



Revista Internacional de Investigación e Innovación Tecnológica

Página principal: www.riit.com.mx

Análisis de Series Temporales Aplicado al Modelado de Aportaciones del Embalse Angostura

Time Series Analysis Applied to the Modeling of Inflows of Angostura Reservoir

Marín-Cruz, I., Martínez-Martínez, J.L.*, Mota-Palomino, R.O.A., Badaoui, M.

Instituto Politécnico Nacional. Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Zacatenco. Ciudad de México.
<https://orcid.org/0000-0002-0443-9788>, <https://orcid.org/0000-0002-0660-1654>*, <https://orcid.org/0000-0003-1034-2357>, <https://orcid.org/0000-0002-1249-7742>.
imarinc1200@alumno.ipn.mx; jmartinezm1820@alumno.ipn.mx*; rmotap@ipn.mx; mbadaoui@ipn.mx

Innovación tecnológica: Modelado estocástico de las aportaciones del Embalse Angostura.

Área de aplicación: Análisis de sistemas eléctricos de potencia.

Recibido: 30 marzo 2022

Aceptado: 05 abril 2023

Abstract

The main purpose of this work is to model the inflow per basin of the Angostura reservoir, using the time series approach and the SARIMA and PAR(p) models. The performance of each model is evaluated considering a one-month ahead forecast and the estimation of the mean and standard deviation, obtained from the generation of synthetic scenarios. According to the error metrics considered, the SARIMA model has greater functionality for one-month ahead forecasting, while the PAR(p) model is more suitable for modeling the monthly mean and standard deviation. The use of these type of models allows the National Electric System operator to manage more economically the energy stored in Angostura, since the decisions involved are more robust to the set of scenarios that may arise.

Keywords: Time series analysis, Angostura reservoir, synthetic streamflow series generation.

Resumen

En el presente trabajo se tiene el objetivo de modelar las aportaciones por cuenca propia del embalse Angostura, para tal finalidad se recurre al enfoque de series temporales y se emplean los modelos SARIMA y PAR(p). Se evalúa el desempeño de cada modelo considerando el pronóstico de un mes en adelante y la estimación de la media y la desviación estándar, obtenidas a partir de la generación de escenarios sintéticos. De acuerdo con las métricas de error consideradas, el modelo SARIMA posee mayor funcionalidad para el pronóstico de un mes en adelante, mientras que el modelo PAR(p) resulta más adecuado para modelar la media y la desviación estándar mensuales. La utilización de este tipo de modelos le permite al operador del Sistema Eléctrico Nacional, gestionar de manera más económica la energía almacenada en Angostura, toda vez que las decisiones involucradas son robustas ante el conjunto de escenarios probables de presentarse.

Palabras clave: Análisis de series temporales, embalse Angostura, generación de series sintéticas de aportaciones.

I. INTRODUCCIÓN

La administración multianual del recurso hidráulico almacenado en los grandes embalses del Sistema Interconectado Nacional (SIN), representa una de las tareas principales del operador del Sistema, debido a que, a través de la definición de planes de extracción, se deben conciliar objetivos que pueden llegar a contraponerse. Por un lado, se desea disponer de la suficiente energía almacenada para contribuir a suministrar la demanda futura, y por otro, se desea contar con almacenamiento disponible en los grandes embalses, para contener las avenidas probables de presentarse durante las temporadas de lluvias, y de esta forma evitar en medida de lo posible el derrame de excedentes.

Actualmente, el Sistema Eléctrico Mexicano se encuentra en un proceso de transición, cuyo objetivo es que las decisiones relacionadas con los procesos de planeación de la expansión y de planeación de la operación del Sistema Eléctrico Nacional, se tomen en función de modelos probabilísticos, y no, en función de modelos deterministas. Debido a lo anterior, resulta prioritario recurrir a modelos matemáticos que permitan capturar la naturaleza aleatoria involucrada

en la gestión del recurso hidráulico almacenado en los embalses, y de esta forma tomar decisiones más robustas ante el conjunto de escenarios probables de presentarse, en lugar de tomar decisiones considerando un único escenario debido a que finalmente, será otro el que se termine materializando.

De forma general, la planeación operativa de mediano plazo de sistemas hidrotérmicos tiene como objetivo determinar una política de operación a través de la cual, para cada etapa del periodo de estudio, se define el despacho de centrales termoeléctricas y el volumen de agua a turbinar en cada central hidroeléctrica, de tal forma que se minimice el costo esperado de operación, considerando un horizonte de estudio de 1 a 36 meses.

Dentro de las características principales involucradas en la operación de embalses en el mediano plazo, se tiene su naturaleza estocástica, ya que involucra variables que por la longitud del horizonte de estudio no se pueden pronosticar con exactitud (aportaciones por cuenta propia, demanda, precios de combustibles, entre otras [1]). Asimismo, es un problema acoplado en el tiempo debido a que, a través de la

disponibilidad de energía en forma de agua almacenada es posible realizar su transferencia de un periodo de tiempo a otro, desde horas hasta años en el futuro, de acuerdo con las características físicas de los embalses. Además, en virtud de que el valor económico de la generación hidroeléctrica no se puede cuantificar únicamente en términos de los bloques de generación, sino en función del ahorro de combustible por concepto de generación termoeléctrica desplazada, la función objetivo es no separable [2]. Por otro lado, es un problema de optimización de gran escala como resultado del crecimiento exponencial del número de escenarios en función del número de etapas [3], adicionalmente, es un problema no lineal debido a la función de costos y a la función de generación hidroeléctrica [4].

En vista de que el problema en cuestión es estocástico, la optimización del despacho hidrotérmico para un único escenario hidrológico (enfoque determinista) es una estrategia arriesgada: i) Sí se considera un escenario húmedo, la optimización despachará más generación hidro, pero sí en la realidad la hidrología es seca, los embalses estarán en una situación de bajo almacenamiento; ii) Sí se considera un escenario seco, la optimización despachará poca generación hidro y tendrá un costo elevado debido al despacho térmico. En caso de que la hidrología sea húmeda, el sistema estará en una situación de sobre almacenamiento, lo que podría ocasionar derrames.

La principal debilidad del enfoque determinista reside en el modelado de variables aleatorias, ya que evita lidiar con su naturaleza incierta y se asumen conocidos los valores que dichas variables tomarán en cada periodo de tiempo. Sí bien cuando el horizonte de estudio corresponde al corto plazo, esta hipótesis podría resultar adecuada, sin embargo, conforme la longitud del

horizonte de estudio aumenta, esta hipótesis se vuelve idealizada, al no ser realista considerar, por ejemplo, que para los próximos 36 meses se es capaz de conocer con exactitud las aportaciones que van a presentarse durante cada etapa en cada embalse del SIN. Por lo tanto, es necesario recurrir a modelos matemáticos que permitan capturar la naturaleza aleatoria de las aportaciones y de esta forma, contribuir a la toma de decisiones relacionadas con la administración óptima del recurso hidráulico almacenado en los grandes embalses.

Los datos hidrológicos usualmente se encuentran disponibles como series temporales, para las cuales los intervalos entre observaciones adyacentes son menores a un año (sucesiones diarias, semanales, mensuales, etc.) [5]. En este sentido, se deduce que la serie histórica representa una de las posibles realizaciones de un proceso estocástico. Se podría asumir que la naturaleza sorteó dicha serie bajo algún conjunto de leyes probabilísticas, un nuevo sorteo produciría una nueva serie, distinta de la histórica, sin embargo, igualmente probable. Cada sorteo está asociado a una nueva serie, a través de dichas series es posible obtener una muestra de resultados a partir de simulaciones con lo que a su vez se puede caracterizar la distribución de probabilidad de las variables de interés en lugar de obtener un único resultado como cuando sólo la serie histórica está disponible.

Es posible tener la certeza de que los volúmenes de aportaciones registrados en el pasado no se repetirán con la misma magnitud y con la misma secuencia, sin embargo, una manera más adecuada de utilizar la información histórica es emplearla en el proceso de selección de un modelo matemático con la finalidad de caracterizar: i) La dependencia temporal de una secuencia de aportaciones a un embalse con el ciclo anual y con su histórico reciente; ii) La naturaleza

de la interdependencia entre las aportaciones a diferentes embalses; iii) La naturaleza de la distribución del vector de ruidos en cada intervalo de tiempo [6]. Posteriormente es

posible simular la operación del Sistema ante un conjunto de escenarios sintéticos. Lo descrito anteriormente, se ilustra en la Figura 1.

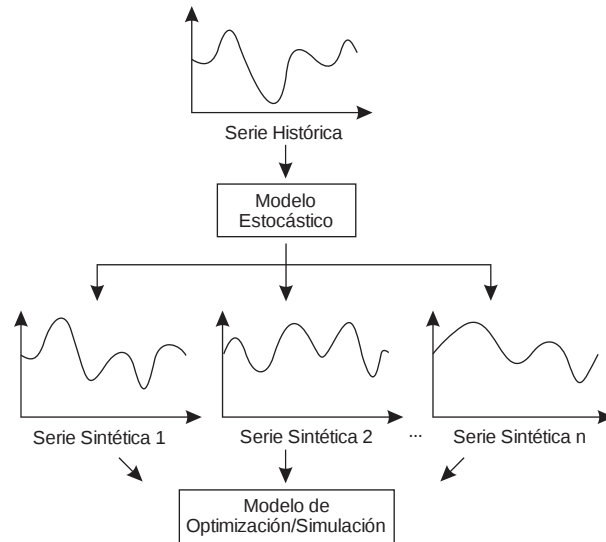


Figura 1. Representación esquemática de la generación de escenarios sintéticos, adaptada de [6].

Una vez que se cuenta con un modelo matemático que es capaz de representar adecuadamente las características estadísticas contenidas en el registro histórico, es posible realizar diversos análisis en el ámbito de la simulación y optimización de sistemas eléctricos que impliquen considerar la incertidumbre asociada a la operación y manejo de recursos de generación de electricidad basados en centrales hidroeléctricas con capacidad de regulación. Como ejemplos de aplicación de estos modelos destaca la optimización del despacho hidrotérmico, el análisis de adecuación de recursos de generación y la optimización de planes de expansión de generación.

Aunque un gran número de modelos estadísticos disponibles en la literatura, la estocasticidad de los volúmenes de aportaciones es comúnmente reproducida por modelos autorregresivos, los cuales resultan atractivos para la optimización del despacho hidrotérmico debido a: i) la relación lineal

entre el volumen de aportaciones en una etapa y las etapas anteriores; y ii) la preservación de la varianza y autocorrelación de las aportaciones anuales [7]. Por lo tanto, en este trabajo se consideran dos modelos de series de tiempo para capturar los cambios estacionales en la autocorrelación de la serie de tiempo de volúmenes de aportaciones: en el primer enfoque, la serie se diferencia estacionalmente para ajustar un modelo lineal que contiene parámetros estacionales y no estacionales de la serie diferenciada para establecer un modelo Estacional de Media Móvil Integrada Autorregresiva (SARIMA); mientras que en el segundo enfoque, se ajusta un modelo autorregresivo para cada mes para formar un modelo Periódico Autorregresivo de orden p (PAR(p)).

El objetivo del presente trabajo consiste en evaluar los enfoques referidos con anterioridad, con la finalidad de identificar cuál es el mejor para realizar pronóstico de un mes en adelante, y para realizar el modelado tanto de la media como de la desviación

estándar. Las métricas de error consideradas son: MAE, MAPE y RMSE. El contenido del artículo se compone de lo siguiente: En la sección II se describen las características generales asociadas con los modelos PAR(p) y SARIMA, en la Sección III se presenta el caso de estudio junto con la discusión de los resultados principales, mientras que en la Sección IV se describen las conclusiones más relevantes.

II. MODELOS ESTACIONALES DE SERIES DE TIEMPO

En general, se puede decir que una serie de tiempo es un conjunto de n observaciones x_t , cada una de las cuales se registra en un momento específico t [8]. Bajo esta definición es natural suponer que cada observación x_t es un valor realizado de una determinada variable aleatoria X_t , por lo

tanto, un modelo de series de tiempo para los datos observados $\{x_t\}$ es una especificación de las distribuciones conjuntas de una secuencia de variables aleatorias $\{X_t\}$ [9].

Es importante mencionar que una de las principales hipótesis sobre el uso de modelos autorregresivos y/o de medias móviles es asumir que el proceso estocástico en cuestión es estacionario [10]. Sin embargo, esta propiedad no siempre se cumple y es común aplicar alguna transformación como la de Box-Cox para corregir anomalías como la heterocedasticidad y la no normalidad de los datos para después remover la estacionalidad mediante alguno de los modelos abordados en este trabajo [5]. La familia paramétrica de transformaciones para una serie X_t está dada por [11]:

$$f_{\lambda}(X_t) = \begin{cases} \lambda^{-1}(X_t^{\lambda} - 1) & U_t \geq 0, \lambda > 0 \\ \ln X_t & U_t > 0, \lambda = 0 \end{cases} \quad (\text{Ec. 1})$$

Donde el parámetro λ , posiblemente un vector, define una transformación particular. En la práctica, si es necesaria una transformación de Box-Cox, suele darse el caso de que $\lambda = 0$ o $\lambda = 0.5$ es adecuado [9].

A. Modelo SARIMA

Los modelos SARIMA son útiles para modelar series de tiempo estacionales en las

que la media y otras estadísticas de una temporada determinada no son estacionarias a lo largo de los años [5]. En general, si d y D son enteros no negativos, entonces Y_t es un proceso SARIMA(p, d, q) $\times$ (P, D, Q) $_s$ con periodo s si la serie diferenciada $W_t = \nabla^d \nabla_s^D Y_t$ es un proceso ARMA definido por [8], [9]:

$$\phi(B)\Phi(B^s)(W_t - \mu_w) = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t \quad (\text{Ec. 2})$$

Donde:

B operador de retraso, $B^j(Y_t) = Y_{t-j}$
 ∇^d operador de diferencia de retraso d , $\nabla^d(Y_t) = (1 - B)^d Y_t$
 ∇_s^D operador de diferencia de retraso s , $\nabla_s^D(Y_t) = (1 - B^s)^D Y_t$
 d y D órdenes de las diferenciaciones aplicadas a Y_t

para eliminar su tendencia y estacionalidad
 respectivamente

ε_t ruido blanco con media cero y varianza σ^2 , $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$

μ_w valor esperado de W_t

ϕ, Φ funciones polinomiales de orden p y P respectivamente

θ, Θ funciones polinomiales de orden q y Q respectivamente

Normalmente, cuando se busca determinar algún modelo SARIMA que se ajuste a un conjunto de datos, no se dispone de una formulación precisa del problema, por lo tanto, el orden del modelo ajustado puede ser determinado mediante criterios de información tales como el de Akaike (AIC) o Bayes (BIC), los cuales consisten en funciones de penalización para la selección del modelo y por lo tanto permiten establecer un criterio para seleccionar aquel que tenga una menor penalización; no obstante, los métodos de inspección gráfica también pueden ser especialmente útiles [8]. En este sentido, la selección provisional de un

modelo y sus respectivos órdenes se puede llevar a cabo mediante la inspección de la función de autocorrelación (FAC) muestral $\hat{\rho}(h)$ y la función de autocorrelación parcial (FACP) muestral $\hat{\alpha}(h)$ de la serie diferenciada W_t considerada en la Ecuación 2, las cuales pueden ser estimadas para cada retraso h , tal que $-n < h < n$, a partir de las siguientes expresiones [9]:

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\hat{\gamma}(h)}{\hat{\gamma}(0)} \quad (\text{Ec. 3})$$

$$\hat{\alpha}(h) = \hat{\phi}_{hh} \quad (\text{Ec. 4})$$

Donde $\hat{\gamma}(h)$ es la función de autocovarianza muestral dada por:

$$\hat{\gamma}(h) = n^{-1} \sum_{t=1}^{n-|h|} (y_{t+|h|} - \hat{y})(y_t - \hat{y}) \quad (\text{Ec. 5})$$

Siendo $\hat{y}$ la media muestral $\hat{y} = n^{-1} \sum_{t=1}^n y_t$, mientras que $\hat{\phi}_{hh}$ es el último componente de:

$$\hat{\phi}_h = \hat{\Gamma}_h^{-1} \hat{\gamma}_h \quad (\text{Ec. 6})$$

Donde

$$\hat{\Gamma}_h = [\hat{\gamma}(i-j)]_{i,j=1}^h \quad (\text{Ec. 7})$$

$$\hat{\gamma}_h = [\hat{\gamma}(1), \hat{\gamma}(2), \dots, \hat{\gamma}(h)]^T \quad (\text{Ec. 8})$$

La FAC y FACP proporcionan una medida útil del grado de dependencia entre los valores de una serie de tiempo en diferentes momentos, por ejemplo, si $\hat{\rho}(h)$ es significativamente distinta de cero para $0 \leq h \leq q$ y despreciable para $h > q$, entonces un polinomio θ de orden q (posiblemente con algunos coeficientes iguales a cero) podría ser un buen candidato para el componente MA regular del modelo; de manera análoga se

puede proceder con $\hat{\alpha}(h)$ para identificar el orden p del polinomio ϕ correspondiente al componente AR regular del modelo [8].

En el caso de Φ y Θ , los órdenes P_1 y Q_1 pueden identificarse mediante la inspección de valores de $\hat{\rho}(h)$ y $\hat{\alpha}(h)$ para valores de h que son múltiplos enteros de s ($s = 12$ para datos mensuales). En la práctica se suelen utilizar valores de $\pm 1.96/\sqrt{n}$ como límites entre los cuales $\hat{\rho}(h)$ y $\hat{\alpha}(h)$ se consideran "despreciables", ya que 1.96 es el cuantil de 0.975 de la distribución normal estándar [9]. Una vez definido el orden del modelo candidato a ser ajustado, los parámetros son determinados utilizando el método de momentos, mínimos cuadrados o máxima verosimilitud.

B. Modelo PAR

Dentro de los modelos estadísticos utilizados para representar la estocasticidad de las aportaciones [12], se encuentran los modelos

autorregresivos periódicos de orden p_m , comúnmente referidos como modelos $PAR(p_m)$, los cuales pueden ser entendidos como la aplicación de un modelo autorregresivo para cada periodo m . Dichos modelos resultan atractivos por las siguientes razones [13]: i) Relación lineal entre la aportación de una etapa t , con las aportaciones de etapas anteriores $(t-1, t-2, \dots, t-p_m)$, ii) Reproducción adecuada de autocorrelaciones en volúmenes anuales, iii) Generación de escenarios sintéticos preservando: estacionalidad, dependencia temporal, y dependencia espacial entre embalses localizados en una misma cuenca y entre aquellos pertenecientes a distintas cuencas.

Además, es importante resaltar que el modelo $PAR(p_m)$ ha sido utilizado en Brasil desde 1979, para realizar la generación de escenarios sintéticos durante la ejecución de sus modelos probabilísticos de despacho hidrotérmico [14], lo cual representa una motivación adicional para explorar la implementación de esta metodología.

Cuando se considera una serie de tiempo Y_t que tiene una estacionalidad o periodo s (al igual que el modelo SARIMA) sobre un horizonte de u años, se puede establecer que $Z_{r,m}$ representa una observación de la serie temporal en el r -ésimo año y m -ésimo periodo mensual, donde $r = 1, 2, \dots, u$, y $m = 1, 2, \dots, s$. Por lo tanto, el modelo PAR de

orden $(p_1, p_2, \dots, p_s)$ es definido para el periodo m como [15]:

$$\phi^{(m)}(B)(Z_{r,m} - \mu_m) = \varepsilon_{r,m} \quad (\text{Ec. 9})$$

Donde:

B operador de retraso,
 $B^k(Z_{r,m}) = Z_{r,m-k}$

$\phi^{(m)}$ función polinomial de orden p_m

μ_m valor esperado de $Z_{r,m}$ para el periodo m

$\varepsilon_{r,m}$ ruido blanco con media cero y varianza σ_m^2 , $\varepsilon_{r,m} \sim WN(0, \sigma_m^2)$

En principio, el modelo PAR podría extenderse al caso de la media móvil autorregresiva periódica (PARMA). Sin embargo, cuando hay parámetros de media móvil presentes en el modelo, las no linealidades resultantes causan dificultades para obtener estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros [15].

Al igual que en el modelo SARIMA, una manera útil de seleccionar el orden del modelo PAR es emplear la forma periódica de la FACP para identificar el número de parámetros que podrían ser necesarios para caracterizar cada periodo del modelo PAR, ya que dicha función puede ser determinada para cada periodo. Para el caso de la serie $Z_{r,m}$, la función de autocovarianza periódica muestral para $m = 1, 2, \dots, s$ y para cada retraso h está definida por:

$$\hat{\gamma}_h^{(m)} = n^{-1} \sum_{r=1}^u (Z_{r,m} - \hat{\mu}_m)(Z_{r,m-h} - \hat{\mu}_{m-h}) \quad (\text{Ec. 10})$$

Donde $\hat{\mu}_m$ es la media muestral de la serie $Z_{r,m}$ para el periodo m , $\hat{\mu}_m = u^{-1} \sum_{r=1}^u Z_{r,m}$. Cuando el retraso h es cero, se obtiene la estimación de la varianza de las observaciones para el periodo m , que está dada por:

$$\hat{\gamma}_0^{(m)} = n^{-1} \sum_{r=1}^u (Z_{r,m} - \hat{\mu}_m)^2 \quad (\text{Ec. 11})$$

Ya que se asume que el modelo autorregresivo para el periodo m es de orden p_m , la FACP muestral para dicho periodo es $\hat{\phi}_{p_m}^{(m)}$ y puede ser estimada mediante las ecuaciones periódicas de Yule-Walker, cuya forma matricial está dada por [5]:

$$\hat{\phi}^{(m)} = [\hat{\Gamma}_{p_m}^{(m)}]^{-1} \hat{\gamma}^{(m)} \quad (\text{Ec. 12})$$

Donde

$$\hat{\gamma}^{(m)} = [\hat{\gamma}_1^{(m)}, \hat{\gamma}_2^{(m)}, \dots, \hat{\gamma}_m^{(m)}]^T \quad (\text{Ec. 13})$$

$$\hat{\Gamma}_{p_m}^{(m)} = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_0^{(m-1)} & \hat{\gamma}_1^{(m-2)} & \dots & \hat{\gamma}_{p_m-1}^{(m-p_m)} \\ \hat{\gamma}_1^{(m-1)} & \hat{\gamma}_0^{(m-2)} & \dots & \hat{\gamma}_{p_m-2}^{(m-p_m)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\gamma}_{p_m-1}^{(m-1)} & \hat{\gamma}_{p_m-2}^{(m-2)} & \dots & \hat{\gamma}_0^{(m-p_m)} \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 14})$$

Por definición, la FACP periódica teórica del periodo m se corta después del retraso p_m a un valor de cero. En consecuencia, si la FACP periódica muestral no es significativamente distinta de cero después del retraso p_m , esto indicaría que el orden del modelo ajustado a la serie en el periodo m debería ser p_m . Si ninguno de los valores de la FACP periódica muestral en el periodo m es significativamente diferente de cero, el modelo dentro del modelo PAR general debe ser un ruido blanco. En este caso, p_m se establece igual a cero. Para este fin se considera que el intervalo de confianza del 95% es $\pm 1.96/\sqrt{u}$ y puede ser trazado para cada periodo hasta un retraso máximo de aproximadamente $u/4$ [5].

Por lo tanto, una vez identificado el orden p_m del modelo correspondiente al periodo m , los coeficientes autorregresivos $\hat{\phi}_{p_m}^{(m)}$ se pueden obtener de igual manera por medio de la solución de las ecuaciones de Yule-Walker.

Adicionalmente, se tiene que es posible modelar los errores $\varepsilon_{r,m}$ a partir de una distribución Normal multivariada $N(0, \hat{\Sigma}_m)$, donde $\hat{\Sigma}_m$ es la matriz de covarianzas [12]. No obstante, dado que la matriz de covarianzas de los errores contenidos en los modelos univariados representa la correlación cruzada entre distintas series de tiempo (p. ej. aportaciones a distintos embalses ubicados en una cuenca), resulta necesario realizar el modelado de errores asociados con dichas series históricas.

C. Generación de escenarios sintéticos

La metodología para la generación de escenarios a partir de los modelos ajustado para un conjunto de observaciones consiste básicamente en el muestreo de los términos de error a partir de su función de distribución. El procedimiento para generar K escenarios sintéticos de aportaciones de T etapas a partir del modelo SARIMA se describe a continuación:

Establecer $\lambda, d, D, \hat{\mu}_W, \hat{\sigma}^2$ y los parámetros de las funciones $\hat{\phi}, \hat{\Phi}, \hat{\theta}, \hat{\Theta}$

Para $k = 1, 2, \dots, K$

Para $t = 1, 2, \dots, T$

Generar aleatoriamente $\varepsilon_{k,t} \sim WN(0, \hat{\sigma}^2)$

Evaluar la expresión descrita por la Ecuación 2 para obtener $W_{k,t}$

Revertir las diferenciaciones para obtener $Y_{k,t}$

Revertir la transformación de Box-Cox para obtener $X_{k,t}$

Fin Para

Fin Para

Para el caso de la generación de K escenarios sintéticos de aportaciones de $R \times 12$ etapas a

partir del modelo $PAR(p_m)$ el procedimiento es el siguiente:

Establecer $\lambda, \hat{\mu}_m, \hat{\sigma}_m^2$ y los parámetros de las funciones $\hat{\phi}^{(m)}$

Para $k = 1, 2, \dots, K$

Para $r = 1, 2, \dots, R$

Para $m = 1, 2, \dots, 12$

Generar aleatoriamente $\varepsilon_{k,r,m} \sim WN(0, \hat{\sigma}_m^2)$

Evaluar la expresión descrita por la Ecuación 9 para obtener $Z_{k,r,m}$

Revertir la transformación de Box-Cox para obtener $X_{k,r,m}$

Fin Para

Fin Para

Fin Para

D. Métricas de error

Debido a que generalmente las medidas de error utilizadas para evaluar cuantitativamente el desempeño de modelos de pronóstico corresponden al Error Medio Absoluto (MAE), al Error Porcentual Medio Absoluto (MAPE) y a la Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE) [16], estas son las medidas de error que se consideran para realizar la comparación de ambos modelos.

Sí bien el MAE determina el promedio de las desviaciones presentadas entre los pronósticos y los valores observados, en ocasiones no es fácil definir a partir de esta métrica sí el error es pequeño o no, porque dicho error posee las mismas unidades que la variable en cuestión, por lo tanto, se recurre a normalizar el error con respecto al valor observado con el objetivo de expresar los resultados en términos porcentuales, lo anterior corresponde al MAPE.

Adicionalmente, los errores referidos anteriormente tienen la característica de estar basados en el error medio, por lo que podrían subestimar los impactos de aquellos errores significativamente grandes que se presenten

con poca frecuencia, por lo que para considerarlos se determina el RMSE, en el cual, al elevar al cuadrado los errores se tiene una métrica que le da mayor ponderación a las grandes diferencias. El cálculo de los errores descritos con anterioridad se presenta en las siguientes Ecuaciones:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad (\text{Ec. 15})$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|x_i - y_i|}{x_i} \quad (\text{Ec. 16})$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (\text{Ec. 17})$$

Donde:

x_i Valor observado
 y_i Valor pronosticado

III. CASO DE ESTUDIO

El embalse Angostura se localiza en el estado de Chiapas y pertenece al complejo

hidroeléctrico del río Grijalva, el cual es el más importante de México en cuanto a capacidad hidroeléctrica ya que en este se encuentran instalados 4,800 de los 12,125 MW instalados a nivel nacional [17]. La Figura 2 muestra las cuencas hidrológicas pertenecientes a dicho complejo, donde se aprecia que la cuenca de mayor superficie corresponde a la de Angostura, la cual inicia en Guatemala y posee un área de drenaje de 134,400 km² [18].



Figura 2. Cuencas hidrológicas asociadas con las centrales hidroeléctricas del río Grijalva [18].

Con el objetivo de representar esquemáticamente la configuración en cascada asociada con las cuatro centrales eléctricas situadas en el río Grijalva, en la Figura 3 se muestran cada uno de los embalses que forman parte de dicho complejo hidroeléctrico, mientras que en la Tabla 1 se presentan sus principales características.

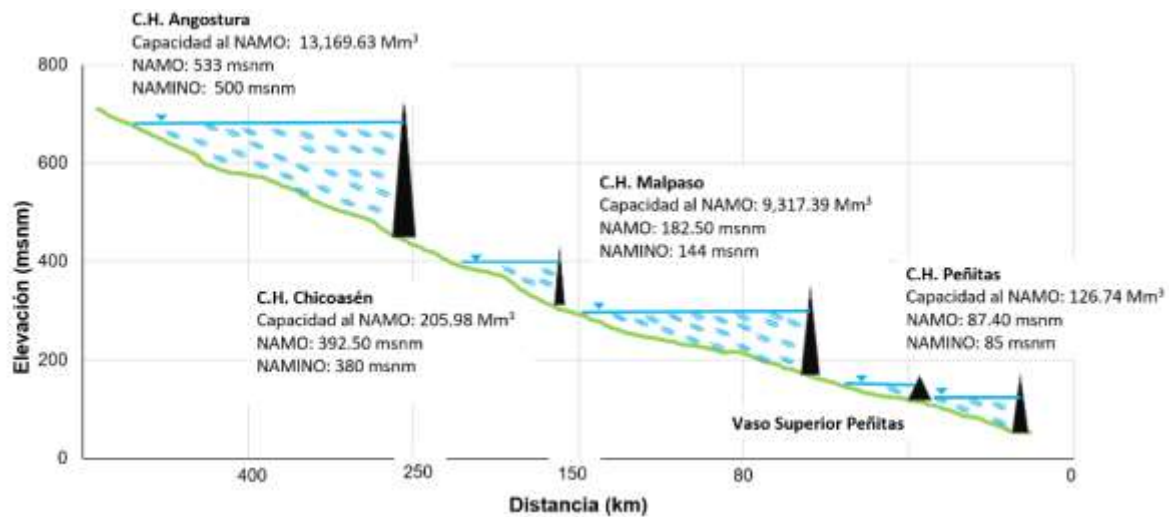


Figura 3. Representación esquemática del Complejo Hidroeléctrico del río Grijalva [18].

Tabla 1. Centrales hidroeléctricas localizadas en la cuenca del río Grijalva [19].

Embalse	Central Hidroeléctrica	Capacidad Instalada [Unidades x MW]	Volumen al NAMO [Mm ³]
Angostura	Belisario Domínguez	5x180	13,169.63
Chicoasén	Manuel Moreno Torres	8x300	205.98
Netzahualcóyotl	Malpaso	6x180	9,317.39
Peñitas	Ángel Albino Corzo	4x105	126.74

Como puede observarse en la Figura 3, existe una dependencia operativa de las respectivas centrales situadas aguas arriba de cada central, lo cual resalta la importancia de Angostura, ya que, al ser el primer embalse, el recurso hidráulico almacenado en él posee mayor valor energético debido a que el mismo volumen de agua que se turbinas en la central, se turbinas 3 veces más antes de llegar al Golfo de México.

Así mismo, en la Tabla 1 es posible observar que, si bien Angostura no cuenta con la mayor capacidad instalada, posee la mayor capacidad de almacenamiento del complejo hidroeléctrico (13,169.63 Mm³ al Nivel de Aguas Máximas Ordinarias o NAMO), lo cual permite desplazar plurianualmente el agua que almacena. Por lo tanto, la correcta operación del embalse Angostura es de suma relevancia para el Sistema Interconectado Nacional, tanto en términos de protección contra inundaciones, como en términos energéticos y económicos.

A. Conjunto de datos

El conjunto de datos empleado en este estudio corresponde a la serie de tiempo del volumen mensual en Mm³ de aportaciones por cuenca propia al embalse Angostura registrados de 1952 a 2019 (816 observaciones), la cual se muestra en la Figura 4. Tal como se puede apreciar, existe un fuerte comportamiento estacional y una alta variabilidad que pueden ser observados con mayor detalle en el diagrama de cajas y bigotes para el conjunto de observaciones presentado en la Figura 5. En este caso se puede notar que la estacionalidad se encuentra presente independientemente del año en cuestión y que las aportaciones tienden a ser mayores durante el segundo semestre de cada año, lo cual se debe a que la temporada de lluvias se presenta de junio a noviembre. Este comportamiento estacional se observa en otros embalses del SIN, tales como los ubicados en la cuenca del río Santiago [20].

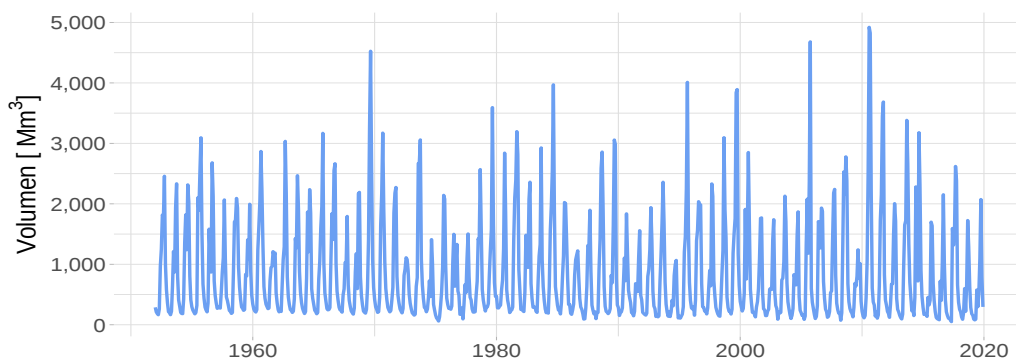


Figura 4. Serie de tiempo X_t del volumen mensual de aportaciones por cuenca propia al embalse Angostura.

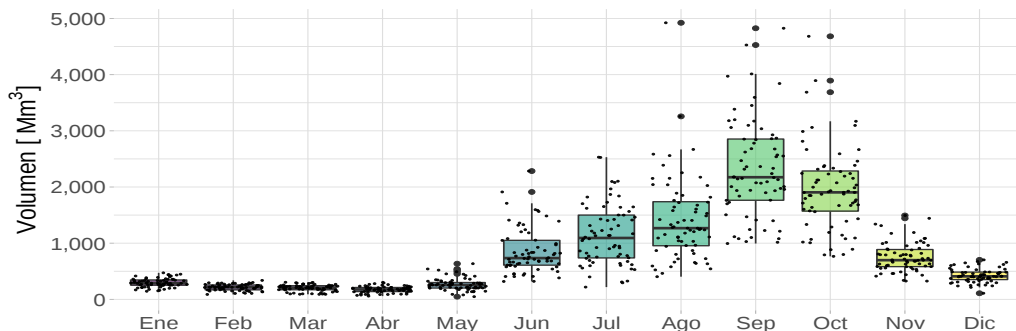


Figura 5. Diagrama de cajas y bigotes del conjunto de datos de volúmenes mensuales de aportaciones por cuenca propia al embalse Angostura.

B. Ajuste de los modelos

Debido a que la serie histórica tiene una longitud de 68 años, se utilizan logaritmos naturales de la serie temporal correspondientes a los primeros 66 años para ajustar los modelos, de modo que el resto de los datos (24 observaciones) es empleado para evaluar los pronósticos realizados.

En el caso del modelo $PAR(p_m)$, los órdenes del modelo se identificaron mediante la inspección de la FACP periódica ajustando un modelo para cada mes, donde p_m fue el ultimo retraso para el cual dicha función fue significativamente distinta de cero. Como ejemplo, en la Figura 6 se muestra la FACP periódica de la serie $Z_{r,m}$ correspondiente a enero.

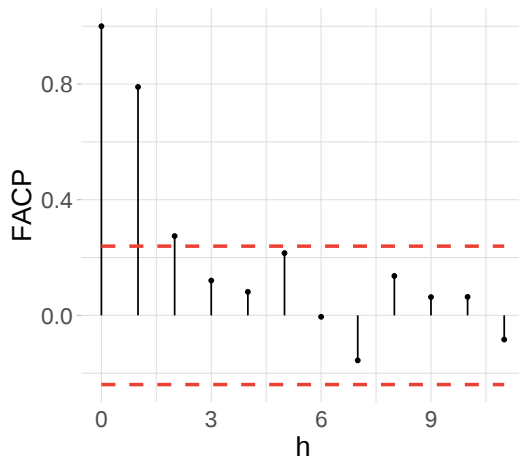


Figura 6. FACP periódica muestral de la serie $Z_{r,m}$ correspondiente al mes de enero.

En la Figura 6 se aprecian valores de autocorrelación parcial periódica significativos hasta el retraso 2 y valores no significativos para retrasos mayores, lo que

sugiere que las aportaciones correspondientes a enero dependen únicamente de los volúmenes presentados en diciembre y en noviembre. Cabe mencionar que los coeficientes la FACP periódica se obtienen a través de la resolución sucesiva de las ecuaciones de Yule-Walker, así mismo los parámetros de los modelos fueron estimados sin considerar que los parámetros intermedios estuvieran restringidos a cero. En el Apéndice se encuentran los coeficientes correspondientes a cada modelo $PAR(p_m)$.

Dado que la matriz de covarianzas de los errores contenidos en los modelos univariados representa la correlación cruzada entre aportaciones a los embalses ubicados en la cuenca del río Grijalva, resulta necesario realizar el modelado de errores asociados con las series históricas del resto de los embalses que también forman parte de la cuenca (Chicoasén, Netzahualcóyotl, Peñitas). Al igual que lo coeficientes de cada modelo $PAR(p_m)$, en el Apéndice se presentan las matrices de covarianzas mensuales correspondientes.

En el caso del modelo SARIMA se aplicó sólo una diferencia de orden 12 a los logaritmos naturales de los datos con el fin de eliminar su estacionalidad ($D = 1$ y $s = 12$), ya que en la Figura 4 se puede apreciar que no existe una tendencia evidente, por lo que no hay una justificación para definir un valor de d distinto de 0. Posteriormente se procedió a inspeccionar la FAC y la FACP muestrales para identificar el orden del modelo, las cuales son mostradas en la Figura 7.

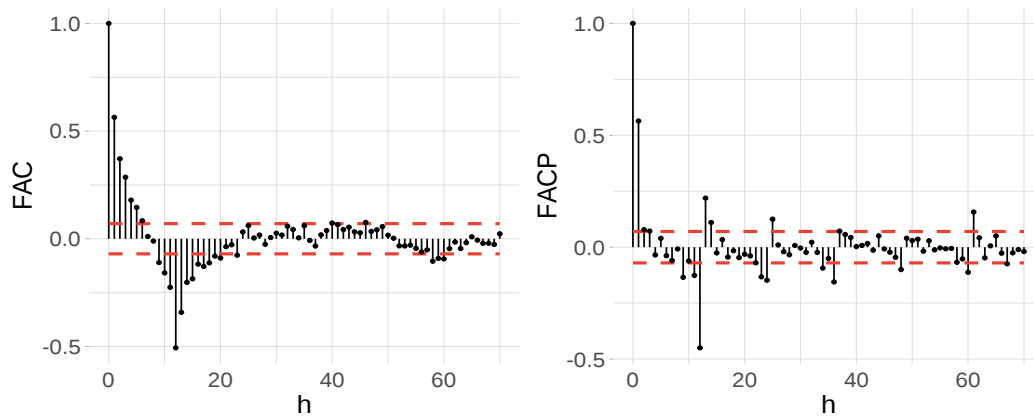


Figura 7. FAC y FACP muestral de la serie $W_t - \hat{\mu}_W$.

Una vez identificados los posibles órdenes del modelo, los parámetros fueron estimados empleando el método de máxima verosimilitud en el software R y se determinó que el más adecuado fue el modelo SARIMA(1,0,1) $\times$ (0,1,1)₁₂, en el que los coeficientes de los polinomios son $\hat{\phi}_1 = 0.7121$, $\hat{\theta}_1 = -0.2358$, $\hat{\theta}_{12} = -0.9153$ y la varianza estimada de ε_t es $\hat{\sigma}^2 = 0.0975$.

Con el objetivo de realizar la comparación de los modelos de series de tiempo SARIMA y PAR(p_m), se consideran los siguientes criterios de evaluación: i) el pronóstico de un mes en adelante para los últimos dos años de la serie histórica y ii) el modelado de la media y de la desviación estándar mensuales, a partir de la generación de 200 series sintéticas con la misma duración que la serie original.

C. Pronóstico de un mes en adelante

En el caso del modelo SARIMA, el pronóstico de una etapa en adelante se obtiene reemplazando t en la Ecuación 2 por $T+1$. Ya que en este caso se asume que se tienen observaciones hasta el momento $T=792$, se realiza el pronóstico de una etapa en adelante considerando que en cada etapa se cuenta con la información de la realización del proceso $X_t, t = 793, \dots, 816$ para realizar

el siguiente pronóstico. Considerando el caso de los modelos PAR(p_m), en cada periodo se realiza el pronóstico de la aportación $\hat{X}_t$ asociada al mes m , utilizando las p_m aportaciones registradas anteriormente en la serie histórica.

Los resultados de los pronósticos realizados a través de cada modelo se presentan gráficamente en la Figura 9, junto con las aportaciones registradas en la serie histórica. Tal como se aprecia en la Figura 9 el comportamiento estacional logra ser capturado adecuadamente por ambos modelos, lo que permite diferenciar con facilidad la temporada de estiaje (diciembre - mayo), de la temporada de lluvias (junio - noviembre), sin embargo, el valor puntual de los pronósticos difiere de las aportaciones observadas, principalmente durante la temporada de lluvias. Es importante observar que los pronósticos para los meses de julio difieren considerablemente de los valores observados, lo cual se debe a que históricamente la correlación entre las observaciones de junio y julio es positiva, por lo que los modelos, al ser al menos de orden 1, no consideran un comportamiento opuesto al observado en la etapa anterior.

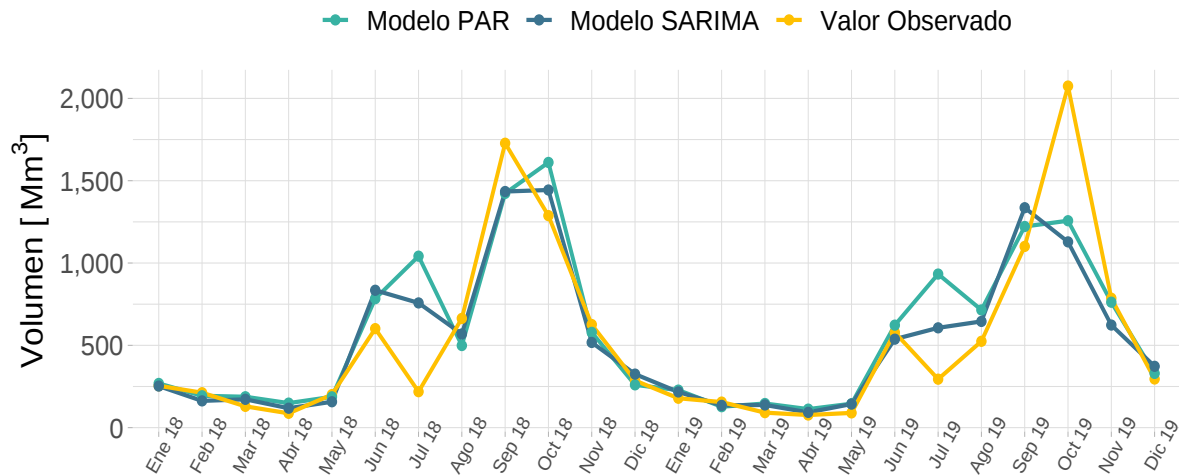


Figura 9. Pronóstico de un mes en adelante.

Tabla 2. Errores asociados con los pronósticos.

Modelo	Medida de error		
	MAE [Mm ³]	MAPE [%]	RMSE [Mm ³]
PAR(p_m)	172.14	48.72	294.96
SARIMA	154.22	37.08	257.31

Sí bien gráficamente los pronósticos son similares, cuantitativamente se tiene que los obtenidos a través del modelo SARIMA son mejores, debido a que se estimaron errores menores. Cabe destacar que, si bien las unidades del MAE y del RMSE están dadas en Mm³, los errores obtenidos son competitivos considerando aquellos valores reportados en la literatura [16].

D. Generación de series sintéticas

Continuando con el proceso de validación de los modelos de series de tiempo, se procede a realizar la generación de 200 series sintéticas con la misma duración de la serie histórica, para lo cual se emplean las observaciones registradas a lo largo de los 68 años de historia con la finalidad de caracterizar los modelos. Posteriormente se determina el valor esperado mensual, junto con la

desviación estándar, a partir de la observación 121 con el objetivo de eliminar los efectos de las condiciones iniciales [12]. Cabe mencionar que durante la generación de series sintéticas únicamente se recurre a las aportaciones históricas para inicializar los modelos y después se utilizan las aportaciones generadas a medida que se tienen disponibles.

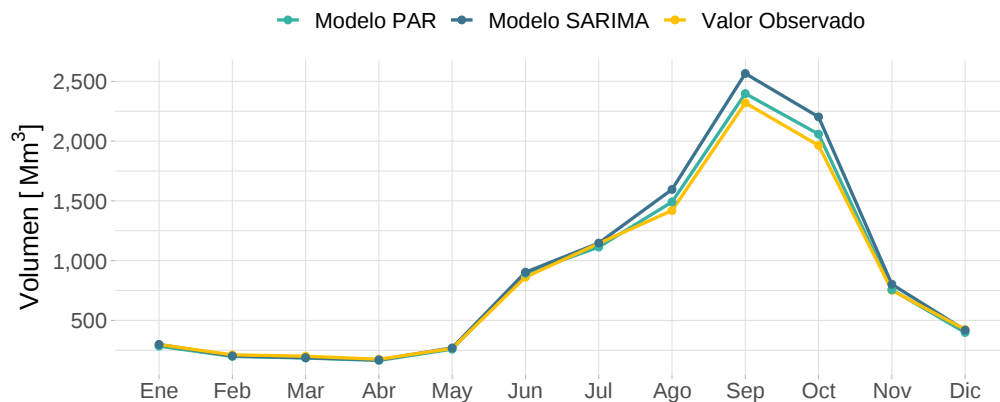
Adicionalmente, durante el proceso de generación de series, las aportaciones se acotan inferior y superiormente con el objetivo de no tomar en cuenta valores significativamente inferiores o superiores a las aportaciones mínimas y máximas registradas en la historia, por lo tanto, mientras la aportación generada se encuentre fuera del intervalo dado por el 110% de la aportación máxima y el 90% de la aportación mínima, es necesario generar nuevamente una variable aleatoria ε_t para obtener la aportación correspondiente. En la Tabla 3 se muestran las aportaciones mínimas y máximas de las que se tiene registro, junto con los límites empleados para acotar las aportaciones generadas sintéticamente.

Tabla 3. Límite inferior y superior de las aportaciones generadas.

Mes	Aportación [Mm ³]			
	Mínima registrada	Máxima registrada	Límite inferior	Límite superior
Enero	144.30	472.40	129.87	519.64
Febrero	87.90	338.00	79.11	371.80
Marzo	90.00	304.20	81.00	334.62
Abril	58.00	303.30	52.20	333.63
Mayo	48.06	634.90	43.25	698.39
Junio	319.00	2,283.80	287.10	2,512.18
Julio	218.47	2,531.02	196.62	2,784.12
Agosto	403.54	4,922.94	363.19	5,415.23
Septiembre	994.00	4,825.83	894.60	5,308.41
Octubre	765.87	4,682.56	689.28	5,150.82
Noviembre	325.30	1,493.00	292.77	1,642.30
Diciembre	108.80	703.11	97.92	773.42

Con la finalidad de identificar qué tan adecuadamente el conjunto de series sintéticas reproduce la media y la desviación estándar mensual, dichas medidas estadísticas se presentan en la Figura 10 y en la Figura 11, respectivamente, donde es posible apreciar que los valores medios obtenidos con las 200 series sintéticas son muy similares a los

observados, sin embargo, de las desviaciones estándar se percibe que la dispersión contenida en las series generadas es mayor, en particular durante la temporada de lluvias. Lo anterior era de esperarse, debido a que a medida que los volúmenes son mayores la incertidumbre involucrada aumenta.

**Figura 10.** Valores medios mensuales del registro histórico y de las series sintéticas generadas.

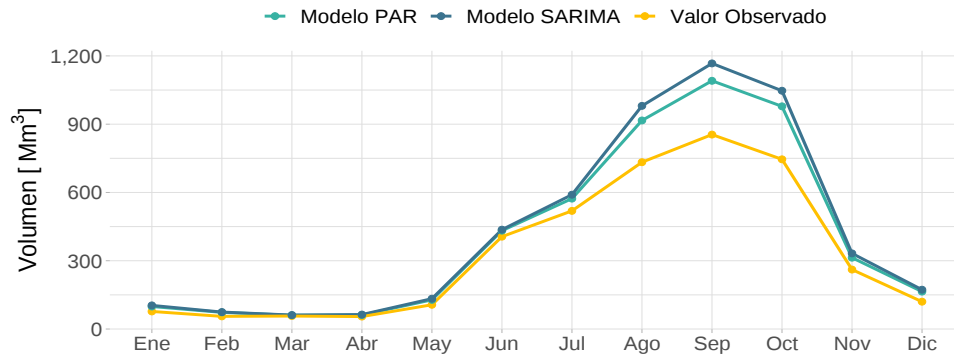


Figura 11. Desviaciones estándar mensuales del registro histórico y de las series sintéticas generadas.

Tal como se realizó en el caso del pronóstico de un mes en adelante, para identificar cuantitativamente qué tan adecuadas fueron las estimaciones, se determinan los errores correspondientes tanto para la media, como para la desviación estándar. Los resultados se muestran en la Tabla 4, en la cual es posible

apreciar que si bien el desempeño de ambos modelos es similar, los errores obtenidos por el modelo $PAR(p_m)$ son ligeramente inferiores a los asociados con el modelo SARIMA.

Tabla 4. Errores asociados con las series sintéticas generadas.

Variable	Modelo	Medida de error		
		MAE [Mm³]	MAPE [%]	RMSE [Mm³]
Media	$PAR(p_m)$	32.81	4.36	44.19
	SARIMA	34.68	6.32	48.21
Varianza	$PAR(p_m)$	71.45	19.87	109.56
	SARIMA	84.36	24.12	117.16

IV. CONCLUSIONES

En general, los modelos $PAR(p_m)$ y SARIMA lograron tener un desempeño apropiado con respecto a la estimación del pronóstico de un mes en adelante, ya que ambos logran capturar adecuadamente el comportamiento estacional de las aportaciones. Sin embargo, se tiene que el modelo SARIMA resultó ser cuantitativamente mejor que los modelos $PAR(p_m)$ debido a que presentó menores valores en las métricas de error consideradas, no obstante, resulta necesario aclarar que los pronósticos puntuales fueron distintos a los volúmenes observados, particularmente durante la temporada de lluvias. Por lo tanto, en este caso se destaca que los modelos empleados podrían pronosticar adecuadamente eventos de sequías, pero no necesariamente podrían anticipar eventos de

aportaciones extraordinarias. Esto puede deberse a la influencia significativa de la estacionalidad que tiende a preservarse a lo largo del tiempo, es decir, el impacto que tiene la observación de un evento de gran o menor magnitud puede mantenerse para años subsecuentes hasta que su efecto tienda a desaparecer como consecuencia de la ocurrencia de eventos posteriores. En este sentido, resulta de interés comparar el desempeño de estos modelos de pronóstico con aquellos que incorporan variables exógenas o que permiten la autorregresión considerando múltiples variables, tales como los modelos de vectores autorregresivos (VAR).

Con respecto a la generación de series sintéticas, se destaca que ambos modelos fueron capaces de aproximar adecuadamente

los valores medios mensuales de la serie observada, y en particular se tiene que los modelos $PAR(p_m)$ mostraron ser más adecuados en virtud de que lograron preservar con mayor precisión características de la desviación estándar mensual asociadas con la serie histórica. En este caso se concluye que su aplicación resulta conveniente para estudios que impliquen la consideración de la incertidumbre asociada con la administración del recurso hidráulico del embalse Angostura.

APÉNDICE

En esta sección se especifican los parámetros correspondientes a los modelos $PAR(p_m)$, los cuales son los siguientes: i) Valores medios mensuales de las aportaciones transformadas, ii) Coeficientes autorregresivos mensuales, y iii) Matrices de covarianzas mensuales.

En la Tabla 5 se muestran los coeficientes asociados con los valores medios de las aportaciones transformadas ($\hat{\mu}_m$).

Tabla 5. Media de log-observaciones.

Mes	Media	Mes	Media	Mes	Media	Mes	Media
Enero	5.6598	Abril	5.1044	Julio	6.9183	Octubre	7.5122
Febrero	5.3179	Mayo	5.4960	Agosto	7.1390	Noviembre	6.5652
Marzo	5.2491	Junio	6.6613	Septiembre	7.6786	Diciembre	6.0033

En la Tabla 6 se muestran los coeficientes autorregresivos de cada modelo.

Tabla 6. Coeficientes de modelos $PAR(p_m)$.

Mes	Orden del modelo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Enero	0.5786	0.2743								
Febrero	0.2997	0.4992	-0.0429	0.0132	-0.1108	0.2427				
Marzo	0.3440	0.4063								
Abril	0.3453	0.3078	0.4791	-0.3799						
Mayo	0.4536	0.1559	0.0144	-0.3485	0.0687	0.1592	-0.0156	-0.1996	0.2276	0.2675
Junio	0.4498	-0.0484	-0.0567	-0.1041	-0.0633	-0.1861	0.2543			
Julio	0.4547	0.0365	-0.0049	0.1442	0.1471	0.2709	-0.4558			
Agosto	0.6461	-0.0993	0.0364	0.0435	-0.0242	0.1173	-0.2916			
Septiembre	0.6676									
Octubre	0.4435	-0.0234	0.1928	0.0972	-0.2662					
Noviembre	0.4429	0.1454	0.0868	0.0613	-0.0762	-0.2270	-0.0025	0.0761	0.2566	
Diciembre	0.7227	-0.0710	0.1055	-0.1951	0.3657					

A continuación, se muestran en la Tabla 7, y en la Tabla 8 los coeficientes asociados con las matrices de covarianzas empleadas para modelar los errores correspondientes, donde

ANG, MMT, MPS y PEA, hacen referencia a cada uno de los embalses ubicados en el río Grijalva.

Tabla 7. Matrices de covarianzas mensuales ($\hat{\Sigma}_m$) para los meses de enero a junio.

Mes	Embalse	ANG	MMT	MPS	PEN
Enero	ANG	0.1068	0.0471	0.0508	0.0240
	MMT	0.0471	0.2923	0.0946	0.0524
	MPS	0.0508	0.0946	0.3908	0.1262
	PEN	0.0240	0.0524	0.1262	0.2077
Febrero	ANG	0.1148	0.0578	0.0499	0.0194
	MMT	0.0578	0.2927	0.0712	0.0368
	MPS	0.0499	0.0712	0.2779	0.1660

Marzo	PEN	0.0194	0.0368	0.1660	0.3438
	ANG	0.1060	0.0369	0.0456	0.0053
	MMT	0.0369	0.2353	0.0612	0.0506
	MPS	0.0456	0.0612	0.3989	0.0762
Abril	PEN	0.0053	0.0506	0.0762	0.3680
	ANG	0.1255	-0.0217	0.0747	0.0295
	MMT	-0.0217	0.4086	-0.0094	0.0414
	MPS	0.0747	-0.0094	0.5104	0.0788
Mayo	PEN	0.0295	0.0414	0.0788	0.3296
	ANG	0.1950	0.0916	0.1777	0.0718
	MMT	0.0916	0.3885	0.2531	0.1004
	MPS	0.1777	0.2531	0.7608	0.1944
Junio	PEN	0.0718	0.1004	0.1944	0.8104
	ANG	0.2215	0.1873	0.2260	0.1794
	MMT	0.1873	0.3482	0.2560	0.1509
	MPS	0.2260	0.2560	0.7372	0.2509
	PEN	0.1794	0.1509	0.2509	0.6704

Tabla 8. Matrices de covarianzas mensuales ($\hat{\Sigma}_m$) para los meses de julio a diciembre.

Mes	Embalse	ANG	MMT	MPS	PEN
Julio	ANG	0.3054	0.2642	0.2539	0.1983
	MMT	0.2642	0.3349	0.2422	0.2228
	MPS	0.2539	0.2422	0.4203	0.2421
	PEN	0.1983	0.2228	0.2421	0.5588
Agosto	ANG	0.3174	0.2810	0.2506	0.1395
	MMT	0.2810	0.4137	0.2510	0.1303
	MPS	0.2506	0.2510	0.4930	0.1598
	PEN	0.1395	0.1303	0.1598	0.2464
Septiembre	ANG	0.2534	0.2940	0.1912	0.1620
	MMT	0.2940	0.4312	0.2594	0.1989
	MPS	0.1912	0.2594	0.4953	0.1603
	PEN	0.1620	0.1989	0.1603	0.3326
Octubre	ANG	0.2517	0.2470	0.1978	0.1175
	MMT	0.2470	0.3726	0.2020	0.1260
	MPS	0.1978	0.2020	0.3999	0.1701
	PEN	0.1175	0.1260	0.1701	0.2995
Noviembre	ANG	0.1747	0.1594	0.0917	0.0711
	MMT	0.1594	0.2857	0.1189	0.0934
	MPS	0.0917	0.1189	0.3177	0.1655
	PEN	0.0711	0.0934	0.1655	0.3073
Diciembre	ANG	0.1875	0.0886	0.1165	0.0819
	MMT	0.0886	0.2435	0.0778	0.0649
	MPS	0.1165	0.0778	0.3833	0.1823
	PEN	0.0819	0.0649	0.1823	0.3636

REFERENCIAS

- [1] P. V. Larroyd, V. L. De-Matos y E. C. Finardi, *Assessment of Risk-Averse Policies for the Long-Term Hydrothermal Scheduling Problem*, Energy Systems, vol. 8, n° 1, p. 103–125, 2017.
- [2] M. V. F. Pereira y L. M. V. G. Pinto, *Stochastic Optimization of a Multireservoir Hydroelectric System*:

- A Decomposition Approach*, Water Resources Research, vol. 21, n° 6, p. 779–792, 1985.
- [3] R. E. C. Gonçalves, E. C. Finardi, E. L. Da-Silva y M. L. L. Dos-Santos, *Comparing Stochastic Optimization Methods to Solve the Medium-Term Operation Planning Problem*, Computational and Applied Mathematics, vol. 30, n° 2, p. 289–313, 2011.
- [4] V. L. De-Matos y E. C. Finardi, *A Computational Study of a Stochastic Optimization Model for Long Term Hydrothermal Scheduling*, International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 43, n° 1, p. 1443–1452, 2012.
- [5] K. W. Hipel and A. I. McLeod, *Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems*, Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science Pub Co, 1994.
- [6] PSR, *SDDP Methodology Manual*, Rio de Janeiro, 2020.
- [7] M. Maceira, V. Duarte, D. Penna, L. Moraes y A. Melo, *Ten years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in Brazil*, 16th Power Systems Computation Conf., 2008.
- [8] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel and G. M. Ljung, *Time series analysis: forecasting and control*, 5a ed., John Wiley & Sons, 2015.
- [9] P. J. Brockwell and R. A. Davis, *Introduction to Time Series and Forecasting*, 3a ed., Springer, 2016.
- [10] A. J. Conejo, M. Carrión, J. M. Morales, *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*, Springer, 2010.
- [11] G. E. P. Box and D. R. Cox, *An analysis of transformations*, Journal of the Royal Statistical Society: Series B, vol. 26, no. 2, pp. 211–243, 1964.
- [12] A. Shapiro and W. Tekaya, *Report for Technical Cooperation between Georgia Institute of Technology and ONS*, Atlanta, Georgia, 2011.
- [13] B. Bezerra, *Incorporação da Incerteza dos Parâmetros do Modelo Estocástico de Vazões na Política Operativa do Despacho Hidrotérmico*, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro, 2015.
- [14] L. A. Terry, M. V. F. Pereira, T. A. Araripe, L. F. C. A. Silva, and P. R. H. Sales, *Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System*, Interfaces (Providence), vol. 16, no. 1, pp. 16–38, 1986.
- [15] Noakes, D., McLeod, A. and Hipel, K., 1985. *Forecasting monthly riverflow time series*. *International Journal of Forecasting*, 1(2), pp.179–190.
- [16] F. Treistman, M. E. Maceira, D. D. Penna, J. Machado, and O. Rotunno, *Synthetic Scenario Generation of Monthly Streamflows Conditioned to the El Niño–Southern Oscillation: Application to Operation Planning of Hydrothermal Systems*, Stoch. Environ. Res. Risk Assess., vol. 34, no. 2, pp. 331–353, 2020.
- [17] International Hydropower Association, *2018 Hydropower Status Report: Sector trends and Insights*. London, 2018. [En línea]. Disponible: <https://www.hydropower.org/publications/2018-hydropower-status-report>.
- [18] M. L. Arganis-Juárez, R. Mendoza-Ramírez, R. Domínguez-Mora, A. A. Hernández-Ruiz, and M. Berezowsky-

- Verduzco, *Influence of Guiding Curves in the Optimal Management of a Hydropower System*, Water Resour. Manag., pp. 4989–5001, 2013.
- [19] CFE, *Sinopsis meteorológica y pronóstico preliminar*, Enero 4, 2021, Mexico City, 2021.
- [20] M. L. Arganis-Juaréz, R. Mendoza-Ramírez y R. Domínguez-Mora, *Operación de tres presas hidroeléctricas usando curvas guía y programación dinámica estocástica*, Water Science & Technology, vol. 3, nº 3, p. 97–114, 2012.