

Transporte de electrones en anillos cuánticos de confinamiento variable

JJ. González Armesto y L. Diago Cisneros
Facultad de Física de la Universidad de la Habana,
La Habana, Cuba.
e-mail: jjgonzalez@fisica.uh.cu; ldiago@fisica.uh.cu

Received 8 June 2015; accepted 3 November 2015

Se analiza las influencias que tiene sobre el transporte de electrones en un anillo cuántico de Aharonov-Bohm el modelar las entradas en forma de constricciones cuadráticas tipo contacto de punto cuántico (QPCs), con presencia de interacción espín-órbita tipo Rashba. Se obtienen comportamientos ondulatorios de la conductancia consistentes con las oscilaciones de Aharonov-Bohm (AB) y Aharonov-Casher (AC) y se estudian las modificaciones de las mismas ante variaciones de la opacidad de los QPCs. Se reproducen comportamientos anteriormente analizados y se aprecian marcadas diferencias en los períodos de los armónicos de la conductancia con respecto a trabajos anteriores del tema. Además, se discuten los formalismos teóricos, obteniéndose toda la fenomenología del anillo como solución directa de la ecuación de Pauli para un anillo unidimensional. Se plantean algunos de los posibles efectos de las asimetrías en los confinamientos en los QPCs sobre los comportamientos antes discutidos.

Descriptores: Espintrónica; efecto AB; interferencia cuántica.

Influences on electronic transport in a Aharonov-Bohm quantum ring of modeling the entrances as quadratic quantum point contact (QPC) are taken into account in the presence of Rashba spin-orbit interaction. Oscillations in the conductance are obtained, consistent with Aharonov-Bohm and Aharonov-Casher oscillations and their behaviour is analyzed as the opacity in the quantum point contacts changes. We are able to reproduce previous phenomena and obtain differences with other results for the periods between the conductance harmonics. We discuss the theoretical formalism, and besides have studied all the physics of interest by solving the one-dimensional Pauli equation for the ring solely. Some possible effects of the asymmetrical confinements in the QPCs are studied as well as their influence on the previous results.

Keywords: Spintronics; AB effect; quantum interference.

PACS: 85.75.-d; 03.65.TA; 85.35.Ds

1. Introducción

La espintrónica [1] es una de las disciplinas científicas que mayor auge ha alcanzado durante los últimos años. Múltiples investigaciones y desarrollos tecnológicos hacen pensar que el control del espín del electrón pudiera regir los caminos de los dispositivos electrónicos del futuro. Uno de los mecanismos que se han empleado para la manipulación del espín es la interacción espín-órbita tipo Rashba [2,3] (SOI-R: *Rashba Spin Orbit Interaction*, en inglés). Esta surge producto de la asimetría en el potencial de confinamiento de un gas bidimensional de portadores (2DE(H)G, *two-dimensional electron(hole) gas*, en inglés), en inglés), referida en la literatura como SIA (*Structure Inversion Asymmetry*, en inglés). Algunos materiales semiconductores presentan mecanismos de SOI-R de gran intensidad, entre ellos se puede citar el InAs-GaSb, el AlSb-InAs y el GaAs-GaAlAs.

Los sistemas de dimensionalidad efectiva reducida son escenarios privilegiados para los estudios espintrónicos, entre ellos destacan los hilos cuánticos (QW, *Quantum Wires*, en inglés), los 2DEG y particularmente, los anillos cuánticos (QR, *Quantum Rings*, en inglés). La topología de los anillos cuánticos presenta una gran variedad de fenómenos de interferencia cuántica que permiten la manipulación del espín. Entre ellos resalta el efecto Aharonov-Bohm [4], un efecto interferencial causado por la interacción de los portadores en su movimiento cíclico con un flujo magnético. También, más recientemente, se descubrió su contraparte relativista, el efec-

to Aharonov-Casher [5], debido a la interacción del grado de libertad orbital de las partículas con su momento magnético intrínseco (espín), en este caso a través de la SOI. Estos dos efectos se pueden ver como casos puntuales de una fenomenología más general referida como efecto Berry [6]. Este se manifiesta en la fase que adquieren las partículas al describir un movimiento cíclico en condiciones adiabáticas, que puede crear condiciones de interferencia en la trayectoria de las mismas. Dicha fase es proporcional al ángulo sólido que describe la magnitud que varía adiabáticamente en el espacio [7].

Algunos de los estudios pioneros del transporte de electrones a través de QRs datan de 1984 y se deben a Büttiker *et al.*, [8], donde se analiza el comportamiento de la transmisión de electrones a través un Aharonov-Bohm QR (anillo cuántico en presencia de flujo magnético, AB-QR). En 1990, Supriyo Datta y Biswajit A. Das desarrollaron una propuesta de transistor de efecto campo basado en el desdoblamiento de los estados por espín [9]. Pero no es hasta 1997, cuando Nitta y colaboradores demostraron que la SOI tipo Rashba puede ser controlada aplicando un potencial eléctrico entre los electrodos que limitan el 2DEG [10], que las investigaciones en dispositivos espintrónicos basados en la SOI-R cobran un nuevo impulso. En 1999, se propone un filtro de espín basado en una topología de anillo, donde el parámetro de control es la constante Rashba [11].

Posteriormente estos trabajos han sido extendidos y generalizados por un gran número de investigadores, analizando la coexistencia de los fenómenos citados e incorporando

algunos nuevos. De particular interés son las aproximaciones a este problema realizadas por los grupos de Shelykh [12,13] y Vasilopoulos [14-16] que han estudiado a fondo diferentes configuraciones en anillos cuánticos para obtener corrientes de portadores espín polarizados, logrando de tal modo filtros ideales de espín. La diferencia esencial entre sus propuestas está en el número y posición de las entradas asociadas a la inyección y extracción de portadores, así como la posible presencia de dispersores en los brazos del anillo.

En los últimos años los sistemas se han expandido en busca de posibles aplicaciones prácticas para los anillos. Un ejemplo notable son las propuestas para la implementación de compuertas lógicas de un amplio grupo de investigadores encabezados por P. Foldi [17]. Ese mismo grupo ha encaminado sus esfuerzos hacia la descripción de arreglos de anillos cuánticos que en principio pudieran realizar operaciones lógicas en mayor escala. Recientemente los fenómenos en los arreglos han sido estudiados experimentalmente [18] lo que ha constituido un gran avance con vistas a la implementación de dichos sistemas. También se ha expandido la gama de materiales en que se fabrican los anillos cuánticos en busca de fenomenología nueva. Un ejemplo de esto se aprecia en el grafeno [19] y uno siempre vigente son los superconductores, un importante centro para la física de los anillos cuánticos [20].

En este trabajo se estudia el transporte de electrones a través de un anillo cuántico en presencia de flujo magnético e interacción espín órbita. En dicho modelo se analizan las influencias de dispersores tipo contacto de punto cuántico (QPCs, *Quantum Point Contacts*, del inglés) situados en las entradas (salidas) e interior del QR y se discuten las condiciones de interferencia de los espines con vistas a aplicaciones tecnológicas. Los QPCs se modelan de forma novedosa y se obtienen marcadas diferencias con los resultados reportados por Shelykh y Vasilopoulos.

2. Sistema físico

Los fenómenos que se discuten en el presente trabajo tienen lugar en un anillo cuántico nanométrico unidimensional (1D nano-QR). Esto significa que el movimiento de los electrones en la dirección radial del anillo no se tiene en consideración y que estos son partículas libres en el interior de dicha región angular.

El anillo se encuentra bajo la acción de un campo magnético externo (en general el campo no tiene que actuar directamente en la zona por donde viajan los electrones, los mismos efectos se logran solo con que exista un potencial magnético $\vec{A}$ no nulo en dicha región) perpendicular al plano del anillo. En general, en caso que la intensidad del campo no sea nula se toma lo suficientemente baja para que el efecto Zeeman [21] en los electrones del anillo pueda ser despreciado.

Las guías de ondas viajeras se consideran compuestas de metales no ideales con valores finitos de transmitividad (reflectividad), estas magnitudes en otros modelos se denotan

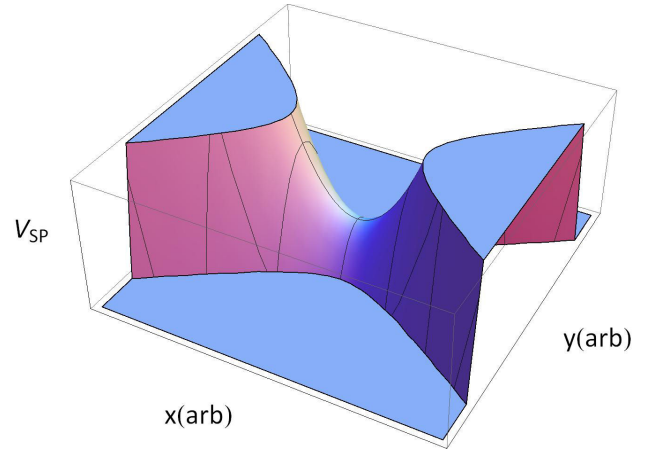


FIGURA 1. Potencial bidimensional de los contactos de punto cuántico (QPCs) en unidades arbitrarias.

$\sigma(\varepsilon)$ con valores reales. Éstas son propiedades intrínsecas del material y se supone un mecanismo semi-clásico para sustentar la capacidad de conductividad (resistividad) del material al paso de la corriente de partículas provenientes del 2DEG. Sin embargo, en el presente modelo el papel de la transmitividad (reflectividad) de la juntura guía-anillo es suplido por la acción de los QPCs, que se sitúan en la entrada y salida del QR. En esencia, se analiza una configuración donde se tiene el QR con los QPCs a su entrada y salida y un QPC adicional en el brazo superior del anillo, simétrico con respecto a los otros dos.

Las configuraciones analizadas difieren de las propuestas por Shelykh *et. al.* y Vasilopoulos *et. al.* fundamentalmente en: (i) los QPCs de la entrada y la salida no pertenecen al anillo, sino que están fuera de éste, (ii) los potenciales que describen los QPCs se modelan como barreras cuadráticas, que se describen a través de:

$$V_{sp} = -x^2 U_x + y^2 U_y + V_o, \quad (1)$$

que es la ecuación de un paraboloide hiperbólico desplazado en la dirección z en una cantidad V_o (Fig. 1). Además, en las guías de ondas, que actúan sobre los QPCs, el campo magnético toma un valor constante $\vec{B}$.

La intensidad de los confinamientos en x (U_x) e y (U_y) puede ser regulada electrostáticamente. De esta forma se puede controlar la transparencia (opacidad) del anillo. Otra vía de controlar la entrada de electrones al anillo es variando el campo magnético externo, como se verá en la sección siguiente. En general, los parámetros que describen los confinamientos, son diferentes para cada uno de los QPCs, aunque se analizan algunos casos particulares en que pudieran ser iguales.

3. Formalismos teóricos

3.1. Coeficiente de transmisión en los QPCs

El cálculo para determinar el coeficiente de transmisión a través de los QPCs se debe a H.A. Fertig y B.I. Halperin [22].

El hamiltoniano total de los QPCs, en concordancia con lo planteado anteriormente queda:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left[\hat{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right]^2 + V_{sp}(x, y), \quad (2)$$

La evolución de los electrones en el proceso de transmisión a través del potencial dispersor, se descompone en un movimiento ciclotrónico provocado por el campo magnético y un movimiento para el término líder del paquete de ondas. La amplitud de transmisión toma la forma:

$$t_s(\epsilon) = \frac{1}{4} \left[\frac{\Gamma(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i\epsilon)}{\Gamma(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i\epsilon)} e^{i\pi/4} + \frac{\Gamma(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}i\epsilon)}{\Gamma(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}i\epsilon)} e^{-i\pi/4} \right], \quad (3)$$

y consecuentemente el coeficiente de transmisión:

$$T_s(\epsilon) = |t_s(\epsilon)|^2 = \frac{1}{1 + e^{-\pi\epsilon}}, \quad (4)$$

donde $\epsilon = (E_g - V_o)/E_1$, $E_g = E - E_2(n + (1/2))$ es la energía del *guiding center* y siendo E_1 y E_2 de la forma:

$$E_1 = \left[\gamma^2 - \left(\frac{1}{2}\Omega - \left[\gamma^2 + \left(\frac{\omega_c^2}{4} \right) \right]^{1/2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

$$E_2 = 2 \left[\left(\frac{1}{2}\Omega + \left[\gamma^2 + \left(\frac{\omega_c^2}{4} \right) \right]^{1/2} \right)^2 - \gamma^2 \right]^{1/2}, \quad (6)$$

teniendo en cuenta que: $\Omega = ((1/4)\omega_c^2 + (2U_-/m)^{1/2})$ y además $U_- = (1/2)(U_x - U_y)$, $U_+ = (1/2)(U_x + U_y)$, $\gamma = \Omega/2mU_+$ y $\omega_c = eB/mc$.

En los casos discutidos en el presente trabajo se toma la energía E de los electrones que penetran en el QR igual a la energía de Fermi del 2DEG. De modo que los mecanismos de transmisión discutidos caen en el marco cuasi-clásico, no teniéndose ningún comportamiento de tunelaje cuántico.

3.2. Niveles energéticos en el QR

Para poder caracterizar el transporte a través del QR, se necesita determinar los niveles energéticos de los electrones que lo recorren. Para ello se parte de un hamiltoniano con presencia de campo magnético e interacción espín-órbita tipo Rashba, de la forma:

$$\hat{H}_{QR} = \underbrace{\frac{1}{2m} \left(\hat{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2}_{\text{Término cinético}} + \underbrace{\alpha \left[\sigma \times \left(\hat{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right) \right]}_{\text{Rashba}}, \quad (7)$$

Se ha despreciado el término de Zeeman. Se puede pasar a un hamiltoniano 1D para el QR haciendo el cambio correspondiente a coordenadas polares con ρ constante y siguiendo el procedimiento descrito por [23]. Se obtiene entonces:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{1D}(\varphi) &= \frac{\hbar^2}{2ma^2} \left(-i\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{\Phi}{\Phi_o} \right)^2 - \frac{\alpha}{a} (\cos\varphi\sigma_x + \sin\varphi\sigma_y) \\ &\times \left(-i\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{\Phi}{\Phi_o} \right) - \frac{i\alpha}{2a} (\cos\varphi\sigma_y - \sin\varphi\sigma_x), \end{aligned} \quad (8)$$

en función del ángulo polar φ tomando un radio constante a . Por otra parte, $\Phi = B\pi a^2$, es el flujo magnético y $\Phi_o = e/h$, es el cuanto de flujo magnético. σ_x y σ_y son las matrices de Pauli en x e y , respectivamente y α es la del acoplamiento espín-órbita de Rashba.

Las soluciones de la ecuación de Pauli con un hamiltoniano dado por (3.2), se buscan en la forma:

$$\Psi_{\lambda n}^s = e^{i\lambda n\varphi} \chi_{\lambda n}^s; \quad \chi_{\lambda n}^s = \begin{bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 e^{i\varphi} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

Los espinores $\chi_{1,2}$ dependerán de la dirección de propagación, $\lambda = \pm 1$, del espín $s = \pm 1$ y del número cuántico orbital n , cuyas características están dadas por las condiciones de frontera.

Diagonalizando la matriz en (3.2) se obtienen las autoenergías:

$$E_{n\lambda}^s = \frac{\hbar\omega_o}{2} \left[\left((n' + \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \right) + s\sqrt{(n' + \frac{1}{2})^2 + \frac{\omega_R^2}{\omega_o^2} (n' + \frac{1}{2})^2} \right],$$

donde $\omega_o = \hbar/m a^2$, $\omega_R = 2\alpha/\hbar a$ y $n' = \lambda n + (\Phi/\Phi_o)$.

Esta ecuación define los niveles energéticos en un anillo cuántico en presencia de campo magnético y SOI-R en términos del número n . En el caso límite del anillo aislado (**QR aislado**), n solo puede tomar valores enteros para que la función de onda permanezca univaluada. Para determinar la ley de dispersión del QR conectado a las guías, se igualan las autoenergías a la energía de Fermi de los electrones en el 2DEG. En dicho caso, se tiene para cada valor de la energía (E_F) cuatro números de onda, $k_{\pm}^{\uparrow\downarrow}$, donde el $\pm$ corresponden a la dirección en que se recorre el anillo y $\uparrow\downarrow$ a las posibles polarizaciones del espín.

Las soluciones de la ecuación $E_F = E_{n\lambda}^s$, quedan de la forma:

$$k_{1\pm}^{\uparrow\downarrow} = \frac{-s\frac{\omega_R}{\omega_o} \pm 2\sqrt{\epsilon}}{2a} \mp \frac{1}{2a} \mp \frac{\Phi}{\Phi_o a}, \quad (10)$$

donde se hace uso del hecho que $\epsilon \gg \omega_R/\omega_o \gg 1$ (aproximación adiabática) y que la energía de Fermi de los electrones del reservorio es mucho mayor que la corrección producto de la SOI-R. En dicha expresión, se ha tomado $\epsilon = 2E_F/\hbar\omega_o$.

Luego, la función de onda al recorrer un arco dado por $s = a\phi$ adquiere una fase $\Delta_{\pm}^{\uparrow\downarrow}$ dependiendo de la dirección de propagación y la polarización del espín del electrón, así como del segmento de arco recorrido. De tal forma se puede escribir, en las variables originales:

$$\Delta_{\pm}^{\uparrow\downarrow} = \left[\left((-s)\frac{\alpha m}{\hbar^2} \pm k_F \right) a \mp \frac{1}{2} \mp \frac{\Phi}{\Phi_o} \right] \varphi, \quad (11)$$

La fase resultante en (11) es producto de la fase Aharonov-Casher, la fase dinámica dada por la energía de Fermi de los electrones en el anillo, la fase de Berry geométrica y la fase de Aharonov-Bohm, en el orden en que aparecen en la ecuación.

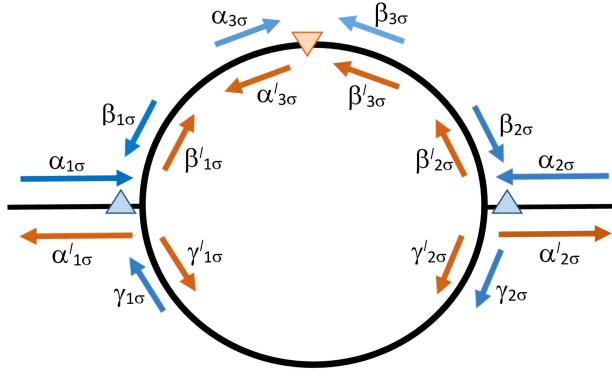


FIGURA 2. Representación esquemática de las amplitudes de las ondas viajeras que se propagan en el QR

3.3. Conductancia de doble electrodo de Landauer del QR

El transporte de portadores en el QR en consideración ocurre en el régimen balístico (las dimensiones del sistema son menores que el recorrido libre medio de los electrones l en el medio dado) y es coherente. Bajo estas condiciones la conductancia del sistema esta cuantizada y se describe a partir de la fórmula de Landauer:

$$G(\varepsilon) = \frac{e^2}{h} \sum_{n,m} T_{m,n}(\varepsilon), \quad (12)$$

La Ec. (12) describe el valor de la conductancia para una energía dada ε . En la expresión anterior $T_{m,n}$ es la probabilidad de transmisión de los electrones desde el modo n al modo m . En este caso, dado que los estados espín polarizados son independientes y no ocurren procesos de inversión del espín (por la aproximación adiabática), la suma se extiende a las dos posibles polarizaciones de espín y por la simetría del problema resultan equivalentes la entrada y la salida.

La descripción del transporte de carga y espín en el anillo se realiza a través de formalismos matriciales. La dispersión electrónica en los QPCs de la entrada y la salida, se describe a través de una matriz de dispersión que relaciona los estados entrantes en el QPC con los salientes, $\tau'_{i\sigma} = S\tau_{i\sigma}$, el símbolo τ representa las amplitudes α , β y γ según la Fig. 2. La correspondiente matriz de dispersión queda de la forma:

$$S = \begin{bmatrix} R^{1/2} & aT^{1/2} & aT^{1/2} \\ aT^{1/2} & b & c \\ aT^{1/2} & c & b \end{bmatrix}, \quad (13)$$

Esta matriz debe ser unitaria y cumplir con la simetría ante reversión temporal. Invocando dichas propiedades se pueden hallar los valores de a , b y c [8]. Análogamente la dispersión en el QPC del brazo superior (QPC3), se describe a través de una matriz de transferencia de vectores de estado que liga los estados a la izquierda del QPC3 con aquellos a la derecha,

$$\begin{bmatrix} \alpha_{3\sigma} \\ \alpha'_{3\sigma} \end{bmatrix} = M_{sv} \begin{bmatrix} \beta_{3\sigma} \\ \beta'_{3\sigma} \end{bmatrix},$$

M_{sv} contiene toda la información del proceso dispersivo en el QPC3.

Los electrones al recorrer el anillo adquieren fases dinámicas y topológicas dadas por (11). Las amplitudes de onda, por tanto, adquieren una fase $\Delta_{1\sigma}$ y $\Delta_{2\sigma}$ al recorrer un sector angular de $\pi/2$ y $\Delta_{3\sigma} = 2\Delta_{1\sigma}$ y $\Delta_{4\sigma} = 2\Delta_{2\sigma}$ al recorrer π . Los signos de dichas fases dependerán de la dirección del modo propagante. Ligando las relaciones anteriores se puede obtener una expresión compacta para la amplitud de onda saliente $\alpha'_{2\sigma}(\varepsilon)$. Exigiendo además que solo haya inyección de electrones a través de la guía izquierda, la conductancia resuelta por espín tomará la forma:

$$G_{\sigma}(\varepsilon) = \frac{e^2}{h} \sum_{\sigma} \frac{|\alpha'_{2\sigma}(\varepsilon)|^2}{|\alpha_{1\sigma}(\varepsilon)|^2} = \frac{e^2}{h} |\alpha'_{2\sigma}(\varepsilon)|^2, \quad (14)$$

Lo que devuelve para la conductancia resuelta por espín en forma simplificada:

$$G_{\sigma}(\varepsilon) = \frac{e^2}{h} \frac{4\tilde{T} \sin^2 \theta}{[\tilde{U}]^2 + 4T_o^2 \sin^2 \theta} \quad (15)$$

donde

$$\tilde{T} = 1 + T_s(\varepsilon) + 2\sqrt{T_s} \cos(2\varphi_o),$$

$$\tilde{U} = U_-(\varepsilon) - U_o \cos(2\theta) + U_+(\varepsilon) \sqrt{T_s} \cos(2\varphi_o),$$

$$U_{\pm}(\varepsilon) = 2 - T_o(\varepsilon) \pm 2\sqrt{1 - T_o(\varepsilon)},$$

$$U_o = U_+(\varepsilon) + U_-(\varepsilon)$$

y los ángulos que aparecen $\theta = k_F \pi a$, con $k_F = \sqrt{2mE_F/\hbar^2}$ y $\varphi_{\sigma} = \pi(1/2 + \Phi/\Phi_o + \sigma\phi_{so})$, teniendo $\phi_{so} = k_{so}a$, con $k_{so} = m\alpha/\hbar^2$. En φ_{σ} aparecen los términos correspondientes a la fase de Berry geométrica, a la fase AB y a la fase AC. Los términos T_o y T_s hacen referencia a los coeficientes de transmisión a través de los QPCs 1-2 y 3 respectivamente (donde en este caso se toman iguales los coeficientes del QPC1 y el QPC2).

4. Discusión de resultados

Para los cálculos se trabaja con valores típicos del sistema: $a = 250$ nm, como radio del QR, $\alpha = 20$ meV-A se toma como valor de referencia para la constante regulable de la SOI y $\theta = 12.5\pi$ es el valor típico de la fase dinámica para un gas bidimensional de electrones creado en una juntura del tipo InAs, de masa efectiva, $m_e = 0.023$, cuya energía de Fermi es de 4.19 meV. Además, la fase AB varía dentro del intervalo $\phi \in [-1, 1]$ correspondiente a $B \in [-0.021T, 0.021T]$. La fase AC varía en el intervalo $\phi_{so} \in [0, 2]$.

De la expresión (15) para la conductancia resuelta por espín se aprecia que los valores mínimos de G_{σ} se obtienen bajo dos condiciones fundamentales:

$$\theta = n\pi, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \text{y} \quad \tilde{T} = 0 \Rightarrow \cos 2\varphi_{\sigma} = -\frac{1 + T_s}{2\sqrt{T_s}}, \quad (16)$$

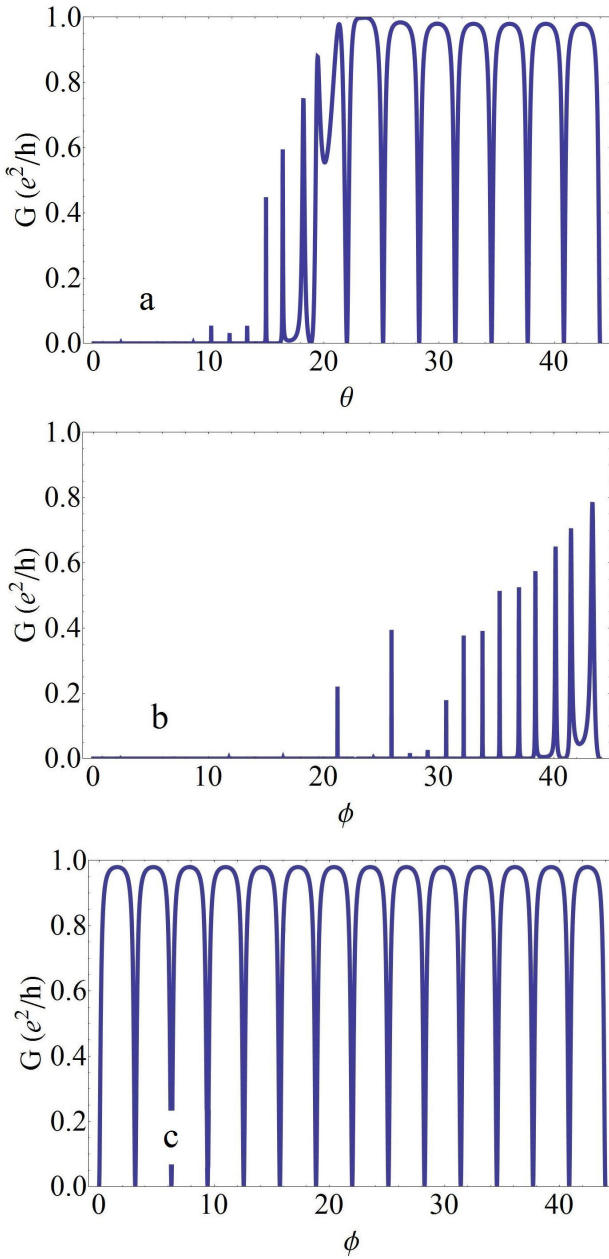


FIGURA 3. Comportamiento (oscilaciones) de la conductancia ante la variación del parámetro θ que controla la energía de Fermi de los electrones en el anillo, donde $\phi = 1/3$, $\phi_{so} = 1$. En (a): $U_{x1} = U_{y1} = U_{x3} = U_{y3} = 0.01$ meV, en (b): $U_{x1} = U_{y1} = U_{x3} = U_{y3} = 6$ meV y en (c): se muestra el caso analizado en la Ec. 18 para un QR transparente, que corresponde al límite cuando $U_{ij} \rightarrow 0$, donde $i = x, y$ y $j = 1, 2$, para el caso *spin up*.

mientras que los máximos aparecen como solución de la ecuación trascendente que resulta de igualar a uno la Ec. (15):

$$1 = \frac{e^2}{h} \frac{4\tilde{T} \sin^2 \theta}{[\tilde{U}]^2 + 4T_o^2 \sin^2 \theta}, \quad (17)$$

Para ilustrar estos comportamientos comparamos con el caso transparente que se obtiene haciendo 1 todos los coeficientes de transmisión que aparecen en (15):

$$G_\sigma = \frac{e^2}{h} \frac{16 \cos^2(\varphi_\sigma) \sin^2 \theta}{[1 - 2 \cos(2\theta) + \cos(2\varphi_\sigma)]^2 + 4 \sin^2 \theta}, \quad (18)$$

La familia de rectas dadas por:

$$(n+1)\pi/2 + \phi = \pm \phi_{so}, \quad (19)$$

define los mínimos de la conductancia resuelta por espín. Estos se aproximan notoriamente a los mínimos en el caso de transparencia finita.

En los cálculos sucesivos se comparan los comportamientos para valores finitos de la opacidad de los QPCs con el caso del QR transparente, como reducción a un caso más sencillo y ampliamente estudiado en la literatura.

4.1. G vs θ

A diferencia del caso transparente, para coeficientes de transmisión desiguales de 1 el transporte solo es notable para valores de θ cercanos a la energía de Fermi del 2DEG. Para valores de bajos de energía, $\theta \ll 12.5\pi$, los valores de la conductancia a través del QR son muy pequeños condicionado por la dependencia de T con θ .

De igual forma para valores de θ muy elevados $\theta \gg 12.5\pi$, el coeficiente de transmisión será idénticamente igual a la unidad.

En términos de la conductancia esto se traduce en que para valores pequeños de θ no se aprecia una corriente transmitida a través del anillo o de lo contrario, ésta es muy pequeña. Sin embargo, en la medida que θ crece, G_σ exhibe un comportamiento oscilatorio de amplitud creciente, alcanzando ya, para valores de θ suficientemente grandes, su valor máximo $G_\sigma = 1$.

Esto fenómeno se aprecia claramente en la Fig. 3(a) y en 3(b), se aprecia que cuando los confinamientos toman sus valores máximos, incluso para los mayores valores de trabajo de θ , no se alcanzan corrientes medias de valores significativos, sino solo picos aislados de la conductancia. En el límite cuando $U_{xi} \rightarrow 0$ y $U_{yi} \rightarrow 0$ (donde $i = 1, 3$), se obtiene el caso representado en la Fig. 3(c) que corresponde al anillo transparente. No obstante, para valores muy pequeños de las magnitudes del confinamiento surgen problemas numéricos, por lo que solo se toman en el intervalo ya citado: $U_{xi} \in [0.01, 6]$ meV y $U_{yi} \in [0.01, 6]$ meV. En general en los rangos de energía de interés (del orden de la energía de Fermi), la transparencia se logra con reducir U_{xi} y U_{yi} a 0.01 meV. Los comportamientos de mayor relevancia para la conductancia aparecen en el rango $\theta \in [12\pi, 14\pi]$ intervalo en el que nos enfocaremos en lo adelante.

4.2. Oscilaciones AB y AC

Las oscilaciones de Aharonov-Bohm y Aharonov-Casher de la conductancia producen comportamientos semejantes, más allá de su naturaleza y de los diferentes intervalos de variación que presentan ϕ y ϕ_{so} . Por ello solo se discuten las oscilaciones AB y se pasa a analizar la conjunción de las osci-

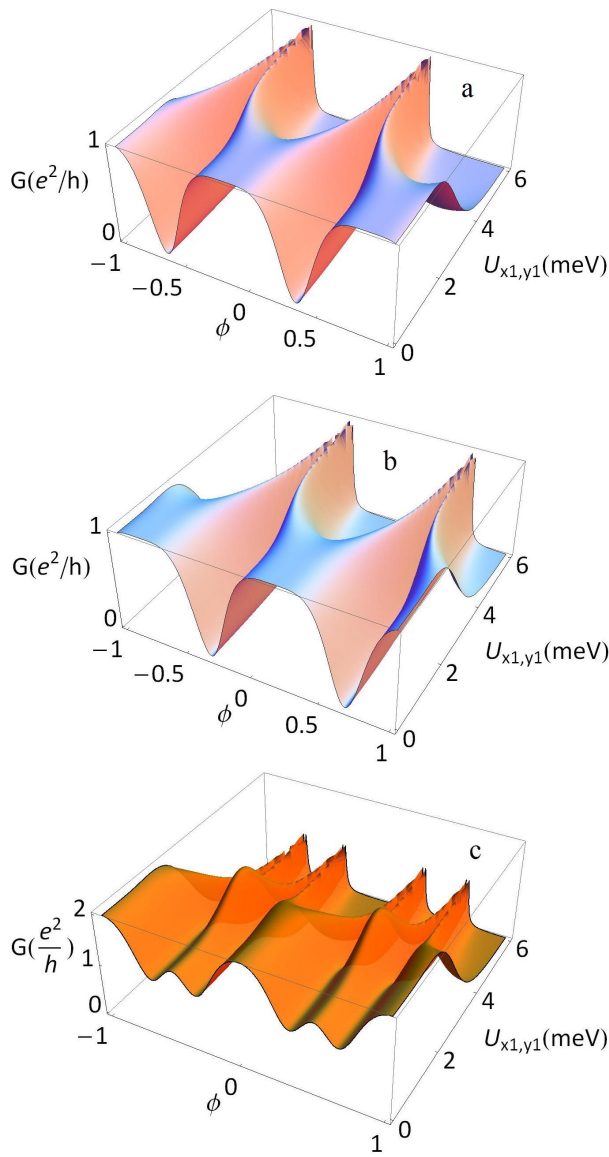


FIGURA 4. Oscilaciones de Aharonov-Bohm en el QR, tomando $\phi_{so} = 1.33$ y $\theta = 12.5\pi$, bajo condiciones de confinamiento simétrico ($U_{x1} = U_{y1}$), donde el QPC3 está en condición de máxima transparencia $U_{x3} = U_{y3} = 0.01$ meV. En (a) se muestra la conductancia para espín *up*, en (b) para espín *down* y en (c) la conductancia total.

laciones AB y AC de la conductancia, como función de los confinamientos en los QPCs.

En la Fig. 4 se aprecia la conductancia resuelta por espín se aproxima a cero para valores cercanos a $\phi = -0.33$ y $\phi = 0.66$, consistentes con la condición enunciada en la Ec. (19), tal que la suma de las fases acumuladas sea un múltiplo semientero de π .

Comparando el comportamiento de las oscilaciones AB de la Fig. 4 con el comportamiento para el caso transparente [24], se aprecia como el efecto de los QPCs, modifica el espectro de oscilaciones de la conductancia. Las oscilaciones notablemente amplias para $U_{x1} = U_{y1} = 0.01$ meV se transforman en dos picos marcados al acercarse a los valores

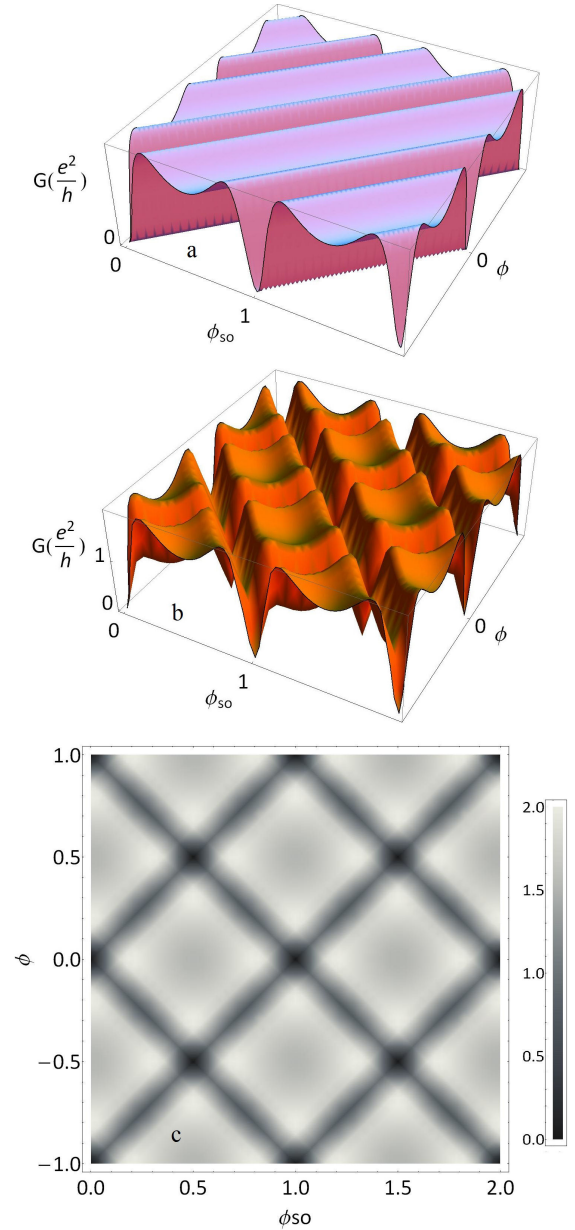


FIGURA 5. Oscilaciones de Aharonov-Bohm y Aharonov-Casher en el QR, con $\theta = 12.5\pi$ y tomando los valores de los confinamientos en los QPCs: $U_{x1} = 2$ meV, $U_{y1} = 4$ meV, $U_{x3} = 2$ meV y $U_{y3} = 2$ meV. Se exhibe un desdoblamiento en las oscilaciones de la conductancia, formándose un esquema oscilatorio cuasiperiódico. En (a) se muestran las oscilaciones cuasi-periódicas para espín “up”, en (b) se ilustra las oscilaciones cuasi-periódicas para la conductancia total del sistema y en (c) un mapa de densidad de las oscilaciones de la conductancia.

máximos de los confinamientos, pasando por un desdoblamiento de las oscilaciones en dos máximos de igual magnitud conforme van aumentando U_{x1} y U_{y1} . Este desdoblamiento debido al incremento del acoplamiento guía-anillo (*lead to ring*) ha sido referido anteriormente [12,8,13] y se debe a los procesos de reflexión que ocurren en los QPCs en la medida que U_{x1} y U_{y1} aumentan.

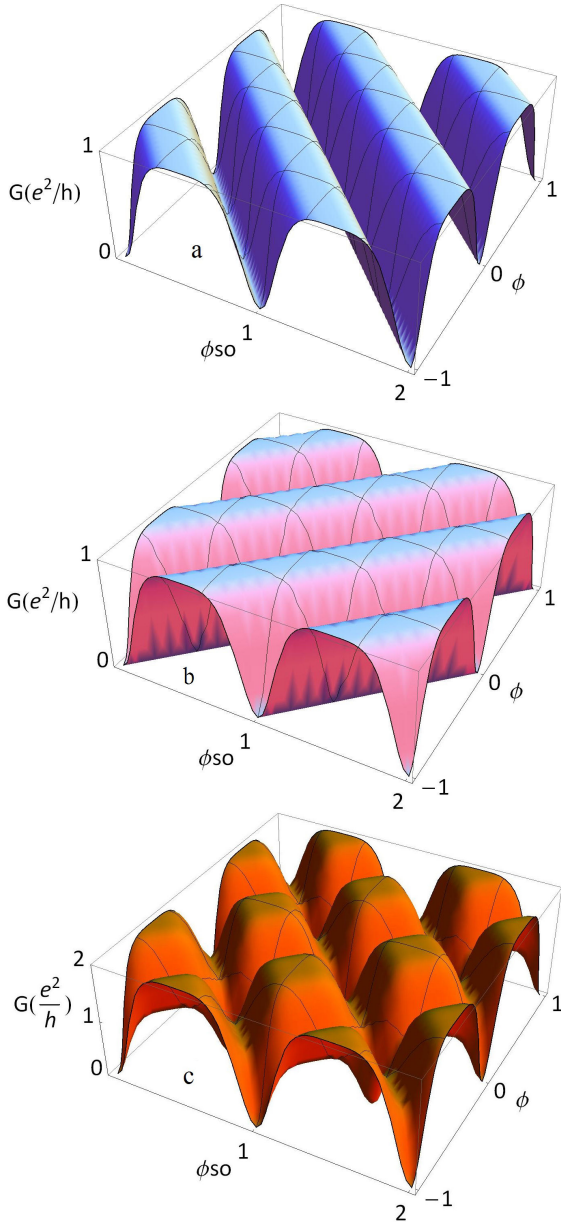


FIGURA 6. Oscilaciones de la conductancia como función del flujo magnético (ϕ) y de la fortaleza de la SOI (ϕ_{so}), para $\theta = 12.5\pi$. En (a) y (b) se observan las conductancias resueltas por espín y en el caso (c) la conductancia total, todas para el anillo transparente.

Por otra parte el comportamiento oscilatorio que presenta la conductancia en la vecindad de los valores $\phi = -0.33$ y $\phi = 0.66$, está dado por la compleja dependencia de la conductancia con el coeficiente de transmisión del QPC3, T_3 y el resultado de la superposición de las conductancias resueltas por espín en el caso de G_{total} .

Si se analiza el mismo comportamiento tomando $U_{x3} > 0.01$ y (ó) $U_{y3} > 0.01$, se aprecia una disminución del patrón oscilatorio conforme aumentan U_{x3} y U_{y3} . Este comportamiento es comprensible por cuanto aparece en el sistema un nuevo obstáculo de tamaño creciente, el tercer QPC.

Además la modificación del valor de U_{y1} de forma independiente, conduce a modificaciones en el patrón oscilatorio,

pero no en el perfil del plano $G - \phi$, sino en la amplitud de las mismas en $G - U_{x1y1}$. De interés resulta el caso en que U_{y1} toma su valor mínimo. En dicha situación se aprecia el patrón amplio de las oscilaciones AB hasta un punto crítico, en la vecindad de $U_{x1} = 3.8$ meV donde las oscilaciones decrecen su amplitud hasta ser casi nulas. Este punto crítico, $U_{crit} = U_{x1} = 3.807$ meV, pudo ser determinado estudiando las características del coeficiente de transmisión a través de los QPCs.

Esto evidencia que los confinamientos longitudinal y transversal no actúan independientemente sobre la opacidad, sino que su correlación puede causar los más disímiles efectos. Esto está dado por la aparición de términos en el coeficiente de transmisión de la forma $U_{x1} - U_{y1}$ y su cuadrado, de forma tal que dichos términos que desaparecían en el caso simétrico $U_{x1} = U_{y1}$, ahora juegan un papel importante.

Comparando la Fig. 5 con la 6 se aprecia como al aumentar las magnitudes del confinamiento tiene lugar el ya mencionado desdoblamiento de los plateaus de la conductancia, producto del acoplamiento guía-anillo. Las oscilaciones de Aharonov-Bohm que en el caso transparente tienen período $\phi = 1$, es decir $\Phi = e/h$, ahora presentan armónicos intermedios (ver Fig. 5), de diferente período. Esto ha sido referido anteriormente [13] y difiere esencialmente de otros tratamientos de sistemas similares, donde para la conductancia total del sistema se tiene:

$$G = \frac{e^2}{h} \left[1 + \cos 2\pi a \frac{\alpha m^*}{\hbar^2} \right] \quad (20)$$

la conductancia total en este modelo $G_{total} = G_{\uparrow} + G_{\downarrow}$, donde $G_{\uparrow\downarrow}$ están dadas por (15), con $\sigma = \pm 1$, difiere de la Ec. (20) aun en el caso que ϕ se tome igual a cero. En el caso del QR transparente todos los electrones son libres de escapar al llegar a las guías de ondas, de forma tal que todos los procesos de interferencia en dicho caso son para electrones que recorren la misma distancia geométrica, $l = \pi a$, medio perímetro del anillo. Sin embargo, para el caso de transparencia finita, ocurren procesos de reflexión que provocan que los electrones reflejados tengan recorridos geométricos de diferente longitud dando origen a las mencionadas oscilaciones cuasi-periódicas. Análogamente ocurre para las oscilaciones Aharonov-Casher, producto de la variación de ϕ_{so} . Luego G_{σ} describe oscilaciones cuasi-periódicas en el espacio como función de ϕ_{so} y ϕ .

El “pseudo-período” de los armónicos cuasi-periódicos de las conductancias resueltas por espín difiere de los valores reportados en otros modelos e incluso en análisis precedentes de modelos similares [13,12], siendo función, en general, de las magnitudes del confinamiento en los QPCs, dependiendo fuertemente de U_{x1} y U_{y1} . En los trabajos referidos se toma el pseudo-período de dichos armónicos igual $\phi = 1/2$ y $\phi_{so} = 1/2$. Este comportamiento se hace extensivo al caso de la conductancia total, superposición de las oscilaciones cuasi-periódicas de las conductancias resueltas por espín.

Estos desdoblamientos en el patrón oscilatorio de la conductancia se manifiestan solo ante variaciones de los confi-

namientos en los QPCs que conectan las guías de onda con el anillo (QPC1 y QPC2). La no influencia en este efecto del QPC situado en el brazo superior del QR (QPC3), está dada precisamente por consideraciones de simetría. Resultaría de interés caracterizar las oscilaciones cuasi-periódicas en un anillo donde el QPC3 estuviese situado en una configuración asimétrica con respecto a las guías de corriente. Si se aumentan los confinamientos en el QPC3, el patrón de oscilaciones decrece su amplitud, no alcanzando ya el valor $G_{\text{total}} = 2$, sin modificar el patrón oscilatorio. El mínimo valor que alcanza la conductancia es de $0.7e^2/h$ para U_{x3} y U_{y3} en el intervalo $[0, 6]$ meV.

5. Conclusiones

Las consideraciones desarrolladas en los formalismos teóricos permiten unificar múltiples tratamientos anteriores de este tema, aunque la diversidad de nomenclaturas y notaciones dificulta las comparaciones entre ellos. El método que se propone para determinar las magnitudes de transporte en el QR, es general y lograr recoger en sí todos los fenómenos físicos que tienen lugar en el mismo, sin necesidad incorporarlos a posteriori.

En cuanto a lo novedoso de la formulación del modelo para los QPCs, no nos centramos en la reproducción a partir del mismo de resultados establecidos, sino que se extiende el estudio para analizar más en profundidad la fenomenología presente y las modificaciones que conlleva. Los cálculos de la conductancia resuelta por espín muestran la ya conocida dependencia del acoplamiento guía-anillo planteada en la literatura, pero también difiere en cuanto a las separaciones (pseudo-períodos) entre los armónicos de la conductancia. Este es un resultado que difiere de cálculos previos en este modelo y muestra algunos de los efectos de los confinamientos asimétricos.

Las posibilidades de crear dispositivos tecnológicos a partir de este diseño, parecen amplias. No solo con este nuevo enfoque se tiene cuatro nuevo grados de libertad para controlar el espín, sino que permiten lograr marcadas diferencias en la conductancia espín polarizada, permitiendo definir los estados lógicos como ya se conocen. Dadas las pequeñas dimensiones de los QRs, cobra sentido utilizarlos como bloques básicos para la creación de compuertas lógicas, para ello la extensión natural de este trabajo sería hacia una cadena o red de anillos con las características descritas.

-
1. S.A. Wolf *et al.*, *Science* **294** (2001) 1488.
 2. Y.A. Bychkov and E.I. Rashba, *JEPT Letters* **39** (1984) 2.
 3. Y.A. Bychkov and E. I. Rashba, *J Phys C: Solid State Phys* **17** (1984) 6039.
 4. Y. Aharonov and D. Bohm, *Phys Rev* **115** (1959) 485.
 5. Y. Aharonov and A. Casher, *Phys Rev Lett* **53** (1984) 4.
 6. M.V. Berry, *Proc R Soc London A* **392** (1984) 45.
 7. A.G. Aronov and Y.B. Lyanda-Geller, *Phys Rev Lett* **70** (1993) 3.
 8. M. Buttiker, Y. Imry and M.Y. Azbel, *Physical Review A* **30** (1984) 4.
 9. S. Datta and B. Das, *Appl Phys Lett* **56** (1990) 665.
 10. J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi and T. Enoki., *Phys Rev Lett* **78** (1997) 1335.
 11. J. Nitta, F.E. Meijer and H. Takayanagi, *Appl Phys Lett* **75** (1999) 5.
 12. I.A. Shelykh, N.G. Galkin and N.T. Bagraev, *Phys Rev B* **72** (2005) 235316.
 13. I.A. Shelykh, N.G. Galkin, N.T. Bagraev and L. Klyachkin, *Phys Rev B* **71** (2005) 113311.
 14. P. Vasilopoulos, B. Molnar and F.M. Peeters, *Physical Review B* **69** (2004) 155335.
 15. X.F. Wang and P. Vasilopoulos, *Physical Review B* **72** (2005) 165336.
 16. P. Vasilopoulos, O. Kalman, F.M. Peeters and G. Benedict, *Physical Review B* **75** (2007) 035204.
 17. M.G.B. P. Földi, Balázs Molnár and F.M. Peeters, *Physical Review B* **71** (2005) 033309.
 18. Y.K. M.K. Fumiya Nagasawa, Jun Takagi and J. Nitta, *Phys Rev Lett* **108** (2012) 086801.
 19. E.H.S.R. Farghadan, A. Saffarzadeh, *J Applied Phys* **114** (2013) 214314.
 20. J.S. M. H. U.B. Li-Jing Jin, Manuel Houzet and F.W.J. Heeking, *Physical Review B* **92** (2015) 134503.
 21. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics* (2nd edition) (1994).
 22. H.A. Fertig and B.I. Halperin, *Phys Rev B* **36** (1997) 15.
 23. F. E. Meijer, A.F. Morpurgo and T.M. Klapwijk, *Phys Rev B* **66** (2002) 033107.
 24. D. Frustaglia and K. Richter, *Phys Rev B* **69** (2004) 235310.