Nuevas Soluciones Pared de Dominio BPS

N. Pantoja y A. Ramírez
Centro de Astrofísica Teórica, Universidad de los Andes,
Mérida 5101,Venezuela

Recibido el 24 de noviembre de 2003; aceptado el 4 de junio de 2004

Se obtienen nuevas soluciones pared de dominio gravitantes del tipo BPS que poseen límite de pared delgada bien definido, empleando el formalismo de primer orden propuesto por K. Skenderis y P.K. Townsend y O. DeWolfe, D.Z. Freedman, S.S. Gubser y A.Karch, y que pueden ser relevantes en los denominados escenarios Randall-Sundrum.

Descriptores: Paredes de dominio BPS; límite de pared delgada.

Smooth solutions of gravity-scalar models which represents BPS domain wall spacetimes with a well defined thin wall limit are obtained employing the first-orden formalisn of Skenderis & Towsend and DeWolfe, Freedman, Gubser & Karch. These, solutions provide explicit examples of Randall-Sundrum thick domain wall

Keywords: Domain walls BPS; thin wall limit.

PACS: 04.20.-9; 11.27.+d

1. Introducción

Recientemente la posibilidad de que nuestro universo pueda ser representado por una pared infinitamente delgada o 3-brana embebida en un espacio de dimensionalidad alta, ha sido ampliamente investigada. Así, es posible reproducir gravedad newtoniana sobre la brana y proveer una explicación de las jerarquías entre las fuerzas débiles y gravitacionales en los denominados escenarios Randall-Sundrum [1,2].

Para generar soluciones pared de dominio gruesa en espacio-tiempos estáticos Townsend y Skenderis [3], y DeWolfe, Freedman, Gubser y Karch [4] han presentado una manera de simplificar el sistema de ecuaciones Einstein-Campo escalar, logrando generar soluciones que son paredes de dominio del tipo denominado Bogomol'nyi-Prasad-Sommerfield (BPS) que dependen de una sola función arbitraria, o superpotencial. Estas paredes de dominio BPS son soluciones al sistema de ecuaciones Einstein-campo escalar que interpolan entre mínimos degenerados de un potencial con rompimiento espontáneo de simetría discreta, que extremizan el funcional de Bogomol'nyi y se encuentran en un espacio AdS. Las paredes BPS proveen versiones suaves de los escenarios Randall-Sundrum. En dichas paredes, el potencial no es definido positivo. Sin embargo, extrayendo del tensor energía impulso la contribución que puede ser interpretada como proveniente de la constante cosmológica [5], el tensor energía impulso restante satisface las condiciones de energía débil, dominante y viola la condición de energía fuerte [6].

En el presente trabajo se generan nuevas soluciones paredes de dominio gruesas mediante el método del superpotencial propuesto por Townsend y Skenderis y DeWolfe, Freedman, Gubser y Karch, parametrizadas de manera tal que los espaciotiempos resultantes poseen límite de pared delgada bien definido en el sentido de las distribuciones [5].

Consideraremos nuevas soluciones pared de dominio gruesa BPS que posean límite de pared delgada.

2. Paredes de dominio BPS

Consideremos la acción de gravedad D-dimensional acoplada a un campo escalar ϕ

$$S=\int dx^D\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}R-\frac{1}{2}\left(\partial\phi\right)^2-V\left(\phi\right)\right], \qquad (1)$$

donde la métrica tiene la forma genérica

$$ds^2=e^{2A(\xi)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu+d\xi^2, \qquad (2)$$

y donde $V\left(\phi\right)$ es un potencial de autointeracción.

El sistema de ecuaciones Einstein-campo escalar D-dimensional se resuelve en términos de una sola función o superpotencial $\omega\left(\phi\right)$

$$A'\equiv-2\omega\left(\phi\right), \qquad (3)$$

$$\phi'=2\left(D-2\right)\frac{d\omega}{d\phi}, \qquad (4)$$

y

$$V\left(\phi\right)=2\left(D-2\right)\left[\left(D-2\right)\left(\frac{d\omega}{d\phi}\right)^2-\left(D-1\right)\omega^2\left(\phi\right)\right]. \qquad (5)$$

3. Nuevas soluciones pared de dominio BPS

En la Ref. 4 se asegura que se puede obtener una solución pared de dominio gruesa con un límite pared delgada bien definida, si la función $\phi\left(\xi\right)$ es esencialmente la misma que describe a una pared de dominio o *kink* en ausencia de gravedad. Específicamente:

i) Que en el límite de pared delgada, se reduzca a un arreglo de funciones escalón

ii) Que sus primeras derivadas sean negativas y alcancen una colección de funciones delta.

iii) Además se requiere que $\phi(\xi)$ sea positiva, lo que asegura que sea invertible.

4. Pared de dominio gruesa BPS con $\Lambda = -\frac{4}{3}\beta^2$

Considérese el campo escalar $\phi(\xi)$ sugerido en la Ref. 4, pero paramétrizado de manera tal que $\delta > 0$ juega el papel del ancho de la pared

$$\phi(\xi) = \sqrt{2\delta}\tanh\left(\frac{\beta}{\delta}\xi\right) \tag{6}$$

y supongamos que $D = 4$. Es fácil verificar que $(\phi')^2$ provee una familia δ.

El sistema de ecuaciones de primer orden (3), (4) y (5) queda resuelto por

$$\omega(\phi) = \frac{\beta}{2\sqrt{2\delta}}\phi(\xi)\left[1 - \frac{\phi^2(\xi)}{6\delta}\right], \tag{7}$$

de donde obtenemos

$$A(\xi) = -\frac{\delta}{3}\left[2\ln\left(\cosh\left(\frac{\beta}{\delta}\xi\right)\right) + \frac{1}{2}\tanh^2\left(\frac{\beta}{\delta}\xi\right)\right] \tag{8}$$

y

$$V(\phi) = \frac{\beta^2}{\delta}\left[1 - \frac{(2+3\delta)}{2\delta}\phi^2(\xi) + \frac{(1+2\delta)}{4\delta^2}\phi^4(\xi) - \frac{1}{24\delta^2}\phi^6(\xi)\right]. \tag{9}$$

Nótese que $V(\phi)$ no está acotado por debajo y que sus puntos críticos son:

i) $\phi = 0$, máximo secundario,

ii) $\phi = \pm\sqrt{6\delta + 4}$, máximos principales ,

iii) $\phi = \pm\sqrt{2\delta}$, mínimos,

donde el parámetro δ representa el espesor de la pared. Además,

$$\lim_{\delta\to 0}(G^\mu_\nu + \Lambda g^\mu_\nu) = -\frac{4}{3}\beta\,\delta(\xi)\left(\partial^\mu_t dt_\nu + \partial^\mu_y dy_\nu + \partial^\mu_z dz_\nu\right),$$

donde $\Lambda = (-4/3)\beta^2$ es la constante cosmológica.Por lo que tenemos una solución donde:

i) $\phi(\xi)$ es una función que toma valores distintos para $\pm\infty$.

ii) $(\phi')^2$ es una familia delta.

iii) Los mínimos del potencial coinciden con los puntos críticos del superpotencial, lo cual garantiza que estos mínimos son vacíos estables [3].

iv) El campo escalar interpola entre los mínimos del potencial.

v) Posee límite de pared delgada.

vi) Asintóticamente, tenemos un espacio-tiempo 4-dimensional AdS con $\Lambda = (-4/3)\beta^2$.

5. Pared de dominio en un espacio-tiempo 4-D asintóticamente plano por un lado y por el otro AdS

Se propone como nueva solución el siguiente campo escalar, en un espacio-tiempo $D = 4$:

$$\phi(\xi) = \sqrt{\delta}e^{-e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}}, \tag{10}$$

donde $(\phi')^2$ es una familia delta, como puede verificarse fácilmente, con $\delta > 0$.

Entonces como solución al sistema de Ecs. (3), (4) y (5) se tiene

$$\omega(\phi) = \frac{\beta}{4\delta}\phi^2\left(\frac{1}{4} - \frac{\ln\left(\frac{\phi}{\sqrt{\delta}}\right)}{2}\right), \tag{11}$$

de donde obtenemos

$$A(\xi) = -\frac{\delta}{8}\left(e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}} + Ei\left(1, 2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}\right)\right), \tag{12}$$

donde Ei es la integral exponencial definida como

$$Ei(n, x) = \int_{t=1}^{\infty}\frac{e^{-xt}}{t^n}dt, \quad n = 0, 1, 2, \ldots; \Re x > 0.$$

El potencial de autointeracción viene dado por

$$\begin{aligned} V(\phi) &= \frac{\beta^2}{2\delta^2}\phi^2\left[\left(1 - \frac{3}{8}\phi^2\right)\ln^2\left(\frac{\phi}{\sqrt{\delta}}\right)\right. \\ &+ \left.\frac{3}{8}\phi^2\ln\left(\frac{\phi}{\sqrt{\delta}}\right) - \frac{3}{32}\phi^2\right]. \end{aligned} \tag{13}$$

Con respecto a sus puntos críticos, es fácil verificar que $\omega'(\phi) = 0$ para $\phi = 0$ o $\phi = \sqrt{\delta}$, éstos son los puntos críticos del superpotencial y coinciden con algunos del potencial.

Las componentes del tensor de Einstein vienen dadas en este caso por

$$G^t_t = -\frac{\beta^2}{2\delta}e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}}\left[2e^{-2\frac{\beta}{\delta}\xi} - \frac{3}{8}\delta e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}}e^{-2\frac{\beta}{\delta}\xi} - \frac{3}{8}\delta e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}}e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi} + \frac{3}{32}\delta e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}}\right], \tag{14}$$

donde $G_t^t = G_x^x = G_y^y$.

$$G_\xi^\xi = \frac{\beta^2}{2} e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}} \left[-\frac{3}{8} e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}} e^{-2\frac{\beta}{\delta}\xi} - \frac{3}{8} e^{-2e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}} e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi} \right] + \frac{3\beta^2}{64} e^{-4e^{-\frac{\beta}{\delta}\xi}}. \quad (15)$$

Considérese a continuación el límite de pared delgada

$$\lim_{\delta\to 0} G_t^t = -\frac{\beta}{4}\delta(\xi) + \Theta(\xi)\frac{3\beta^2}{64},$$

donde $\Theta(\xi)$ es la distribución de Heaviside.

De la misma manera, para G_ξ^ξ se obtiene

$$\lim_{\delta\to 0} G_\xi^\xi = \Theta(\xi)\frac{3\beta^2}{64}.$$

Por lo tanto,

$$\lim_{\delta\to 0} (G_\nu^\mu) = -\frac{\beta}{4}\delta(\xi)\left(\partial_t^\mu dt_\nu + \partial_y^\mu dy_\nu + \partial_z^\mu dz_\nu\right) - \Theta(\xi)\Lambda g_\nu^\mu,$$

con $\Lambda = (-3\beta^2 9)/64$.

Entonces tenemos una solución pared de dominio con

i) Un campo escalar $\phi(\xi)$ que toma distintos valores en $\pm\infty$,

ii) $(\phi')^2$ es una familia delta,

iii) Los mínimos del potencial coinciden con los puntos críticos del superpotencial, que como ya sabemos garantiza que esta configuración estable.

iv) El campo escalar interpola entre los mínimos del potencial.

v) El límite de pared delgada es un espacio-tiempo 4-dimensional, donde no existe constante cosmológica para $\xi < 0$, mientras que para $\xi > 0$, se tiene una constante cosmológica $\Lambda = (-3\beta^2)/64$.

6. Conclusiones

Hemos revisado la estrategia del superpotencial propuesta por Townsend & Skenderis y DeWolfe *et al.* [3,4], para obtener soluciones paredes de dominio gruesas BPS. Utilizando esta estrategia obtuvimos nuevas soluciones con campos escalares $\phi(\xi)$ tales que $(\phi')^2$ son familias delta. Estas soluciones las propusimos en $4-D$, pero también pueden ser estudiadas en $5-D$, como en el caso del escenario RS, o en dimensionalidades mas altas. Los espacio-tiempos obtenidos son soluciones pared de dominio gruesa BPS que poseen límite de pared delgada y que están embebidas en espacio-tiempo AdS. Sin embargo, una de estas soluciones es particularmente interesante, está embebida en un espacio-tiempo con constante cosmológica igual a cero por un lado ($\xi < 0$), y por el otro ($\xi > 0$) con constante cosmológica distinta de cero.

1. Randall y R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 3370, hep-ph/9905221.
2. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 4690, hep-ph/9906064.
3. K. Skenderis y P.K. Townsend, *Phys. Lett. B* **468** (1999) 46, hep-th/9909070.
4. O. DeWolfe, D.Z. Freedman, S.S. Gubser y A. Karch, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 046008, hep-th/9909134.
5. R. Guerrero, A. Melfo y N. Pantoja, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 125010, gr-qc/0202011.
6. R. Gass and M. Mukherjee, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 065011, gr-qc/090312.V1