

<https://doi.org/10.23913/ride.v16i31.2547>

Artículos científicos

La construcción de modelos matemáticos en la educación superior: un estudio de caso sobre el Sistema de Ahorro para el Retiro

Building mathematical models in higher education: a case study of the Retirement Savings System

Construindo modelos matemáticos no ensino superior: um estudo de caso do Sistema de Poupança-Aposentadoria

Verónica Vargas Alejo

Universidad de Guadalajara, México

veronica.vargas@academicos.udg.mx

<https://orcid.org/0000-0002-7431-0568>

Resumen

Se presentan los resultados de un estudio de caso cualitativo cuyo objetivo fue analizar cómo la evolución del conocimiento sobre el Sistema de Ahorro para el Retiro (SAR) influyó en la construcción y desarrollo de modelos matemáticos, así como en el uso de herramientas tecnológicas por parte de un estudiante de la Licenciatura en Economía y Finanzas. La situación problema abordada fue real y se relaciona con conceptos matemáticos asociados al interés compuesto. El estudio se enmarcó en la perspectiva de modelos y modelación. Los resultados muestran que el conocimiento inicial del estudiante sobre el SAR influyó en el diseño de un primer modelo con elementos de interés simple. A medida que profundizó en la comprensión del SAR, su modelo matemático evolucionó, evidenciando un mejor uso de la hoja de cálculo en un segundo modelo, aunque aún con ideas limitadas y asociadas al interés simple. En el tercer modelo, incorporó conceptos de interés compuesto, reflejando un mayor nivel de comprensión conceptual. Este avance evidencia cómo el entendimiento del contexto profesional influyó en las decisiones tomadas durante el proceso de modelación y en el uso de tecnología, contribuyendo a una comprensión más profunda del SAR.



Palabras clave: Modelos matemáticos, educación superior, hoja electrónica de cálculo, interés compuesto, interés simple.

Abstract

This article presents the results of a qualitative case study aimed at analyzing how the evolution of knowledge about the Retirement Savings System (SAR) influenced the construction and development of mathematical models, as well as the use of technological tools, by a student in the Economics and Finance undergraduate program. The problem situation addressed was real and related to mathematical concepts associated with compound interest. The study was framed within the models and modeling perspective. The results show that the student's initial knowledge of the SAR influenced the design of a first model with elements of simple interest. As the student deepened his understanding of the SAR, his mathematical model evolved, showing improved use of a spreadsheet in a second model, although still with limited ideas associated with simple interest. In the third model, the student incorporated compound interest concepts, reflecting a higher level of conceptual understanding. This progression shows how understanding the professional context influenced decisions made during the modeling process and the use of technology, contributing to a deeper understanding of the SAR.

Keywords: Mathematical models, superior education, spreadsheet, compound interest, simple interest.

Resumo

Apresentam-se os resultados de um estudo de caso qualitativo. O objetivo deste estudo foi analisar como a evolução do conhecimento sobre o Sistema de Poupança-Reforma (SAR) influenciou a construção e o desenvolvimento de modelos matemáticos, bem como a utilização de ferramentas tecnológicas por um aluno do curso de Bacharelado em Economia e Finanças. A situação-problema abordada era real e relaciona-se com conceitos matemáticos associados a juros compostos. O estudo foi enquadrado na perspectiva de modelos e modelagem. Os resultados mostram que o conhecimento inicial do aluno sobre o SAR influenciou o desenho de um primeiro modelo com elementos de juros simples. À medida que sua compreensão do SAR se aprofundou, seu modelo matemático evoluiu, evidenciando um melhor uso da planilha eletrônica em um segundo modelo, embora ainda com ideias

limitadas asociadas a juros simples. No terceiro modelo, ele incorporou conceitos de juros compostos, refletindo um maior nível de compreensão conceitual. Esse progresso demonstra como a compreensão do contexto profissional influenciou as decisões tomadas durante o processo de modelagem e o uso da tecnologia, contribuindo para um entendimento mais aprofundado do SAR.

Palavras-chave: Modelos matemáticos, ensino superior, planilha eletrônica, juros compostos, juros simples.

Fecha Recepción: Febrero 2025

Fecha Aceptación: Agosto 2025

Introducción

El diseño curricular en los programas educativos de formación profesional debe responder a las funciones y tareas que los egresados desempeñarán en sus futuros roles laborales y sociales. Para ello, es fundamental determinar los conocimientos, habilidades, procesos y valores que los estudiantes deben desarrollar durante su formación. En el caso específico de las matemáticas, estas decisiones requieren una reflexión cuidadosa sobre qué tipo de conocimientos son realmente relevantes. Esto se debe a que los estudiantes deben egresar con saberes específicos y competencias que permitan un desempeño adecuado en su futuro campo profesional (Niss & Blum, 2020).

Sin embargo, los programas tradicionales de matemáticas en muchas profesiones han estado marcados por un enfoque formal y descontextualizado. Estos programas suelen abarcar una gran cantidad de tópicos, lo que genera una sobrecarga curricular que obliga a los docentes a priorizar definiciones, teoremas y procedimientos algorítmicos. Como consecuencia, los egresados a menudo enfrentan dificultades para aplicar sus conocimientos matemáticos en contextos profesionales de manera efectiva (Garfunkel & Montgomery, 2019; Niss & Blum, 2020). De hecho, Niss y Blum (2020) destacan que "el conocimiento y las habilidades en matemáticas puras, incluso si son muy sólidas y bien fundamentadas, no son requisitos previos suficientes para que los estudiantes puedan participar de manera efectiva y exitosa en actividades de modelación" (p. 2).

Ante esta problemática, diversos estudios han propuesto la modelación matemática como una estrategia que permite conectar el aprendizaje matemático con problemas auténticos del entorno y del ámbito profesional (Garfunkel & Montgomery, 2019; Lesh, 2010). Aunque estos enfoques presentan matices distintos, coinciden en la afirmación de English (2021) respecto a que "la modelación es ideal para aprovechar contextos

interdisciplinarios, como los culturales y comunitarios, que presentan a los estudiantes entornos de resolución de problemas significativos y atractivos” (p. 18).

Los hallazgos de Garfunkel y Montgomery (2019) y de Lesh (2010) sugieren que la modelación matemática no solo favorece la integración del conocimiento matemático con otras disciplinas, sino que también contribuye al desarrollo de habilidades y actitudes necesarias para enfrentar problemas complejos e inciertos en la vida cotidiana y profesional. En este sentido, la literatura ha documentado diversos aspectos clave del proceso educativo para la implementación de actividades de modelación, incluyendo el papel del docente y el de los estudiantes, el tipo de tareas diseñadas, los tiempos asignados, los cambios requeridos en los ambientes de aprendizaje y las formas de evaluación (Stillman et al., 2013).

Un factor relevante en este proceso es el uso de herramientas tecnológicas, que pueden facilitar la manipulación de datos, la exploración de representaciones matemáticas y la realización de simulaciones (Lesh & Doerr, 2003). Entre estas herramientas, las hojas electrónicas de cálculo ofrecen un potencial significativo para la resolución de problemas (Haspekian & Kieran, 2023, Vargas-Alejo et al., 2016). A pesar de no haber sido diseñadas específicamente para la educación matemática, permiten analizar grandes volúmenes de datos, explorar la situación a través del uso de representaciones matemáticas y obtener resultados de manera rápida y precisa. Sin embargo, hacen falta más investigaciones de las que se deriven propuestas de actividades de modelación, con o sin apoyo de tecnología, que puedan ser implementadas en el aula. Estas investigaciones deberían permitir analizar el impacto de las actividades en la generación de ideas, más allá del uso de procesos rutinarios, y en la evolución del conocimiento de los estudiantes de diferentes niveles educativos (English, 2021).

En este contexto, el presente artículo reporta los hallazgos de una investigación cualitativa sobre el impacto del conocimiento del SAR en la construcción de modelos matemáticos de un estudiante de la licenciatura en Economía y Finanzas, particularmente en relación con el interés compuesto. Además, se analiza cómo el uso de herramientas tecnológicas influyó en la comprensión del SAR y en la evolución del conocimiento del estudiante.

Se abordan las siguientes preguntas de investigación: ¿Cómo influyó el conocimiento sobre el SAR en la construcción y evolución de los modelos matemáticos del estudiante A de Economía y Finanzas? y ¿cómo estos modelos basados en tecnología impactaron su comprensión del SAR?

El conocimiento relacionado con la situación problema SAR es el interés compuesto. El aprendizaje de este concepto es importante para los estudiantes de la licenciatura en Economía y Finanzas “porque muchos productos y servicios financieros que se consumen en la vida cotidiana tienen un componente subyacente de interés (ya sea como deuda o inversión)” (Cavalcante et al., 2024, p. 216). Por lo tanto, este concepto forma parte del currículo como base para entender el funcionamiento de entidades financieras.

Referentes teóricos

Las instituciones educativas (en adelante IE) son organismos sociales establecidos por la sociedad cuyo propósito es formar a las personas en conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para integrarse de manera efectiva en la sociedad y en el ámbito profesional. Cada IE define sus objetivos educativos y los plasma en documentos curriculares que especifican los conocimientos conceptuales y procedimentales, las habilidades, las actitudes y los valores que deben desarrollar los alumnos en las distintas asignaturas. Estos elementos lo capacitan para realizar funciones y tareas de cierto nivel y complejidad dentro de la comunidad en campos como la medicina, la ingeniería o las finanzas.

En este artículo, el conocimiento se entiende como las definiciones conceptuales, habilidades para realizar ciertos procesos, actitudes y valores relacionados con fenómenos o situaciones específicas, que permiten describirlas, explicarlas, predecirlas y comunicarlas. Tal concepción se enmarca en la perspectiva de Modelos y Modelación (en adelante MMP por sus siglas en inglés), propuesta por Lesh y Doerr (2003) y colaboradores (Lesh et al., 2007; English, 2021).

La Perspectiva de Modelos y Modelación

La MMP, la cual se usa como marco teórico en este estudio, define el conocimiento como un sistema conceptual que sirve para describir, explicar, interpretar y predecir el comportamiento de algún otro fenómeno o sistema (Lesh, 2010). Este sistema conceptual incluye “elementos, relaciones, operaciones y reglas que gobiernan la interacción” (Lesh & Doerr, 2003, p. 10). En este sentido, el conocimiento matemático, es un sistema que se adapta en forma continua de acuerdo con las nuevas experiencias. El proceso de construcción del conocimiento es social, ya que se modifican y refinan tanto de manera individual como en comunidad (Lesh, 2010; Lesh & Doerr, 2003; Sevinc, 2022).

Aprender como un proceso continuo de modelación

Desde la MMP, aprender implica desarrollar sistemas conceptuales que evolucionan continuamente a través de la interacción de los individuos con su entorno (Lesh & Doerr, 2003). El aprendizaje de las matemáticas se conceptualiza como un proceso durante el cual los individuos desarrollan modelos, los cuales son:

Sistemas conceptuales (consistentes en elementos, relaciones, operaciones y reglas que gobiernan las interacciones) que se expresan mediante sistemas de notación externa y que se usan para construir, describir o explicar los comportamientos de otros sistemas, –quizás de tal manera que el otro sistema pueda ser manipulado o pronosticado de manera inteligente. (Lesh & Doerr, 2003, p. 10)

Un modelo tiene componentes internos y externos. Los componentes internos son con frecuencia sistemas conceptuales, mientras que los componentes externos se denominan a menudo artefactos o representaciones (Lesh & Carmona, 2003).

El proceso de desarrollo de los sistemas conceptuales y los artefactos se lleva a cabo mediante ciclos de modelación, en los cuales los iniciales, frecuentemente desorganizados y poco precisos, son refinados hasta volverse más complejos y robustos (Doerr, 2016). Es un proceso gradual y contextualizado de cambios en el entendimiento o comprensión de los conceptos. A lo largo de este proceso, los alumnos progresan desde sus experiencias concretas hacia conceptualizaciones más abstractas y organizadas (Lesh, 2010; Lesh & Doerr, 2003; Lesh & Lehrer, 2003; Sevinc, 2022).

El conocimiento (de una persona o de una comunidad) se desarrolla a lo largo de una variedad de dimensiones: “simple—complejo, específico—general, concreto—abstracto, intuitivo—formal, situado—descontextualizado, externo—interno, indiferenciado—analítico, crudo—refinado o estable—inestable” (Lesh & Doerr, 2003, p. 25). Durante las primeras etapas de desarrollo, los modelos precedentes se caracterizan por ser poco claros, dispersos, y por formas de pensamiento pobremente coordinadas; pero, gradualmente van siendo organizados y relacionados, en cuanto sus semejanzas y diferencias son claras (Lesh, 2010).

Si bien varios investigadores (Ärlebäck & Frejd, 2021; Sevinc & Lesh, 2022; Vargas-Alejo & Montero-Moguel, 2023) que analizan el uso de la modelación matemática en el aula adoptan la idea de modelo señalada en párrafos anteriores, como un sistema que se adapta en forma continua acorde con las nuevas experiencias, muchos otros reducen este término al planteamiento de expresiones simbólicas, expresiones algebraicas que representan aspectos

de la situación. La MMP considera a la modelación en un sentido más amplio, en tanto que un modelo representa la comprensión de una situación, la cual va evolucionando.

Actividades basadas en modelación

En la MMP (Lesh & Doerr, 2003) se sugiere utilizar actividades que contengan situaciones problema abiertas o cercanas al entorno de los alumnos, que planteen problemas con múltiples soluciones y fomenten la construcción de modelos significativos. Al respecto, Lesh et al. (2000) señalan que las situaciones son abiertas en el sentido de que:

las respuestas ‘correctas’ no han sido predeterminadas y los estudiantes deben seleccionar las ideas matemáticas que usarán para construir sus soluciones, pero que están estructuradas para animar a los estudiantes a construir modelos matemáticos importantes y saber cuándo han terminado su tarea. (Lesh et al., 2000, p. 629)

Estas actividades llamadas MEAs (por sus siglas en inglés: model eliciting activities) están estructuradas siguiendo seis principios: realidad, construcción, autoevaluación, externalización, prototipo simple y generalización (Doerr, 2016). Las MEAs se componen de un artículo periodístico como contexto, preguntas sobre la situación y una situación problema que motive la creación y uso de herramientas conceptuales. El lector puede encontrar más información sobre las características de las actividades en Lesh y Doerr (2003) y Lesh (2010). La actividad que se diseñó para este estudio consideró estos elementos de las MEAs y se denomina SAR.

El proceso de matematización

En la MMP, durante el proceso de resolver las situaciones problema los alumnos se plantean preguntas, y buscan estrategias para responderlas. Las respuestas encontradas pueden llevarlos a nuevas preguntas y estrategias que al compartirlas en el grupo posibilitan la construcción de criterios para evaluar y comparar. Las MEAs se diseñan para que los alumnos pasen por múltiples fases de comprensión de la situación problema y su solución, a través de la comunicación de ideas y conceptualizaciones, así como de las acciones que se emprenden (Lesh et al., 2007; Svoboda & Passmore, 2013).

Los alumnos realizan procesos de matematización como cuantificar, analizar datos, identificar relaciones, dimensionar el espacio, ubicar eventos en marcos de referencia, realizar cálculos numéricos, resolver ecuaciones y aplicar procedimientos (Lesh & Doerr, 2003). Los estudiantes pueden realizar acciones de representación, interpretación,

elaboración de conjeturas, evaluación, comunicación, construcción de argumentos, explicación y discusión (Makar et al., 2020).

La MMP sugiere que los alumnos aborden las MEAs en forma individual y en colaboración, tanto en equipo como grupal, con el propósito de fomentar el desarrollo de habilidades y actitudes para el trabajo individual y en grupo, de manera que los estudiantes lleguen a comprender y asumir la necesidad de trabajar en forma conjunta para alcanzar una meta común (Lesh, 2010). Esto es esencial para construir una comunidad de aprendizaje en el aula con una visión social de lo que significa conocer y entender las matemáticas y el entorno. Las prácticas de aprendizaje colaborativo se basan en el supuesto de que el aprendizaje individual puede ser visto como un proceso inherentemente social (Summers et al., 2005).

Transferencia del conocimiento

Uno de los objetivos de la MMP y de todo sistema educativo es que los conocimientos desarrollados en el aula puedan transferirse a situaciones reales y profesionales (Lesh, 2010). La transferencia no ocurre de manera automática; depende de las prácticas de aprendizaje en las que los alumnos participan (Lesh & Doerr, 2003). Ante ello, la MMP propone que al realizar las MEAs se dé oportunidad a los estudiantes de desarrollar habilidades para identificar semejanzas y diferencias en las situaciones a las que se enfrenta, así como para encontrar analogías en los contextos y pronósticos de comportamientos (Lesh, 2010). El tipo de prácticas en las que los alumnos generan un conocimiento matemático permite forjar otros aspectos asociados con ese conocimiento matemático, que también forma parte del conocimiento de los estudiantes (Boaler, 2002; Lesh & Doerr, 2003). Los alumnos son capaces de transferir su conocimiento matemático, cuando cuentan con experiencia en la participación de un conjunto de prácticas en el aula que se puedan presentar en otros lugares (Greeno et al., 1996). Un estudiante, al resolver situaciones problema abiertas, de múltiples soluciones tiene la oportunidad de crear modelos situados¹ que, posteriormente, puede generalizar (Lesh, 2010).

¹ En la MMP, los modelos que los estudiantes construyen al resolver problemas cercanos a la vida real se entienden como construcciones humanas. Los primeros modelos son situados, lo que significa que están profundamente influidos por las experiencias previas, los conocimientos disponibles, el propósito que guía la construcción y los entornos sociales en los que surgen. Lejos de ser estructuras fijas, estos modelos se adaptan continuamente, integran ideas de diversas áreas del saber y adquieren sentido en función del contexto. Aunque están estrechamente ligados a situaciones específicas, pueden transformarse y adaptarse a nuevos escenarios.

Tecnología como herramienta de modelación

La tecnología desempeña un papel clave en la construcción y externalización de representaciones matemáticas y, por lo tanto, modelos (Garfunkel & Montgomery, 2019; Lesh & Doerr, 2003). Se ha documentado su utilidad para apoyar: el establecimiento y verificación de conjeturas, la construcción de representaciones adecuadas para describir situaciones, la exploración de casos particulares de situaciones dadas, la identificación de patrones, la verificación de reglas, la toma de significados, el establecimiento de conexiones entre variables y la simulación de fenómenos, entre otros aspectos (Guin et al., 2005; Vargas-Alejo et al., 2016).

Herramientas como las hojas electrónicas de cálculo permiten explorar datos, establecer conjeturas, verificar resultados y simular fenómenos de cambio y variación (Haspekian & Kieran, 2023). Desde la MMP, las herramientas tecnológicas ayudan a los estudiantes a crear modelos adecuados para describir las situaciones, de tal manera que no solo respondan a la situación planteada, sino que además puedan ser usados y reutilizados en un rango más amplio de contextos (Doerr, 2016).

Evaluación basada en evidencias de modelación

La MMP propone recolectar todos los documentos generados durante las diferentes fases del proceso de la modelación de problemas, lo que permite al profesorado conocer y entender la evolución del pensamiento de los alumnos, qué concepciones emergen, qué representaciones se utilizan y de qué manera (Doerr, 2016). Disponer de evidencias abundantes hace más visible el desarrollo del pensamiento de los estudiantes (Doerr, 2016), lo cual no es posible con las tareas tradicionales de resolución de problemas. En esta perspectiva, evaluar no se relaciona con preguntar directamente a los estudiantes sobre los conceptos que conoce, sino con plantear preguntas o problemas que posibiliten observar lo que los alumnos pueden realizar para encontrar las respuestas o soluciones (Lesh & Doerr, 2003).

Conexión con este estudio

El marco conceptual de la MMP sustenta el análisis del proceso de modelación matemática llevado a cabo por un estudiante de Economía y Finanzas en el contexto del funcionamiento del SAR. La adopción de la MMP como marco teórico permite comprender cómo el conocimiento matemático evoluciona en interacción con problemas reales y cómo la tecnología actúa como mediadora en este proceso. Esto nos permite responder las

preguntas de investigación planteadas en este artículo: ¿Cómo influyó el conocimiento sobre el SAR en la construcción y evolución de los modelos matemáticos del estudiante A de Economía y Finanzas? y ¿cómo estos modelos basados en tecnología impactaron su comprensión del SAR?

Metodología

Esta investigación adoptó un enfoque cualitativo, con un diseño de estudio de caso instrumental, el cual permite comprender en profundidad un fenómeno teórico específico de manera comprensiva, flexible y sistemática (Stake, 1995). La elección de este diseño respondió a la necesidad de examinar con detalle las interpretaciones y modelos construidos por un estudiante, con el fin de rastrear la evolución de su conocimiento sobre el interés compuesto y su comprensión del SAR. Este enfoque facilitó capturar los matices del proceso de aprendizaje y modelación en un contexto auténtico y profesionalmente relevante.

Contexto y participantes

El estudio se desarrolló a lo largo de dos sesiones. El participante fue seleccionado debido a que los modelos que construyó resultaron representativos de lo observado durante el proceso de modelación en el aula. Al momento del estudio, cursaba la primera asignatura de matemáticas correspondiente a la Licenciatura en Economía y Finanzas. Dicha asignatura incluía unidades de aprendizaje sobre progresiones y funciones, las cuales, según las recomendaciones curriculares, debían abordarse mediante la modelación de situaciones contextualizadas en el ámbito profesional de los futuros economistas. En este marco, se eligió trabajar con el contexto del SAR.

Abordar este contexto implicaba el uso del interés compuesto, un tema de particular relevancia para la formación en Economía y Finanzas, tanto por su aplicabilidad directa en el ejercicio profesional como por su estrecha vinculación con conceptos matemáticos fundamentales como progresiones y funciones. Estos conceptos constituyen ejes estructurales del currículo de matemáticas en el nivel superior. Además, se trata de un contenido socialmente pertinente, dado su impacto en la vida cotidiana y en la toma de decisiones económicas a nivel individual y colectivo.

El participante, referido como estudiante A, no había trabajado formalmente los temas de progresiones y funciones en el nivel universitario hasta el momento del estudio. Sin

embargo, dado que estos contenidos forman parte del currículo de matemáticas del nivel medio superior, se asumía que ya contaba con un primer acercamiento a ellos. En consecuencia, se esperaba que dispusiera de nociones básicas para construir representaciones tabulares y gráficas, interpretar el comportamiento de funciones a partir de expresiones algebraicas, y establecer relaciones entre ciertos tipos de funciones y situaciones contextualizadas.

La situación problema

La situación problema implementada fue sobre el SAR. Se trató de un problema abierto, en el que el estudiante, a partir de una nota periodística, una serie de preguntas y un problema planteado por el docente, abordó una problemática de múltiples posibles soluciones, tal como lo propone la MMP (Lesh & Doerr, 2003).

Esta situación problema se diseñó para promover tareas como construir, modificar, extender y refinar modelos para interpretar, explicar, predecir o controlar el comportamiento de la situación. Además, para permitir al estudiante autoevaluar sus modelos y determinar si ofrecían soluciones útiles. Los conceptos de interés compuesto, progresiones y funciones subyacían al problema.

La forma de implementar la situación problema

En la primera sesión (60 minutos), el docente presentó a los alumnos la situación problema a partir de una nota periodística local donde se cuestionaba la forma de administrar los fondos para el retiro de los trabajadores por las AFORES. Una vez leída la nota periodística el docente promovió una discusión guiada sobre la problemática y el funcionamiento del SAR. Las preguntas que utilizó fueron: a) ¿cuál es la problemática planteada? y b) ¿en qué consiste el SAR? Las respuestas se discutieron en clase a partir de las experiencias de los alumnos. Al final de la discusión el profesor investigador pidió a los estudiantes como tarea extraclase que buscaran, de manera individual, más información en internet o con sus familiares; así como que trataran de construir un modelo que explicara cómo una AFORE maneja el ahorro para el retiro, considerando un caso particular.

En la segunda sesión (120 minutos), los estudiantes trabajaron en equipos de tres y cuatro integrantes para discutir la tarea extraclase, revisar los modelos construidos y mejorarlos en caso de ser necesario. En esta misma sesión se pidió a los equipos exponer sus

modelos al grupo, argumentarlos e identificar semejanzas y/o diferencias. Se puso énfasis en distinguir si la diferencia estaba en los procedimientos o en los resultados.

Después de las exposiciones se pidió la evaluación de los modelos, a partir de los argumentos presentados y la pertinencia o no de las diferentes aproximaciones. Se solicitó la descripción del proceso seguido y los resultados obtenidos. No se limitaron los recursos y la forma de trabajo. El último modelo (individual) fue evaluado por los estudiantes, y posteriormente, por el profesor investigador.

El profesor investigador que diseñó e implementó la situación problema contaba con experiencia en diseño curricular y en la inclusión de la modelación en el currículo de los cursos de matemáticas que impartía de forma semestral. Además, tenía práctica en el desarrollo de situaciones problema orientadas a promover el desarrollo del conocimiento conceptual y procedimental, así como habilidades, actitudes y valores en los alumnos, como parte de su formación para ejercer sus futuras funciones profesionales.

Instrumentos de recolección de datos

Con el objetivo de comprender en profundidad los modelos elaborados por el alumno en su entorno natural, los datos de este estudio se obtuvieron a partir de las interacciones entre el estudiante y el profesor investigador, así como entre el estudiante y sus compañeros. Se recopilaron registros de la bitácora del profesor investigador y archivos que contenían los modelos construidos por el estudiante y los modelos generados colectivamente durante el proceso.

Proceso de Análisis

El análisis de los datos fue realizado por dos investigadores, incluido el profesor investigador, para garantizar una comprensión contextualizada y profunda del estudio, que permitiera explorar cómo el conocimiento sobre el SAR influyó (y viceversa) en la construcción y evolución de los modelos matemáticos del estudiante A y su uso de tecnología, en línea con las preguntas de investigación planteadas.

Se llevaron a cabo dos etapas de análisis: organización y búsqueda de patrones, y codificación.

Organización y búsqueda de patrones

Ambos investigadores revisaron sistemáticamente las fuentes de datos, identificando patrones, similitudes y discrepancias en la evolución de los modelos construidos por el estudiante A. Esta etapa permitió resaltar aspectos clave sobre la comprensión del problema, los conceptos aplicados y el uso de la tecnología.

Codificación

En esta etapa, el análisis se centró en dos dimensiones esenciales:

- a) La relación entre el entendimiento del SAR y las modificaciones realizadas en los modelos, con énfasis en el papel mediador de la hoja electrónica de cálculo.
- b) Evolución de las representaciones matemáticas (tabla, gráficas, procedimientos recursivos) utilizadas por el estudiante A en cada fase del proceso de modelación.

Este enfoque posibilitó capturar la interacción entre los conocimientos específicos sobre el SAR, los conceptos matemáticos asociados a interés simple y compuesto, y las decisiones relacionadas con el uso de tecnología, proporcionando un análisis detallado y contextualizado del caso.

Validación mediante triangulación

Para abordar los criterios de validez del análisis, se utilizó la triangulación de datos (Creswell & Creswell, 2017). Durante el análisis se contrastaron las diferentes fuentes de información: registros de la bitácora docente, modelos individuales y elaborados en equipo, y las interacciones verbales observada durante las sesiones. Esto permitió lograr una comprensión más robusta del conocimiento matemático evidenciado por el estudiante A, su comprensión del SAR y el papel de la tecnología como mediadora.

Resultados

Los resultados se organizan en torno al análisis general de los modelos construidos para resolver la situación problema planteada, en congruencia con las preguntas de investigación y los objetivos del estudio. En esta sección se examinan los tres modelos construidos por el estudiante y el papel de la tecnología.

Modelo basado en interés simple

La Figura 1 muestra el modelo inicial elaborado por el estudiante A. En este modelo el estudiante A consideró que el empleado podría ser él y podría empezar a trabajar a los 20 años, durante 40 años. Las suposiciones iniciales fueron las siguientes:

- el salario de un trabajador² (\$5,000.00 pesos quincenales),
- una cantidad que aporta el empleado al fondo (20% del salario quincenal, equivalente a \$1,000.00 pesos),
- el interés (5% de la cantidad de los \$1,000.00 pesos aportados por el trabajador al fondo de ahorro, equivalente a \$50.00 pesos) que paga la AFORE (denominada por el alumno como ‘banco’).

Las suposiciones realizadas por el estudiante A permitieron estimar un fondo de ahorro mensual equivalente a \$2,100.00 pesos, el cual consideró constante para obtener un ahorro anual de \$25,200.00 pesos. Dado que supuso que el salario permanecería intacto durante 15 años, y el ahorro anual era constante, obtuvo que tendría \$378,000.00 pesos ahorrados en 15 años (Fig. 1).

Figura 1. Modelo basado en interés simple del estudiante A

Quiero comenzar a trabajar cuando yo tenga 20 años y pienso jubilarme dentro de 40 años cuando yo cuente con 60 años de edad.

Una cantidad de ganancia mientras trabaje la guardaré en mi fondo de ahorro hasta concluir con todos mis años de trabajo.

Si gano quincenalmente \$5,000 desarrollándome en actividades del impacto marino en México y decido que mi fondo de ahorro sea del 20% de mi ganancia quincenal, tendría un total de \$1000, y si sumándole a eso cuento con que el banco me otorgará un 5% de mi ingreso al fondo de ahorro, tendría un total de \$1,050 quincenal, ingresando a mi fondo de ahorro, o bien, \$2,100 al mes.

Después de 15 años de trabajo recibo un aumento a mi salario obteniendo \$7,500 quincenales y decido aumentar el porcentaje de mi fondo de ahorro a un 25%, el cual sería de \$3,750 y el banco de igual manera aumenta el porcentaje que me darán por cada ahorro quincenal a un 7%, obteniendo un \$262.5 quincenales y sumando esas cantidades tendría \$4,012.5, o bien, \$8,025 al mes.

Haciendo los cálculos correspondientes obtengo que los primeros 15 años obtengo una cantidad de \$378,000.

$$\begin{aligned} (2100)(12) &= \$25,200 \text{ al año.} \\ (25,200)(15) &= \$378,000 \text{ en los primeros 15} \\ &\text{años.} \end{aligned}$$

Los 25 años siguientes, tomando en cuenta el aumento que obtuve, tendría un total de \$2,407,500.

$$\begin{aligned} (8,025)(12) &= \$96,300 \text{ al año.} \\ (96,300)(25) &= \$2,407,500 \text{ en los siguientes} \\ &\text{25 años.} \end{aligned}$$

Al sumar ambas cantidades, obtengo la cantidad total de los primeros 15 años de trabajo y los posteriores 25 años, teniendo como resultado \$2,785,500 que será la cantidad total de ahorro durante los 40 años que estuve trabajando.

Según el índice de promedio de mortalidad de una persona, es alrededor de los 80-85 años entonces deseo que la cantidad con la que cuento en mi fondo de ahorro se gaste en 25 años.

Fuente: elaboración propia

² En este artículo se tomarán como sinónimos las palabras: trabajador y empleado.

Enseguida, señaló un cambio en el salario del trabajador (\$7,500.00 pesos) y realizó de nuevo operaciones similares a las anteriores. Aunque en sus resultados se observan errores de cálculo, finalmente, concluyó que la cantidad ahorrada sería de \$2,407,500.00 pesos y la gastaría en sus 25 años restantes (Fig. 1).

El papel de la tecnología

El modelo se elaboró en Word, las operaciones se realizaron con calculadora. El uso de tecnología (Internet, Word, calculadoras) emergió de manera natural y fue asumido por los alumnos —ante la necesidad de proveerse de más información para abordar la problemática—, así como para la ejecución de cálculos y la escritura del modelo. Este modelo fue situado.

Modelo basado en conceptos en transición

La Figura 2 presenta el modelo construido por el equipo del estudiante A. En este modelo, se consideró implícitamente que el fondo de ahorro mensual se integra por tres aportaciones: la del trabajador, la del patrón y una cantidad adicional aportada por el gobierno. Este conocimiento emergió en el aula a partir de búsquedas en internet previas realizadas por los estudiantes. El modelo muestra modificaciones en el proceso de matematización de la situación problema y refleja cómo las ideas iniciales evolucionaron a lo largo del trabajo colaborativo. A continuación, se describe este proceso en detalle.

Para calcular el fondo de ahorro, el equipo del estudiante A consideró las siguientes suposiciones:

- una cantidad inicial (\$7,000.00 pesos),
- un interés que paga el banco (1%) y
- una cantidad que se aporta al fondo (\$700.00 pesos).

Estas suposiciones permitieron al equipo calcular el ahorro mensual durante un periodo de dos años (Fig. 2). Para determinar el fondo acumulado en el primer año, utilizaron un procedimiento recursivo. Partieron de un monto inicial de \$7,000.00 pesos, al que sumaron una aportación mensual de \$700.00 pesos, lo que dio como resultado \$7,700.00 pesos en el primer mes (Fig. 2). El equipo continuó sumando \$700.00 pesos a la cantidad acumulada en el mes anterior (\$8,400.00, \$9,100.00, \$9,800.00, ..., \$15,400.00). En la tercera columna de la tabla (Fig. 2), se registró el interés mensual ganado por el ahorro (\$77.00, \$84.00, \$91.00, \$98.00, ..., \$154.00). Al final del año, el ahorro acumulado fue de \$16,100.00 pesos.

Para calcular el fondo de ahorro del segundo año, el equipo aplicó un procedimiento similar de tipo recursivo. Partió del monto acumulado al final del primer año (\$15,400.00 pesos) y sumó la aportación mensual de \$700.00 pesos, obteniendo \$16,100.00 pesos como base para el cálculo. De manera explícita, el total acumulado al cabo de dos años (\$23,800.00 pesos más los intereses generados mensualmente) no fue registrado en la Figura 2, aunque el equipo de estudiantes lo expresó verbalmente durante la discusión grupal.

El comportamiento del ahorro anual proyectado para 23 años se encuentra descrito en la tabla de la Figura 2. Basándose en los cálculos mensuales realizados para un año, el equipo sumó los intereses obtenidos (\$77.00 + \$84.00 + \$91.00 + \$98.00, ..., +\$154.00 = \$1386.00) al monto acumulado de \$15,400.00 pesos, obteniendo \$16,786.00 pesos al final del año. Este procedimiento, influido posiblemente por discusiones escuchadas en otros equipos, incluía la idea de que “los intereses se adicionan al capital en cada ciclo” señalada por otros equipos. Sin embargo, no se observa evidencia de que se calcularan intereses adicionales en la proyección. Finalmente, con base la cantidad de \$16,786.00 pesos calcularon el ahorro acumulado en 23 años, considerando un aporte mensual constante de \$9,408.00 pesos.

Figura 2. Modelo del equipo del estudiante A

	Cantidad Inicial	% Interés ganado mensual	Depósito Mensual			
	\$7,000.00	1.00%	\$700.00			
# de Meses	Cantidad por Mes	Interés Ganado Mensual				
Año 1						
1	\$7,700.00	\$77.00				
2	\$8,400.00	\$84.00				
3	\$9,100.00	\$91.00				
4	\$9,800.00	\$98.00				
5	\$10,500.00	\$105.00				
6	\$11,200.00	\$112.00				
7	\$11,900.00	\$119.00				
8	\$12,600.00	\$126.00				
9	\$13,300.00	\$133.00				
10	\$14,000.00	\$140.00				
11	\$14,700.00	\$147.00				
12	\$15,400.00	\$154.00				
Año 2						
13	\$16,100.00	\$161.00				
14	\$16,800.00	\$168.00				
15	\$17,500.00	\$175.00				
16	\$18,200.00	\$182.00				
17	\$18,900.00	\$189.00				
18	\$19,600.00	\$196.00				
19	\$20,300.00	\$203.00				
20	\$21,000.00	\$210.00				
21	\$21,700.00	\$217.00				
22	\$22,400.00	\$224.00				
23	\$23,100.00	\$231.00				
24	\$23,800.00	\$238.00				
				Años de Trabajo	Edad	Ahorro
				1	19	\$16,786.00
				2	20	\$26,194.00
				3	21	\$35,602.00
				4	22	\$45,010.00
				5	23	\$54,418.00
				6	24	\$63,826.00
				7	25	\$73,234.00
				8	26	\$82,642.00
				9	27	\$92,050.00
				10	28	\$101,458.00
				11	29	\$110,866.00
				12	30	\$120,274.00
				13	31	\$129,682.00
				14	32	\$139,090.00
				15	33	\$148,498.00
				16	34	\$157,906.00
				17	35	\$932,764.00
				18	36	\$176,722.00
				19	37	\$186,130.00
				20	38	\$195,538.00
				21	39	\$204,946.00
				22	40	\$214,354.00
				23	41	\$223,762.00

Fuente: elaboración propia

En resumen, en la descripción del ahorro (lado izquierdo, Fig. 2), se observa cómo la interpretación de la situación del SAR comenzó a transformarse a partir del cálculo del interés mensual ganado en el banco (\$77.00, \$84.00, \$91.00, \$98.00, ..., \$154.00). Sin embargo, el

modelo aún no corresponde al interés compuesto, ya que el interés generado no se incorpora al capital mensual. En la tabla del lado derecho persiste un comportamiento lineal. Además, se identificó un error en el cálculo del ahorro acumulado a los 17 años.

Durante todo el proceso de colaboración en equipo para resolver la situación del SAR, el estudiante A formuló varias preguntas que se sumaron a las inquietudes del equipo y del grupo. De manera conjunta, buscaron estrategias para abordarlas, lo cual es común cuando se trabajan situaciones abiertas, como lo plantea la MMP (Lesh & Doerr, 2003).

Entre las preguntas expresadas por el estudiante A y su equipo se encuentran: “¿Qué monto de pensión puedo tener al término de ciertos años?”, “¿Durante cuántos años podría hacer uso de la pensión?” y “¿Para cuántos años me debería alcanzar la cantidad ahorrada?”. La discusión de estas preguntas en el equipo y en el grupo, así como el análisis de las estrategias empleadas y de los resultados obtenidos, permitió al estudiante A desarrollar diversos criterios para valorar, comparar y autoevaluar su modelo y su comprensión de la situación.

Este proceso de evaluación fue evidente en la modificación y ampliación del modelo posterior. Además, la comunicación y presentación de sus ideas ante el grupo fueron útiles para construir argumentos cada vez más sólidos para justificar sus afirmaciones, con base en la interpretación de la situación problema.

Uso de la tecnología

El modelo (Fig. 2) se realizó con apoyo de la hoja electrónica de cálculo, y se basó en fórmulas recursivas para los cálculos. Aunque siguió siendo un modelo situado, se observa que hubo cambios significativos en el entendimiento del SAR respecto al entendimiento que guió la construcción del modelo de la Figura 1. El uso de la hoja electrónica de cálculo fue asumido por el equipo – ante la necesidad de ahorrar tiempo y esfuerzo en la ejecución de cálculos y análisis de varios escenarios. Usar la calculadora habría sido engorroso, según comentarios de los propios estudiantes durante la explicación de su modelo.

La hoja electrónica de cálculo permitió al equipo y, en general, a todo el grupo organizar la información, realizar exploraciones, visualizar relaciones, establecer y verificar conjeturas, así como describir en forma organizada el fenómeno durante la presentación y discusión grupal. En el aula se realizaron más simulaciones basadas en el interés compuesto, usando diferentes montos. Los alumnos cambiaron valores asignados inicialmente, analizaron el cambio y la variación, e identificaron patrones. También analizaron para cuánto

tiempo, posterior a una jubilación, podría alcanzarles el ahorro. Esta interacción influyó en la comprensión del estudiante A, quien modificó su procedimiento final.

Modelo basado en interés compuesto

La Figura 3 muestra una parte del modelo final del estudiante A, elaborado individualmente. En él aparece una nueva organización de datos y forma de operar; por lo tanto, una nueva interpretación de la situación. El estudiante A construyó este modelo después de la discusión grupal donde cada equipo presentó su modelo.

Figura 3. Modelo basado en interés compuesto del estudiante A

Aportación inicial		7000		
Interés mensual		0.01		
Depósito mensual		700		
Mes	Monto al inicio	Intereses al fin de mes	Más depósito a final del mes	
1	7000	7070	7770	
2	7770	7847.7	8547.7	
3	8547.7	8633.177	9333.177	
4	9333.177	9426.50877	10126.5088	
5	10126.5088	10227.7739	10927.7739	
6	10927.7739	11037.0516	11737.0516	
7	11737.0516	11854.4221	12554.4221	
8	12554.4221	12679.9663	13379.9663	
9	13379.9663	13513.766	14213.766	
10	14213.766	14355.9037	15055.9037	
11	15055.9037	15206.4627	15906.4627	
12	15906.4627	16065.5273	16765.5273	
474	2045963.61	2066423.25	2067123.25	
475	2067123.25	2087794.48	2088494.48	
476	2088494.48	2109379.42	2110079.42	
477	2110079.42	2131180.22	2131880.22	
478	2131880.22	2153199.02	2153899.02	
479	2153899.02	2175438.01	2176138.01	
480	2176138.01	2197899.39	2198599.39	

Fuente: elaboración propia.

En este nuevo modelo (Fig. 3) se observan modificaciones en el proceso de matematización de la situación. Para calcular el fondo de ahorro, el estudiante A consideró de nuevo una aportación inicial de \$7,000.00 pesos, un depósito mensual de \$700.00 pesos que se aporta al fondo, y el interés de 1% que paga la Afore. Pero esta vez, el estudiante A agregó el interés obtenido a fin de mes al ahorro mensual y el correspondiente aporte de tal manera que utilizó un procedimiento de interés compuesto.

Intervención tecnológica

El estudiante A utilizó la hoja de cálculo electrónica y se basó en fórmulas de carácter recursivo. Reorganizó la información con respecto a la mostrada en la Figura 2, incluyendo el ocultamiento de datos a partir del mes 12, con el propósito de analizar específicamente lo que ocurría en el mes 474. No obstante, es importante señalar que la información mostrada en la Figura 3 —referente al monto al inicio del mes, los intereses generados al finalizar el mes y el monto total al cierre— que se indica como correspondiente al mes 474, en realidad pertenece al mes 334. En dicho mes (334), el monto inicial es de \$2,045,963.61; los intereses generados al final del mes ascienden a \$20,6423.25; y el monto total al cierre del mes es de \$2,067,123.25.

El modelo siguió siendo un modelo situado, pero muestra cambios significativos en el entendimiento del SAR respecto a los modelos de las figuras 1 y 2.

La hoja electrónica de cálculo fue crucial en la construcción del modelo, ya que con solo arrastrar celdas el estudiante pudo acceder al menos a 500 resultados, logrando así visualizar el comportamiento del ahorro y, por lo tanto, mejorando el entendimiento de la situación SAR. Es importante destacar que, si bien el conocimiento contextual influyó en el proceso de modelación y el uso de tecnología, también puede señalarse que el uso que se dio a la tecnología para modelar el problema influyó en el entendimiento del comportamiento del ahorro. Esto coincide con los resultados de investigaciones relacionadas con el uso de la hoja electrónica de cálculo para resolver problemas bajo premisas instrumentalistas³ (Vargas-Alejo et al., 2016).

De acuerdo con el docente, la experiencia de modelación que se promovió en el aula ayudó al alumno A para desarrollar su confianza y usar distintas estrategias, apoyadas en la tecnología, comunicar resultados y realizar conjeturas sobre el fenómeno; lo impulsaron a buscar información por su cuenta y a evaluar si la información encontrada era pertinente o no. La MMP señala que procesos como el que enfrentó el estudiante A fortalecen no solo la

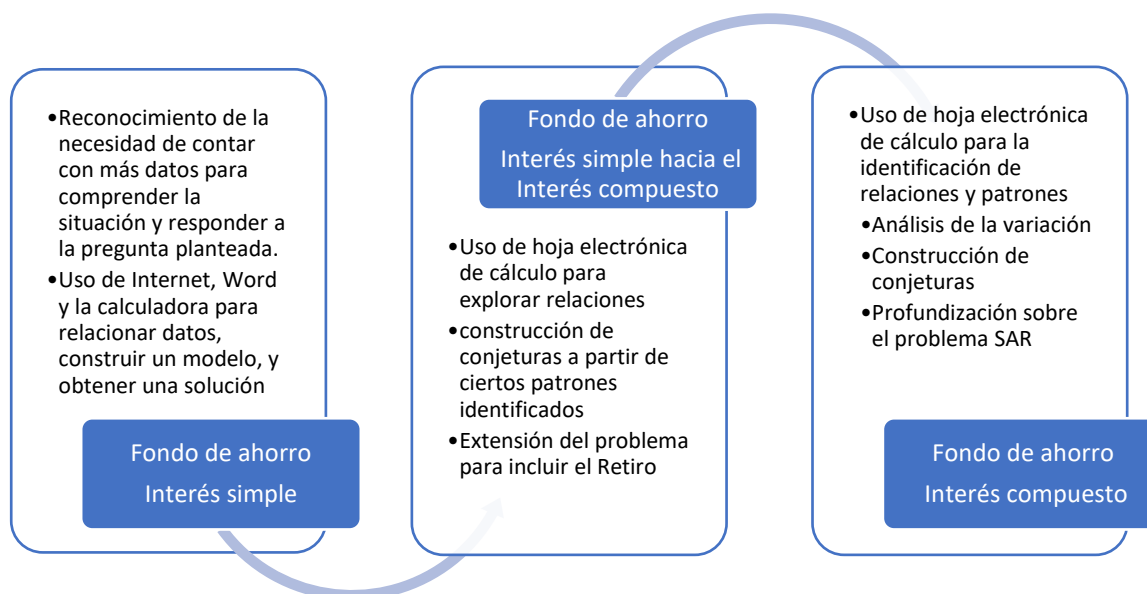
³ Desde la aproximación instrumental, la tecnología se concibe no solo como un artefacto o herramienta externa que puede ser útil al sujeto para realizar alguna tarea, sino como un instrumento que, a través de su uso, puede transformar la actividad cognitiva del estudiante (Vargas-Alejo et al., 2016). Bajo estas premisas, el aprendizaje no solo depende del conocimiento previo, sino también de la apropiación de las funcionalidades del artefacto o herramienta mediante esquemas personales de uso. Así, en el contexto de este estudio, el uso de la hoja electrónica de cálculo no fue meramente técnico, sino que ayudó a mejorar el pensamiento matemático del estudiante al permitirle explorar, visualizar y generalizar el comportamiento del ahorro. A su vez un mejor pensamiento matemático contribuyó a darle un mejor uso a la tecnología. Esto justifica que el uso de la hoja electrónica de cálculo influyera directamente en la comprensión de la situación y viceversa, como lo señalan diversas investigaciones basadas en marcos instrumentalistas.

capacidad de los alumnos para resolver problemas, sino también su habilidad para colaborar y construir conocimiento en equipo (Lesh, 2010).

Discusión

El estudiante A de la licenciatura en Economía y Finanzas pasó por tres ciclos de modelación, los cuales se sintetizan en la Figura 4, donde se resume el proceso gradual de cambios en el entendimiento sobre la situación SAR y formas matemáticas de proceder para describirla. Es normal que ocurran varios ciclos, ya que la literatura de investigación de la MMP (Lesh & Doerr, 2003) señala que cuando se modelan problemas complejos donde la interpretación matemática no es trivial “las soluciones generalmente involucran varios ciclos de modelación en los que las descripciones, explicaciones y predicciones se refinan, revisan o rechazan gradualmente” (p. 18).

Figura 4. Proceso gradual de desarrollo del conocimiento y habilidades del estudiante A



Fuente: elaboración propia

En el primer ciclo, el estudiante A construyó un modelo de interés simple (Fig. 1), representativo de su comprensión preliminar y su escasa experiencia personal en cuanto al funcionamiento de una inversión bancaria. Esto coincide con los hallazgos de investigadores como Lesh y Doerr (2003) quienes manifiestan que en los procesos de modelación la interpretación de los estudiantes y, por lo tanto, la generación de suposiciones, determinación

de variables y datos dependen con frecuencia de la experiencia previa que tienen sobre la situación. Las herramientas tecnológicas usadas fueron Internet, Word y la calculadora.

En el segundo ciclo, el estudiante A construyó un modelo donde utilizó de nuevo relaciones asociadas a un comportamiento de interés simple. Sin embargo, hubo modificaciones y ampliaciones, lo que evidenció un progreso en la comprensión tanto del funcionamiento del SAR como del modelo matemático. Este progreso, posiblemente, fue influido, por ideas de otros alumnos acerca de que “los intereses se adicionan al capital en cada ciclo”. La modificación del modelo se ve reflejada en gran medida en la forma como se incorporaron otras herramientas tecnológicas, como la hoja electrónica de cálculo, la cual facilitó al estudiante hacer simulaciones, visualizar relaciones matemáticas, realizar representaciones tabulares y manipulación de los datos para explorar alternativas, contribuyendo así a la modificación de procedimientos matemáticos y un mayor entendimiento de la situación problema.

La modificación, ampliación y refinamiento de este modelo (Fig. 2), así como la forma de usar la tecnología se dio a partir de las interacciones del alumno con su entorno (compañeras, compañeros y profesor). De acuerdo con la MMP (Lesh & Doerr, 2003) los modelos evolucionan a través de un proceso continuo de interacción, reflexión y evaluación, en el que cada experiencia aporta nuevos elementos que exigen revisar y ajustar las propuestas iniciales. En este marco, el estudiante A tuvo oportunidades de comunicar y externalizar sus ideas sobre el problema, conceptualizar la situación y explorar diversas aproximaciones para su resolución, lo que contribuyó al refinamiento progresivo de sus modelos. Este proceso es relevante dentro de la MMP (Lesh, 2010; Makar et al., 2020) y permite explicar la aparición de un tercer ciclo de modelación, en el que el estudiante A profundizó su comprensión de la situación y logró construir un modelo de interés compuesto (Fig. 3).

Es importante mencionar que el profesor en ningún momento sugirió o hizo énfasis en el uso de la hoja electrónica de cálculo para modelar el problema, pero los alumnos, entre ellos el estudiante A, la utilizaron, posiblemente, debido a su potencial para la ejecución de procedimientos recursivos que el estudiante estuvo realizando. Tal como en la literatura de investigación se señala (Guin et al., 2005; Haspekian & Kieran, 2023), el estudiante A al usar la hoja electrónica de cálculo tuvo la oportunidad de relacionar datos y variables, hacer generalizaciones de procesos aritméticos, realizar rápidamente exploraciones, construir y visualizar relaciones, establecer y verificar conjeturas, así como analizar y describir la

situación. Esto ayudó a mejorar su comprensión de la situación problema abordada y del interés compuesto.

Los hallazgos muestran cómo, a partir de la lectura y análisis de una nota periodística local, así como de preguntas y un problema planteado, el estudiante A construyó modelos tanto de manera individual como en el entorno colaborativo. Su motivación se vio favorecida por el uso de contextos relacionados con su área de formación profesional.

Durante el proceso de modelación, aprendió a establecer condiciones iniciales para analizar el fenómeno en estudio. Es decir, supo proponer casos particulares antes de avanzar hacia generalizaciones, una práctica fundamental en la modelación matemática, de acuerdo con Garfunkel y Montgomery (2019) y Lesh y Doerr (2003).

Asimismo, fue capaz de refinar sus representaciones iniciales hacia formas más institucionalizadas del conocimiento matemático, como el uso de tablas con procedimientos recursivos. Esto le permitió organizar de manera más clara y estructurada sus procedimientos.

Finalmente, la resolución de la situación problema lo llevó a reflexionar sobre las formas adecuadas de comunicar y argumentar sus ideas. Esto fue clave para garantizar que sus compañeros comprendieran su modelo y pudieran validarlo, lo cual también forma parte del conocimiento matemático que se debe aprender (Lesh & Doerr, 2003).

Si bien el estudiante A no construyó representaciones gráficas o lenguaje algebraico para describir la situación SAR, lo cual podría tomarse como limitante, el estudiante usó y dio significado a conceptos asociados a interés compuesto, que, en clases posteriores a este estudio, de acuerdo con lo señalado por el profesor investigador, fue retomado como base para apoyar a los estudiantes a desarrollar y abstraer conceptos como progresiones y funciones. Esto ejemplifica lo planteado por Lesh y Doerr (2003), las primeras etapas del desarrollo del conocimiento del alumno se organizan alrededor de las experiencias para, posteriormente, servir como punto de anclaje para el desarrollo de conceptos cada vez más abstractos.

Otra limitante de este estudio es que, al tratarse de un estudio de caso centrado en un solo estudiante, estos hallazgos no pueden generalizarse directamente a otros contextos, poblaciones o programas educativos. Las conclusiones deben interpretarse como representativas de las características del caso particular. Sin embargo, una fortaleza de este estudio es que más allá del propósito de generalización estadística se ofrece una comprensión profunda y detallada del caso particular. Esta comprensión puede servir como base para el diseño de futuras investigaciones cualitativas.

Conclusiones

En relación con las preguntas de investigación formuladas al inicio del estudio ¿Cómo influyó el conocimiento sobre el SAR en la construcción y evolución de los modelos matemáticos del estudiante A de Economía y Finanzas? y ¿cómo estos modelos, basados en el uso de la tecnología, influyeron en su conocimiento del SAR? se concluye lo siguiente.

A lo largo del artículo se evidencia cómo el estudiante A construyó distintos modelos donde se observan diferentes niveles de conocimiento sobre la situación SAR. El desarrollo de esta comprensión conceptual fue paralelo a la construcción de una comprensión cuantitativa a través de un caso numérico específico. Esta experiencia lo llevó a emplear formas de razonamiento condicional del tipo *si esto... entonces* o *dado que... entonces*, lo cual contribuyó al desarrollo de criterios propios para evaluar sus suposiciones y proyecciones. En el primer modelo se usaron ideas cercanas al interés simple, las cuales se modificaron, extendieron y refinaron para llegar a ser de interés compuesto.

Lo mismo ocurre con el uso de la tecnología. En particular, al utilizar la hoja electrónica de cálculo, el estudiante notó su potencial para complementar su modelo, que inicialmente había sido representado de manera verbal (Fig. 1). A partir de ello, incorporó una representación tabular que le permitió economizar procedimientos y realizar rápidamente grandes cantidades de cálculos, tanto para analizar la acumulación del ahorro como para simular el retiro.

Esta representación tabular facilitó la manipulación del modelo, al relacionar datos y variables, y favoreció la generalización de procesos aritméticos. Como resultado, el estudiante A logró una mejor comprensión del fenómeno y pudo comunicarlo de forma más clara. La evolución de sus modelos da cuenta del desarrollo progresivo de conocimientos sobre la situación, así como de procedimientos y conceptos, al transitar del interés simple al interés compuesto.

La principal aportación de este artículo es generar información sobre la evolución del conocimiento del estudiante A respecto a la situación del SAR, los modelos matemáticos construidos (desde el interés simple al compuesto) y el uso progresivo de tecnología, desde herramientas básicas como Word y calculadora hasta el empleo de una hoja electrónica de cálculo. Aunque se trata de un estudio de caso, la evolución documentada en el estudiante A refleja patrones que también fueron observados en otros integrantes del grupo de primer semestre de la licenciatura en Economía y Finanzas.

Con frecuencia, se evita llevar al aula situaciones problema abiertas, de este tipo, por considerarse difíciles y no motivantes para los alumnos. Este artículo muestra cómo puede integrarse el enfoque de modelación en el aula y qué se puede esperar cuando conceptos como interés compuesto subyacen a las situaciones problema que se implementan, en específico cuando estas se relacionan con el contexto profesional de los alumnos y se permite el uso de la tecnología.

La situación problema SAR fue un caso real que permitió al alumno construir modelos, autoevaluarlos, externalizarlos y obtener un modelo prototipo. El estudiante A se atrevió a hacer estimaciones, a partir de supuestos, lo cual es una forma de obtener resultados consistentes, que nos ayudan a tener una mejor idea del comportamiento de ciertos fenómenos. Las acciones realizadas por el estudiante A, visibles por medio de los reportes escritos, permiten ver la evolución de su sistema conceptual (modelos), evidenciando así el proceso de comprensión de los conceptos y de las relaciones entre ellos que se exhiben en las operaciones y resultados observados, así como en los razonamientos realizados con ellos. Estos aspectos son importantes para la vida futura de los alumnos como profesionistas.

Futuras líneas de Investigación

Entre las posibles líneas de investigación futuras se propone explorar esta situación problema en contextos universitarios con distintos perfiles socioeconómicos y con un número mayor de estudiantes. Analizar el actual uso de diversas herramientas tecnológicas, ahora que los jóvenes empiezan a utilizar cada vez más la Inteligencia Artificial. Examinar y describir el impacto del papel del docente durante las discusiones grupales para la promoción del desarrollo del conocimiento individual del estudiante, tanto del interés compuesto como de los conceptos matemáticos asociados.

Agradecimiento

Este documento se derivó de los resultados obtenidos del proyecto denominado Aprendizaje de las matemáticas y la perspectiva de modelos y modelación registrado en la Universidad de Guadalajara. Las ideas aquí expuestas son responsabilidad exclusiva del autor y no reflejan necesariamente la postura de la institución que apoyó el proyecto.

Referencias

- Ärlebäck, J. B., & Frejd, P. (2021). The red book activity—A model eliciting activity to introduce and initiate a section on statistics focusing on variability and sampling. En F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in East and West: International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 595–605). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_50
- Boaler, J. (2002, julio). Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and ‘working hypothesis’ to broaden conceptions of mathematics knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1–3), 3–21. <https://doi.org/10.1023/A:1022468022549>
- Cavalcante, A., Savard, A., & Polotskaia, E. (2024, 21 de marzo). Mathematical structures of simple and compound interest: An analysis of secondary teachers’ relational thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 116(2), 215–235. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10308-6>
- Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2017). *Research design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. (4a ed.). Sage, Newbury Park.
- Doerr, H. M. (2016). Designing sequences of model development tasks. En C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 197–205). National Council of Teachers of Mathematics.
- English, L. D. (2021). Mathematical and interdisciplinary modeling in optimizing young children’s learning. En J. M. Suh, M. H. Wickstrom & L. D. English (Eds.), *Exploring mathematical modeling with young learners. Early Mathematics Learning and Development*. (pp. 3–23). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-63900-6_1
- Garfunkel, S., & Montgomery, M. (Eds.). (2019). *Guidelines for assessment and instruction in mathematical modeling education* (2a ed.). SIAM. https://www.siam.org/Portals/0/Publications/Reports/GAIMME_2ED/GAIMME-2nd-ed-final-online-viewing-color.pdf
- Greeno, J. G., Moore, J. L., & Smith, D. R. (1996). Transfer of situated learning. En D. K. Detterman & R. J. Sternberg (Eds.), *Transfer and trial: Intelligence, cognition, and instruction* (pp. 99–167). Ablex Publishing Corporation.

- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators: Turning a computational device into a mathematical instrument*. Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/b101602>
- Haspekian, M., & Kieran, C. (2023). Teachers' challenges in integrating technology in mathematics teaching through the lens of the instrumental distance concept. En P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi & E. Kónya (Eds.), *Proceedings of the thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (pp. 2694–2701). ERME. <https://hal.science/hal-04410780/document>
- Lesh, R. (2010). Tools, researchable issues and conjectures for investigating what it means to understand statistics (or other topics) meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(2), 16–48. <https://bit.ly/3OVZ4LN>
- Lesh, R. A., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. En A. E. Kelly (Ed.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (1a ed., pp. 591–646). Lawrence Erlbaum Associates. <https://bit.ly/3qxHANq>
- Lesh, R. A., & Carmona, G. (2003). Piagetian conceptual systems and models for mathematizing everyday experiences. En R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching* (1a ed., pp. 71–96). Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410607713>
- Lesh, R. A., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. En R. A. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A. constructivism: A models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching* (1a ed., pp. 3–34). Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410607713>
- Lesh, R. A., Yoon, C., & Zawojewski, J. (2007). John Dewey revisited: Making mathematics practical versus making practice mathematical. En R. A. Lesh, E. Hamilton & J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education* (pp. 315–348). Lawrence Erlbaum Associates.
- Makar, K., Doerr, H. M., & delMas, R. (2020, febrero). Developing statistical modeling with paper helicopters. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK–12*, 113(2), 147–151. <https://doi.org/10.5951/MTLT.2019.0243>

- Niss, M., & Blum, W. (2020). *The learning and teaching of mathematical modeling*. Routledge. <https://bit.ly/3OAmENU>
- Sevinc, S. (2022, 5 de noviembre). Toward a reconceptualization of model development from models-and-modeling perspective in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 109, 611–638. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10096-3>
- Sevinc, S., Lesh, R. A. (2022, 23 de agosto). Preservice mathematics teachers' conceptions of mathematically rich and contextually realistic problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25, 667–695. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09512-5>
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Sage.
- Stillman, G. A., Kaiser, G., Blum, W. & Brown, J. P. (Eds.). (2013). *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5>
- Summers, J. J., Gorin, J. S., Beretvas, S. N., & Svinicki, M. D. (2005, 7 de agosto). Evaluating collaborative learning and community. *The Journal of Experimental Education*, 73(3), 165–188. <https://doi.org/10.3200/JEXE.73.3.165-188>
- Svoboda, J., & Passmore, C. (2013, 2 de diciembre). The strategies of modeling in biology education. *Science & Education*, 22, 119–142. <https://doi.org/10.1007/s11191-011-9425-5>
- Vargas-Alejo, V., Reyes-Rodríguez, A., V. & Cristóbal-Escalante, C. (2016, agosto). Ciclos de entendimiento de los conceptos de función y variación. *Educación Matemática*, 28(2), 59–83. <https://doi.org/10.24844/em2802.03>
- Vargas-Alejo, V., & Montero-Moguel, L. E. (2023). Recomendaciones para promover la modelación en el aula: cerrando la brecha entre investigación y práctica. En A. Castañeda, (Ed.), *Aportes y recursos para la innovación en la educación matemática* (pp. 69–96). Editorial SOMIDEM. <https://doi.org/10.24844/SOMIDEM/S1/2023/01-03>