



MEJORA EN EL CONTROL EN CASCADA PARA REACTORES TUBULARES

IMPROVED CASCADE CONTROL SCHEME FOR TUBULAR REACTORS

E. Hernández-Martínez*, R. Urrea y J. Álvarez-Ramírez

Universidad Autónoma Metropolitana – Iztapalapa, Apartado postal 55-534, Iztapalapa, DF., 09340 México

Recibido 26 de Junio 2008; Aceptado 28 de Octubre 2008

Resumen

Los reactores tubulares son difíciles de operar debido al acoplamiento intrínseco entre los procesos de transporte, cinética no lineal y su naturaleza distribuida. Debido a las numerosas aplicaciones industriales de los reactores tubulares, el problema de monitoreo y control efectivo es de gran importancia económica y de seguridad. En este trabajo introducimos una nueva configuración del esquema de control en cascada basada en el promedio de la medición de tres temperaturas distribuidas a lo largo de la posición axial del reactor tubular (w_{av}). La configuración del control explota la información provista por dos sensores de temperatura adicionales localizados cerca de la alimentación y salida del reactor. La configuración con (w_{av}) mejora el comportamiento del esquema clásico de control en cascada frente a perturbaciones e incertidumbre de los parámetros del modelo. Mediante simulaciones numéricas se ilustra y compara el desempeño del control propuesto.

Palabras clave: control en cascada, temperatura promedio, reactor tubular.

Abstract

Tubular reactors are difficult to operate due the intricate coupling between transport processes, nonlinear chemical kinetics, and their distributed nature. However, due to numerous industrial applications for chemical tubular reactors, the problem of monitoring and controlling them effectively is of great safety and economical importance. In this work, we introduce a new cascade control scheme based on three-temperature measurement distributed along the axial position of the tubular reactor with respect to a weighted average temperature (w_{av}). The control configuration exploits the information provided by two additional temperatures sensor located at the feed and the output of the tubular reactor. The configuration with w_{av} improves the behavior of the control scheme by enhancing the disturbance and parameter's uncertainty. Numerical simulations are used to illustrate and compare the control performance.

Keywords: cascade control, average temperature, tubular reactor.

1. Introducción

Los principales reactores en la industria química son el reactor tanque agitado y el reactor tubular. Para algunas reacciones químicas los reactores tubulares son más eficientes que los reactores tanque agitado, especialmente cuando los volúmenes son iguales. Además el reactor tubular es relativamente fácil de mantener sin partes móviles y usualmente produce más altas conversiones por unidad de volumen que cualquier reactor de flujo continuo (Froment y Bischoff, 1990).

Los reactores tubulares son difíciles de operar debido al acoplamiento intrínseco entre los procesos de transporte, la cinética no lineal y su naturaleza distribuida. Sin embargo, debido a las numerosas aplicaciones industriales de los reactores químicos

tubulares, el monitoreo y control es de gran importancia económica y de seguridad.

El objetivo primordial del control en reactores tubulares es la regulación de la concentración a la salida del reactor manteniendo la temperatura debajo de los valores máximos especificados. El problema de control en la composición en reactores tubulares ha sido extensivamente estudiado con esquemas de control lineal (Pellegrine *y col.*, 1993; Álvarez-Ramírez *y col.*, 2000) y no lineal (Christofides, 2001; Hoo y Zheng, 2002; Wu y Huang, 2003; Li y Christofides, 2007). Dado que la medición de la composición tiene generalmente retardos, debido a las restricciones en la respuestas de los dispositivos de medición y al transporte interno, un lazo retroalimentado, basado únicamente en la medición de la composición puede sufrir un pobre desempeño y hasta inestabilidades. Para aliviar esta situación se

* Autor para la correspondencia. E-mail: cbi206380874@xanum.uam.mx
Tel. 5804-4648 + 2582

han empleado esquemas de control en cascada composición-temperatura. Hua y Jutan (2000) diseñaron un controlador no lineal en cascada con esquema inferencial basado en observadores no lineales de concentración y temperatura, esta propuesta mejora la regulación de la concentración a la salida del reactor, además estabiliza el *hot spot* en el perfil de temperatura. Urrea y col., (2008) proponen un esquema de control en cascada composición-temperatura, empleando para el lazo de temperatura una temperatura promedio ponderada basada de dos mediciones de temperatura localizadas antes y después del *hot spot* en un reactor tubular exotérmico, este esquema de control en cascada mejora la respuesta del controlador en cascada clásico frente a perturbaciones en la alimentación.

Se han reportado en la literatura sofisticados esquemas de control (Christofides, 2001; Hoo y Zheng, 2002; Wu y Huang, 2003; Li y Christofides, 2007), pero debido a su complejidad y a la gran dependencia del modelo matemático están limitados para su aplicación industrial. Por otro lado los compensadores PI/PID son bien aceptados en la industria debido a su facilidad de diseño e implementación (Alvarez-Ramirez y col., 2001). En este trabajo extendemos el uso del controlador en cascada basado en compensadores PI/PID, empleando la medición de tres sensores de temperatura distribuidos simétricamente a lo largo de la posición axial del reactor tubular. La configuración del controlador explota la información provista por dos sensores de temperatura adicionales localizados cerca de la entrada y salida del reactor lo que permite al reactor una respuesta más rápida a lazo cerrado. El desempeño del controlador se muestra mediante simulaciones numéricas en un reactor tubular con dos dinámicas diferentes: con y sin *hot spot*.

El trabajo está organizado de la siguiente manera: en la siguiente sección se presenta el caso de estudio. En la sección 3, la propuesta de control es derivado. En la sección 4, se presentan las simulaciones numéricas del desempeño del controlador y finalmente en la sección 5 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. Modelo del Reactor tubular

En esta parte presentamos el modelo matemático del reactor tubular. El modelo del reactor no considera gradientes de concentración ni velocidad en dirección radial, el gradiente de temperatura es descrito por el uso apropiado del valor de la conductividad efectiva radial, se considera reacción homogénea, las propiedades de la reacción son caracterizadas por valores promedio, el mecanismo de mezclado axial es descrito por un solo parámetro del modelo y la velocidad de la reacción es considerada de primer orden. Las ecuaciones de balance de masa y energía para el reactor son tomados de Varma y Aris (1977).

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = D_{ma} \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2} - V \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} - k_o c(x,t) e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\lambda_{ea}}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - V \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} - \frac{\Delta H}{\rho C_p} k_o c(x,t) e^{\left(\frac{-E}{RT}\right)} - \frac{4h}{\rho C_p} (T(x,t) - T_w) \quad (2)$$

con condiciones iniciales

$$c(x,0) = c_{in}; \quad T(x,0) = T_{in} \quad (3)$$

En sentido determinista existen dos tipos de frontera, la frontera “abierta” y la frontera “cerrada”. En la frontera abierta la continuidad de la frontera se mantiene y las partículas pueden a atravesar libremente de un lado a otro la frontera. Este no es el caso con la frontera a la entrada y salida “cerradas”, en el cual las partículas entran y permanecen en el sistema una sola vez. Este tipo de condiciones de frontera han sido ampliamente discutido (Darckwerts, 1953; Pearson J, 1959), donde la continuidad de la concentración se pierde en el origen:

$$Vc(0,t) - D_{ma} \frac{dc(0,t)}{dx} = Vc_{in};$$

$$VT(0,t) - \frac{\lambda_{ea}}{\rho C_p} \frac{dT(0,t)}{dx} = VT_{in} \quad (4)$$

Si el sistema de longitud L es cerrado a la salida tenemos la condición de frontera en la salida como:

$$D_{ma} \frac{dc(L,t)}{dx} = 0; \quad \frac{\lambda_{ea}}{\rho C_p} \frac{dT(L,t)}{dx} = 0 \quad (5)$$

Esta situación es una buena aproximación para muchos reactores prácticos y hasta para aquellos que exhiben baja dispersión. Introduciendo las variables adimensionales en posición, tiempo, concentración, temperatura y temperatura de enfriamiento respectivamente como:

$$\xi = \frac{x}{L} \quad (6)$$

$$\tau = \frac{V}{L} t \quad (7)$$

$$y(\xi, \tau) = \frac{c_{in} - c(x,t)}{c_{in}} \quad (8)$$

$$w(\xi, \tau) = \frac{E}{RT_{in}} \frac{T(x,t) - T_{in}}{T_{in}} \quad (9)$$

$$\varpi(\xi, \tau) = \frac{E}{RT_{in}} \frac{T_w(x,t) - T_{in}}{T_{in}} \quad (10)$$

obtenemos el siguiente sistema adimensional

$$\frac{\partial y(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{Pe_y} \frac{\partial^2 y(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} - \frac{\partial y(\xi, \tau)}{\partial \xi} + Da(1 - y(\xi, \tau))e^{\left(\frac{w(\xi, \tau)}{1 + w(\xi, \tau)/\lambda}\right)} \quad (11)$$

$$\frac{\partial w(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{Pe_w} \frac{\partial^2 w(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} - \frac{\partial w(\xi, \tau)}{\partial \xi} + BDa(1 - y(\xi, \tau))e^{\left(\frac{w(\xi, \tau)}{1 + w(\xi, \tau)/\lambda}\right)} + \sigma(\varpi(\xi, \tau) - w(\xi, \tau)) \quad (12)$$

con condiciones iniciales y de frontera
 $y(\xi, 0) = 0; w(\xi, 0) = 0$ (13)

$$\frac{dy(0, \tau)}{d\xi} = Pe_y y(0, \tau); \frac{dw(0, \tau)}{d\xi} = Pe_w w(0, \tau) \quad (14)$$

$$\frac{dy(1, \tau)}{d\xi} = 0; \frac{dw(1, \tau)}{d\xi} = 0 \quad (15)$$

Consideramos la dinámica del reactor tubular como: (i) dinámica cuasi-lineal y (ii) dinámica con hot spot en el perfil de temperatura.

2.1 Perfil de temperatura cuasi-lineal

Los valores de los parámetros usados en las simulaciones se reportan en Varma y Aris, 1977 y son: $Pe_w = Pe_y = 5, Da = 0.1745, B = 11, \lambda = 20, \varpi = 0.1,$ y $\sigma = 2.25$. Los resultados de las simulaciones numéricas a lazo abierto se muestran en la Fig. 1. En la Fig. 1a-b se muestra el perfil de concentración dinámica ($y(\xi, \tau)$) y en estado estacionario ($y(\xi)$), respectivamente y en la Fig. 1c-d los correspondientes a la temperatura ($w(\xi, \tau)$ y $w(\xi)$).

2.2 Perfil de temperatura con hot spot

Para este caso los valores de los parámetros del modelo del reactor tubular son reportados en Lefevre y col., (2000) y son: $Pe_w = Pe_y = 5, Da = 0.875, B = 5, \lambda = 20, \varpi = 0.1,$ y $\sigma = 5$. En la Fig. 2a-b se muestran los perfiles de concentración dinámica y estacionario respectivamente y en la Fig. 2c-d los perfiles de temperatura a lazo abierto.

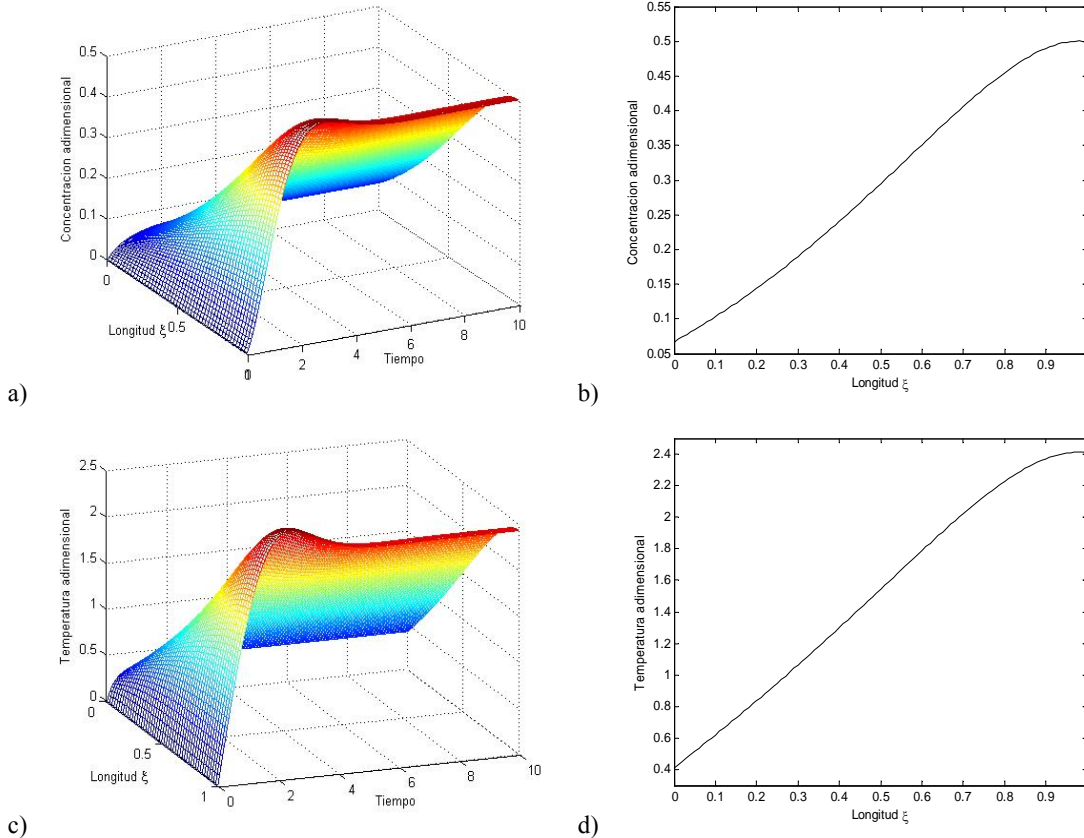


Fig. 1. Perfil de concentración-temperatura a lazo abierto: perfil de temperatura *cuasi-lineal*, a) perfil de concentración en 3D, b) perfil de concentración en estado estacionario, c) perfil de temperatura en 3D y d) perfil de temperatura en estado estacionario.

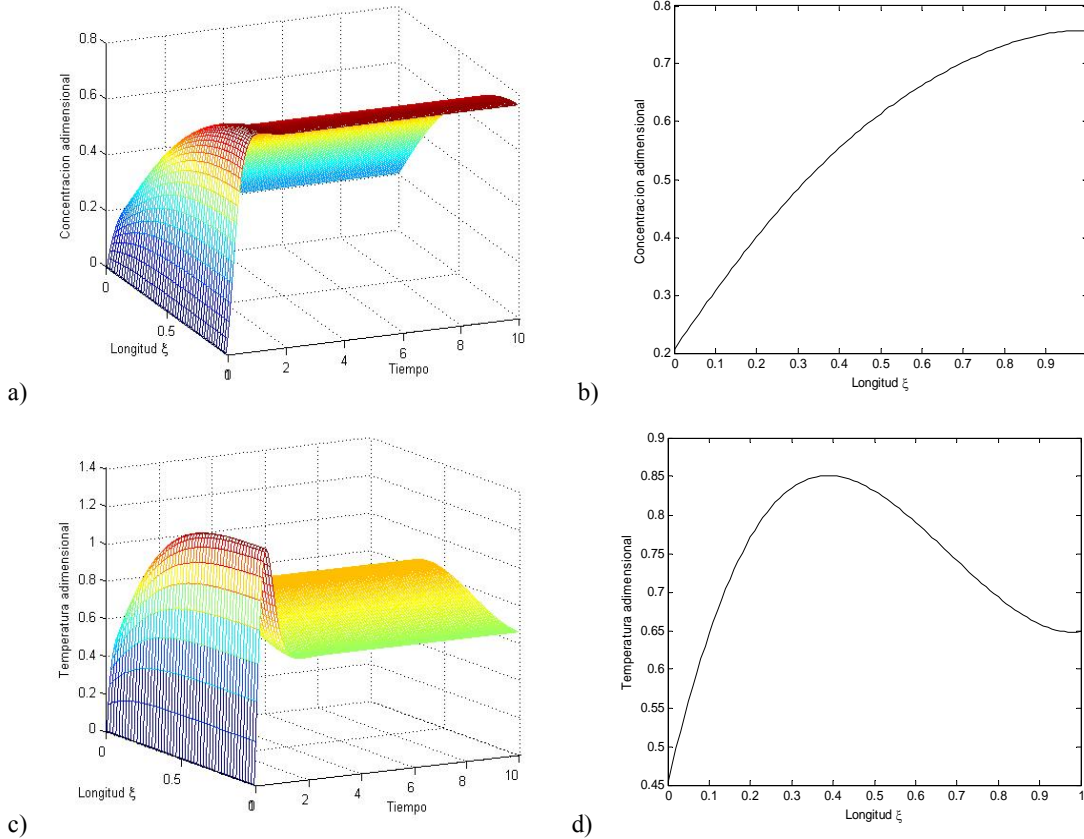


Fig. 2. Perfil de concentración-temperatura a lazo abierto: perfil de temperatura con *hot spot*, a) perfil de concentración en 3D, b) perfil de concentración en estado estacionario, c) perfil de temperatura en 3D y d) perfil de temperatura en estado estacionario.

3. Diseño del control

El esquema de control en cascada puede ser manejado razonablemente con diseños de control lineal (IMC) y la localización de sensores de temperatura. Para el diseño de control consideramos modelos de primer orden más tiempo muerto, los modelos de entrada/salida (E/S) se obtienen introduciendo cambios en escalón de +5% en la temperatura de la camisa adimensional (ϖ),

$$\frac{y(s)}{\varpi(s)} = G_{\varpi y}(s) = \frac{K_{\varpi y}}{\tau_{\varpi y}s + 1} \exp(-\varepsilon_{\varpi y}s) \quad (16)$$

$$\frac{w_i(s)}{\varpi(s)} = G_{\varpi w_i}(s) = \frac{K_{\varpi w_i}}{\tau_{\varpi w_i}s + 1} \quad (17)$$

donde w_i es la medición de temperatura en una posición interna del reactor, $\varepsilon_{\varpi y} > 0$ es el retraso debido a la medición y al transporte interno, $K_{\varpi y}$ y $K_{\varpi w_i}$ son la ganancia del estado estacionario y $\tau_{\varpi y}$, $\tau_{\varpi w_i}$ son las constantes de tiempo.

3.1 Diseño de control en cascada convencional

El controlador en cascada estándar de composición-temperatura está compuesto por: (i) un lazo de composición, donde el lazo primario es manejado por la medición de la concentración y calcula los requerimientos de temperatura en un punto del reactor y (ii) un lazo de temperatura que manipula la temperatura de enfriamiento ϖ , llevando al *set point* la temperatura calculada en el lazo primario. Las reglas de sintonizado son de acuerdo a modelos de control interno (IMC) (Morari y Zafiriou, 1989).

3.1.1 Lazo de composición

La función de transferencia que describe la relación entre la composición-temperatura puede ser descrito por el cociente de las ecs. (16) y (17) tal que,

$$\frac{y(s)}{w_i(s)} = \frac{G_{\varpi y}(s)}{G_{\varpi w_i}(s)} = G_{w_i y}(s) \quad (18)$$

así que

$$G_{w_i y}(s) = K_{w_i y} \left(\frac{\tau_{\varpi w_i}s + 1}{\tau_{\varpi y}s + 1} \right) \exp(-\varepsilon_{\varpi y}s) \quad (19)$$

donde $K_{w_i,y} = K_{\sigma,y} / K_{\sigma w_i}$. Para condiciones cercanas al estado estacionario se puede aproximar $\tau_{\sigma w_i} s + 1 \approx \tau_{\sigma,y} s + 1$, lo que indica que la dinámica del retardo $\exp(-\varepsilon_{\sigma,y} s)$ domina la dinámica global. Esto implica que

$$G_{w_i,y}(s) \approx K_{w_i,y} \exp(-\varepsilon_{\sigma,y} s) \quad (20)$$

y en consecuencia, la regulación del lazo de composición se puede realizar con una retroalimentación integral simple,

$$C_{y,w_i}(s) = \frac{K_{I,y}}{s}, \quad K_{I,y} = \frac{1}{K_{w_i,y} \tau_{I,y}}$$

con la ganancia integral $K_{I,y}$ ajustada de acuerdo a las reglas de sintonizado (IMC) (Morari y Zafiriou, 1989): $\tau_{I,y}$ alrededor de 1.5 a 2 veces el tiempo muerto ε .

3.1.2 Lazo de temperatura

El lazo secundario está basado en (17). En procesos de primer orden un compensador PI es generalmente suficiente para alcanzar los objetivos de regulación (Morari y Zafiriou, 1989), y si el error de regulación está dado por $e(s) = w_{i,ref}(s) - w_i(s)$ y la variable manipulada es σ , el controlador PI correspondiente está dado por

$$C_{w_i,\sigma}(s) = K_{c,w_i} \left(1 + \frac{1}{\tau_{I,w_i}} \right); \quad K_{c,w_i} = \frac{1}{K_{\sigma w_i}} \frac{\tau_{\sigma w_i}}{\tau_{w_i}^*}$$

donde $\tau_{I,w_i} = \tau_{\sigma w_i}$, con ganancia K_{c,w_i} y tiempo integral τ_{c,w_i} . De acuerdo a las reglas de sintonizado (Morari y Zafiriou, 1989): $\tau_{w_i}^*$ está alrededor de 0.75 a 1.5 veces de $\tau_{\sigma w_i}$.

3.2 Diseño de control en cascada propuesto

A fin de explotar las diferentes propiedades de respuesta frente a perturbaciones de los sensores en diferentes posiciones a lo largo del reactor, rediseñamos el control en cascada convencional composición-temperatura cambiando el lazo de temperatura por un lazo de temperatura promedio ponderada (w_{av}), w_{av} es un promedio ponderado de las mediciones de temperatura de tres sensores de temperatura colocados a lo largo de la posición axial del reactor tubular, como se presenta en (21)

$$w_{av} = \alpha w(0.2, \tau) + \beta w(0.5, \tau) + \gamma w(0.8, \tau) \quad (21)$$

donde α, β y γ son parámetros de ponderación por sintonizar, la suma de los parámetros de ponderación debe ser la unidad ($\alpha + \beta + \gamma = 1$). El lazo de temperatura está basado en un modelo de primer orden, empleando ahora un promedio de temperaturas obtenemos

$$\frac{w_{av}(s)}{\sigma(s)} = G_{\sigma w_{av}}(s) = \frac{K_{\sigma w_{av}}}{\tau_{\sigma w_{av}} s + 1} \quad (22)$$

En comparación con el control en cascada estándar de composición-temperatura, la propuesta del esquema con tres mediciones de temperatura debe tener una respuesta más rápida para el rechazo de perturbaciones a lazo cerrado, dado que un sensor de temperatura cercano a la entrada del reactor detecta rápidamente los cambios en las condiciones de entrada al reactor y un sensor de temperatura cercano a la salida del reactor se aproxima a las condiciones requeridas a la salida del reactor.

4. Simulaciones numéricas

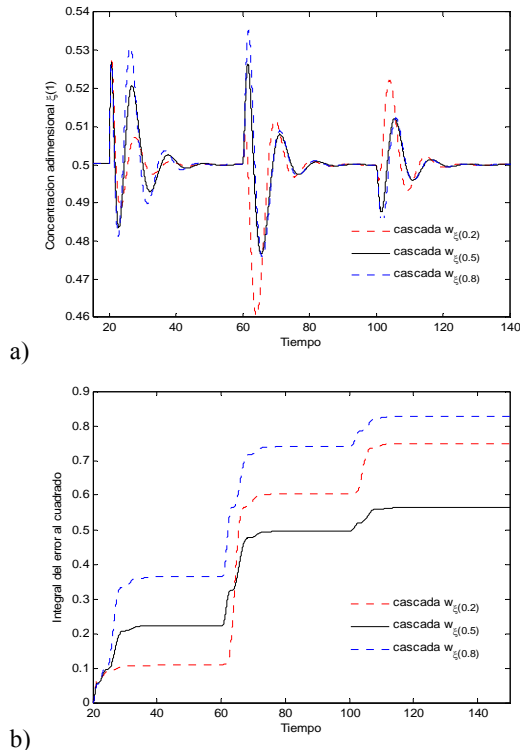
En esta sección se presentan simulaciones numéricas del esquema de control propuesto frente a un lazo de control en la composición y frente al esquema de control en cascada convencional en reactores tubulares. El objetivo del control es mantener la composición a la salida del reactor a una referencia dada, considerando perturbaciones en la concentración y temperatura a la entrada del reactor y frente a incertidumbres en los parámetros del sistema.

La integral del error de regulación al cuadrado, es usado como un índice para cuantificar el comportamiento del esquema de control.

$$E^2 = \int_0^t (y_{ref} - y(t))^2 dt \quad (23)$$

4.1 Perfil cuasi-lineal

El esquema de control en cascada convencional de composición-temperatura se basa en (17) y (20), empleando únicamente una retroalimentación Integral (I) para el lazo de composición y una retroalimentación Proporcional-Integral (PI) para el lazo de temperatura. El lazo de temperatura es propuesto para tres posiciones del sensor de temperatura en $\zeta = \{0.2, 0.5, 0.8\}$. Los parámetros del controlador son determinados acorde a las reglas de sintonizado (IMC), la ganancia integral del lazo de composición es $K_{I,y} = \{1.0452, 2.6567, 4.5381\}$ y los valores de las constantes del controlador PI para el lazo de temperatura son: $K_{c,w} = \{0.8081, 0.3179, 0.1861\}$ y $\tau_{I,w} = \{0.7182, 1.1367, 1.2704\}$ para las posiciones $\zeta = \{0.2, 0.5, 0.8\}$, respectivamente. Una vez que el reactor es estabilizado a una concentración adimensional determinada ($y = 0.5$), para los tres casos el reactor fue sujeto a una secuencia de perturbaciones en la alimentación: i) a $\tau = 20$ un +10% en la concentración de entrada al reactor; a $\tau = 60$ un +20% en la temperatura de entrada al reactor y finalmente en $\tau = 100$ un -10% en la temperatura de entrada al reactor. El desempeño del controlador en cascada frente a las perturbaciones arriba mencionadas, empleando diferentes mediciones de temperatura a lo largo del reactor se muestra en la Fig. 3a. En la Fig. 3b se presenta la integral del error



b) Fig. 3. Control en cascada convencional con sensor de temperatura en posición adimensional 0.2, 0.5 y 0.8: perfil *cuasi-lineal*, a) regulación de concentración a $y_{ref}=0.5$ frente a perturbaciones y b) integral del error al cuadrado.

de los tres casos donde se aprecia de manera general que el controlador en cascada con sensor de temperatura en la posición $\xi(0.5)$ tiene un mejor desempeño. Sin embargo, se observa en la Fig. 3b que la respuesta del controlador a diferentes perturbaciones depende de la posición del sensor de temperatura, a perturbaciones en la concentración el control con lazo de temperatura en $\xi(0.2)$ tiene una respuesta más rápida que $\xi(0.8)$, por otro lado, frente a perturbaciones en la temperatura el control con lazo de temperatura en $\xi(0.8)$ la respuesta es más rápida que en $\xi(0.2)$, esto nos lleva reflexionar que lo ideal sería poder explotar las propiedades de los controladores combinados, lo que nos conduce al esquema de control en cascada empleando un promedio de las tres mediciones.

Para el diseño del controlador propuesto se emplean las ecs. (20) y (22). Los valores de los parámetros del controlador son determinados para cada tercia de valores de ponderación. El peso de los valores α , β y γ es asignado a partir de las respuestas del controlador frente a perturbaciones (arriba descritas). La integral del error al cuadrado correspondiente las combinaciones de parámetros α , β y γ más representativos se muestran en la Fig. 4, donde se aprecia que el controlador con mayor peso al sensor en $\xi(0.2)$ tiene un mejor desempeño, así

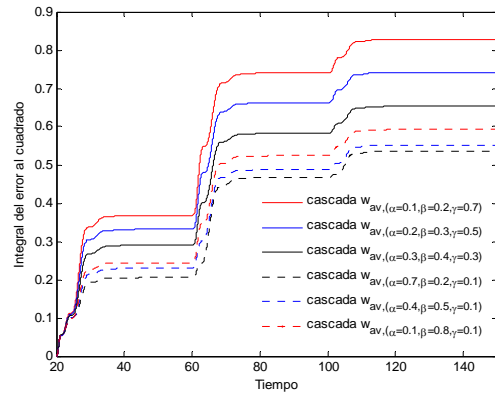


Fig. 4. Integral del error al cuadrado de la respuesta a perturbaciones del controlador en cascada con w_{av} para determinar los valores de ponderación α , β y γ ; perfil *cuasi-lineal*.

mismo la distribución de peso entre los sensores en $\xi(0.2)$ y $\xi(0.5)$ dan un buen desempeño.

Para fines de comparación diseñamos un controlador con un solo lazo de retroalimentación, regulando la composición mediante la manipulación de la camisa de enfriamiento. El controlador está basado en (16); en modelos (E/S) de primer orden más tiempo muerto es suficiente emplear una retroalimentación PI, los parámetros del controlador son: $K_{c,my} = 0.7116$ y $\tau_{L,my} = 1.4987$ calculados en base a las reglas IMC (Morari y Zafirou, 1989). Consideramos los valores de ponderación en $\alpha = 0.7$, $\beta = 0.2$ y $\gamma = 0.1$ para hacer la comparación de control propuesto con el controlador en cascada convencional con sensor de temperatura localizado en $\xi(0.5)$ y el controlador con un solo lazo de retroalimentación. En la Fig. 5a se muestra el desempeño de los diferentes controladores frente a las perturbaciones arriba mencionadas. El cuadrado del error se muestra en la Fig. 5b, observamos que el comportamiento del control en cascada propuesto tiene mejor desempeño que el control en cascada convencional y que un diseño de control con un solo lazo de composición. La variación dinámica de la temperatura adimensional ($\xi = 1$) y la variable de control se muestran en las figs. 5c y 5d, respectivamente.

Finalmente, para verificar la robustez del controlador propuesto frente a incertidumbres en los parámetros del modelo, introducimos variaciones en los parámetros del sistema y sometiendo al sistema a perturbaciones en la alimentación. Se realizaron cambios en los siguientes parámetros: *i*) variación del número de Péclet másico (Pe_w) $\pm 10\%$ del valor nominal y *ii*) aumento de 10% en la energía de activación adimensional (λ). En la Fig. 6a se muestra el desempeño del controlador. La integral del error al cuadrado correspondiente a la Fig. 6a muestra que el controlador propuesto es robusto frente a incertidumbres en los parámetros de modelado.

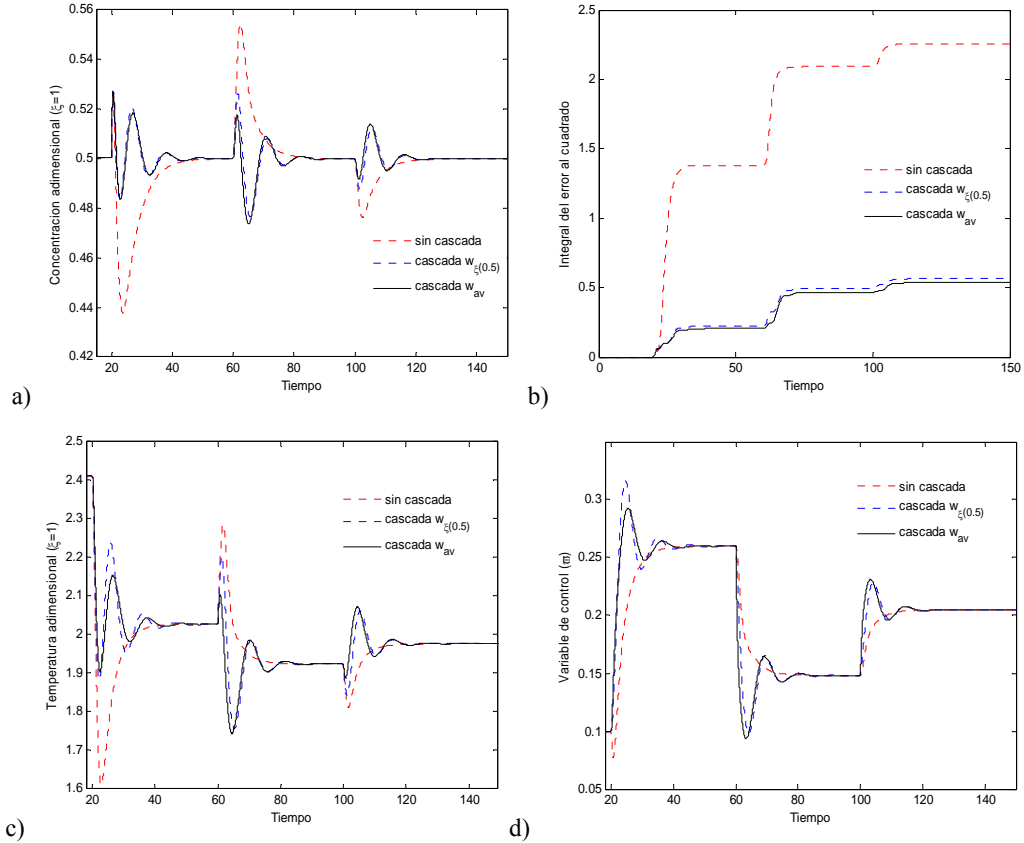


Fig. 5 Desempeño de esquemas de control, un solo lazo de retroalimentación PI, control en cascada clásico y control en cascada propuesto: perfil *cuasi-lineal*, a) dinámica frente a perturbaciones, b) integral del error al cuadrado, c) dinámica de temperatura adimensional ($\zeta = 1$) y d) variable de control.

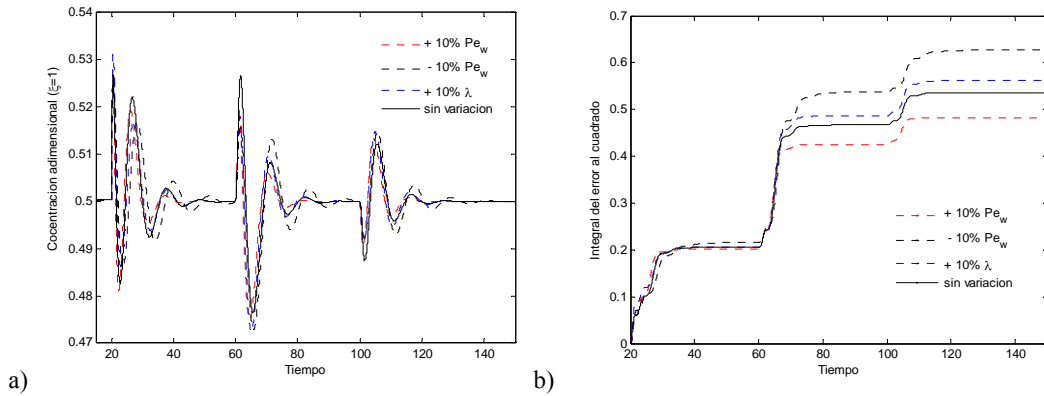
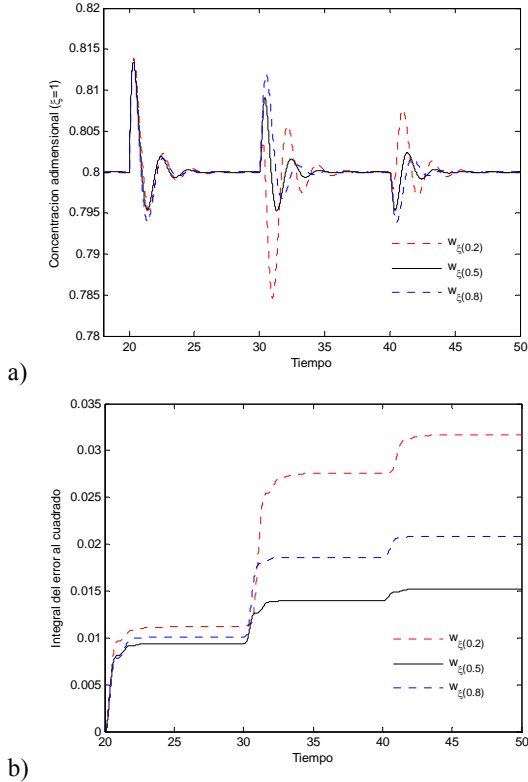


Fig. 6. Pruebas de robustez al controlador propuesto, variación de los parámetros del modelo. Perfil *cuasi-lineal*, a) regulación de concentración a $y_{ref} = 0.5$ frente a perturbaciones y b) integral del error al cuadrado.

4.2 Perfil con hot spot

Para este caso el control en cascada con una sola medición se plantea como en la sección anterior en tres posiciones distintas $\zeta = \{0.2, 0.5, 0.8\}$, considerando que $\zeta = 0.2 - 0.5$ corresponde a la localización típica de un *hot spot* en los reactores tubulares. Para las simulaciones numéricas empleamos los siguientes valores de los parámetros del controlador: la ganancia integral del lazo de composición es $K_{I,y} = \{15.7894, 18.2753, 16.3443\}$ y

las constantes del controlador PI para el lazo de temperatura son: $K_{c,w} = \{1.2939, 1.1093, 1.2403\}$ y $\tau_{I,w} = \{0.1562, 0.1644, 0.1565\}$ para las posiciones $\zeta = \{0.2, 0.5, 0.8\}$ respectivamente. El reactor fue estabilizado a una composición de $y = 0.8$ y posteriormente el reactor fue sujeto a una secuencia de perturbaciones en las condiciones de alimentación: *i)* a $\tau = 20$ un +10% en la concentración de entrada al reactor; a $\tau = 30$ un +20% en la temperatura de entrada al reactor y finalmente en $\tau = 40$ un -10% en la temperatura de



b) Fig. 7. Control en cascada convencional con sensor de temperatura en posición adimensional 0.2 0.5 y 0.8: perfil con *hot spot*, a) regulación de concentración a $y_{ref} = 0.5$ frente a perturbaciones y b) integral del error al cuadrado.

entrada al reactor. La Fig. 7a muestra el desempeño de los controladores. Como en el caso anterior (perfil de temperatura cuasi-lineal) el controlador con sensor de temperatura en $\zeta = (0.5)$ tiene el mejor desempeño (ver Fig. 7b). Es interesante señalar que el comportamiento del controlador con sensor de temperatura en $\zeta = (0.2)$ es mejor que en $\zeta = (0.8)$ para el caso con perfil cuasi-lineal (ver Fig. 3b) y que para el caso con perfil con *hot spot* las repuestas son contrarias (ver Fig. 7b), esta situación puede ser explicada de la siguiente forma: cuando el perfil presenta *hot spot* la dinámica cercana a la entrada del reactor es dominada por el calor de reacción dejando en segundo plano el transporte en la pared, así que es más difícil controlar la temperatura del reactor mediante la temperatura de enfriamiento y en consecuencia un pobre desempeño del controlador, por otro lado cuando tenemos una dinámica con perfil de temperatura cuasi-lineal, un sensor de temperatura localizado cercano a la entrada del reactor se ve favorecido por la pronta detección en los cambios en la alimentación del reactor y toma rápidas acciones de corrección.

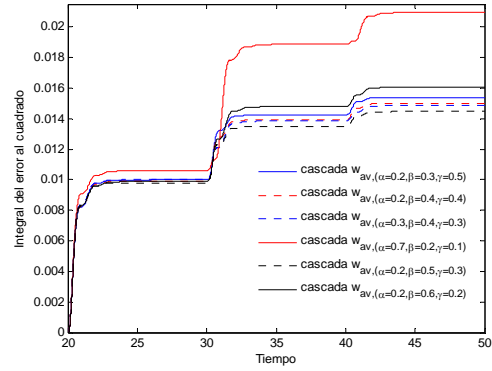


Fig. 8. Integral del error al cuadrado de la respuesta a perturbaciones del controlador en cascada con w_{av} para determinar los valores de ponderación α , β y γ ; perfil con *hot spot*.

La determinación de los parámetros de ponderación (α , β y γ) se realiza de manera Heurística proponiendo variaciones en la combinación de los valores de ponderación. La Fig. 8 muestra las combinaciones de valores más representativas, determinando que el controlador tiene el mejor desempeño cuando el peso está cargado al sensor en $\zeta = (0.5)$. Se compara el controlador propuesto con el esquema de control en cascada clásico y con un controlador PI con un solo lazo de retroalimentación (regulación de la composición a la salida del reactor manipulando la temperatura de enfriamiento). Los parámetros del controlador son $K_{c,my} = 4.2898$ y $\tau_{I,my} = 0.3762$. En la Fig. 9a se muestra el desempeño de los controladores PI, control en cascada clásico y control en cascada con w_{av} , observando que el control propuesto tiene un mejor desempeño (ver Fig. 9b). La dinámica de la temperatura adimensional del reactor en $\zeta=1$ y la variable de control se muestran en las figs. 9c y 9d respectivamente.

La robustez del controlador se verifica a las mismas condiciones que el caso anterior. La Fig. 10a muestra el desempeño del controlador frente a incertidumbres en los parámetros del modelo y la Fig. 10b presenta la integral del error de regulación al cuadrado de la Fig. 10b.

A pesar de los diversos comportamientos que puede presentar un reactor tubular, el desempeño de un controlador en cascada de composición-temperatura es mejor cuando el sensor de temperatura está localizado en el centro del reactor tubular. Un esquema de control en cascada composición-temperatura puede ser reforzado mediante el uso de múltiples sensores de temperatura (esto provee al controlador información del reactor en diferentes posiciones) en el lazo secundario. Es de esperar que a mayor cantidad de sensores el desempeño del controlador deba ser mejor (mayor cantidad de información), sin embargo el problema de la asignación de peso a cada sensor se vuelve más

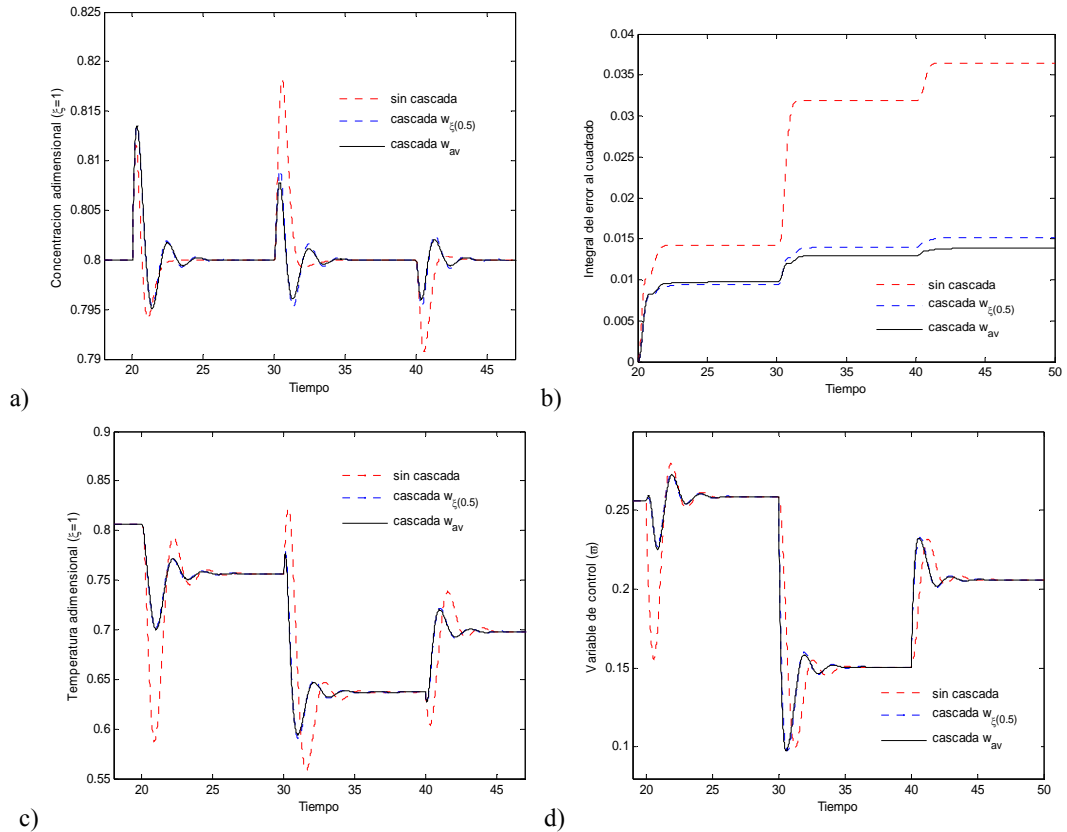


Fig. 9. Desempeño de esquemas de control, un solo lazo de retroalimentación PI, control en cascada clásico y control en cascada propuesto: perfil con *hot spot*, a) dinámica frente a perturbaciones, b) integral del error al cuadrado, c) dinámica de temperatura adimensional ($\xi = 1$) y d) variable de control.

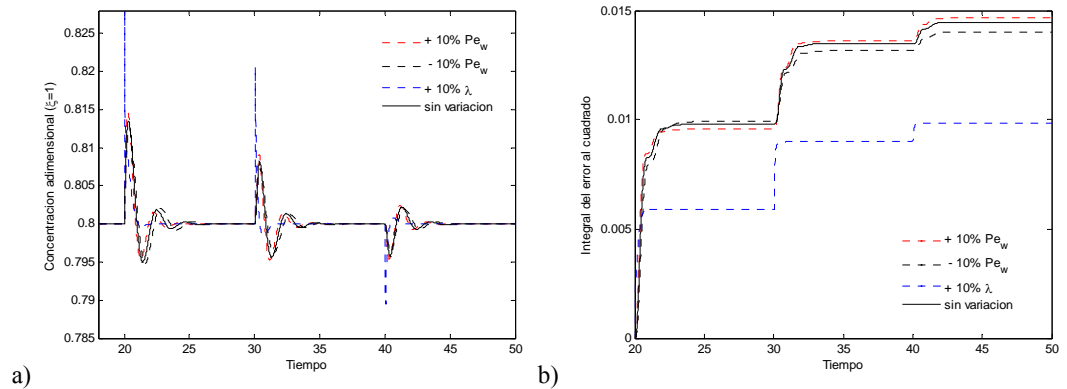


Fig. 10. Pruebas de robustez al controlador propuesto, variación de los parámetros del modelo. Perfil con *hot spot*, a) regulación de concentración a $y_{ref} = 0.5$ frente a perturbaciones y b) integral del error al cuadrado.

complejo. Por otra parte, emplear solo dos sensores de temperatura nos lleva a discutir cual es la posición más adecuada para colocar el sensor adicional, Urrea y col., (2007) proponen colocar el segundo sensor antes del *hot spot*, sin embargo nuestro estudio muestra que para dinámicas donde se presenta el *hot spot* es más útil colocar el sensor de temperatura más cerca de la salida que a la entrada del reactor y para dinámicas con perfil cuasi-lineal es más conveniente colocar el sensor cerca de la entrada del reactor.

Acorde a lo anterior podemos sugerir que el número mínimo de sensores para fortalecer un controlador en cascada de composición-temperatura son tres, distribuidos simétricamente en la dirección axial del reactor. Mediante una adecuada distribución de peso en los parámetros de ponderación de los sensores garantizamos que el controlador tendrá un mejor desempeño que el control en cascada convencional.

Conclusiones

En este trabajo hemos mostrado mediante simulaciones numéricas que la incorporación de dos mediciones de temperatura dentro de un esquema de control en cascada clásico mejora el comportamiento del diseño de control incrementando la capacidad de rechazo a perturbaciones del componente secundario de control.

La mejora en el desempeño del controlador se debe al acoplamiento de las diferentes capacidades de rechazo de perturbaciones de acuerdo a la localización del sensor de temperatura en el lazo secundario del controlador en cascada, un sensor localizado en $\zeta = 0.2$ detecta rápidamente las perturbaciones a la entrada del reactor y un sensor localizado en $\zeta = 0.8$ provee información cercana a las condiciones requeridas en la salida del reactor. Una importante característica del diseño de control es que el ajuste de sensores de temperatura es fácil y económico.

Nomenclatura

B	$=(-\Delta H c_{in} / \rho C_p T_{in})(E / RT_{in})$, temperatura adiabática adimensional
c	concentración, mol m ⁻³
c_{in}	concentración del reactante a la entrada del reactor, mol m ⁻³
$C_{yw}(s)$	función de transferencia de control del lazo primario.
$C_{w\sigma}(s)$	función de transferencia de control del lazo secundario.
C_p	capacidad calorífica; J kg ⁻¹ K ⁻¹
d	diámetro del reactor, m
Da	$=(k_o L / V)e^{-(E/RT_{in})}$, número de Damköhler
D_{ma}	coeficiente de dispersión másico en dirección axial, m ² s ⁻¹
E	energía de activación, J mol ⁻¹
h	coeficiente de transporte de calor de la pared del reactor, W m ⁻² K ⁻¹
ΔH	calor de reacción, J mol ⁻¹
k_o	constante cinética, m ³ mol ⁻¹
L	longitud del reactor, m
Pe_w	$= \rho C_p L V / \lambda_{ea}$, número de Péclet de transporte de calor
Pe_y	$= L V / D_{ma}$, número de Péclet de transporte de masa
R	constante de los gases ideales, J mol ⁻¹ K ⁻¹
s	variable de Laplace.
t	tiempo, s
T	temperatura del reactor, K.
T_w	temperatura de enfriamiento, K.
T_{in}	temperatura de entrada al reactor, K.
V	velocidad lineal, ms ⁻¹
x	posición axial, m

Símbolos griegos

λ = E / RT_{in} , energía de activación adimensional

λ_{ea} coeficiente de dispersión de energía en dirección axial, m² s
 ρ densidad del fluido, kg m⁻³
 σ = $(4h / d)(L / \rho C_p V)$, parámetro adimensional de transporte de calor

Referencias

- Alvarez-Ramirez J., Suarez R., and Morales A. (2000). Cascade control for a class uncertain nonlinear systems: A backstepping design approach. *Chemical Engineering Science* 55, 1695-1712
- Christofides, P. D. (2001). *Nonlinear and robust control of PDE systems: Methods and applications to transport-reaction processes*. Boston: Birkhäuser.
- Froment, G. and Bischoff, K.B. (1990). *Chemical Reactor Analysis and Design*, 2nd Ed., John Wiley and Sons, Inc.
- Hoo K., Zheng D., (2002). Low order control relevant models for a class of distributed parameters systems. *Chemical Engineering Science* 56, 6683-6710.
- Hua X., Jutan A., (2000). Nonlinear inferential Cascade control of Exothermic Fed-Bed Reactors. *AIChE J.* 46 (5) 980-996.
- Morari M. and Zafirou E. (1989). *Robust Process Control*. Prentice Hall, New York.
- Lefevre, L., Dochain, D., Feye de Azevedo, S., Magnus A. (2000). Optimal selection of orthogonal polynomials applied to the integration of chemical reactor equations by collocation methods. *Computers and Chemical Engineering* 24, 2571-2588
- Li M., Christofides D. (2007). An input/output approach to the optimal transition control of a class of distributed chemical reactors. *Chemical Engineering Science* 62, 2979-2988.
- Pearson J.R.A. (1959). A note on the "Danckwerts" boundary conditions for continuous flow reactors. *Chemical Engineering Science* 10, 281-284.
- Pellegrine L., Possio C.T., Albertoni S., Biardi G. (1993). Different scenarios in a controlled tubular reactor with a counter current coolant. *Chaos Solutions and Fractals* 3(5), 537-549.
- Urrea R., Alvarez J., Alvarez-Ramirez J. (2008), Linear PI temperature-composition cascade control for tubular reactor. *Chemical Engineering Communications* 195, 7 803-820
- Varma A., Aris R. (1977) Stirred pots and empty tubes. In L. Lapidus & Admunson N. R. *Chemical Reactor Theory* (pp. 79-154), Prentice Hall
- Wu W., Huang M. (2003). Nonlinear inferential control for an exothermic packed-bed reactor: Geometric approaches. *Chemical Engineering Science* 58, 2023-2034.