S_0$ , se incrementa el efecto de las fuerzas de flotación y por consiguiente, aumenta la distorsión de las isoterms en las fronteras y por lo tanto, la inestabilidad numérica, por lo que se espera que se presenten cambios abruptos en los perfiles de temperatura, principalmente en las fronteras. Por otra parte, se emplearon 600 etapas para los Casos I y II, mientras que para el Caso III se emplearon 900 etapas de integración y las corridas se hicieron hasta que se alcanzó el estado permanente.

Tabla 1. Valores de contenido de humedad del grano y de temperatura, utilizados para obtener los calores de respiración adimensional  $S_0$ .

| Humedad (%) | Temperatura (°C) | $Q_0$ (J/kg s)          | $S_0$   |
|-------------|------------------|-------------------------|---------|
| 0.12        | 20               | $1.1986 \times 10^{-4}$ | 0.3180  |
| 0.12        | 25               | $3.0209 \times 10^{-4}$ | 0.8015  |
| 0.12        | 30               | $7.6146 \times 10^{-4}$ | 2.0203  |
| 0.16        | 20               | $2.1879 \times 10^{-3}$ | 7.3952  |
| 0.16        | 25               | $7.0261 \times 10^{-3}$ | 18.6408 |
| 0.16        | 30               | $1.7710 \times 10^{-2}$ | 46.9859 |

Tabla 2. Propiedades termodinámicas del sorgo

|                                |                       |
|--------------------------------|-----------------------|
| Densidad volumétrica           | 715 kg/m <sup>3</sup> |
| Calor específico <sup>1</sup>  | 1306 J/kg K           |
| Conductividad térmica          | 0.1326 W/m K          |
| Temperatura de pared caliente  | 30 °C                 |
| Temperatura de pared fría      | 20 °C                 |
| Temperatura de referencia      | 25 °C                 |
| Temperatura inicial del grano  | 20 °C                 |
| Porosidad del lecho (estimada) | 0.4                   |
| Conductividad térmica efectiva | 0.09 W/m K            |
| Equivalencia de Fo = 1         | 10.04 h               |

<sup>1</sup> Es el promedio de los calores específicos a 12 y 16 % de humedad, obtenidos por la ecuación de Siebel (Mohsenin, 1980).

El sistema de ecuaciones algebraicas no lineales que se genera se resuelve mediante Relajación no Lineal en cada etapa de integración. Con lo anterior se desarrolló un código en lenguaje de programación FORTRAN denominado IMPLIF2E que resuelve sistemas de ecuaciones parabólicas 2-D con un enfoque general. (Jiménez-Islas, 1999). El vector de aproximación inicial fue de  $X^0 = [0, 0, 0]^T$  y el criterio de convergencia utilizado fue de  $10^{-5}$ . El algoritmo de relajación no lineal es (Jiménez-Islas, 1999):

$$X_i^{k+1} = X_i^k - \lambda \frac{F_j(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n)^k}{\left[ \frac{\partial F_j(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n)^k}{\partial X_i} \right]_{i=j}} \quad (12)$$

El criterio de convergencia es  $|F_j(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n)| \leq 10^{-5}$  para  $1 \leq j \leq n$ , donde:

i = Número de variable

j = Número de función

n = Número de ecuaciones algebraicas generadas = NQ(NX+2)(NY+2)

k = Iteración en turno

$\lambda$  = Factor de relajación

En donde NQ es el número de EDP, NX son los nodos internos en dirección  $\xi$  y NY son los nodos internos en dirección  $\zeta$ . También se hizo un análisis del tamaño de malla y del número de etapas de integración sobre el % de error obtenido en el balance macroscópico de energía cuando se alcanza el estado permanente, dado por:

$$Q_0 (\pi R^2 L) = \int_0^{2\pi} \int_0^L \left[ -k_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=R} dz d\phi + \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[ -k_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{z=0} r dr d\phi + \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[ -k_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right]_{z=L} r dr d\phi \quad (13)$$

Las simulaciones se hicieron en una estación de trabajo (Precision 490, Dell Inc.) con doble procesador Pentium Xeon a 3.6 GHz, memoria RAM de 2 Gb, Microsoft Windows XP Professional® y Compilador COMPAQ Visual FORTRAN v. 6.6c.

Tabla 3. Efecto del tamaño de malla y del número total de etapas de integración sobre el % de error en el balance de energía para el Caso I: Temperatura adimensional unitaria en la superficie en  $\zeta = 1$ .

| Tamaño de malla    | Etapas de integración | % error en balance de energía |
|--------------------|-----------------------|-------------------------------|
| 31x31              | 600                   | 8.7575                        |
| 41x41              | 600                   | 6.0898                        |
| 51x51 <sup>a</sup> | 600                   | 2.2405                        |
| 61x61              | 600                   | 1.8903                        |
| 31x31              | 3000                  | 8.7575                        |
| 41x41              | 3000                  | 6.0898                        |
| 51x51              | 3000                  | 2.2406                        |
| 31x31              | 6000                  | 8.7575                        |
| 41x41              | 6000                  | 6.0899                        |
| 51x51              | 6000                  | 2.2406                        |

<sup>a</sup> Malla utilizada en este trabajo

### 3. Resultados y discusión

En la Tabla 3 se presenta el efecto del tamaño de malla y del número de etapas de integración para el Caso I sobre el error obtenido en el balance macroscópico de energía aplicado cuando se alcanza el estado permanente, en donde se observa que la malla de 51x51 es apropiada para tener 3% de error o menos en el balance de energía, criterio que se empleó en los tres casos analizados. El efecto del número total de etapas de integración sobre el % de error en el balance de energía no es significativo para los tres casos analizados, por lo que las etapas de integración empleadas para todos los casos fueron apropiadas.

En este problema dinámico en particular, las fuerzas de flotación involucradas son producidas principalmente por la generación volumétrica de calor del medio poroso, que está representada por  $S_0$  (Jiménez-Islas y col., 2004). Se ha observado que, a medida que se incrementa el calor de respiración, el calor generado junto con la remoción del mismo en las superficies del cilindro va induciendo gradientes de densidad en el fluido intersticial, lo que va a originar un movimiento cíclico del fluido. La velocidad de movimiento se va incrementando al aumentar  $S_0$ , por lo que en algunos de los casos analizados se detectó flujo multicelular.

#### 3.1. Caso I. Pared superior a temperatura adimensional unitaria

Para esta condición de frontera se reporta la simulación numérica para  $S_0$  de 7.3952. El análisis dinámico producido se analizará y comparará con los obtenidos al fijar condiciones de frontera con funcionalidad del tiempo de la temperatura ambiental. Las iteraciones totales y el tiempo de CPU total se muestran en la Tabla 4. En todas las corridas que se llevaron a cabo no se presentó ningún problema de convergencia al utilizar el tamaño de malla de 51x51 e incluso pudo utilizarse un tamaño menor, pero como se quería obtener una buena pre-

Tabla 4. Corridas efectuadas para el Caso I: Temperatura adimensional unitaria en la superficie en  $\zeta = 1$ .

| Corrida | $S_0$  | Iteraciones<br>totales | Tiempo total<br>de CPU (s) | Tiempo<br>adimensional | % Error en<br>Balance de<br>Energía |
|---------|--------|------------------------|----------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| 1       | 7.3952 |                        |                            | 0.001                  |                                     |
| 2       | 7.3952 |                        |                            | 0.005                  |                                     |
| 3       | 7.3952 |                        |                            | 0.01                   |                                     |
| 4       | 7.3952 |                        |                            | 0.03                   |                                     |
| 5       | 7.3952 |                        |                            | 0.09                   |                                     |
| 6       | 7.3952 | 540604                 | 2027.31                    | 0.30                   | 2.24                                |

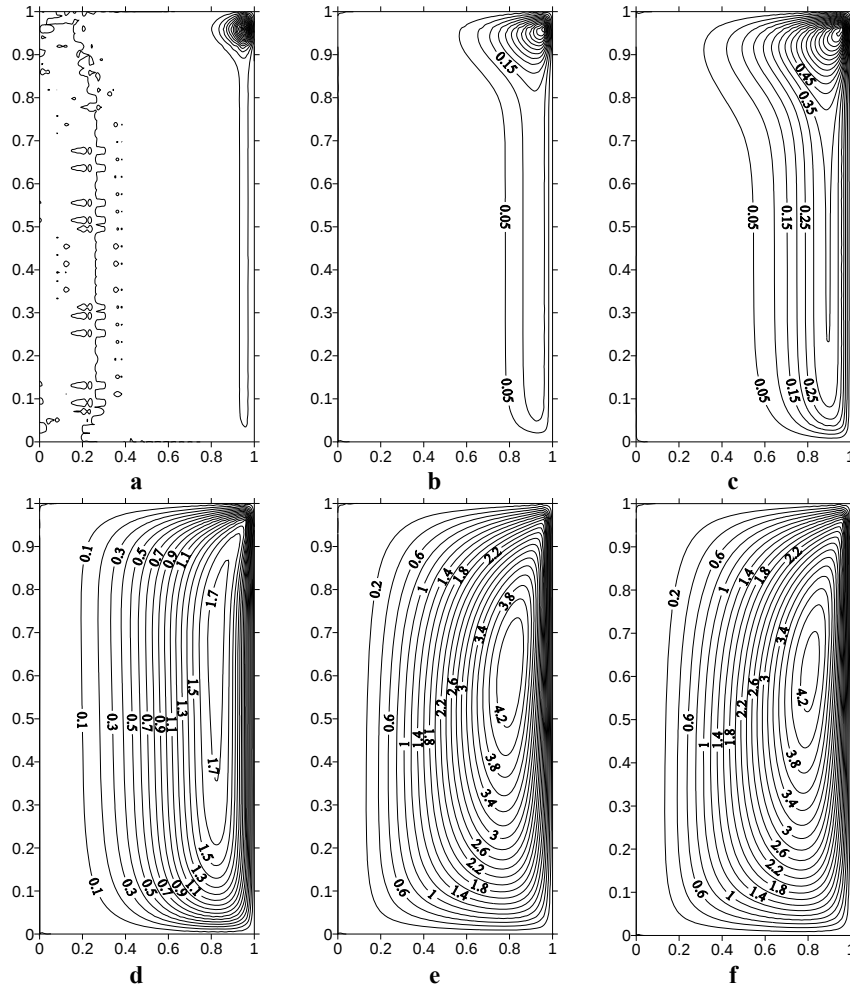


Fig. 2. Isolneas de flujo para el caso I: a)  $Fo = 0.001$ , b)  $Fo = 0.005$ , c)  $Fo = 0.01$ , d)  $Fo = 0.03$ , e)  $Fo = 0.09$  y f)  $Fo = 0.30$ .

cisión, se optó por trabajar con dicho tamaño de malla. El programa computacional solamente reporta el tiempo de CPU total y el número de iteraciones totales cuando se alcanza el estado permanente a lo largo de la dinámica de almacenamiento para el calor de respiración proporcionado. El espaciado de la malla dependerá en gran parte del tipo de condiciones de frontera y del efecto de los términos convectivos, los cuales se incrementan al elevar  $S_0$ . Por otra parte se fijó que la precisión del método de diferencias finitas (medida de la exactitud o rigidez de la discretización con este método) se hará tangible

si se llega a obtener un error máximo de 3% en el balance global de energía.

En este caso las 600 etapas de integración implícita se hicieron desde  $Fo = 0$  a  $Fo = 0.30$  de manera escalonada (en 6 partes de 100 etapas cada una, como se muestra en la Tabla 4), ya que el sistema presenta elevada rigidez y además, de esta manera, la dinámica se observa más claramente a tiempos pequeños. En este caso se empleó un factor de relajación de 0.1 con un tiempo de cómputo total de 0.56 horas.

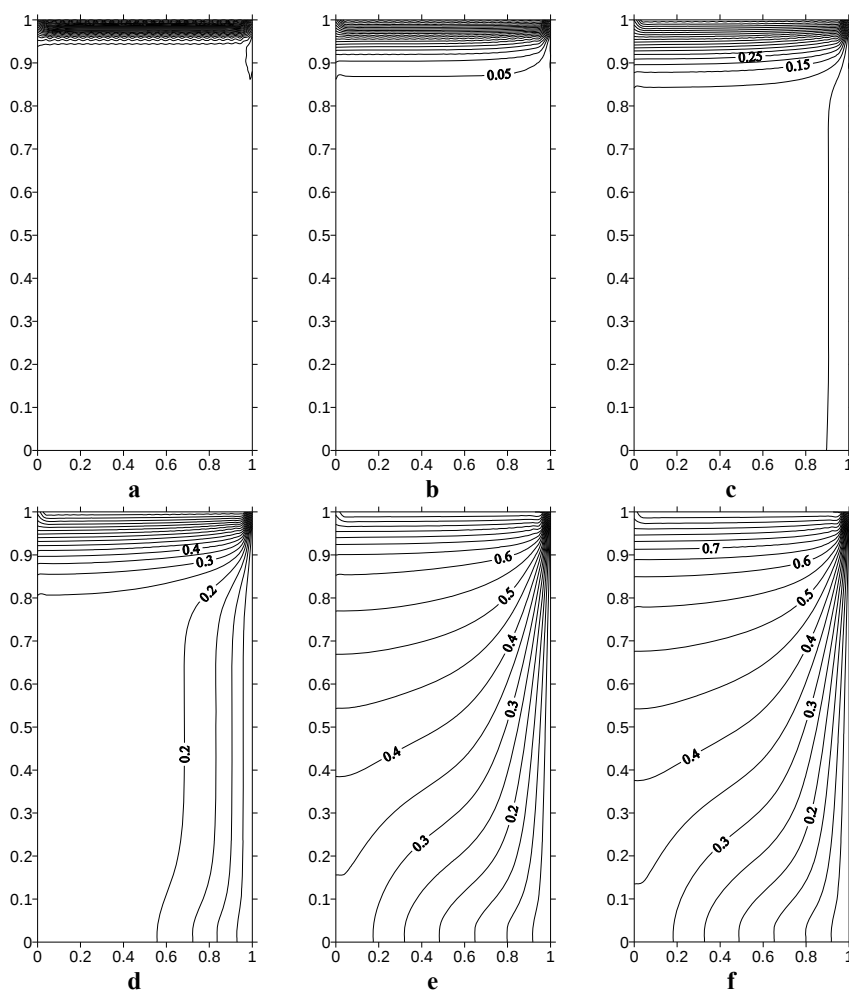


Fig. 3. Isotermas para el caso I: a)  $Fo = 0.001$ , b)  $Fo = 0.005$ , c)  $Fo = 0.01$ , d)  $Fo = 0.03$ , e)  $Fo = 0.09$  y f)  $Fo = 0.30$

La Fig. 2 presenta la dinámica de los patrones de flujo, en donde se puede observar que el vórtice se va desplazando desde la parte superior derecha hacia abajo a medida en que el tiempo adimensional avanza, al mismo tiempo el movimiento se va incrementando hasta alcanzar la estabilidad, infiriéndose que las superficies exteriores no son suficientes para disipar el calor y parte de esta energía se transforma en energía cinética (Prasad y Chui, 1989).

La Fig. 3 muestra la evolución de las isothermas, el balance de energía se establece entre el flujo de calor que entra por la superficie en  $\zeta = 1$  más el calor generado por el grano y las pérdidas de calor por conducción y convección hacia el medio ambiente (Singh y Thorpe, 1993) que es removido por la superficie en  $\zeta = 1$ . La evolución e incremento de la temperatura en el interior del silo inicia desde la pared superior hacia el fondo de éste, hasta alcanzar un estado permanente. Lo anterior da la pauta para determinar el momento y la ubicación en que se alcanzaría una temperatura mayor a la máxima permitida para el almacenamiento de sorgo,

y por consiguiente recurrir a la ventilación para evitar daños al grano por la aparición de hongos e insectos. En este caso la temperatura adimensional máxima siempre se encuentra en la parte superior del silo y es igual a la unidad. Jiménez-Islas y col. (1996) plantearon un modelo 2-D para silos cilíndricos en estado permanente, analizando el efecto del calor de respiración del sorgo y de dos clases de condiciones de frontera sobre los patrones de flujo e isothermas, encontrando que existe un valor crítico de calor de respiración adimensional a partir del cual se empieza a formar un núcleo caliente. En las Figs. 4 y 5 se observa con mayor claridad la evolución de la temperatura del grano de sorgo en dirección radial y axial respectivamente, en donde se aprecia que la zona central del silo es la menos sensible a los cambios en las fronteras. La mayor disipación de calor hacia el medio ambiente se localiza en la pared lateral del silo (Fig. 4) manteniendo una temperatura de 20 °C. Por otra parte, la temperatura adimensional impuesta como condición frontera en la pared superior del silo es mayor que la alcanzada por la respiración del grano,

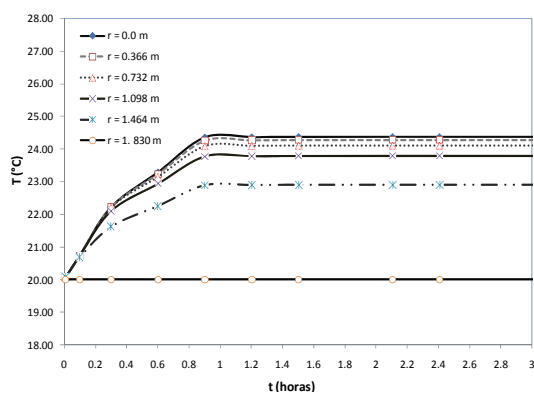


Fig. 4. Caso I. Evolución de la temperatura del grano de sorgo en dirección radial a  $z = 1.9$  m.

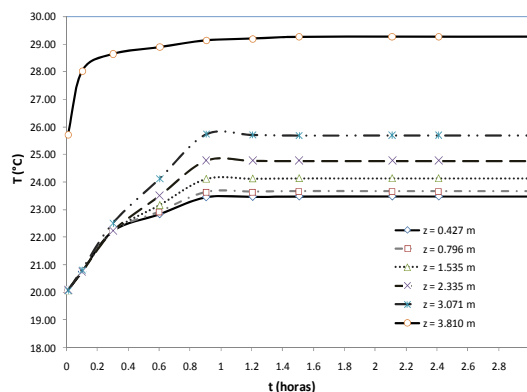


Fig. 5. Caso I. Evolución de la temperatura del grano de sorgo en dirección axial a  $r = 0.0$  m.

por lo que en esta región se mantiene la mayor temperatura (aproximadamente 29 °C) (Fig. 5), que es un factor determinante para favorecer el deterioro del grano.

### 3.2. Caso II. Pared superior a temperatura adimensional cero

En esta condición de frontera también se llevaron a cabo las simulaciones numéricas empleando solamente el valor de  $S_0$  de 7.3952. Las iteraciones totales y tiempo de CPU total se muestran en la Tabla 5. No se presentó ningún problema de convergencia al utilizar el tamaño de malla de 41x41. Se obtiene el tiempo de CPU total y el número de iteraciones realizadas cuando se alcanza el estado permanente a lo largo de la dinámica de almacenamiento.

Para este caso la integración implícita se hizo desde  $Fo = 0$  a  $Fo = 0.30$  usando 600 etapas en forma escalonada (en 6 partes de 100 etapas cada una como se muestra en la Tabla 5), ya que el sistema presenta rigidez elevada, además de que la dinámica de los patrones de flujo e isothermas se observará más claramente; empleando un factor de relajación de 0.1 y un tiempo de cómputo total de 0.82 horas. La Fig. 6 muestra la dinámica de los patrones de flujo, en

donde se puede observar que el efecto de las fuerzas de flotación se hace cada vez más intenso, haciendo que el vórtice del flujo se vaya desplazando hacia la derecha del silo a medida que se incrementa el tiempo adimensional, además se observa la formación de un efecto bicelular en la parte superior, lo cual es similar a lo reportado por Prasad y Chui (1989). El balance de energía se establece entre el calor generado y el calor removido a través de las superficies situadas en  $\xi = 1$  y  $\zeta = 1$ , es decir, las condiciones de almacenamiento de este silo ejemplifican la situación cuando las paredes se encuentran a una temperatura menor que la región interna. Como se muestra en la dinámica de temperaturas (Fig. 7), su magnitud disminuye hacia las paredes del silo y a medida que transcurre el tiempo, el calor que puede disiparse a través de éstas es menor que el producido por el sorgo y llega un momento en el que aparece un núcleo caliente localizado en la parte superior del silo, donde el movimiento del aire intersticial es menor y cuya temperatura máxima se encuentra a una altura de  $0.90L$  aproximadamente, lo cual es similar a lo reportado por Singh y Thorpe (1993). En las Figs. 8 y 9 se observa que la zona cercana a las paredes del silo es la más sensible a los cambios de temperatura en las fronteras. En la Fig. 9 se observa una perturbación en el perfil de temperatura que se ubica en la zona superior del silo y después de 2.5 horas de almacenamiento regresa a un estado permanente. Al respecto, se plantea la hipótesis de que el efecto anterior se debe al punto caliente que se forma en esta zona y que posteriormente alcanza un estado permanente al equilibrarse con el calor disipado por las paredes superior y lateral del silo.

En el almacenamiento de granos, es importante mencionar la necesidad de controlar la aparición de núcleos calientes que se localizan en la parte superior central del silo, donde casi no existe movimiento del aire intersticial, por lo que habría que disponer de un sistema de ventilación ya sea mediante un ducto perforado que se coloque por el eje axial del silo o por un sistema con extractores eólicos, colocados en la parte superior del mismo. Los cálculos termodinámicos de estos sistemas, se harían en función del tamaño del silo y de las características del grano y del medio ambiente.

Los dos casos anteriores proporcionaron las bases para inferir sobre el tipo de patrones de flujo e isothermas esperados cuando se presentan diferentes temperaturas en las paredes de un silo. Se puede anticipar que, para una condición de frontera dependiente del tiempo, se presente mayor rigidez en la solución del modelo y se manifiesten fenómenos de flujo bicelular como en el Caso II, y por consiguiente tardará más en alcanzar un estado permanente.

Tabla 5. Corridas efectuadas para el Caso II: Temperatura adimensional cero en la superficie en  $\zeta = 1$ .

| Corrida | $S_0$  | Iteraciones<br>totales | Tiempo total<br>de CPU (s) | Tiempo<br>adimensional | % Error en<br>Balance de<br>Energía |
|---------|--------|------------------------|----------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| 1       | 7.3952 |                        |                            | 0.001                  |                                     |
| 2       | 7.3952 |                        |                            | 0.005                  |                                     |
| 3       | 7.3952 |                        |                            | 0.01                   |                                     |
| 4       | 7.3952 |                        |                            | 0.03                   |                                     |
| 5       | 7.3952 |                        |                            | 0.09                   |                                     |
| 6       | 7.3952 | 790936                 | 2958.51                    | 0.30                   | 1.87                                |

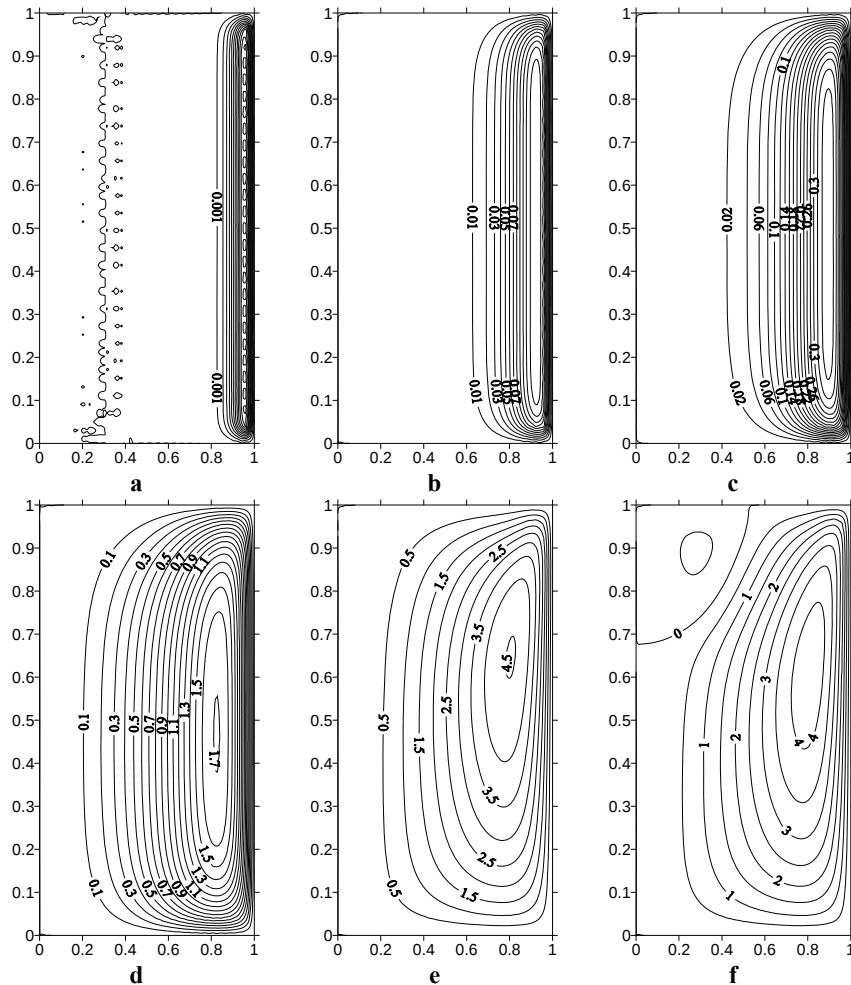


Fig. 6. Isolíneas de flujo para el caso II: a)  $Fo = 0.001$ , b)  $Fo = 0.005$ , c)  $Fo = 0.01$ , d)  $Fo = 0.03$ , e)  $Fo = 0.09$  y f)  $Fo = 0.30$

### 3.3. Caso III. Pared superior y lateral con condiciones frontera en función del tiempo.

En este caso la condición de frontera se encuentra en función del tiempo, la cual simula de forma aproximada las implicaciones climáticas diurnas-nocturnas, lo cual le confiere al modelo una elevada rigidez. Hasta ahora solamente se tiene el estudio dinámico para condiciones de frontera constantes, sin embargo el objetivo ahora es estudiar a detalle el efecto de las condiciones de frontera ambientales con diversos calores de respiración sobre la dinámica de

almacenamiento. Se obtuvieron resultados para  $S_0$  de 0.3180, 0.8015, 2.0203, 7.3952, 18.6408 y 46.9854. Por brevedad, solamente se reporta el caso cuando  $S_0$  es de 18.6408, a partir del cual se empieza a presentar flujo bicelular, no así para calores menores que éste. Existe un  $S_0$  crítico entre 7.3952 y 18.6408 (de acuerdo a los resultados es más cercano a 18.6408), donde el flujo de calor en la superficie en  $\zeta = 1$  invierte su sentido. A partir de este punto, el movimiento hacia abajo del vórtice se detiene y éste se hace cada vez más grande a medida que aumenta  $S_0$ , lo que explica que las superficies exteriores no

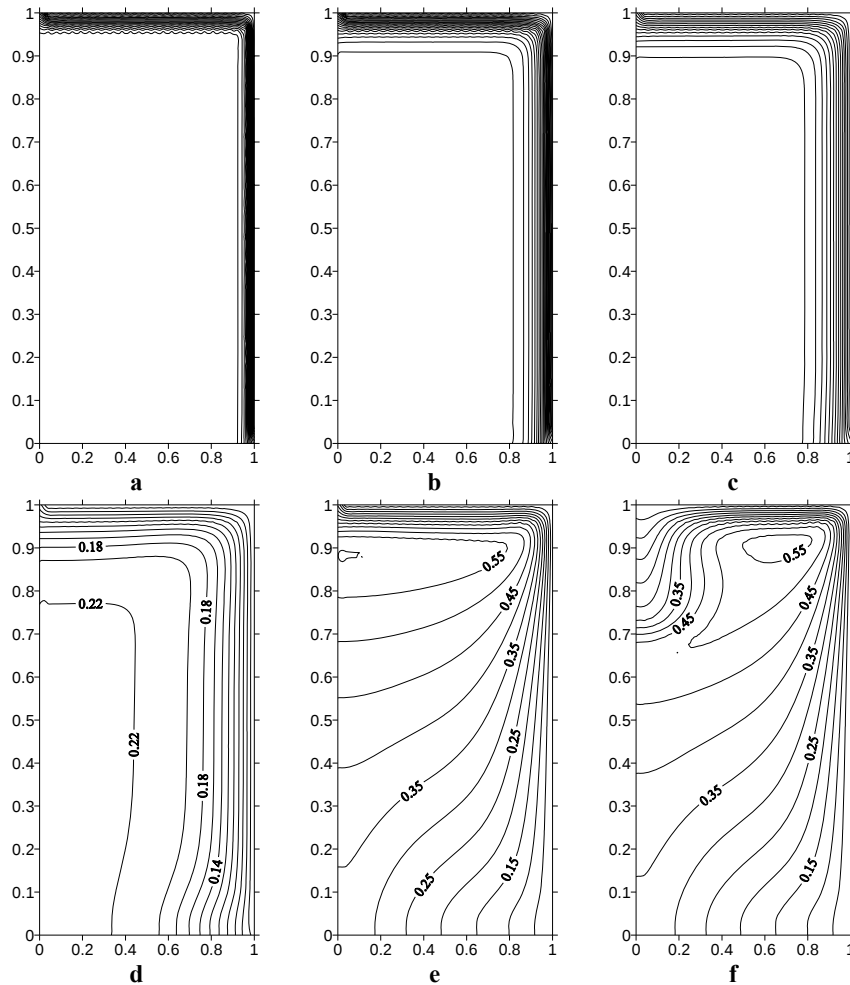


Fig. 7. Isothermas para el caso II: a)  $Fo = 0.001$ , b)  $Fo = 0.005$ , c)  $Fo = 0.01$ , d)  $Fo = 0.03$ , e)  $Fo = 0.09$  y f)  $Fo = 0.30$

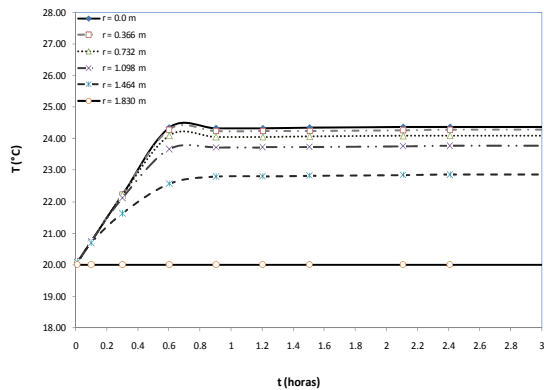


Fig. 8. Caso II. Evolución de la temperatura del grano de sorgo en dirección radial a  $z = 1.9$  m.

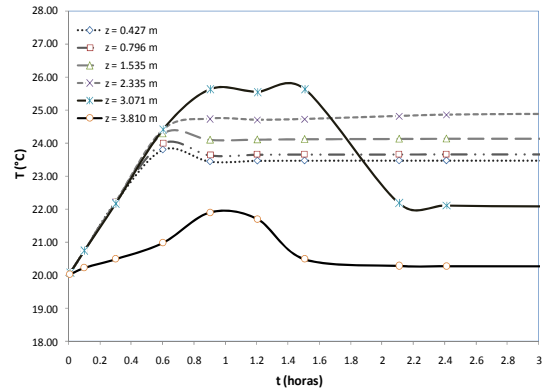


Fig. 9. Caso II. Evolución de la temperatura del grano de sorgo en dirección axial a  $r = 0.0$  m.

son suficientes para disipar el calor y parte de esta energía se convierte en energía cinética y aparece un núcleo caliente en la parte superior del silo aproximadamente a  $(0.80L - 0.90L)$  donde el aire tiene menor movimiento, lo cual es similar a lo reportado por Singh y Thorpe (1993). La temperatura máxima en este punto es de  $37^{\circ}\text{C}$  y va incrementándose a medida que se aumenta el valor

de  $S_0$ . Esta temperatura es suficientemente alta para causar daños significativos al grano con la proliferación de hongos e insectos. Singh y Thorpe (1993) reportan una temperatura máxima ( $\approx 32^{\circ}\text{C}$ ), que es menor a la presentada en este trabajo. La mayor diferencia de temperaturas se debe a que el calor de respiración que se impone para este estudio es mayor y el área de transferencia hacia el medio

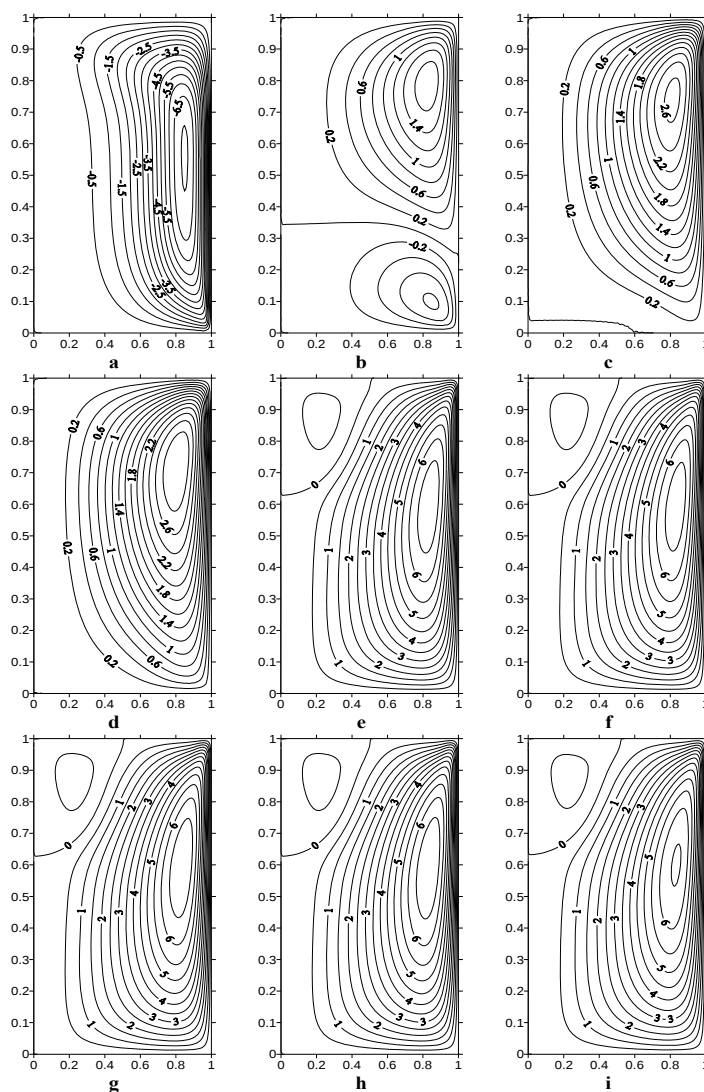


Fig. 10. Isolíneas de flujo para el caso III: a)  $Fo = 0.01$ , b)  $Fo = 0.07$ , c)  $Fo = 0.09$ , d)  $Fo = 0.1$ , e)  $Fo = 1.0$ , f)  $Fo = 5.0$ , g)  $Fo = 10.0$ , h)  $Fo = 15.0$  y i)  $Fo = 20.0$

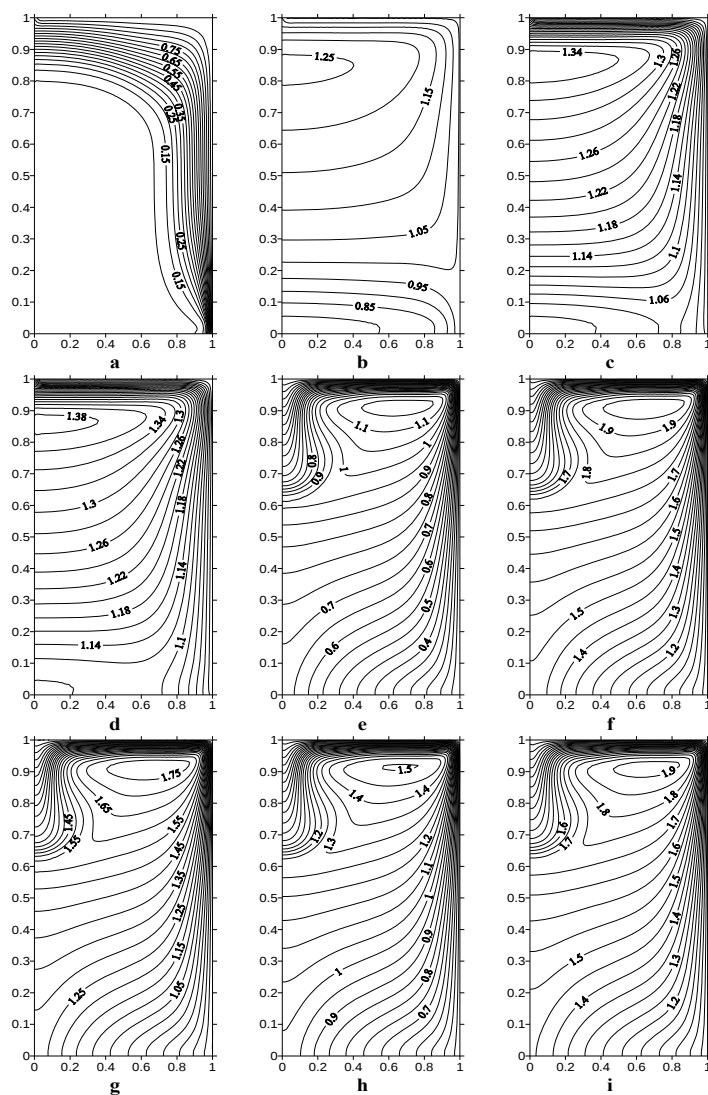
ambiente es menor, debido a que ellos utilizan un almacén de grano de mayor tamaño y además una condición de frontera fija ( $10^\circ\text{C}$ ).

La integración implícita de las ecuaciones se hizo desde  $Fo = 0$  a  $Fo = 20.0$  empleando 900 etapas de manera escalonada (9 partes de 100 etapas cada una, como se muestra en la Tabla 6), debido a que el sistema presenta elevada rigidez a tiempos pequeños. Además se usó un tamaño de malla de  $61 \times 61$ , un factor de relajación de 0.1 y un tiempo de cómputo total de 231.82 horas. Las iteraciones totales y el tiempo de CPU total se muestran en la Tabla 6. También se calculó el % de error en el balance de energía cuantificando las entradas y salidas macroscópicas de calor en el silo al término de la dinámica. La Fig. 10 presenta la dinámica de los patrones de flujo, en donde se puede observar que, a tiempos pequeños, el signo negativo de la función corriente indica que el sentido del flujo es contrario al de las manecillas del reloj. La formación de flujos

secundarios en la parte inferior del silo con sentido contrario se debe al gradiente de temperatura que se presenta en esta región. A medida que avanza el tiempo, la intensidad del flujo va aumentando, tendiendo a formar un flujo bicelular que se hace cada vez más estable (Prasad y Chui, 1989). En cuanto a la dinámica de las isothermas mostradas en la Fig. 11, a tiempos pequeños se observa claramente la formación de dos zonas de temperatura. Una de éstas se va disipando hacia la parte inferior del silo, lo cual produce el flujo multicelular mencionado previamente. Al avanzar el tiempo se observa como lentamente aumenta la temperatura y alcanza un estado meta-estable, ya que la temperatura fluctúa de manera periódica debido al tipo de condición de frontera que se está imponiendo en las paredes laterales del silo. A la vez, se va estableciendo el equilibrio térmico entre el calor de respiración y las pérdidas de calor por conducción y convección hacia

Tabla 6. Corridas efectuadas para el Caso III: Temperatura adimensional con implicaciones climáticas en la superficie en  $\zeta = 1$  y  $\xi = 1$ .

| Corrida | $S_0$   | Iteraciones<br>totales | Tiempo total de CPU<br>(s) | Tiempo<br>adimensional | % Error en Balance de<br>Energía |
|---------|---------|------------------------|----------------------------|------------------------|----------------------------------|
| 1       | 18.6408 |                        |                            | 0.01                   |                                  |
| 2       | 18.6408 |                        |                            | 0.07                   |                                  |
| 3       | 18.6408 |                        |                            | 0.09                   |                                  |
| 4       | 18.6408 |                        |                            | 0.10                   |                                  |
| 5       | 18.6408 |                        |                            | 1.00                   |                                  |
| 6       | 18.6408 |                        |                            | 5.00                   |                                  |
| 7       | 18.6408 |                        |                            | 10.0                   |                                  |
| 8       | 18.6408 |                        |                            | 15.0                   |                                  |
| 9       | 18.6408 | 92404500               | 834564.18                  | 20.0                   | 2.70                             |

Fig. 11. Isotermas para el caso III: a)  $Fo = 0.01$ , b)  $Fo = 0.07$ , c)  $Fo = 0.09$ , d)  $Fo = 0.1$ , e)  $Fo = 1.0$ , f)  $Fo = 5.0$ , g)  $Fo = 10.0$ , h)  $Fo = 15.0$  y i)  $Fo = 20.0$ .

el medio ambiente (Singh y Thorpe, 1993). Además, las Figs. 12 y 13 muestran como la parte central del silo es la menos sensible a los cambios ambientales y en algunos periodos de tiempo, sobre todo en el periodo vespertino (alrededor de las cuatro de la tarde), alcanza su máxima temperatura

(aproximadamente 37 °C). Por lo tanto, esta zona es la más vulnerable a presentar la formación de puntos calientes y por consiguiente el deterioro del grano. Del resultado anterior, se infiere que, en silos peque-

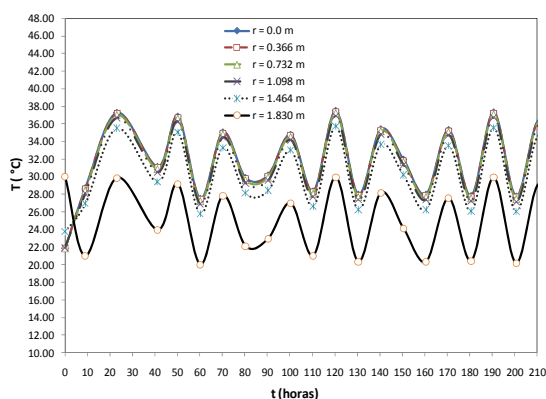


Fig. 12. Caso III. Evolución de la temperatura del grano de sorgo en dirección radial a  $z = 1.9$  m.

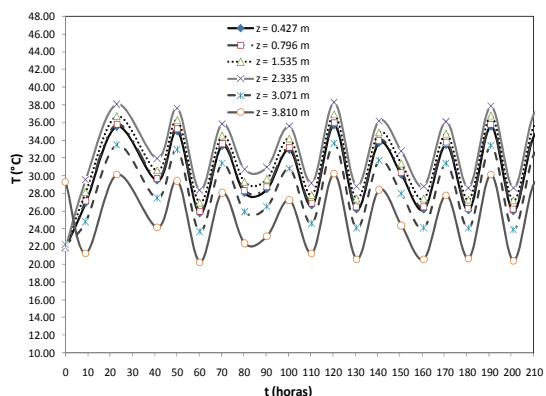


Fig. 13. Caso III. Evolución de la temperatura del grano de sorgo en dirección axial a  $r = 0.0$  m.

ños, la influencia de la temperatura ambiental es de mucha importancia y además dependiendo del calor de respiración, se hará necesario recurrir a la ventilación. Estos resultados concuerdan con los reportados por Abalone y col. (2006).

En el último caso se observa que el fenómeno produce una inestabilidad numérica, debido a que, al inicio el silo se encuentra a una temperatura constante y cuando se le imponen las condiciones de frontera con implicación climática, la transferencia de calor cambia abruptamente de régimen conductivo a convectivo, por lo que se requiere una malla más fina para su modelación, lo que se consigue con el aumento de nodos en diferencias finitas y etapas de integración más pequeñas. El problema radica en determinar los parámetros que aseguren la estabilidad numérica del método y que a la vez no se obtengan tiempos de cómputo largos. Uno de estos parámetros muy importantes en este caso de estudio, es el factor de relajación el cual tuvo un valor de 0.1 para todos los casos aquí estudiados. También es posible usar malla más fina en la cercanía de las fronteras, aunque puede ocasionar mayor lentitud en la convergencia. (Jiménez-Islas, 1999).

## Conclusiones

Los métodos de diferencias finitas de segundo orden y de relajación no lineal resultaron adecuados para la discretización y solución numérica de las ecuaciones gobernantes respectivamente. A medida que la complejidad de las condiciones frontera aumenta, se incrementa la rigidez del sistema y de igual forma los gradientes de temperatura formando flujo multicelular en el Caso II y el Caso III, por lo que son necesarios mallas más finas para evitar inestabilidad numérica.

El estudio dinámico de la convección natural en un silo de tamaño comercial, que contiene sorgo, proporciona el avance paulatino de los patrones de flujo y las isoterms, lo que permite observar el comportamiento de éstos a lo largo del tiempo y conocer el momento y ubicación de regiones de estancamiento y de núcleos calientes, donde se esperaría el deterioro del grano por acción de los insectos y/o de los hongos. La zona central es la menos sensible a los cambios ambientales y su temperatura es alta, por lo que será necesario recurrir a la ventilación para evitar el deterioro de los granos. El estado permanente (cuando no existe variación apreciable en las magnitudes de función corriente y temperatura) para el caso I y II, se alcanzó en un tiempo adimensional de  $Fo = 0.3$  (que equivale a un tiempo real de 3.01 hrs), mientras que para el caso cuando las condiciones de frontera son función del tiempo, el estado permanente se alcanzó en un tiempo adimensional de  $Fo = 20$  (equivalente a 200.88 hrs).

El análisis de los resultados hace inferir que el modelo propuesto es adecuado para estudiar la dinámica de almacenamiento en granos, por lo que, en un siguiente nivel de sofisticación, se podrá expandir a geometrías 3-D y condiciones de frontera dependientes de la estacionalidad del clima. Con el uso de este modelo, es posible efectuar un análisis de sensibilidad, variando condiciones de frontera y aspectos geométricos, con el fin de determinar las condiciones idóneas para el almacenamiento del grano, junto con la predicción de condiciones que pudiesen deteriorar el grano.

## Nomenclatura

|       |                                                                         |
|-------|-------------------------------------------------------------------------|
| $A$   | aspecto geométrico, altura/radio, $L/R$                                 |
| $C$   | tensor de permeabilidades del medio poroso, $m^2$                       |
| $C_p$ | calor específico, $J/kg\ K$                                             |
| $Da$  | número de Darcy, $K/R^2$                                                |
| $g$   | aceleración de la gravedad, $m/s^2$                                     |
| $F$   | función de discretización                                               |
| $Fo$  | número de Fourier o tiempo adimensional, $at/R^2$                       |
| $K$   | tensor de conductividades térmicas efectivas del medio poroso, $W/m\ K$ |
| $K$   | permeabilidad del medio poroso, $m^2$                                   |
| $k$   | conductividad térmica del medio poroso, $W/m\ K$                        |
| $L$   | altura de la cavidad, $m$                                               |
| $Pr$  | número de Prandtl, $C_p \mu / k_{eff}$                                  |

|       |                                                                                          |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| $p$   | presión atmosférica, Pa                                                                  |
| $Ra$  | número de Rayleigh para medio poroso,<br>$\rho_0 g K \beta (T_h - T_c) R / (\mu \alpha)$ |
| $R$   | radio del silo, m                                                                        |
| $r$   | coordenada radial, m                                                                     |
| $Q_0$ | generación de calor, J/kg s                                                              |
| $S_0$ | calor de respiración adimensional,<br>$Q_0 R^2 / ((T_h - T_c) k_{eff})$                  |
| $T$   | temperatura, °C, K                                                                       |
| $t$   | tiempo, s, h                                                                             |
| $u$   | velocidad adimensional, $vR/\alpha$ , $vR^2/\alpha L$                                    |
| $v$   | velocidad del fluido, m/s                                                                |
| $w$   | fracción masa de humedad en el grano,<br>base húmeda                                     |
| $z$   | coordenada axial, m                                                                      |

#### Simbolos griegos

|               |                                                          |
|---------------|----------------------------------------------------------|
| $\alpha$      | difusividad térmica del medio poroso, $k_{eff}/\rho C_p$ |
| $\beta$       | coeficiente volumétrico de expansión térmica, $K^{-1}$   |
| $\lambda$     | factor de relajación                                     |
| $\varepsilon$ | porosidad                                                |
| $\rho$        | densidad del fluido, $kg/m^3$                            |
| $\mu$         | viscosidad del fluido, $kg/m s$                          |
| $\zeta$       | coordenada axial adimensional, $z/L$                     |
| $\xi$         | coordenada radial adimensional, $r/R$                    |
| $\psi$        | función corriente adimensional                           |
| $\omega$      | vorticidad adimensional                                  |
| $\theta$      | temperatura adimensional, $(T - T_c) / (T_h - T_c)$      |

#### Subíndices

|     |                             |
|-----|-----------------------------|
| c   | pared fría                  |
| eff | propiedad de medio efectivo |
| h   | pared caliente              |
| r   | dirección radial            |
| z   | dirección axial             |
| 0   | estado de referencia        |

#### Abreviaturas

|     |                                    |
|-----|------------------------------------|
| CPU | unidad central de proceso          |
| EDP | ecuaciones diferenciales parciales |

#### Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo financiero de CONACYT en su modalidad de Ciencia Básica, con el proyecto SEP-CO1-2004-46230 y de CONCYTEG con el proyecto 07-09-k662-050.

#### Referencias

Abalone, R., Gastón, A., Cassinerad, A. y Lara, M. A. (2006). Modelización de la distribución de temperatura y humedad de granos almacenados en silos. Asociación Argentina de Mecánica Computacional. *Mecánica Computacional* Vol XXV, 233-247.

Balakrishnan, A.R., Basak, T. y Roy, S. (2006). Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49, 4525-4535.

Bilgen, E. y Ben Yedder, R. (2006). Natural convection in enclosure with heating and cooling by sinusoidal temperature profiles on one side. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50, 139-150.

Carbonell, R. G. y Whitaker, S. (1984). Heat and mass transport in porous media. In *mechanics of fluid in porous media*. J. Bear and Corapcioglu, M. Y. (Eds) Martinus Nijhoff, Brussels, 121-198

Ching, C.Y., Ewing, D. y Wu, W. (2006). The Effect of the top and bottom wall temperatures on the laminar natural convection in an air-filled square cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49, 1999-2008.

Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R.L. y Sammakia, B. (1988). *Buoyancy-Induced Flows and Transport*. Hemisphere Publishing Co. New York, N.Y.

Greenkorn, R. A. (1983). *Flow Phenomena in Porous Media*. Marcel Dekker Inc. N.Y.

Havstad, M.A. y Burns, P.J. (1982). Convective heat transfer in vertical cylindrical annuli filled with a porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 11, 1755-1766.

Howes, F. A., y Whitaker. (1985). The spatial averaging theorem revisited. *Chemical Engineering Science* 40, 1387-1392.

Jamieson, M. y Jobber, P. (1993). *Manejo de los Alimentos*. Vol. 3. Editorial Pax, México.

Jiménez Islas, H. (1999). *Modelamiento Matemático de la Transferencia de Momentum, Calor y Masa en Medios Porosos*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma Metropolitana, México D. F.

Jiménez-Islas, H., Magaña-Ramírez, J. L. y Torregrosa Mira A. (1996). Efecto del calor de respiración sobre la convección natural en el almacenamiento de granos en silos. Memorias VI Congreso Nacional de la Asociación Mexicana de Ingeniería Agrícola, México.

Jiménez-Islas, H., Navarrete-Bolaños J.L. y Botello-Álvarez E. (2004). Numerical study of the natural convection of heat and 2-D mass of grain stored in cylindrical silos. *Agrociencia* 38 (3), 325-342.

Lindblad, C. y Druben, L. (1979). *Almacenamiento del Grano*. Ed. Concepto S.A. México, D.F.

Mohsenin, N. N. (1980). *Thermal Properties of Foods and Agricultural Materials*. Gordon and Breach Science Publishers. 2nd Edition, NY. USA. 407 p.

Nield, D.A. y Bejan, A. (1992). *Convection In Porous Media*. Springer-Verlag, USA.

- Pop, I., Basak, T., Roy, S. y Paul, T. (2006). Natural convection in a square cavity filled with a porous medium: Effects of various thermal boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49, 1430-1441.
- Prasad, V. y Chui, A. (1989). Natural convection in a cylindrical porous enclosure with internal heat generation. *ASME Journal of Heat Transfer* 111, 916-925.
- Roache, P. J. (1972). *Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers, Albuquerque, N. M., USA.
- Singh, A. K. y Thorpe, G. R. (1993). A solution procedure for three-dimensional free convective flow in peaked bulks of grain. *Journal of Stored Products Research* 29, 221-235.
- Thorpe, G. R., Ochoa-Tapia, A., y Whitaker, S. (1991) The diffusion of moisture in food grains - I. The development of a mass transport equation. *Journal of Stored Products Research* 27, 1-9.