

CASOS DE ANÁLISIS ESTADÍSTICO EN CIENCIA DE MATERIALES: DIFICULTADES Y SOLUCIONES

CASES OF STATISTICAL ANALYSIS IN MATERIALS SCIENCE: DIFFICULTIES AND SOLUTIONS

Y. Lara-Rodríguez¹, M. Sánchez-Peña⁴, Y. Cedeño Mattei³, O. Perales³, H.E. Calderón³, O. Marcelo Suárez³, O. Chacón¹, M. Cabrera-Ríos^{4*}

¹Programa Graduado de Ingeniería en Sistemas San Nicolás de los Garza, Universidad of Nuevo Leon (UANL), NL, México

²Departamento de Ingeniería Mecánica Universidad de Puerto Rico, Mayagüez PR

³Departamento de Ingeniería, Ciencia y Materiales Universidad de Puerto Rico, Mayagüez PR.

⁴Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Puerto Rico Mayagüez PR.

Recibido 20 de Noviembre de 2014; Aceptado 16 de Febrero de 2015

Resumen

Caracterizar un material experimentalmente requiere de una aplicación sólida de conceptos y técnicas de diseño estadístico experimental. Idealmente, estas técnicas se deben considerar desde la planeación misma de los experimentos. En la realidad, sin embargo, hay proyectos donde existe ya un cierto grado de avance cuando se decide considerar la aplicación de técnicas estadísticas. Ésto impone distintas limitantes al análisis del experimento. En este trabajo se discuten tres casos con distintos grados de avance al momento de introducir técnicas estadísticas. Se discuten las limitaciones, así como las maneras posibles de mejorar el análisis estadístico.

Palabras clave: análisis de diseño de experimentos (ADE), ciencia de materiales, Análisis de Varianza (ANOVA), coercividad, dureza Brinell, dureza Rockwell.

Abstract

Experimental characterization of new materials requires an effective application of statistical experimental design concepts and techniques. Ideally, these techniques will be considered from the planning stage. In reality, however, the decision to consider analysis techniques is often made when a project has already a certain degree of advance. This situation imposes limitations to what statistical analysis can accomplish. In this work, three case studies with varying degrees of advance at the moment of introducing statistical analysis are discussed in terms of its limitations as well as the possibilities to improve the experiment's capabilities.

Keywords: design of experiments (DOE), ciencias de materials science, Analysis of Variance (ANOVA), coercitivity, Brinell hardness, Rockwell hardness.

1 Introducción

En los laboratorios de investigación en ciencia de materiales es común requerir del uso de técnicas de estadística para llegar a conclusiones válidas experimentales. Sin embargo, el momento en el que tales técnicas se introducen y se aplican en un proyecto

en particular, usualmente determina el alcance de los resultados y de su utilidad. En este trabajo se presentan tres casos que difieren en la cantidad y estructura de la información disponible para análisis estadístico.

*Autor para la correspondencia. E-mail: : applied.optimization@gmail.com

El caso uno involucra cinco factores controlables y se tienen mediciones repetidas en muestras particulares. Sin embargo no hay réplicas de estas muestras y el análisis estadístico se introduce después de que el experimento terminó. El caso dos involucra un sólo factor controlable para el cual existen réplicas. El número de réplicas, sin embargo, difiere en cada tratamiento. Se busca introducir el análisis estadístico en este punto del proyecto. El caso 3 es multifactorial y cuenta con dos experimentos iniciales cuya estructura requiere de algunas modificaciones para alcanzar los objetivos originales del estudio.

2 Descripción de los casos

En el caso 1 se presentan datos obtenidos de mediciones de dureza y de mediciones de distancia entre partículas en los compuestos de aluminio-silicio (Al-Si) mezclado con zirconio (Zr) o vanadio (V). Este compuesto está reforzado con partículas de diboruro de aluminio (AlB_2). Las respuestas de interés en este caso son dureza Rockwell B (HR) o dureza Brinell (HBW) y distancia entre refuerzos de partículas. Hay repeticiones (varias mediciones en la misma muestra) entre las muestras disponibles pero no existen réplicas (medición en muestras independientes bajo las mismas condiciones). La tabla 1 muestra los factores utilizados en este caso.

El objetivo de este trabajo es enfatizar la necesidad de involucrar las técnicas de diseño estadístico experimental desde la fase de planeación de los experimentos, para así potenciar su utilidad en obtener conclusiones válidas. Se propone también elaborar una guía práctica de apoyo para las diferentes situaciones que se presenten en esta disciplina, tal como se muestra en la literatura (Leardi, 2009).

En el caso 2 interesa caracterizar cómo es que la dureza y la distancia entre partículas de estos materiales varían en función de porcentaje de boro y también se desea verificar si existe correlación entre estas dos respuestas de interés. Al observar qué análisis pueden realizarse para las combinaciones de este experimento, encontramos que sólo es posible analizar las corridas como un experimento variando un solo factor a la vez. En este análisis primero se observó el factor porcentaje de Al-B_2 (Diboruro de Aluminio) inicial y después el factor sección de corte por separado, dejando todos los demás factores fijos.

Tabla 1. Muestra los factores utilizados en caso 1.

Factor	Nombre (y código)
Técnica de elaboración	Fundición por gravedad Fundición por centrifugado Solidificación direccional
Porcentaje de Boro	Al-B 0% (-1), 5%(0), 10%(1)
Material de adición	Al-Si Al-V Al-Zr Al-V-Zr
Sección de corte	sección de corte 1(-1), 2(0), 3(1)
Revolución por minuto	RPM 0 (-2), 300(-1), 350(0), 400(1)

En el caso 3 se consideran los resultados de los experimentos ya realizados de síntesis de CoFe_2O_4 . El objetivo en ésta parte fue el de completar un diseño tipo compuesto central de una manera balanceada como paso previo al desarrollo de una secuencia de un diseño de experimentos para una futura optimización (maximización). Como objetivo de este tercer caso se desea caracterizar el valor de coercividad de la ferrita de cobalto nanométrica controlando dos parámetros de síntesis: la razón de flujo al cual los reactantes son mezclados y la concentración de NaOH (Hidróxido de sodio) usado como precipitante, así como el tiempo de reacción y proponer una metodología estadística para la optimización del valor de coercividad.

3 Análisis y resultados

Como parte de los resultados del caso uno a continuación se muestran algunas gráficas de pruebas de correlación. La prueba no paramétrica, *prueba de medianas* (en inglés Mood's Median Test, Minitab V15) fue utilizada para encontrar la mediana de dureza y distancia entre partículas para los datos bajo las mismas condiciones.

También se muestran las figuras de la dispersión de distancia entre refuerzos de diboruro en el material Al-Si combinado con Zr. En la fig. 1 el valor p obtenido fue 0. En la fig. 2 el valor p fue 0.000. En la fig. 3 el valor p obtenido fue : 0.496 y la mediana total es: 8.53 (μm), finalmente en la fig. 4 el valor p obtenido fue: 0.000. En figuras 1 y 2 se muestran las dos secciones del compuesto Al-Zr y se hace la comparación entre ellas. La comparación se hace para las secciones de las matrices

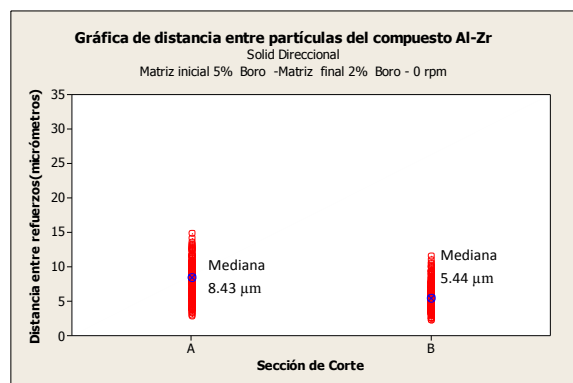


Fig. 1. Comparación por secciones de dispersión del valor de medianas (μm) para la respuesta distancia entre partículas del material AlZr con 5% de diboruro inicialmente.

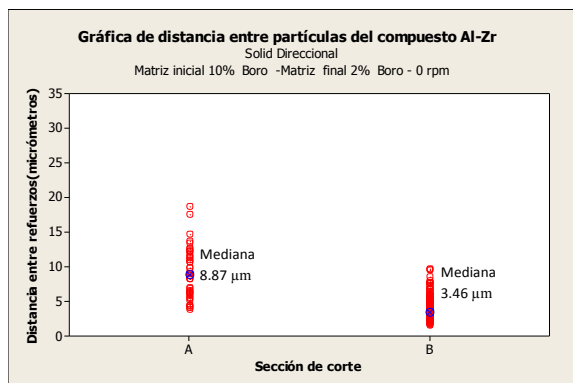


Fig. 2. Comparación por secciones de dispersión del valor de medianas (μm) para la respuesta distancia entre partículas del material AlZr con 10 % de diboruro inicialmente.

con 5% y 10% de diboruro inicialmente (matriz final 2% de diboruro) y después entre secciones iguales a diferentes porcentajes (figura 3 y 4). Los valores de las medianas se observan en cada figura para la comparación de la sección de corte en donde sí existe diferencia estadística significativa. La técnica de fabricación utilizada fue *Solid Directional*.

En las figs. (1) y (2) observamos que hay diferencia estadística entre las medianas, al comparar por secciones los valores de distancia entre partículas, para el material Al-Zr, para 5% y 10% de refuerzo de diboruro de la matriz inicial. Al comparar por porcentaje de diboruro, en figura 3 y 4, se observa que en ambos porcentajes no se presentan diferencia significativa en el valor de la mediana. El comportamiento esperado en este compuesto era que el valor de la distancia entre partículas presentara

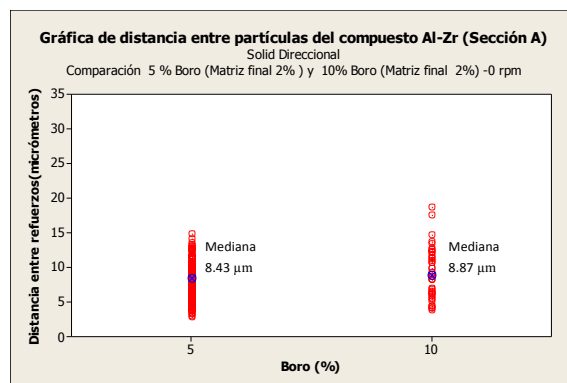


Fig. 3. Comparación de dispersión del valor de medianas (μm) para la respuesta distancia entre partículas del material Al-Zr, para la sección A, comparando para el 5 y 10% de refuerzo de diboruro.

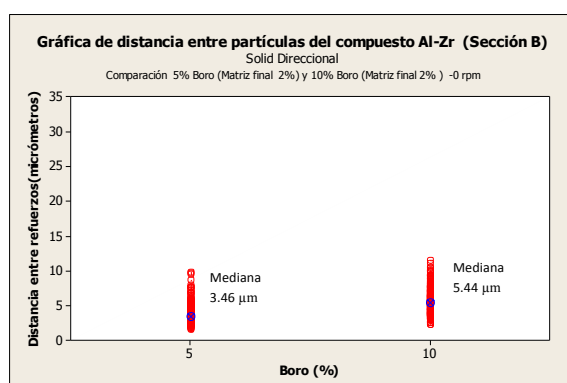


Fig. 4. Comparación de dispersión del valor de medianas (μm) para la respuesta distancia entre partículas del material Al-Zr en la sección B, para 5 y 10% de refuerzo de diboruro.

diferencia entre las dos secciones A y B, debido a la técnica de fabricación. Este comportamiento sí se observa en el análisis gráfico. Al comparar los porcentajes de diboruro, observamos que sólo en la sección A no hay diferencia entre las medianas, mientras que en la sección B sí las hay. Se esperaba que no se presentaran diferencia entre los valores de medianas al comparar por estos porcentajes de boro (5% y 10%).

También fue posible determinar que no existe correlación lineal entre la dureza y la distancia entre partículas de refuerzo, esto se establece con un coeficiente de correlación de Pearson, $\rho = -0.156$ (*valor p* = 0.536) (Los modelos de estadística descriptiva simple basados en las medianas de las muestras podrían ser usados para propósitos limitados)

En la tabla 2 se observa que para la mayoría

de los compuestos analizados hay diferencia entre sus secciones para la distancia entre partículas en cada técnica de fabricación del material. Este efecto es esperado ya que en cada sección del material la distribución de las partículas es diferente debido a las técnicas de fabricación del material. Observamos también que para el compuesto (5AA-5AB-5AC) y que se elaboró a 41.88 revoluciones por minuto (rpm), hay una pequeña distancia entre partículas. Esto es porque están mejor distribuidas en el material. Para esta tabla se presentan las medianas de cada sección cuando el *valor p* indica que el factor técnica de fabricación del material es significativo según la prueba de medianas (*Mood's Median Test*, Minitab V15), cuando el *valor p* indica que no hay efecto significativo solo se presentan las medianas generales.

En la tabla 3 se muestra que hay diferencia entre secciones en cada técnica de fabricación del material, midiendo dureza Brinell y Rockwell. Para la técnica gravity casting y centrifugal casting se esperaba que la sección C presentara valores de dureza altos, y lo que se puede observar es que en algunos casos hay valores de dureza altos en esta sección y en otras no. Se observa también que en el caso: 3BA-3BB-3BC (31.42 rpm), 4AA-4AB-4AC (36.65 rpm) y 4BA - 4BB-4BC (41.88 rpm) al aumentar las rpm, aumenta el valor de la dureza. Los espacios en blanco de la tabla 2

y 3 indican que no se tiene información de la respuesta de interés para esa combinación experimental.

Como resultados del caso 2 se presenta el análisis de los datos obtenidos de la prueba mecánica (ensayo de impacto Charpy con 8 ó 9 réplicas) aplicada a un material compuesto por Al-2.5wt.% Cu-1wt.%Mg y se usaron los niveles de la variable de porcentaje de boro (0% a 4%) fabricado por la técnica *gravity casting*. La respuesta de interés es la energía absorbida durante el impacto.

En este caso se desea determinar la importancia del porcentaje de boro en el desempeño mecánico de los diferentes compuestos de interés a partir de datos ya existentes.

Aquí el análisis estadístico se hace más viable debido a la existencia de réplicas para los diferentes números de muestras.

El análisis de varianza (ANOVA) fue utilizado como herramienta principal debido a que se contaba con réplicas suficientes para realizar el análisis, a pesar de ser un experimento no balanceado (diferente número de réplicas para cada combinación). A continuación se presentan los siguientes análisis de las gráficas con fines exploratorios para saber si el comportamiento de los datos tiene relación con el fenómeno físico de las pruebas mecánicas realizadas.

Tabla 2. Se muestran los factores involucrados para la elaboración de cada uno de los compuestos en este caso de estudio.

Técnica de Elaboración	Comparación de piezas	Mood's Median Test: Área de sección de corte				
		valor p	Mediana Total	Mediana (A)	Mediana (B)	Mediana (C)
Gravity Casting	1A-1B-1C 2A-2B-2C	0.000	6.37	5.73	7.30	
Centrifugal Casting	3AA-3AB-3AC (300 rpm) 3BA-3BB-3BC (300 rpm) 4AA-4AB-4AC (350 rpm) 4BA-4BB-4BC (400 rpm) 5AA-5AB-5AC (400 rpm) 5BA-5BB-5BC (400 rpm)	0.000 0.021	6.56 6.24	6.67 5.73	8.44 6.68	6.50
Mediana de distancia entre partículas de refuerzo						
Solid Directional	AlB5V1 (A)-AlB5V2 (B)	0.687	6.93			
	AlB5Zr1-AlB5Zr2					
	AlB5ZrV1-AlB5ZrV2	0.390	5.98			
	AlB10V1-AlB10V2	0.000	8.15	9.23	7.19	
	AlB10Zr1-AlB10Zr2					
	AlB10ZrV1-AlB10ZrV2	0.000	4.84	3.41	7.39	

Tabla 3. Se muestran los factores involucrados para la elaboración de cada uno de los compuestos en este caso de estudio.

Técnica de Elaboración	Comparación de piezas	Mood's Median Test: Área de sección de corte				
		valor p	Mediana Total	Mediana (A)	Mediana (B)	Mediana (C)
Gravity Casting	1A-1B-1C	0.100	39			
	2A-2B-2C	0.003	43	30.00	46.00	50.00
Centrifugal Casting	3AA-3AB-3AC (300 rpm)	0.077	33			
	3BA-3BB-3BC (300 rpm)	0.000	29	37.00	37.00	
	4AA-4AB-4AC (350 rpm)	0.033	38	36.00	39.00	
	4BA-4BB-4BC (400 rpm)	0.010	41	39.00	48.00	
	5AA-5AB-5AC (400 rpm)	0.231	50			
	5BA-5BB-5BC (400 rpm)	0.602	33			
Mediana de dureza Rockwell						
Solid Directional	AIB5V1 (A)-AIB5V2 (B)	0.239	19.4			
	AIB5Zr1-AIB5Zr2	0.431	25.8			
	AIB5ZrV1-AIB5ZrV2	0.239	30.8			
	AIB10V1-AIB10V2	0.239	22.1			
	AIB10Zr1-AIB10Zr2	0.239	17.2			
	AIB10ZrV1-AIB10ZrV2	0.000	37.65	34.30	41.10	

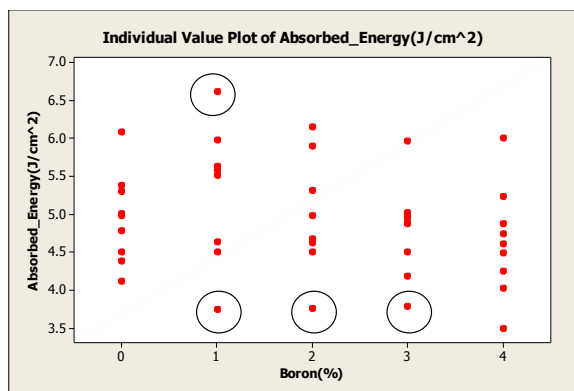


Fig. 5. Dispersión de los datos de energía absorbida vs. Porcentaje de boro. Se muestran los valores atípicos en círculos.

En Fig. 5 en la gráfica de dispersión de los datos se observa que para los 5 niveles se tiene aproximadamente la misma dispersión y una centralidad similar, esto podría llevar a suponer que no hay algún cambio significativo en el valor de la energía absorbida al usar cualquiera de los niveles del boro.

En la fig. 6 (denominada de box-plot) al realizar un análisis meramente observacional, se puede notar que las medianas de cada uno de los niveles difieren poco, excepto el valor de la mediana para el nivel del

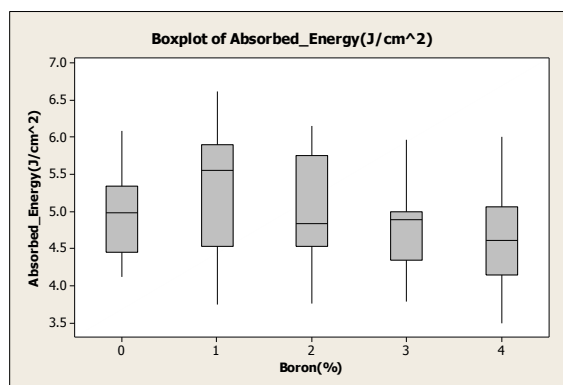


Fig. 6. Box-plots de la energía absorbida para cada uno de los niveles del factor. Observamos que el valor de la mediana es semejante para todos los niveles.

1%, que es un poco mayor que las demás. La posición de los box-plot en la figura sin embargo, no muestra que haya un cambio significativo en usar cada uno de los diferentes niveles de boro.

Partiendo de las gráficas anteriores fue posible observar que hay valores atípicos en los datos, ya que se cree que hubo ruido al realizarse la muestra experimental (Hermes Calderon, 2009). Por tal motivo el análisis ANOVA fue aplicado a los datos con y sin valores atípicos. El resultado del *valor p* arrojado con el análisis para los datos con valores atípicos

fue 0.469. Para los datos sin estos valores fue de 0.301. Con estos resultados podemos observar que el porcentaje de boro no tiene un efecto significativo en el valor de la energía absorbida. Los resultados completos se muestran en la tabla del Apéndice A.

El análisis de los resultados preliminares del caso 3 presentado en esta publicación, consisten en el empleo de un diseño factorial 2^3 (Cedeño-Mattei y col., 2008; Cedeño-Mattei y col., 2009), el cual permitió identificar el efecto de los parámetros de síntesis sobre las propiedades magnéticas del material. Los factores a controlar fueron: (A) tiempo de reacción (minutos), (B) razón de flujo (ml/min), (C) concentración de NaOH (M). El diseño fue realizado con una réplica en cada punto experimental y con tres en el punto central. Debido a resultados obtenidos se concluyó que el factor A, no es significativo. Sobre esta base, se decidió colapsar el diseño factorial 2^3 en un diseño 2^2 con 2 réplicas en cada punto experimental. Paralelamente a este trabajo se realizó un diseño hexagonal no replicado, con dos de los factores del diseño original (B) razón de flujo (ml/min), (C) concentración de NaOH (M), incluyendo tres réplicas en el centro del diseño, con el objetivo de obtener más información acerca del comportamiento de la respuesta de interés.

Dado que los resultados del diseño hexagonal muestran conclusiones diferentes al del factorial 2^2 , tal como se muestra en los valores p de la tabla 4, se hizo necesario proponer un análisis de regresión incluyendo todas las combinaciones anteriormente exploradas, ver tabla 4 (20 puntos). En esta tabla se presenta la comparación de los valores p para los tres primeros análisis: Diseño colapsado 2^3 , diseño hexagonal y la suma de ambos diseños (superficie de respuesta).

Para obtener resultados más claros sobre si es posible controlar la coercividad por medio de los dos factores antes identificados, se propuso realizar un diseño compuesto central inscrito y un compuesto central centrado en las caras aparte de los diseños ya presentados, para estos dos nuevos diseños se variaron los mismos factores: razón de flujo (B) y concentración de NaOH (C). Estos diseños permitieron desarrollar modelos de segundo orden con buenas predicciones en toda la región de interés sobre la superficie de respuesta (Montgomery, 2004).

En la tabla 5 se muestran los valores p para el diseño compuesto central inscrito y el diseño compuesto central centrado en las caras, y en la fig. 7 se muestra la gráfica de contorno obtenido luego del análisis de superficie de respuesta. En esta figura es posible observar que el valor de coercividad se puede maximizar si se trabaja cerca de la zona de 0.340

M y 0.850 mL/min. El valor p para un α de 0.10 de significancia, sugirió que la interacción entre los factores B y C resulta significativa.

A partir de los resultados obtenidos en el análisis antes explicado, se propone en análisis posteriores la aplicación de un algoritmo de optimización y simulación (SOM, siglas en inglés *Simulation Optimization Algorithm*), previamente desarrollado por Villarreal y col (Villarreal M.G. 2007) para encontrar un punto atractivo que optimice el valor de coercividad (Villarreal y col., 2009; Hernández y col., 2010).

4 Cómo mejorar cada caso

En este trabajo el uso de la estadística fue introducido en cada uno de los casos en diferentes etapas de progreso. Considerando la disponibilidad de la información en cada ejemplo, diferentes técnicas fueron aplicadas para llegar a validar las conclusiones. Los resultados apuntan a que se deben considerar las herramientas estadísticas desde la planeación de los experimentos. Una serie de recomendaciones específicas para cada caso son presentadas a continuación. El programa Minitab V15 fue utilizado para realizar los cálculos estadísticos.

En el caso uno, una serie de réplicas podrían ser planificadas para completar el diseño de experimentos factorial, de esta manera se permite un análisis más completo, y podrían validarse los valores de las medianas. Fue posible obtener un valor robusto de centralidad (mediana) para las respuestas de interés en este caso. Es importante mencionar que el análisis estadístico para los valores de las medianas se realizó con las repeticiones existentes de las muestras, los resultados de este análisis pueden cambiar cuando se utilicen réplicas.

En el caso dos, la región experimental puede ser extendida para intentar detectar el efecto del boro en las muestras, ya que se observa que en el intervalo que fue analizada esta respuesta no fue posible encontrar algún efecto significativo cuando este factor se variaba. Con el análisis gráfico realizado se logró predecir que el factor porcentaje de boro no era significativo en el rango considerado en el experimento, y esta observación se pudo comprobar con el análisis de ANOVA. Se recomienda tener cuidado en mantener el mismo número de réplicas para cada una de las muestras, de esta forma se obtendría precisión en las respuestas de interés, así también se contaría con un diseño balanceado por lo tanto las respuestas serían más confiables.

Tabla 4 .Muestra los valores p para los análisis de varianza realizados.

Diseño de Experimentos	valores p				
	Factor B	Factor C	B ²	C ²	BC
Diseño Colapsado	2 ³	0.000	0.004	0.002	
Diseño Hexagonal	0.004	0.993	0.122	0.155	0.807
Response Surface (20 points)	0.000	0.019	0.000	0.018	0.004

Tabla 5. Muestra los valores p para los análisis de varianza realizados en cada diseño.

Diseño de Experimentos	valores p				
	Factor B	Factor C	B ²	C ²	BC
a)CCF	0.000	0.113	0.062	0.886	0.048
b)Hexagonal completado a CCI	0.001	0.996	0.404	0.516	0.837
Superficie de respuesta a)+ b)	0.000	0.257	0.043	0.513	0.069

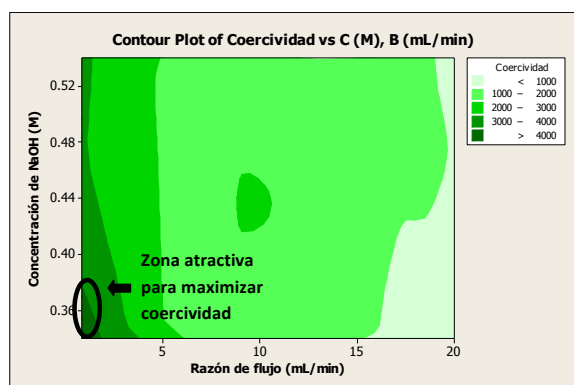


Fig. 7. Muestra la gráfica de contorno de la superficie de respuesta para el análisis no planeado.

En el caso tres, se presenta cómo fue posible trabajar con dos diseños de experimentos a la vez (2³ y el diseño hexagonal) y se lograron comparar, esperando que arrojaran resultados similares. Después de encontrar que hay diferencias en los valores p arrojados por cada uno, se propuso realizar un análisis de superficie de respuesta. Este último diseño indica que los dos factores son significativos. Posteriormente se realizaron dos diseños de experimentos compuestos central inscrito y el diseño compuesto central centrado en las caras, los cuales arrojaron diferencias en los valores p, por tal motivo fue necesario realizar un análisis de superficie nuevamente y se logró concluir que ambos factores son significativos. La aplicación del algoritmo de optimización propuesto en la búsqueda de la región atractiva puede ser dirigido en la etapa actual del experimento.

Conclusiones

En los casos presentados, es posible observar que se aplicaron las herramientas estadísticas en diferentes etapas de desarrollo en el tiempo. En el caso 1, el análisis de la herramienta *Mood's Median Test* permitió analizar los datos obtenidos a partir de repeticiones de las muestras, debido a que la mediana es una medida robusta se concluyó que determinar este valor para las mediciones de este caso fue la mejor ruta.

Para el caso dos, debido a que se empieza con una estructura de diseño experimental planificada, pero no balanceada, se propuso realizar primero un análisis gráfico con fines observacionales, así como un análisis de gráfica de caja (box-plot), a partir de este análisis fue posible identificar visualmente que no había una diferencia notoria entre las medianas de las respuestas de interés. Esto se comprobó con el análisis de varianza realizado (ANOVA) en donde el valor p arrojado fue de 0.301.

En el caso tres se presentó que fue posible determinar los factores que son significativos para controlar el valor de coercividad, una serie de diseños de experimentos fueron realizados con este objetivo.

El punto de este trabajo es, en efecto, el de enfatizar que las técnicas de diseño experimental estadístico se deben considerar desde la fase de planeación para asegurar resultados más precisos y mejor alineados con los objetivos originales de un experimento.

Agradecimientos

A la Universidad Autónoma de Nuevo León, Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), Universidad de Puerto Rico Mayagüez, IFN y PREM UPRM.

Referencias

- Calderon H. (2009). *Effect of cyclic high loading rate on the fatigue strength of aluminium-based composites*. Tesis de Doctorado en filosofía en Ingeniería Civil Universidad de Puerto Rico, Mayagüez.
- Cedeño-Mattei, Y., Perales-Perez, O., Tomar, M.S., Roman, F., Voyles, P.M., (2008). Tuning of magnetic properties in cobalt ferrite nanocrystals. *Journal of Applied Physics* 103, 07 e512 1-3.
- Cedeño-Mattei, Y., Perales-Perez, O., Sánchez-Peña M, Lara-Rodríguez Y, Cabrera-Ríos M. (2009). Experimental Optimization of Nanomagnetic Properties. *Proceedings of the Industrial Engineering Research Conference*.
- Hernández Z, Niño E, Lara-Rodríguez Y, Villarreal M.G., Castro JM , Cabrera-Ríos M. (2010) Metamodeling-based Optimization for True Experiments, June 5-9, Cancún MX, *Industrial Engineering Research Conference*, Artículo 584.
- Leardi R. (2009). Experimental design in chemistry: A tutorial. *Analytica Chimica Acta* 652, 161-172.

Montgomery, D. C. (2004). *Design and Analysis of experiments*. Editorial Wiley and Sons, New York, 6th Edition.

Villarreal M.G. (2007). *Modelación y Optimización Aplicada a la simulación de procesos y sistemas de Manufactura*. Tesis de Maestría en Ciencias de Ingeniería en Sistemas, Universidad Autónoma de Nuevo León, México.

Villarreal M.G, Rachmat, M. Castro J.M. Cabrera-Ríos M. (2009). Simulation Optimization in Injection Molding. Miami FLA, May 30- June 3, Pp 1459-1463, *Proceedings of the Industrial Engineering Research Conference*.

Apéndice A

La tabla A-1 muestra los valores de los cuadrados medios del error y del factor, esta cantidad es un estimador de la varianza del error y del factor boro en la energía absorbida, observamos que no se presenta mucha diferencia entre ellas, por tal motivo el factor boro no tiene un efecto significativo en la respuesta. Esto lo demuestra el *valor p*, el cual es mayor a 0.05, considerándose así que la hipótesis nula no se puede rechazar. Se realizó el análisis de varianza con la prueba de Kruskal-Wallis y el *valor p* es 0.488 reforzando así el resultado del análisis anterior.

En los resultados de los cuadrados medios en la tabla de ANOVA (Tabla A-2) existe una variación poco mayor en la varianza del factor boro comparada con la variación del error aleatorio. El *valor p* de 0.301 arrojado muestra que no hay un efecto significativo del boro sobre la energía absorbida para esta prueba.

Tabla A-1. Resultados del ADE para el caso 2.

Resultados de Anova para prueba de impacto					
Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	F	Valor p
Boro(%)	4	1.94	0.485	0.91	0.469
Error	38	20.278	0.534		
Total	42	22.218			
S=0.7305	R-Sq=8.73%	R-Sq(adj)=0.00%			

Tabla A-2. Resultados del ADE para el caso 2.

Resultados de Anova para prueba de impacto					
Fuente de variación	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Cuadrados Medios	F	Valor p
Boro(%)	4	1.977	0.494	1.27	0.301
Error	34	13.21	0.389		
Total	38	15.19			
S=0.6236	R-Sq=13.01%	R-Sq(adj)=2.77%			