

ANÁLISIS DE ESTRATEGIAS DE CÁLCULO ESTIMATIVO EN ESCOLARES DE SECUNDARIA CONSIDERADOS BUENOS ESTIMADORES

JEANNETTE CORTÉS FLORES / EDUARDO BACKHOFF ESCUDERO / JAVIER ORGANISTA SANDOVAL

Resumen

Se presenta una metodología, basada en la propuesta de Reys (1986), para identificar y clasificar los procesos mentales y las estrategias de cálculo estimativo que utilizan alumnos de secundaria considerados buenos estimadores. De un total de 248 estudiantes de distintas escuelas en Ensenada, Baja California, México; se seleccionó a 5% de quienes obtuvieron las calificaciones más altas en un examen aplicado para dicho fin. Los resultados muestran que la metodología es adecuada para seleccionar a buenos estimadores, identificar las estrategias estimativas utilizadas por los estudiantes, conocer algunas dificultades que ellos presentan al tratar de resolver este tipo de problemas e informarse de la manera en que adquieren estas habilidades en la vida diaria. Se puntualiza la necesidad de que los programas de matemáticas de educación básica resalten la conexión existente entre el cálculo estimativo y el desarrollo del sentido numérico en el estudiante. Un aspecto importante fue que tanto los alumnos considerados buenos estimadores en Estados Unidos como los de Ensenada presentaron semejanzas en el uso de estrategias de cálculo estimativo.

Abstract

A methodology is presented, based on the proposal by Reys (1986), to identify and classify the mental processes and strategies of mathematical estimation used by secondary students considered to be good estimators. Out of a total of 248 students in various schools in Ensenada, Baja California, Mexico, a selection was made of the 5% who obtained the highest scores on an examination given for this specific purpose. The results show that the methodology is adequate for selecting good estimators, identifying the estimative strategies used by students, discovering students' difficulties in attempting to solve this type of problems, and reporting on the way students acquire such skills in daily life. Mention is made of the need for mathematics programs in basic education to emphasize the existing connection between estimation and the development of numerical meaning in students. An important aspect was that students in the United States and in Ensenada who are considered to be good estimators, showed similarities in the use of estimative strategies.

Jeannette Cortés Flores es directora de la Telesecundaria núm. 83, Secretaría de Educación y de Bienestar Social de Baja California, Ensenada CE: jeannettecortes@hotmail.com.mx

Eduardo Backhoff y Javier Organista son investigadores del Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo, de la Universidad Autónoma de Baja California.

Palabras clave: educación media, matemáticas, cálculo estimativo, cálculo mental, sentido numérico, México.

Key words: secondary education, mathematics, mathematical estimation, mental calculation, numerical meaning, Mexico.

Introducción

El desarrollo de las nociones matemáticas es un proceso paulatino que el niño construye a partir de las experiencias que le brinda la interacción con los objetos de su entorno. Dichas experiencias le permiten establecer diversas relaciones y comparaciones entre ellos, estableciendo semejanzas y diferencias de sus atributos, lo que a su vez le permite clasificarlos, así como establecer relaciones de orden y de cantidad (Mancera, 1991).

El desarrollo de la noción o intuición de cantidad es un elemento esencial para que los niños entiendan e imaginen lo que está sucediendo con los números cuando hacen operaciones matemáticas. Esta intuición matemática ha sido definida parte esencial del *sentido de número* por el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989).

Diversos autores han definido el sentido del número de diferentes formas. Sowder (1992) se refiere a él como una red conceptual bien organizada que da la habilidad para relacionar operaciones y resolver problemas numéricos por caminos flexibles y creativos. Agrega que el entendimiento de la estructura del sistema numérico y el sentido del número están asociados con la habilidad del cálculo mental estimativo, que se entiende como la habilidad para llevar a cabo un cálculo numérico, de donde se obtiene una respuesta no exacta (dentro de ciertos límites prefijados) utilizando únicamente procedimientos mentales, es decir, sin el uso de lápiz y papel o cualquier otro dispositivo de cálculo o registro (Hazekamp, 1986; Flores, Reys y Reys, 1990; Reys, Reys y Hope, 1993). De hecho, los procedimientos de cálculo mental son básicamente diferentes de aquellos que se efectúan cuando se recurre a los algoritmos de lápiz y papel, principalmente cuando se hacen cálculos aproximados o estimados, ya que los cálculos mentales exactos, frecuentemente se tratan de resolver como se harían en forma escrita.

El fortalecimiento del cálculo estimativo permite a los alumnos tener una visión más amplia y una mejor utilización del sistema numérico; esta condición, a su vez, posibilita al estudiante desarrollar procedimientos propios para dar solución a una diversidad de problemas matemáticos con los que se encuentra en la escuela y en la vida (Sowder, 1989).

Estrategias de cálculo estimativo

Diversas investigaciones sobre cálculo estimativo han puesto su atención en los procesos mentales y estrategias que utilizan los estudiantes de secundaria al resolver problemas matemáticos sin la ayuda de dispositivos físicos, para entender cómo lo hacen y difundirlo entre el resto de los estudiantes. Reys, *et al.* (1982) encontraron y clasificaron tres procesos mentales de cálculo estimativo: a) reformulación, es decir, cambiar los datos numéricos dejando intacta la estructura del problema; b) traducción, que consiste en cambiar estos datos al mismo tiempo que se modifica la estructura del problema y c) compensación, que implica hacer ajustes numéricos finales a los resultados de los problemas para aproximarlos al resultado exacto.

En cuanto a las estrategias de cálculo estimativo, Reys (1986) y Flores, Reys y Reys (1990) consideran que las personas utilizan distintas estrategias de cálculo mental para resolver problemas aritméticos. Sin embargo, de acuerdo con los autores, una misma estrategia no es adecuada para todos los problemas, y una característica importante del buen estimador es saber elegir y utilizar las adecuadas en cada problema. Las estrategias que estos autores consideran de mayor importancia, son las siguientes: *a)* dígito de la izquierda, *b)* agrupación, *c)* redondeo, *d)* números compatibles y *e)* números especiales. A continuación se describe cada una.

Dígito de la izquierda

Esta estrategia puede adaptarse a cada una de las cuatro operaciones elementales, sin embargo, se aplica principalmente en la suma. Consiste en centrar la atención en el dígito que se encuentra más a la izquierda del número, pues representa la parte más significativa del mismo. Ejemplo:

Problema	Paso 1	Paso 2	Resultado exacto
$\begin{array}{r} 260 \\ 153 \\ + 99 \\ \hline 371 \\ 528 \end{array}$	Se suman las cifras que están más a la izquierda: $2 + 1 + 3 + 5 = 11$ y se agregan los ceros correspondientes, por lo tanto, se obtiene 1 100.	Se ajustan las demás cifras tratando de juntar aquellas que sumen aproximadamente 100: 71 + 28 son aproximadamente 100 60 + 53 son aproximadamente 100 99 es aproximadamente 100 son en total 300 + 1 100= 1 400	1,411

Agrupación

Se utiliza frecuentemente en situaciones de la vida diaria. Se usa cuando un grupo de números está muy cerca de un valor común. Pueden usarse números enteros, decimales y fracciones. Ejemplo:

Problema	Paso 1	Paso 2	Resultado exacto
92 430 83 658 + 87 199 93 280 94 672 88 390	Se estima el número alrededor del cual están los sumandos del problema. En este caso fue alrededor de 90 000.	Se multiplica el valor estimado por la cantidad de números que hay. En este caso es: $6 \times 90,000 = 540,000$.	539 629

Redondeo de números

El redondeo de números es una estrategia muy poderosa y eficiente para la estimación de resultados. Su principal finalidad es producir números que puedan manejarse con facilidad. En el proceso, se lleva a cabo el redondeo, luego se opera con él y un tercer paso consiste en ajustar el resultado, dependiendo si el redondeo es hacia arriba o debajo de una cantidad base. Esta estrategia es particularmente efectiva con problemas de multiplicación. Ejemplo:

Problema	Paso 1	Paso 2	Resultado exacto
$47 \times 66 =$	En este producto se debe hacer el redondeo hacia arriba $50 \times 70 = 3500$	El ajuste consiste en considerar que el resultado real es menor que el estimado.	3,102

Números compatibles

En esta estrategia, el estudiante debe observar de manera global todos los números involucrados en el problema y cambiar o redondear cada uno para hacerlos compatibles entre ellos. Se deben considerar parejas de números que den resultados exactos ya que mentalmente son muy fáciles de operar. Esta estrategia es especialmente efectiva con problemas de división. Ejemplo:

Problema	Números compatibles	Números no compatibles
$3\,370 \div 7 =$	$3\,500 \div 7$	$3\,000 \div 7$
	$3\,200 \div 8$	$3\,300 \div 7$
	$4\,000 \div 8$	$3\,400 \div 8$

Números especiales

Esta estrategia combina varios puntos de las estrategias antes mencionadas, pero su función principal es observar si los números del problema a resolver son parecidos o muy cercanos a números más fáciles de operar y sustituirlos por ellos. Estos valores especiales pueden ser potencias de diez o fracciones comunes y decimales cercanos a 0.5, 0.24, 0.75 o cualquier entero. Ejemplo:

Problema	Paso 1	Paso 2	Resultado exacto
23 / 45 de 720	Observe que 23/45 está cerca de $\frac{1}{2}$	El problema se reduce a calcular la mitad de 720	360

La relación entre procesos mentales y estrategias de cálculo estimativo, de acuerdo con Reys *et al.* (1982) y Reys (1986), se pueden observar en la tabla 1.

TABLA 1

Procesos mentales y estrategias relacionadas

Procesos mentales	Estrategias de cálculo estimativo
Reformulación	• Dígito de la izquierda • Redondeo • Números compatibles
Traducción	• Agrupación • Números especiales
Compensación	• Ajuste final

Planteamiento de problema

Utilizando esta clasificación, Cortés (2001) elaboró una tesis de maestría con el fin de replicar las investigaciones de Reys y colaboradores para conocer las estrategias de cálculo estimativo que utilizan los estudiantes de secundaria mexicanos que son considerados “buenos estimadores”. Los resultados se publicaron en un documento (Cortés, Backhoff y Organista, 2002), centrado en describir los instrumentos utilizados y los niveles de solución de problemas de cálculo mental estimativo que presentan estos estudiantes.

El propósito de este trabajo es dar a conocer la metodología para identificar, caracterizar y evaluar los procesos mentales y las estrategias de cálculo estimativo que utilizan los estudiantes mexicanos considerados buenos estimadores.

Método

La investigación se llevó a cabo durante el ciclo escolar 1998 -1999, con estudiantes del segundo grado de secundaria de la ciudad de Ensenada, Baja California, México.

Población estudiada

Se seleccionaron 248 estudiantes del segundo grado de secundaria, provenientes de ocho escuelas de las zonas urbana y rural del municipio de Ensenada, BC, a quienes se les aplicó una prueba conformada por 39 problemas de cálculo estimativo, que se presentaron, uno a uno, en la pared con un proyector de filminas. Se eligieron a los 12 alumnos (casi 5%) que obtuvieron el mayor número de aciertos. Esta subpoblación se caracterizó porque la mayoría eran hombres, con una edad promedio de aproximadamente 13 años, sus calificaciones en matemáticas eran altas, provenían de escuelas secundarias generales, técnicas y telesecundarias, dos terceras partes estudiaban en el turno vespertino y el número de aciertos en sus exámenes varió de 20 a 25. La tabla 2 muestra una síntesis de las características de los alumnos seleccionados y sus escuelas de procedencia.

TABLA 2
Características de alumnos y escuelas seleccionados

Alumnos					Escuela de procedencia		
Identif.	Aciertos	Sexo	Edad	Promedio	Identif.	Tipo	Turno
A	25	M	13	9.0	1	General	Vespertino
B	25	M	13	10.0	2	General	Matutino
C	24	M	13	9.0	4	Técnica	Vespertino
D	23	M	13	10.0	2	General	Matutino
E	23	M	13	9.2	3	Telesecundaria	Matutino
F	22	F	14	9.8	3	Telesecundaria	Matutino
G	22	F	13	9.2	7	General	Vespertino
H	21	M	13	9.3	4	Técnica	Vespertino
I	21	M	13	10.0	6	General	Vespertino
J	21	M	14	9.2	7	General	Vespertino
K	20	M	14	9.6	4	Técnica	Vespertino
L	20	M	12	9.4	7	General	Vespertino

Entrevistas

Para conocer la forma en que los 12 estudiantes seleccionados resolvían los problemas de cálculo estimativo, se utilizó una segunda prueba conformada por diez reactivos, de los cuales cuatro contenían problemas con operaciones sin texto y seis con texto (ver tabla 3). Cinco de los reactivos se tomaron del examen original y el resto fueron nuevos. Cada estudiante tuvo que efectuar los cálculos mentalmente e ir explicando, en voz alta, los pasos que seguía para llegar al resultado final de cada problema.

Las entrevistas se registraron en cintas de video y se transcribieron literalmente, de acuerdo con el procedimiento desarrollado por Martínez (1998). El análisis de las entrevistas se llevó a cabo a través de dichas transcripciones, en las cuales se identificaron y clasificaron los procesos mentales y las estrategias que emplearon los estudiantes para resolver los ejercicios. Dicha categorización se basó en los modelos de Reys *et al.* (1982) y Reys (1986).

TABLA 3
Reactivos utilizados en la entrevista

Ítem	Problema	Ítem	Problema
1	$\begin{array}{r} 87,419 \\ 92,765 \\ + 90,045 \\ 81,974 \\ \hline 98,102 \end{array}$	7	Las concesiones de la serie mexicana de beisbol, tuvieron ingresos por \$21'319,908.00. Si dicha cantidad se divide en partes iguales entre los 26 equipos, ¿cómo cuánto recibe cada equipo?
2	$474,257 \div 8,127 =$	8	Esta es una cuenta del mercado que aún no ha sido sumada, ¿cómo cuánto es el total? $79 + 44 + 130 + 34 \dots$
3	$12/13 + 7/8 =$	9	Estima el 15% de descuento para una chamarra que cuesta \$28,000.00
4	$486 \times 0.24 =$	10	¿Cuál respuesta es razonable?
5	Calcula el área aproximada de un rectángulo de: 28 cm x 47 cm.		$\frac{4}{9} + \frac{5}{10} = 1 \frac{5}{90}$
6	Si el 30% de los aficionados de la serie mexicana de beisbol compran un refresco, ¿cómo cuántos refrescos se vendieron, si la asistencia fue de 54,215 personas?		$\frac{6}{8} + \frac{4}{7} = \frac{8}{15}$
			$\frac{8}{15} + \frac{11}{20} = 1 \frac{1}{12}$

Procedimiento

La administración de las entrevistas se llevó a cabo conforme a las sugerencias de Reys (1982). De manera individual, a los 12 alumnos se les pidió que resolvieran los diez problemas y se les solicitó que explicaran oralmente los pasos que seguían para resolverlos. El propósito del análisis de las entrevistas fue profundizar en las respuestas de los alumnos considerados buenos estimadores para describir, detalladamente, sus procedimientos, ideas, estrategias y algunos elementos externos que influyeron en su comportamiento durante las entrevistas. Se contó con un equipo de tres personas: dos licenciados en matemáticas, que condujeron las entrevistas y tomaron notas, y un estudiante egresado de la preparatoria, quien grabó el video. Como los resultados de esta investigación dependían en gran medida de los datos recopilados en las entrevistas, fue esencial que el entrevistador siguiera una guía general, que se le proporcionó para dicho fin.

Siguiendo las recomendaciones de Martínez (1998) las entrevistas se transcribieron íntegramente sobre hojas divididas a lo largo. En una sección se incluyó la transcripción y se subrayó cualquier indicio de estrategia que hubiera utilizado el alumno en cuestión. En la otra parte de la hoja se señalaron las estrategias detectadas (Reys, 1986) y los procesos de pensamiento (Reys *et al.*, 1982) correspondientes, al lado de cada parte subrayada. Los pasos para determinar las estrategias y el proceso de pensamiento utilizados fueron los siguientes:

- 1) Releer la entrevista subrayando las palabras más relevantes y significativas.
- 2) Transcribir los párrafos que expresaban una idea o concepto central e integrarlos en tablas separadas, por cada una de las diez preguntas de la entrevista.
- 3) Sintetizar al final de cada tabla del punto anterior lo que expresaron los alumnos para cada ejercicio planteado en las entrevistas.
- 4) Si aparecían estrategias diferentes para un mismo ejercicio con propiedades o atributos distintos, describirlas haciendo notar dichas diferencias.
- 5) Clasificar las estrategias y procesos de pensamiento encontrados.

El procedimiento de análisis de resultados para las entrevistas de acuerdo con Martínez (1998), fue el siguiente:

- 1) Tomar en cuenta que los datos de la información no tienen la misma importancia, ya que el valor y significado de un dato depende del contexto en que se genera. Alguna información será central para solucionar el problema planteado, otra será periférica y secundaria.
- 2) Integrar la información en un todo coherente y lógico.
- 3) Hacer un informe verbal, o síntesis, con algunos textos directos; es decir, con algunas citas textuales de los informantes.

Resultados

Para cada uno de los ejercicios del cuestionario utilizados en las entrevistas, se elaboró un resumen con las respuestas individuales; éstas sólo incluyeron la información donde está plasmada la estrategia de cálculo estimativo que utilizó cada estudiante. Posteriormente, se hizo un esquema que resume las respuestas obtenidas. Finalmente, se reportó el número de alumnos que contestaron correctamente el ejercicio referido, así como las estrategias y procesos mentales más utilizados. La tabla 4 ejemplifica este proceso con las respuestas dadas al problema 6, que se eligió por la gran variedad de formas que presentaron los alumnos para intentar resolverlo, dando como resultados que se utilizaran los tres procesos mentales en dicho ejercicio.

Este ejercicio fue contestado correctamente por 11 alumnos. Las estrategias que más utilizaron fueron: números especiales, números compatibles y ajuste final. Algunos jóvenes centraron su atención en el porcentaje, otros en el número, y un tercer grupo observó el número y el porcentaje al mismo tiempo.

En la tabla 5 se muestran las estrategias y procesos mentales que los estudiantes utilizaron con mayor frecuencia en cada uno de los 12 problemas, de acuerdo con la clasificación de Reynolds (1986), así como el grado de dificultad de cada reactivo; es decir, la proporción de personas que respondieron correctamente cada reactivo, obtenido con la fórmula de Crocker y Algina (1986, citados en Backhoff, Larrazolo y Rosas, 2000):

$$p_i = \frac{A_i}{B_i}$$

donde:

p_i = índice de dificultad del reactivo i

A_i = número de aciertos en el reactivo i

B_i = número de aciertos más número de errores en el reactivo i

TABLA 4

Aspectos relevantes de las respuestas dadas a la pregunta 6

Alumno	Respuesta al problema 6*	Estrategias utilizadas
A	Veó el número y le saco la mitad (50%), otra vez (25%) y le aumento un poquito para el 30%.	Números especiales, ajuste final
B	Veó que el 30 es como $\frac{1}{3}$ de 100, entonces divido entre tres el número.	Números compatibles
C	El 54 lo tomo como 100 (el doble) y saco el 30%, al resultado le saco la mitad.	Dígito de la izquierda, números compatibles
D	Pienso en sacar el 10% y a lo que sale lo multiplico por tres.	Números especiales
E	Como me piden el 30%, saco el 50% y luego otra mitad (25%) y luego le aumento un poco.	Números especiales, ajuste final
F	No contestó.	
G	Veó el número y le saco el 10% y luego multiplico por tres.	Números especiales
H	Me fijo en los números de la izquierda y los multiplico, y le agrego los ceros que faltan.	Dígito de la izquierda, ajuste final
I	Redondeo el número a un múltiplo de 1000 y lo multiplico por tres.	Redondeo, números compatibles
J	Divido entre dos (50%), luego entre dos otra vez (25%) y le agrego un poco para tener el 30%.	Números especiales, ajuste final
K	Divido el número entre el 30, es menos de la mitad, como un cuarto menos.	Números especiales
L	Redondeo a un múltiplo de 10,000 y lo multiplico por tres.	Redondeo, números compatibles

* "Si el 30% de los aficionados de la serie mexicana de beisbol compran un refresco ¿cómo cuántos refrescos se vendieron, si la asistencia fue de 54,215 personas?"

TABLA 5

Síntesis de las respuestas de los estudiantes a los reactivos de la entrevista

Problema	Estrategias más utilizadas	Procesos mentales más utilizados	Dificultad
1	Dígito de la izquierda, redondeo y agrupación	Reformulación	1.00
2	Dígito de la izquierda y redondeo	Reformulación	1.00
3	Números especiales	Traducción	0.75
4	Números especiales	Traducción	0.66
5	Dígito de la izquierda y redondeo	Reformulación	1.00
6	Redondeo, números especiales y números compatibles	Reformulación, traducción y comparación	0.91
7	Dígito de la izquierda, redondeo y números compatibles	Reformulación	0.83
8	Dígito de la izquierda, redondeo y agrupación	Reformulación	1.00
9	Redondeo, números compatibles y números especiales	Reformulación y traducción	0.91
10	Números especiales	Traducción	0.25

En la tabla 6 se muestran las frecuencias de cada estrategia utilizada, así como los procesos mentales que involucran. Se puede observar que los estudiantes no siempre hacen ajustes finales (E6), sólo el alumno H hizo ajustes en todos los ejercicios. También se muestra que la estrategia manejada con más frecuencia fue el redondeo (E2). Con respecto a los procesos mentales, la reformulación fue el proceso que se manejó en más ocasiones, lo cual indica que la mayoría trató de encontrar datos más sencillos que los originales para resolver los ejercicios.

TABLA 6
Frecuencia de procesos mentales y estrategias utilizados por los alumnos entrevistados

Alumno	Procesos y estrategias				Traducción			Compensación	
	Reformulación								
	E1	E2	E3	Total	E4	E5	Total	E6	Total
A	3	1	3	7	1	4	5	3	3
B	1	3	2	6	2	5	7	3	3
C	2	2	5	9	2	2	4	6	6
D	1	7	4	12	1	5	6	1	1
E	4	4	1	9	1	4	5	2	2
F	1	3	0	4	3	1	4	3	3
G	2	7	3	12	0	5	5	5	5
H	8	4	2	14	1	3	4	10	10
I	3	7	3	13	0	4	4	1	1
J	4	5	1	10	1	4	5	5	5
K	4	7	2	13	0	3	3	2	2
L	4	6	1	11	0	2	2	4	4
Total	37	56	27	120	12	42	54	45	45

Estrategias: E1: dígito de la izquierda; E2: redondeo; E3: números compatibles; E4: agrupación
 E5: números especiales; E6: ajuste final

De acuerdo con la metodología propuesta por Martínez (1998), se elaboró el informe verbal, del cual se obtuvo un análisis más detallado de las respuestas de los alumnos. De este último se extrajeron observaciones puntuales que describen no sólo las ideas, procesos y estrategias de los estudiantes, sino algunos otros elementos que influyeron en sus respuestas. Los más relevantes se presentan a continuación:

- Los alumnos seleccionados como buenos estimadores comentaron que manejan la estimación de resultados fuera de la escuela y afirmaron que en sus clases no se les enseña, ni se les pide que lo practiquen.¹

- Los alumnos entrevistados siempre buscaron sustituir los datos originales por números más fáciles de manejar, lo que dio como resultado respuestas más rápidas.
- La mayoría de los alumnos entrevistados hicieron ajustes finales.
- Los alumnos elegidos como buenos estimadores mostraron sentimientos de alegría y orgullo.
- Aunque la cámara de video los intimidó en un principio, se tranquilizaron y contestaron con seguridad.
- El lenguaje matemático que utilizaron fue impreciso, hubo expresiones como “el de allá”, “lo de ahí”, “el de acá”, para referirse al valor posicional de los números.
- Los alumnos entrevistados siempre expresaron que el cálculo estimativo es importante y que lo utilizan constantemente en su vida diaria.

Conclusiones

En esta investigación nos centramos en la metodología para identificar y caracterizar los procesos y las estrategias de cálculo estimativo que utilizan los estudiantes del segundo grado de secundaria al resolver problemas de cálculo mental. Esta metodología consistió, básicamente, en seleccionar a buenos estimadores y pedirles que resolvieran una serie de problemas numéricos en voz alta, a la vez que se registraban sus respuestas para, posteriormente, analizarlas y clasificarlas en términos de los procesos y estrategias mentales utilizados, siguiendo los esquemas de Reys *et al.* (1982), Reys (1986) y Martínez (1998). Los resultados indican que la metodología utilizada fue adecuada para:

- 1) seleccionar buenos estimadores,
- 2) identificar los procesos y estrategias de cálculo mental que utilizan con mayor frecuencia dichos alumnos,
- 3) identificar algunos problemas que enfrentan los estudiantes al tratar de hacer estimaciones mentales, y
- 4) tener una idea de cómo y dónde los estudiantes adquieren dichas estrategias estimativas.

Los 12 estudiantes que participaron en el estudio fueron seleccionados como los mejores estimadores, de un grupo de 248, que respondieron a un examen de cálculo estimativo. Dichos alumnos poseían promedios escolares elevados en matemáticas (entre 9 y 10), lo cual ratifica un su-

puesto esencial de la investigación en educación matemática de que el cálculo estimativo es fundamental para desarrollar el sentido del número (Hazekamp, 1986; Reys, Reys y Hope, 1993; Sowder, 1989), lo que se refleja por el buen desempeño en la asignatura de matemáticas.

Con la metodología utilizada se detectaron características, estrategias y procesos cognoscitivos comunes a los buenos estimadores, independientemente de sus bagajes culturales y sistemas de enseñanza, como es el caso de los alumnos estudiados por Reys, en Estados Unidos, y los mexicanos de este estudio. Entre las semejanzas encontradas, se observaron las siguientes:

- La estrategia más utilizada por los alumnos fue el redondeo.
- La estrategia llamada dígito de la izquierda, fue manejada de manera “intuitiva” y correcta por la mayoría de los estudiantes.
- El agrupamiento de números fue una estrategia poco utilizada, ya que se pudo reemplazar fácilmente por las dos anteriores.
- La estrategia de números compatibles requirió que el alumno observara de manera global todos los números involucrados en el problema, para cambiar o redondear cada número y hacerlos compatibles entre ellos.
- Para utilizar la estrategia de números especiales, los estudiantes tuvieron que combinar distintos elementos de las estrategias antes mencionadas para observar si los números del problema eran parecidos o muy cercanos a números más fáciles de operar y, en su caso, sustituirlos por ellos.

Asimismo, con esta metodología se pudieron detectar algunos tipos de errores estimativos recurrentes. Entre los más importantes se encuentran los siguientes:

- Algunos alumnos, al momento de hacer un cálculo estimativo, olvidaron hacer un “ajuste final” para mejorar las respuestas; esta falta de afinación o cierre, hizo que algunas no pertenecieran al intervalo de aproximación prefijado; sólo un alumno utilizó sistemáticamente esta estrategia con todos los problemas.
- Otros alumnos no identificaron los valores enteros aproximados a las fracciones de los problemas, de tal manera que pudieran realizar los cálculos mentales con mayor facilidad.
- Para la mayoría de los alumnos no les fue fácil responder en voz alta a las preguntas proyectadas en la pared y se mostraron preocupados al no poder revisar sus ejercicios.

- A muchos alumnos les pareció difícil, de principio, las operaciones con números fraccionarios y con cifras muy grandes, aunque el problema a resolver fuera sencillo.
- Finalmente, otro aspecto que presionó a los estudiantes fue el límite de tiempo impuesto para resolver cada problema, por lo que muchos de ellos se pusieron nerviosos y no pudieron dar su respuesta en el tiempo establecido.

Es importante decir que, debido a que uno de los propósitos de nuestro estudio fue replicar la investigación de Reys *et al.* (1982), realizada en Estados Unidos, este trabajo representa un eslabón más en la cadena investigativa para validar y generalizar el modelo que explica las estrategias, los procesos y las características de los buenos estimadores.

Por lo anterior, la metodología y resultados de este estudio pueden ser tomados en cuenta a la hora de diseñar estrategias y materiales didácticos para la enseñanza y evaluación del cálculo estimativo de los estudiantes mexicanos de educación media. Esta propuesta se ve reforzada por el hecho de que ni los mejores estimadores manejan correctamente todas las estrategias estimativas y que los estudiantes de diversos contextos educativos presentan dificultades muy similares durante la resolución de este tipo de problemas.

Desgraciadamente, en México, la mayoría de los docentes de secundaria centran su atención en la enseñanza del cálculo de algoritmos de lápiz y papel, omitiendo por completo el aprendizaje del cálculo estimativo, a pesar de que el desarrollo del sentido del número se contempla en los planes y programas de estudio nacionales. Si la razón de esta omisión es el desconocimiento, por parte del docente, de la importancia del cálculo estimativo y la falta de recursos metodológicos para abordarlo, esperamos que este trabajo contribuya en algo a mejorar la idea y práctica del cálculo mental en las aulas mexicanas.

Nota

¹ Algunas afirmaciones textuales fueron: “lo uso cuando le cuento el dinero a mi mamá”, “cuando hago cuentas chicas”, “cuando voy a la tienda”, “cuando uno va a comprar algo y lleva cierta cantidad de dinero, se calcula cuánto se va gastando”, “cuando llego a mi casa, mi papá siempre me pide que haga algunas cuentas de memoria,

porque cree que soy muy inteligente”, “cuando voy al mercado con mi mamá, primero escogemos lo más indispensable y voy haciendo las cuentas de memoria, para ver que nos alcance”, “lo aplico cuando las cuentas están difíciles, porque para las fáciles no hace falta”, “cuando quiero hacer cuentas rápidas en la escuela y en la tienda”.

Referencias bibliográficas

- Backhoff, E.; Larrazolo, N. y Rosas, M. (2000). "Nivel de dificultad y poder de discriminación del Examen de habilidades y conocimientos básicos (EXHCOBA)", *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2 (1), pp. 2-16.
- Cortés, J. (2001). *Análisis de las estrategias de cálculo estimativo que utilizan estudiantes de 2º de secundaria en Baja California*, tesis de maestría en Ciencias Educativas, Ensenada: UABC.
- Cortés, J.; Backhoff, E. y Organista, J. (2002). "Metodología para evaluar estrategias de cálculo estimativo en escolares de secundaria", ponencia presentada en: Quinto Foro de Evaluación Educativa, noviembre, Ensenada, BC.
- Flores, A.; Reys, R. y Reys, B. (1990). "Desempeño y estrategias en la estimación en operaciones aritméticas de alumnos de 5º de primaria y segundo de secundaria en México", *Educación matemática*, 2 (1), pp. 33-44.
- Hazekamp, D. (1986). "Components of mental multiplying", en Shoen H. y Zweng, M. (eds.) *Estimation and Mental Computation, 1986 Yearbook*, Iowa: NCTM, pp. 116-124.
- Mancera, E. (1991). "La matemática de la educación básica: el enfoque de la modernización educativa", *Educación matemática*, 3 (3), pp. 10-30.
- NCTM (1989). "NCTM Standards for school mathematics: visions for implementation", en Crosswhite, J., Dossey, J. y Frye, S. (eds.), *Mathematics Teacher*, 82 (8), pp. 664-671.
- Martínez, M. (1998). *La investigación cualitativa etnográfica en educación. Manual teórico práctico*, 3ª ed., México: Trillas.
- Reys, B. (1986). "Teaching Computational estimation: Concepts and strategies", en Shoen, H. y Zweng, M. (eds.) *Estimation and mental computation, 1986 Yearbook*, Iowa: NCTM, pp. 31-44.
- Reys, R.; Bestgen, B.; Rybolt, J. y Wyatt, J. (1982). "Processes used by good computational estimators", *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, pp. 183-201.
- Reys, B.; Reys, R. y Hope, J. (1993). "Mental computation: A snapshot of second, fifth and seventh grade student performance", *Journal for Research in Mathematics Education*, 96 (6), pp. 308-314.
- Sowder, J. (1989). "Research into practice: Developing understanding of computational estimation", *Arithmetic Teacher* 36 (5), pp. 25-27.
- Sowder, J. (1992). "Estimation and number sense", en Sowder, J. (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Nueva York: Simon & Schuster.

Artículo recibido: 24 de junio de 2004

Aceptado: 10 de febrero de 2005