

<https://doi.org/10.23913/ride.v15i30.2440>

*Artículos científicos*

## **Impacto del Enfoque Sinérgico de Radford y Gagné en el Aprendizaje de Matemáticas en Telesecundarias**

***Impact of the Radford and Gagné Synergistic Approach on Mathematics Learning in Rural Secondary Schools***

***Impacto da Abordagem Sinérgica de Radford e Gagné na Aprendizagem de Matemática em Telesecundárias***

**Sonia Janeth Hernández Carrillo**

Sistema Estatal de Telesecundaria Durango, México

[soniajanethhernandezcarrillo@gmail.com](mailto:soniajanethhernandezcarrillo@gmail.com)

<https://orcid.org/0009-0009-0052-3331>

### **Resumen**

El bajo rendimiento en matemáticas en México, especialmente en contextos rurales como las telesecundarias (TS), evidencia la necesidad urgente de estrategias pedagógicas que atiendan las necesidades de estas instituciones. Este estudio evaluó el impacto de una capacitación docente en estrategias de enseñanza alineadas con el *Enfoque Sinérgico de Radford y Gagné (ESRG)*, fundamentado en la integración de teorías instruccionales y socioculturales mediante un marco de conexión estratégica. El objetivo principal fue analizar si esta capacitación influye significativamente en el aprendizaje matemático de los estudiantes de tercer grado.

Se empleó un diseño cuasiexperimental con grupos intactos, compuesto por un grupo experimental y un grupo control, con evaluaciones antes y después de la intervención (pretest y postest). Los datos fueron analizados mediante pruebas no paramétricas, como la prueba de rangos con signo de Wilcoxon y la prueba U de Mann-Whitney. Los resultados muestran que los estudiantes del grupo experimental, cuyos docentes recibieron la capacitación, lograron mejoras estadísticamente significativas en comparación con el grupo control. Estos hallazgos validan la efectividad del *ESRG* y ponen de relieve la pertinencia de integrar teorías complementarias.



**Palabras clave:** aprendizaje activo, educación rural, formación de docentes en secundaria, método de enseñanza, proceso de aprendizaje, rendimiento escolar.

## Abstract

Low mathematics achievement in Mexico, particularly in rural contexts such as telesecundarias (TS, public secondary schools in marginalized areas), underscores the urgent need for pedagogical strategies that meet the specific needs of these institutions. This study assessed the impact of a teacher training program in strategies aligned with the Synergistic Approach of Radford and Gagné (*ESRG*), grounded in the integration of instructional and sociocultural theories through a strategic connection framework. The primary objective was to analyze whether this training has a significant impact on students' mathematics learning. A quasi-experimental design with intact groups was employed, comprising an experimental group and a control group, with evaluations before and after the intervention (pretest and posttest). Data were analyzed using non-parametric tests, including the Wilcoxon Signed-Rank test and the Mann-Whitney U test. The results show that students in the experimental group, whose teachers received the training, demonstrated statistically significant improvements compared to the control group. These findings validate the effectiveness of the *ESRG* and highlight the relevance of integrating complementary theories to generate comprehensive pedagogical solutions.

**Keywords:** academic achievement, active learning, learning process, rural education, secondary teacher training, teaching method.

## Resumo

O baixo desempenho em matemática no México, especialmente em ambientes rurais como as telesecundarias (TS), destaca a necessidade urgente de estratégias pedagógicas que atendam às necessidades dessas instituições. Este estudo avaliou o impacto do treinamento de professores em estratégias de ensino alinhadas à Abordagem Sinérgica de Radford e Gagné (SRAP), que se baseia na integração de teorias instrucionais e socioculturais por meio de uma estrutura de conexão estratégica. O objetivo principal foi analisar se esse treinamento influencia significativamente na aprendizagem matemática de alunos do terceiro ano do ensino fundamental.

Foi utilizado um delineamento quase experimental com grupos intactos, constituído por um grupo experimental e um grupo controle, com avaliações antes e depois da intervenção (pré-teste e pós-teste). Os dados foram analisados usando testes não paramétricos, como o teste dos postos sinalizados de Wilcoxon e o teste U de Mann-Whitney. Os resultados mostram que os alunos do grupo experimental, cujos professores receberam treinamento, obtiveram melhorias estatisticamente significativas em comparação ao grupo de controle. Essas descobertas validam a eficácia do ESRG e destacam a relevância da integração de teorias complementares.

**Palavras-chave:** aprendizagem ativa, educação rural, formação de professores do ensino médio, método de ensino, processo de aprendizagem, desempenho acadêmico.

**Fecha Recepción:** Enero 2025

**Fecha Aceptación:** Mayo 2025

---

## Introducción

La enseñanza de las matemáticas en la educación básica en México enfrenta desafíos estructurales y pedagógicos que han persistido durante décadas, afectando negativamente el desarrollo de competencias fundamentales en los estudiantes. Las matemáticas, como asignatura clave, fomentan habilidades analíticas y de resolución de problemas esenciales tanto para la vida cotidiana como para el ámbito profesional. Sin embargo, las evaluaciones nacionales e internacionales reflejan consistentemente un bajo rendimiento en esta materia, especialmente en comunidades rurales y marginadas, donde las desigualdades estructurales exacerbaban la situación educativa (Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2023; Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación [Mejoredu], 2020).

### Resultados de matemáticas en pruebas estandarizadas

El Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), coordinado por la OECD, ha documentado un deterioro sostenido en las competencias matemáticas de los estudiantes de 15 años. En la evaluación de 2022, 66% de los estudiantes mexicanos no alcanzaron el nivel 2 de competencia, lo que indica serias dificultades para aplicar conceptos matemáticos básicos en situaciones prácticas de la vida diaria (OECD, 2023). Este nivel de competencia es considerado el estándar mínimo necesario para el desarrollo de habilidades fundamentales como la resolución de problemas y el análisis crítico, esenciales para la participación plena en la sociedad contemporánea.



El puntaje promedio de México en matemáticas fue de 402 puntos en 2022, el más bajo registrado desde su incorporación al programa PISA, y muy por debajo del promedio de la OECD, de 490 puntos (OECD, 2023). Un nivel de desempeño como este indica que los estudiantes apenas son capaces de realizar tareas simples, como comparar números enteros o resolver problemas básicos con instrucciones explícitas. La tabla 1 presenta la evolución de los puntajes promedio de México en matemáticas desde 2009 hasta 2022, destacando un estancamiento en el aprendizaje matemático y una brecha persistente respecto al promedio de la OECD.

**Tabla 1.** Evolución de los puntajes de México en PISA (matemáticas, 2009-2022)

Año	Puntaje promedio de México	Promedio de la OECD
2009	419	496
2012	413	494
2015	408	493
2018	409	491
2022	402	490

*Nota.* Elaboración propia con datos obtenidos de la OECD (2010, 2014, 2016, 2019 y 2023)

Este contexto refleja un estancamiento crítico en el aprendizaje matemático en México, especialmente en comunidades rurales y marginadas. Las TS, diseñadas en 1968 para garantizar el acceso educativo en zonas de difícil acceso, representan cerca del 20% de la matrícula nacional en secundaria y operan en seis de cada diez secundarias públicas (Navarrete-Cazales y López Hernández, 2022). A pesar de su importancia, 86.7% de sus estudiantes no alcanzaron el nivel básico en matemáticas en PLANEA 2017, superando ampliamente el promedio nacional (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2018).

Las limitaciones estructurales de las TS, como la formación generalista de los docentes, quienes deben atender múltiples grados y asignaturas sin especialización en matemáticas, se agravan por la precariedad en infraestructura y la falta de recursos didácticos actualizados (Mejoredu, 2020). Estas condiciones afectan no solo el desempeño académico de los estudiantes, sino también la motivación de los docentes, perpetuando desigualdades educativas en comunidades donde las TS son la única oferta escolar.

Desde una perspectiva pedagógica, estas deficiencias tienen implicaciones profundas, los docentes enfrentan barreras significativas para implementar estrategias efectivas de enseñanza, lo que repercute directamente en la capacidad de los estudiantes para consolidar

aprendizajes significativos. Este déficit educativo impacta no solo en el desarrollo académico de los estudiantes, sino también en su capacidad para participar en actividades económicas y sociales que exijan competencias analíticas y de resolución de problemas (OECD, 2023). Este ciclo perpetúa la exclusión social y limita las oportunidades de desarrollo en estas comunidades, reforzando desigualdades históricas.

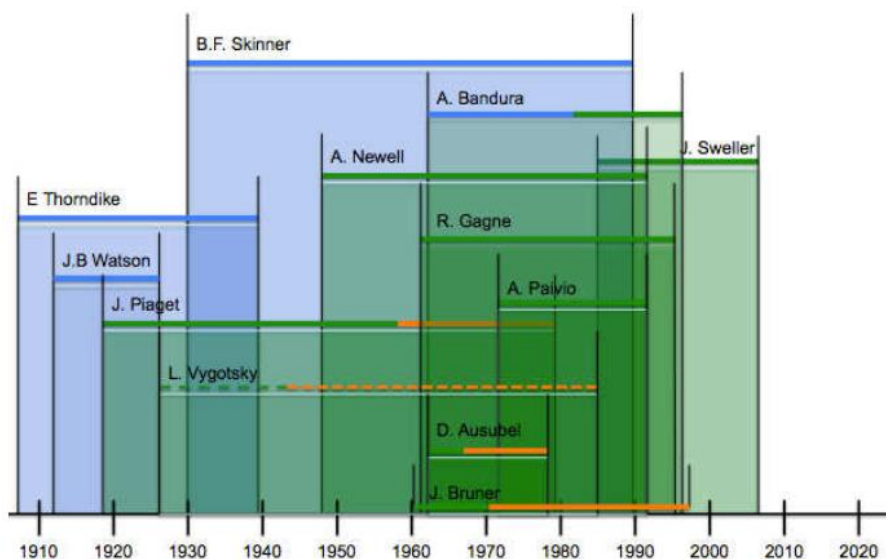
La falta de investigaciones centradas en las TS ha contribuido a ampliar las brechas educativas. A pesar de su relevancia, estas instituciones han sido sistemáticamente relegadas en el ámbito investigativo, generando una notable carencia de estrategias pedagógicas adaptadas a sus necesidades particulares. En este contexto, es fundamental replantear las estrategias pedagógicas en las TS, priorizando la capacitación docente especializada en matemáticas y la implementación de enfoques que consideren las particularidades contextuales de estas comunidades.

### **Revisión de la literatura**

A lo largo de la historia, los paradigmas científicos han influido en cómo se comprende el mundo y se genera conocimiento. Según Viniegra (2015), estos marcos conceptuales guían interpretaciones, preguntas clave y métodos aceptables. Kuhn (1971, citado en Viniegra, 2015) los define como visiones que delimitan lo relevante en cada época. Aunque estabilizan el sistema científico, suelen operar inconscientemente, resistiendo la crítica y excluyendo ideas fuera de su marco normativo (Morín, 1988, citado en Viniegra, 2015).

En el ámbito educativo, paradigmas como el conductismo, cognitivismo y constructivismo han interactuado históricamente, influyéndose mutuamente y adaptándose a las demandas de cada época. Chiappe (s.f.) resalta que, aunque se consideran enfoques independientes, su evolución refleja una influencia recíproca que ha modelado el pensamiento pedagógico contemporáneo, como muestra la figura 1.

**Figura 1.** Cronología de autores conductistas, cognitivistas y constructivistas



*Nota.* Extraído de Chiappe (s.f, p. 3). Reproducido con permiso del autor.

Como se muestra en las tablas 2 y 3, los fundamentos de los enfoques teóricos conductista, cognitivista y constructivista, aunque difieren en sus bases epistemológicas y metodológicas, han sido pilares fundamentales en el desarrollo de estrategias pedagógicas y en la comprensión del aprendizaje humano.

**Tabla 2.** Fundamentos del conductismo, cognitivismo y constructivismo

Aspectos	Conductismo	Cognitivismo	Constructivismo
Tradición filosófica	Empirismo: El conocimiento proviene de la experiencia sensorial directa y la observación.	Racionalismo: El conocimiento surge de representaciones mentales que explican la realidad.	Constructivismo social: El conocimiento se construye mediante interacción social y cultural.
Concepción del aprendizaje	El aprendizaje es un cambio observable en el comportamiento, basado en estímulos y respuestas.	Se enfoca en procesos internos como codificación, organización y recuperación de información.	Es un proceso dinámico donde el significado se construye desde experiencias previas y el entorno social.
Epistemología	Basado en observaciones medibles; prioriza estímulos y respuestas como base del conocimiento.	Resalta el procesamiento activo y la organización mental de la información en esquemas.	El conocimiento es subjetivo y co-construido mediante interacción social.

*Nota.* Elaboración propia a partir de Ertmer y Newby (1993) y Reátegui et al. (2022)

**Tabla 3.** Fundamentos del conductismo, cognitivismo y constructivismo

Aspectos	Conductismo	Cognitivismo	Constructivismo
Axiología	Valora objetividad, control experimental y medición precisa.	Enfoca en procesos internos y su transferibilidad a nuevas situaciones.	Fomenta autonomía, aprendizaje situado y colaboración.
Metodología	Métodos experimentales como condicionamiento clásico y operante para medir cambios conductuales.	Experimentos y análisis cualitativos para modelar procesos internos como percepción y memoria.	Métodos cualitativos como estudios de caso y observaciones para explorar aprendizajes situados.
Ontología	La realidad es observable y cuantificable; lo no medible no se considera relevante.	La realidad se interpreta mediante modelos mentales que representan el mundo externo.	La realidad es múltiple, contextual y construida en interacciones sociales y culturales.

*Nota.* Elaboración propia a partir de Ertmer y Newby (1993) y Reátegui et al. (2022)

La perspectiva de Chiappe (s.f.) se alinea estrechamente con el marco conceptual desarrollado por Prediger, Bikner-Ahsbals y Arzarello (2008), quienes replantean la diversidad teórica en la educación matemática no como un obstáculo, sino como un recurso estratégico para abordar la complejidad inherente al campo educativo. Según estos autores, la coexistencia de teorías diversas enriquece el análisis de los fenómenos educativos, siempre y cuando esta pluralidad no derive en la aplicación arbitraria o aislada de enfoques. En su lugar, el marco fomenta una integración equilibrada, orientada a construir explicaciones más robustas y diseñar intervenciones pedagógicas efectivas.

El modelo conceptual de Prediger et al. (2008) propone estrategias sistemáticas para conectar teorías, diseñadas para superar barreras lingüísticas, conceptuales y metodológicas, fomentando el diálogo interdisciplinario. En lugar de una unificación rígida, busca identificar puntos de convergencia entre teorías respetando su autonomía conceptual. Sus objetivos principales incluyen:

- Fomentar el diálogo interdisciplinario para mejorar la comunicación y el entendimiento mutuo entre investigadores.
- Maximizar el impacto de los resultados de la investigación en el desarrollo teórico y práctico.

- Promover una mayor coherencia en la educación matemática, limitando la fragmentación del conocimiento.
- Integrar perspectivas complementarias para evitar la redundancia teórica.
- Diseñar teorías aplicables que respondan a las necesidades educativas reales.
- Orientar la investigación empírica y la implementación de estrategias pedagógicas innovadoras.

Para lograr estos objetivos, Prediger et al. (2008) presentan un conjunto de estrategias de conexión teórica que se sitúan entre los extremos de ignorar otras teorías y unificarlas globalmente. Estas estrategias, dispuestas de forma gradual según su grado de integración, se agrupan en pares que permiten realizar distinciones sutiles, como se muestra en la tabla 4.

**Tabla 4.** Estrategias de conexión teórica

Estrategia	Descripción	Implicaciones	Desafíos
Comprender y aclarar	Superar barreras lingüísticas y conceptuales mediante la clarificación de términos y conceptos clave.	Promueve el diálogo interdisciplinario y la transparencia teórica.	Requiere tiempo y análisis profundo para evitar simplificaciones que puedan distorsionar los conceptos originales.
Comparar y contrastar	Identificar similitudes (comparar) y diferencias (contrastar) para delimitar fortalezas y límites.	Facilita la integración al resaltar convergencias teóricas y límites conceptuales.	Puede acentuar tensiones entre teorías o excluir puntos en común importantes si el contraste es demasiado enfocado.
Coordinar y combinar	Integrar elementos compatibles (coordinar) o enfoques diversos (combinar) para enriquecer el análisis.	Aumenta la comprensión de fenómenos complejos al articular perspectivas complementarias.	La combinación puede generar incoherencias epistemológicas si los fundamentos de las teorías no son compatibles.
Integrar localmente y sintetizar	Fusionar teorías para crear marcos coherentes o integrar elementos específicos en un contexto más amplio.	Permite innovaciones teóricas y prácticas, abordando fenómenos desde múltiples ángulos.	Exige análisis exhaustivo para evitar la pérdida de elementos clave o inconsistencias al sintetizar.

*Nota.* Elaboración propia basada en Prediger et al. (2008)

Estas estrategias intermedias respetan, por un lado, el pluralismo de los enfoques autónomos, y por otro, abordan las desconexiones entre múltiples perspectivas. Así, el marco de Prediger et al. (2008) actúa como una guía para promover el diálogo interdisciplinario y la generación de nuevas perspectivas, fomentando la innovación en un campo tan dinámico y complejo como la educación matemática.

## **Dos teorías para la enseñanza de las matemáticas**

Basado en el marco de Prediger et al. (2008), que enfatiza la conexión de teorías para abordar la complejidad del aprendizaje, se presentan los fundamentos de la teoría de las condiciones para el aprendizaje de Gagné (1987) y la teoría de la objetivación (TO) de Radford (2023), como base para introducir el *ESRG*.

### **Las condiciones para el aprendizaje**

La teoría de Gagné, un modelo ecléctico que combina principios conductuales y cognitivos, se centra en el diseño de estrategias pedagógicas efectivas mediante la integración de aspectos técnicos y prácticos. Según Gagné (1987), el aprendizaje es un cambio duradero en la capacidad o disposición del individuo, producto de experiencias específicas y evaluable mediante el comportamiento observable. Este proceso no ocurre espontáneamente, sino que resulta de una interacción sistemática entre las condiciones internas del aprendiz (capacidades previas) y las externas (eventos instruccionales diseñados). El núcleo de esta teoría se enfoca en el modelo de procesamiento de información y en la correspondencia entre los eventos de enseñanza y los procesos de aprendizaje.

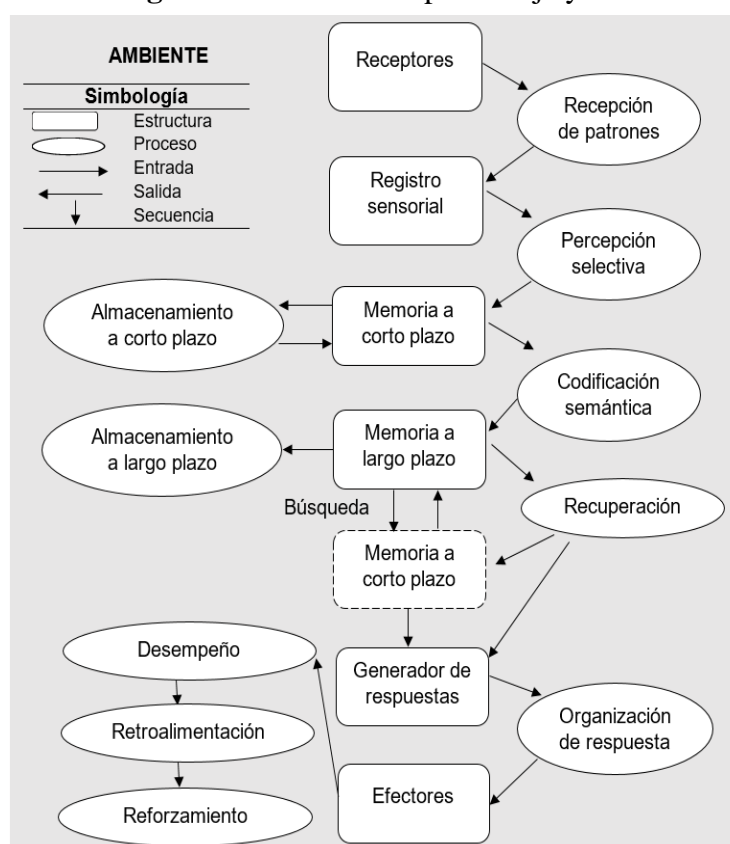
### **Modelo de procesamiento de información**

El modelo de procesamiento de información describe cómo los estímulos externos son transformados en aprendizajes significativos a través de etapas interrelacionadas. Este proceso (ver figura 2) inicia en el registro sensorial, donde los estímulos del entorno son capturados y filtrados mediante la percepción selectiva para identificar aquellos relevantes. Los datos seleccionados se transfieren a la memoria de corto plazo (MCP), donde son organizados temporalmente. Estrategias como la repetición y la asociación facilitan su consolidación.

Posteriormente, en la etapa de codificación semántica, la información se convierte en conceptos significativos mediante categorización y asociación, permitiendo su integración en la memoria de largo plazo (MLP). La MLP actúa como un almacén permanente que organiza el conocimiento en redes semánticas, facilitando su recuperación y aplicación en nuevos contextos.

Finalmente, la recuperación permite que la información almacenada regrese a la MCP para su reorganización y uso en tareas específicas. Este ciclo se refuerza mediante la retroalimentación, que ajusta y asegura la efectividad y transferibilidad del aprendizaje.

**Figura 2.** Procesos de aprendizaje y memoria



*Nota.* Adaptado de Gagné (1987), reproducido de Hernández (2023).

La teoría de Gagné proporciona un marco integral que conecta principios conductuales y cognitivos, ofreciendo herramientas prácticas para el diseño educativo. Diversos estudios han demostrado su eficacia en la mejora del aprendizaje en contextos diversos. Por ejemplo, Figueroa y Figueredo (2022) evidenciaron cómo los eventos instruccionales estructurados mejoran la comprensión de conceptos algebraicos en entornos computarizados. Flores (2014) utilizó con éxito este modelo en la enseñanza de conceptos matemáticos y físicos, mientras

que Congacha et al. (2018) destacaron su flexibilidad en estrategias apoyadas por herramientas digitales.

### Correspondencia entre eventos de enseñanza y procesos cognitivos

Gagné (1987) plantea que cada evento de enseñanza se alinea directamente con un proceso cognitivo específico, diseñado para facilitar la adquisición, retención y transferencia de conocimientos. Esta correspondencia asegura una estructura pedagógica eficiente que guía al aprendiz a través de etapas clave del aprendizaje. La tabla 5 detalla cómo estos eventos instruccionales corresponden a procesos esenciales del desarrollo cognitivo.

**Tabla 5.** Eventos de enseñanza y procesos internos

Evento de enseñanza	Proceso cognitivo
Generar atención	Recepción
Informar objetivos	Expectativa
Estimular el recuerdo de lo aprendido	Recuperación de la información hacia la MCP
Presentar estímulos	Percepción selectiva
Dar orientación	Codificación semántica
Evocar desempeño	Emisión de una respuesta
Ofrecer retroalimentación	Reforzamiento
Evaluar el desempeño	Recuperación y reforzamiento
Incrementar la retención y generalización	Recuperación y generalización

*Nota.* Adaptado de Gagné (1987, p. 248).

Este enfoque establece un marco estructurado que guía el aprendizaje al conectar de manera efectiva los procesos cognitivos y los eventos de enseñanza.

### Teoría de la objetivación

La TO, propuesta por Radford (2014, 2023), se inscribe en una perspectiva histórico-cultural que redefine el aprendizaje como un proceso colectivo, culturalmente mediado y estructurado semióticamente. Influenciada por Vygotsky, Marx y Hegel, esta teoría se distancia de enfoques individualistas y racionalistas que consideran el aprendizaje como un fenómeno exclusivamente interno. En su lugar, destaca que el aprendizaje surge de las interacciones sociales, las prácticas culturales y el uso de artefactos semióticos, los cuales actúan como mediadores esenciales en la construcción del pensamiento y la identidad.

Más allá de concebir el aprendizaje como la mera adquisición de información, la TO lo entiende como una transformación cultural e histórica que involucra al sujeto en su participación dentro de un colectivo. En este marco, los sistemas semióticos —como el lenguaje, los gestos y las representaciones gráficas— no son simples auxiliares, sino componentes fundamentales que configuran cómo las personas piensan, actúan y se relacionan con su entorno social y cultural. Este enfoque subraya la naturaleza dialógica y colectiva del aprendizaje, cuestionando las perspectivas tradicionales que lo reducen a un proceso individual (Radford, 2014, 2023).

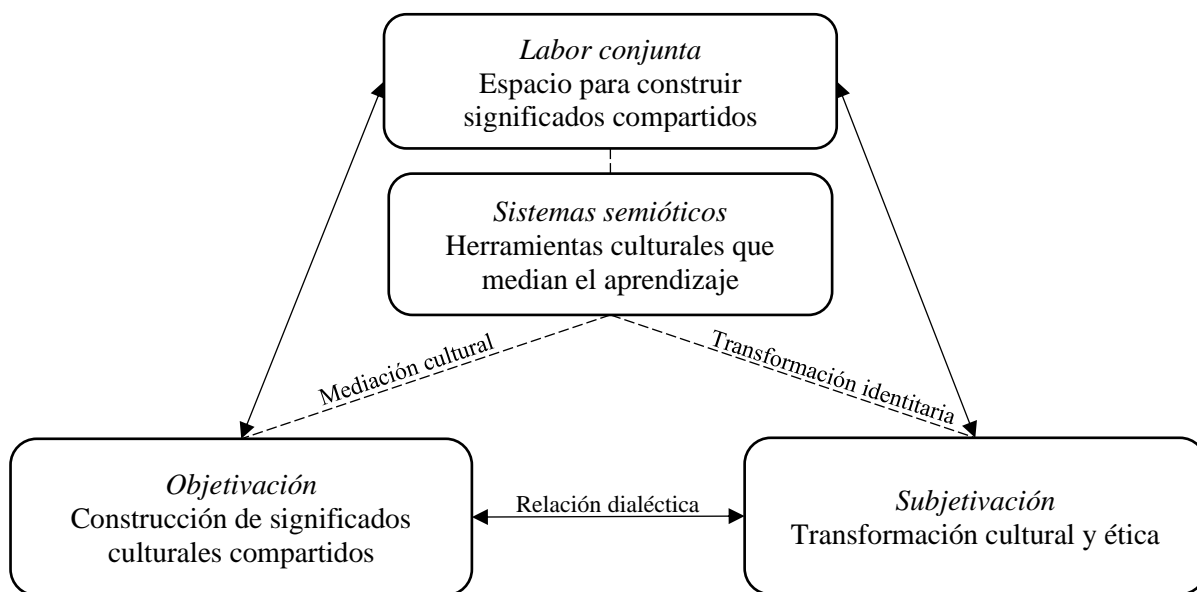
La TO se fundamenta en tres pilares principales: objetivación, subjetivación y labor conjunta, los cuales se entrelazan para explicar cómo emergen los procesos de aprendizaje en contextos históricos y culturales. En la figura 3 se ilustra la dinámica entre estos pilares y los sistemas semióticos que los median.

El primer pilar, la objetivación, es definido por Radford (2023) como el proceso mediante el cual los estudiantes producen conocimiento al interactuar con objetos culturales, integrándolos en su horizonte epistemológico y práctico. Este pilar subraya que los sistemas semióticos, como el lenguaje, los gestos y las representaciones visuales, son esenciales para transformar conceptos abstractos en significados compartidos y culturalmente situados.

El segundo pilar, la subjetivación, complementa a la objetivación al enfocarse en el desarrollo identitario del individuo en un marco ético y cultural. Radford (2014) describe este proceso como el devenir del sujeto a través de la participación en prácticas colectivas, donde los estudiantes no solo adquieren conocimiento, sino que también redefinen su identidad y agencia, desarrollando una capacidad crítica y ética en su relación con el entorno.

Finalmente, el pilar de la labor conjunta se refiere a la colaboración entre estudiantes y docentes en la construcción de significados compartidos. Este proceso no se limita a la cooperación operativa, sino que transforma tanto al individuo como al grupo. Radford (2014) resalta que la labor conjunta es, además de un acto social, un proceso ético que promueve la reflexión crítica y el fortalecimiento de identidades colectivas.

**Figura 3. Pilares de la TO**



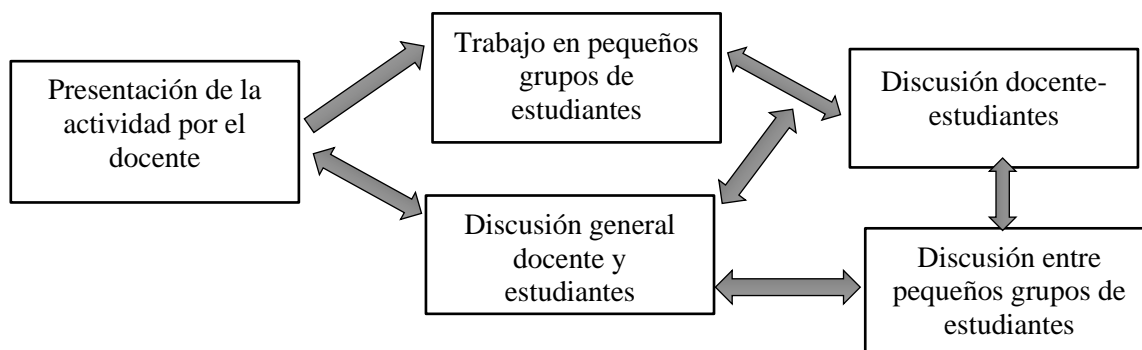
*Nota.* Elaboración propia a partir de Radford (2014, 2023)

### La actividad de enseñanza-aprendizaje y la estructura $\Phi$

Desde una perspectiva histórico-cultural, la actividad de enseñanza-aprendizaje en TO es concebida como un proceso dinámico y dialógico que promueve la co-construcción del conocimiento. Este enfoque va más allá de la simple transmisión de información, al fomentar la colaboración entre estudiantes y docentes en la construcción de significados compartidos y en la transformación tanto individual como colectiva (Radford, 2023). La estructura  $\Phi$  actúa como un marco organizativo que articula objetivos, metas y tareas dentro de prácticas culturalmente significativas, proporcionando las condiciones necesarias para que emerjan los procesos de objetivación y subjetivación.

Como se presenta en la figura 4, la interacción en el aula mediada por la estructura  $\Phi$  se desarrolla en tres momentos interrelacionados. En la etapa inicial, los estudiantes trabajan en pequeños grupos, explorando problemas contextualizados con herramientas semióticas como diagramas o esquemas, mientras el docente facilita la reflexión crítica. Posteriormente, los grupos comparten y discuten sus ideas, favoreciendo el diálogo y la integración de perspectivas que enriquecen el conocimiento colectivo. Finalmente, en una discusión plenaria liderada por el docente, se sintetizan las contribuciones grupales y se consolidan los aprendizajes, vinculando los procesos individuales con el colectivo en un saber compartido.

**Figura 4.** La actividad  $\Phi$  y algunos de sus momentos



*Nota.* Adaptado de Radford (2023, p. 112)

Diversos estudios empíricos han mostrado la eficacia de la TO para abordar el aprendizaje en contextos educativos diversos. Por ejemplo, Cisneros y Castro (2017) documentaron cómo la interacción social mediada por herramientas semióticas promueve la comprensión de conceptos matemáticos complejos. Del mismo modo, Ortega y Pontón (2017) destacaron el rol del diálogo colaborativo en la generalización de patrones matemáticos.

La teoría también resalta la centralidad de los sistemas semióticos en la mediación de los procesos de objetivación y subjetivación. Estos sistemas, que incluyen herramientas digitales como GeoGebra, han demostrado facilitar la construcción de significados compartidos y mejorar la comprensión conceptual en matemáticas (Sánchez et al., 2020).

### Complementariedad en el *ESRG*

El *ESRG* constituye una propuesta pedagógica que busca establecer una conexión estratégica entre los eventos instruccionales planteados por Gagné (1987) y los conceptos fundamentales de la TO desarrollada por Radford (2014, 2023). Lejos de proponer una integración completa o una unificación de ambas teorías, el *ESRG* se enmarca en las estrategias de conexión teórica propuestas por Prediger et al. (2008). En particular, se adopta la estrategia de "combinar", que posibilita la articulación de elementos de teorías con núcleos conceptuales distintos e incluso contradictorios.

De acuerdo con el modelo gradual de Prediger et al. (2008), el proceso para fundamentar esta conexión inicia con las estrategias de "entender y hacer comprensibles" y "comparar y contrastar". Estas estrategias permiten analizar y descomponer los núcleos conceptuales de ambas teorías, identificar sus supuestos fundamentales y destacar similitudes y diferencias clave. Este análisis preliminar es indispensable para construir un entendimiento mutuo que facilite la posterior aplicación de la estrategia de "combinar", cuyo propósito es

ofrecer una visión complementaria sin comprometer la especificidad conceptual de cada enfoque. En un trabajo previo, Hernández (2023) presentó una versión inicial del *ESRG*, en el presente artículo, esta propuesta se amplía mediante un análisis basado en las estrategias de conexión de Prediger et al. (2008), que guían la construcción de la propuesta.

## Entender y hacer comprensibles

Las estrategias de *entender y hacer comprensibles* implican descomponer las teorías en sus elementos fundamentales para clarificar sus núcleos conceptuales y facilitar su interpretación. En el caso del *ESRG*, este primer paso resulta crucial para identificar los puntos de partida epistemológicos y metodológicos de la teoría de las condiciones para el aprendizaje de Gagné (1987) y la TO de Radford (2014, 2023).

Núcleos conceptuales. Ambas teorías ofrecen perspectivas distintivas del aprendizaje:

- Gagné. Se centra en el diseño sistemático de la instrucción mediante la correspondencia entre eventos instruccionales y procesos internos del aprendizaje. Este enfoque propone un modelo técnico y estructurado que prioriza la secuencialidad y la optimización de las condiciones externas para garantizar resultados efectivos.
- Radford. Concibe el aprendizaje como un proceso colectivo, cultural y éticamente situado. Destaca la importancia de los sistemas semióticos y la interacción social para la construcción de significados compartidos y el desarrollo identitario.

Supuestos fundamentales. Al hacer comprensibles ambas teorías, surgen diferencias clave en sus supuestos epistemológicos:

- Enfoque individual vs colectivo. Gagné asume al aprendiz como un procesador de información, con énfasis en las condiciones externas que optimizan los procesos internos. Por el contrario, Radford posiciona al aprendiz como un sujeto en devenir, moldeado por interacciones culturales y prácticas sociales.
- Finalidad del aprendizaje. En Gagné, el aprendizaje se orienta a garantizar la transferencia del conocimiento a nuevos contextos. En Radford, el aprendizaje busca también la transformación ética y cultural del individuo, enmarcando el conocimiento en un contexto social y dialógico.

Este análisis inicial permite clarificar los puntos fuertes y las limitaciones de ambas teorías. Gagné aporta un marco técnico sólido para diseñar procesos instruccionales efectivos, pero carece de una dimensión cultural o social explícita. Por otro lado, Radford

proporciona una comprensión rica y situada del aprendizaje, aunque menos prescriptiva en términos de diseño sistemático.

## Comparar y contrastar

Las estrategias de *comparar* y *contrastar* permiten identificar similitudes y diferencias clave entre teorías, resaltando sus puntos de convergencia y divergencia. Aplicada a las teorías de Gagné (1987) y Radford (2014, 2023), esta estrategia resulta esencial para explorar cómo estas perspectivas, pueden dialogar y enriquecer el diseño del *ESRG*.

Puntos de convergencia. A pesar de sus diferencias epistemológicas, las teorías de Gagné y Radford comparten algunos principios y objetivos esenciales:

- Enfoque en el aprendizaje significativo. Tanto Gagné como Radford consideran que el aprendizaje debe trascender la mera acumulación de información. Para Gagné, esto se logra mediante la transferencia efectiva del conocimiento a nuevos contextos; en Radford, mediante la construcción colectiva de significados culturalmente situados.
- Importancia de la mediación. En Gagné, la mediación se traduce en los eventos instruccionales diseñados para activar procesos cognitivos específicos. En Radford, la mediación se centra en los sistemas semióticos, como el lenguaje y las herramientas culturales, que configuran la interacción social y el pensamiento.
- Reconocimiento de la transformación. Ambas teorías reconocen que el aprendizaje implica una transformación. Gagné lo aborda como un cambio en las capacidades del individuo, mientras que Radford lo concibe como una transformación cultural y ética del sujeto en relación con el colectivo.

Puntos de divergencia. Las diferencias entre ambas teorías son igualmente significativas y reflejan sus fundamentos epistemológicos y metodológicos:

- Concepción del sujeto. Gagné ve al aprendiz como un procesador activo de información, cuyo éxito depende de condiciones externas bien diseñadas. Por el contrario, Radford posiciona al aprendiz como un sujeto en devenir, definido por su interacción con el colectivo y su contexto histórico-cultural.
- Naturaleza del aprendizaje. En Gagné, el aprendizaje se aborda como un proceso técnico y lógico, donde los eventos instruccionales guían de manera secuencial el desarrollo cognitivo. En Radford, el aprendizaje es dialógico, situado

culturalmente y mediado éticamente, emergiendo de prácticas sociales compartidas.

- Finalidad del aprendizaje. La teoría de Gagné prioriza la adquisición de competencias transferibles y la optimización de resultados medibles. Radford, en cambio, se enfoca en la construcción de significados compartidos y el desarrollo ético e identitario de los estudiantes.
- Rol del contexto. Gagné reconoce el contexto en términos de condiciones externas que facilitan el aprendizaje. Radford lo integra como un componente central que configura los procesos de objetivación y subjetivación, vinculando el aprendizaje al entorno cultural e histórico.

En este contexto, los puntos de convergencia sugieren que ambas teorías comparten objetivos fundamentales, como el aprendizaje significativo y la importancia de la mediación, lo que las hace complementarias en ciertos aspectos. Sin embargo, los puntos de divergencia plantean desafíos epistemológicos y metodológicos que requieren una estrategia cuidadosa para evitar la simplificación excesiva o la pérdida de la especificidad conceptual de cada enfoque.

Por ejemplo, mientras Gagné ofrece un marco técnico para estructurar y evaluar procesos instruccionales, Radford enriquece esta estructura al contextualizarla en prácticas culturales y semióticas que promueven el desarrollo colectivo e identitario. Este contraste resalta la posibilidad de utilizar los eventos instruccionales de Gagné como base para organizar procesos de enseñanza, incorporando simultáneamente la riqueza cultural y ética de los sistemas semióticos propuestos por Radford.

### Combinar y coordinar

La estrategia de *combinar* permite articular elementos complementarios de teorías con diferencias epistemológicas o metodológicas significativas. Esta estrategia reconoce que, aunque los núcleos conceptuales de las teorías puedan ser distintos o incluso contradictorios, existen oportunidades para construir un enfoque pedagógico enriquecido que integre sus puntos fuertes.

El *ESRG* se fundamenta en esta estrategia al vincular la sistematicidad técnica de los eventos instruccionales de Gagné (1987) con la riqueza cultural y ética de los procesos de aprendizaje propuestos por Radford (2014, 2023).

## **Mediación como eje central**

En el *ESRG*, la mediación es un punto clave de articulación. Para Gagné, implica eventos diseñados para activar procesos cognitivos específicos como el registro sensorial, la codificación semántica y la consolidación del conocimiento. Radford, en cambio, resalta la mediación a través de sistemas semióticos como el lenguaje, los gestos y las representaciones culturales, que estructuran la interacción social y el pensamiento. Al integrar ambas perspectivas, el *ESRG* redefine los eventos instruccionales para abarcar procesos técnicos y contextos culturales, enriqueciendo la construcción de significados.

## **Construcción de significados**

El *ESRG* emplea los eventos instruccionales de Gagné como un marco técnico que organiza el aprendizaje en etapas estructuradas, mientras que los principios de objetivación y subjetivación de Radford aportan una dimensión colectiva y cultural. Por ejemplo, la "presentación de estímulos" en Gagné se reinterpreta para incluir representaciones visuales y actividades colaborativas que no solo introducen información, sino que también fomentan la co-construcción de significados culturalmente situados.

## **Transformación del aprendiz**

Ambos enfoques coinciden en que el aprendizaje implica una transformación, aunque con énfasis distintos. Gagné lo aborda como un aumento en las capacidades individuales para procesar y aplicar información, mientras que Radford lo conceptualiza como un cambio ético y cultural, donde el aprendiz redefine su identidad en relación con el colectivo. El *ESRG* combina estas visiones para promover aprendizajes técnicamente sólidos y culturalmente relevantes. Las tablas 6 y 7 muestran cómo los eventos instruccionales de Gagné son reinterpretados en el *ESRG*, integrando procesos técnicos del modelo de procesamiento de información con los principios culturales y sociales de Radford.

**Tabla 6.** Enfoque Sinérgico de Radford y Gagné

Evento en la enseñanza (Gagné, 1987)	Procesos internos del aprendizaje	Conexión con la TO	Evento en el <i>ESRG</i>
Generar atención	Registro sensorial. Captar estímulos relevantes	Labor conjunta. La atención inicial se estimula mediante el trabajo colectivo, el uso de preguntas contextuales y representaciones semióticas relevantes.	<i>Generar interés inicial.</i> Formular preguntas o problemas contextualizados que despierten curiosidad hacia el contenido matemático.
Informar objetivos	Establecimiento de expectativas claras	Subjetivación. Presentar objetivos que resalten su relevancia ética y cultural, conectándolos con las experiencias de los estudiantes.	<i>Establecer objetivos claros.</i> Explicar objetivos específicos vinculados a la realidad del estudiante para motivar su interés y comprensión.
Estimular el recuerdo previo	Recuperación de información hacia la MCP	Objetivación. Fomentar la reconstrucción de significados mediante la interacción grupal que permita identificar y compartir conocimientos previos.	<i>Activar conocimientos previos.</i> Diseñar actividades colaborativas donde los estudiantes compartan experiencias y relacionen lo aprendido con el nuevo contenido.

*Nota.* Adaptado de Hernández (2023)

**Tabla 7.** Enfoque Sinérgico de Radford y Gagné

Evento en la enseñanza (Gagné, 1987)	Procesos internos del aprendizaje	Conexión con la TO	Evento en el <i>ESRG</i>
Presentar estímulos	Percepción selectiva	Sistemas semióticos. Utilizar representaciones visuales, diagramas y ejemplos culturalmente significativos que refuercen la comprensión de conceptos.	<i>Presentar ejemplos concretos.</i> Proporcionar representaciones visuales, diagramas y contextos prácticos que clarifiquen los conceptos matemáticos.
Dar orientación	Codificación semántica	Labor conjunta. Facilitar el uso compartido de herramientas semióticas para estructurar y profundizar el entendimiento colectivo.	<i>Promover el trabajo colaborativo.</i> Fomentar la discusión grupal para interpretar y construir significados matemáticos de manera conjunta.
Evocar desempeño	Emisión de respuesta	Labor conjunta y subjetivación. Motivar tareas colectivas que refuercen la identidad del aprendiz como agente activo dentro de un colectivo cultural.	<i>Aplicar los conceptos aprendidos.</i> Diseñar problemas que requieran resolver y justificar en grupo, combinando técnica y reflexión social.
Ofrecer retroalimentación	Reforzamiento	Objetivación. Retroalimentar considerando tanto los procesos grupales como individuales, destacando la integración de herramientas semióticas.	<i>Proporcionar retroalimentación.</i> Brindar retroalimentación individual y grupal, destacando aciertos y sugiriendo mejoras.
Evaluar desempeño	Recuperación y reforzamiento	Subjetivación. Evaluar cómo el aprendizaje técnico se vincula con transformaciones éticas y culturales del estudiante.	<i>Evaluar el aprendizaje.</i> Diseñar evaluaciones que integren reflexión sobre las implicaciones de los conceptos aprendidos.
Incrementar la retención y generalización	Recuperación y generalización	Objetivación y subjetivación. Promover actividades que conecten conceptos aprendidos con problemas significativos para los estudiantes.	<i>Fomentar la transferencia del conocimiento.</i> Proponer tareas progresivas y desafiantes que integren aspectos técnicos y culturales en su resolución.

*Nota.* Adaptado de Hernández (2023)

Estudios recientes han demostrado la eficacia del marco de Prediger et al. (2008) para abordar y superar tensiones teóricas en la investigación educativa. Un ejemplo destacado es el trabajo de Godino, Beltrán-Pellicer y Burgos (2020), quienes lograron integrar la TO con el Enfoque Ontosemiótico (EOS) mediante estrategias de conexión teórica. Este enfoque reflexivo permitió optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, consolidando un modelo híbrido capaz de atender las demandas educativas contemporáneas.

A partir de estos antecedentes y la revisión de la literatura, el presente estudio formula las preguntas e hipótesis de investigación que se presentan en la tabla 8.

**Tabla 8.** Preguntas e hipótesis de investigación

Pregunta de investigación	Hipótesis alternativa	Hipótesis nula
¿Cuál es el grado de aprendizaje en matemáticas de estudiantes de tercer grado en TS, cuyos docentes recibieron capacitación en estrategias alineadas con el <i>ESRG</i> ?	H <sub>a1</sub> . Existe una diferencia estadísticamente significativa en el grado de aprendizaje de los alumnos de tercer grado cuyos docentes han sido capacitados en estrategias alineadas con el <i>ESRG</i> y aquellos que no.	H <sub>01</sub> . No existe una diferencia estadísticamente significativa en el grado de aprendizaje entre alumnos de tercer grado cuyos docentes han sido capacitados y aquellos que no.
¿Existe una diferencia estadísticamente significativa en el aprendizaje en matemáticas entre estudiantes de TS de tercer grado cuyos docentes recibieron capacitación en estrategias alineadas con el <i>ESRG</i> y aquellos estudiantes cuyos docentes no la recibieron?	H <sub>a2</sub> . La capacitación docente en estrategias alineadas con el <i>ESRG</i> tiene un impacto estadísticamente significativo en el aprendizaje en matemáticas de los estudiantes de tercer grado.	H <sub>02</sub> . La capacitación docente en estrategias alineadas con el <i>ESRG</i> no tiene un impacto estadísticamente significativo en el aprendizaje en matemáticas de los estudiantes de tercer grado.

*Nota.* Elaboración propia.

## Materiales y métodos

El presente estudio adoptó un enfoque cuantitativo explicativo con un diseño cuasiexperimental de grupos intactos, idóneo para examinar relaciones causales en contextos escolares donde no es posible la asignación aleatoria de participantes, ya que los grupos preexistentes se mantienen sin alteración (Campbell y Stanley, 1963; Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Este diseño permitió evaluar el impacto de una capacitación docente basada en el *ESRG* sobre el aprendizaje matemático de estudiantes de TS.

La población incluyó estudiantes de tercer grado y sus docentes de dos zonas escolares del estado de Durango, México, seleccionadas por conveniencia y por presentar condiciones socioeconómicas, estructurales y educativas similares. El grupo experimental estuvo conformado por 160 estudiantes y 12 docentes de la zona escolar número 4 (Poanas), quienes participaron en una capacitación sobre estrategias alineadas con el *ESRG*. Por su parte, el grupo control incluyó 124 estudiantes y 10 docentes de la zona escolar número 33 (Vicente Guerrero), quienes continuaron utilizando métodos de enseñanza tradicionales.

La capacitación docente tuvo una duración de seis meses, estructurada en módulos teóricos y prácticos. Los módulos teóricos abordaron los fundamentos de las teorías de Gagné y Radford, así como los principios de su integración en el *ESRG*. Por su parte, los módulos prácticos se centraron en el diseño de actividades pedagógicas alineadas con el *ESRG*, enfocadas en temas clave del currículo de matemáticas de tercer grado, como razones trigonométricas y medidas de tendencia central. La elección de estos contenidos respondió a una decisión metodológica, orientada a coincidir con el momento previsto para la aplicación del postest, en concordancia con los programas oficiales de la Secretaría de Educación Pública (2017).

El aprendizaje matemático se evaluó mediante una prueba pedagógica validada a través de un juicio de expertos, una prueba piloto y un análisis psicométrico que incluyó el cálculo de los índices de dificultad y discriminación, para garantizar su claridad y confiabilidad. Se aplicaron un pretest y un postest, antes y después de la intervención, respectivamente.

El análisis estadístico se realizó utilizando el software SPSS versión 25.0 y pruebas no paramétricas, dado que los datos no presentaron una distribución normal, determinada mediante la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Se utilizó la prueba de rangos con signo de Wilcoxon para evaluar los cambios pretest-postest dentro de cada grupo, y la prueba U de Mann-Whitney para comparar los resultados postest entre los grupos experimental y control, considerando un nivel de significancia establecido en  $\alpha = 0.05$ .

Finalmente, se identificaron a posteriori factores externos que pudieron influir en los resultados, como la variabilidad en la implementación de las estrategias por parte de los docentes, las diferencias iniciales entre los estudiantes y las limitaciones estructurales de las TS.

## Resultados

Los resultados se abordaron a nivel descriptivo e inferencial para evaluar la efectividad de la intervención educativa basada en el ESRG. Se realizó un análisis descriptivo para comparar las características iniciales y los cambios en los puntajes de los grupos. Posteriormente, se llevó a cabo un análisis inferencial, mediante pruebas no paramétricas, que evidenció diferencias significativas intra-grupo e inter-grupo, lo que respalda el impacto de la intervención.

### Análisis descriptivo

Antes de la intervención, los puntajes pretest de los grupos experimental y control mostraron medias similares, lo que sugiere homogeneidad inicial entre los grupos. Tras la intervención, el grupo experimental presentó un incremento significativo en su media postest (0.70) y una menor desviación estándar (0.13), reflejando un impacto más uniforme. Por el contrario, el grupo control mostró mejoras más moderadas, con una media postest de 0.41 y una desviación estándar de 0.19. Estos resultados se presentan en la tabla 9.

**Tabla 9.** Estadísticos descriptivos antes y después de la intervención

Grupo	Tamaño de muestra (N)	Mín.	Máx.	Media (M)	Desviación estándar (DE)
Control antes de la intervención	124	0.00	0.80	0.22	0.15
Control después de la intervención	124	0.00	0.90	0.41	0.19
Experimental antes de la intervención	160	0.00	0.80	0.25	0.16
Experimental después de la intervención	160	0.20	1.00	0.70	0.13

*Nota.* Elaboración propia a partir del análisis de datos en SPSS.

### Análisis inferencial

El análisis inferencial permitió evaluar la significancia estadística de los cambios en los puntajes pretest y postest, tanto dentro de cada grupo (análisis intra-grupo) como entre los grupos experimental y control (análisis inter-grupo). Para ello, se utilizaron pruebas no paramétricas debido a la distribución no normal de los datos, confirmada a través la Prueba de Kolmogorov-Smirnov, que evidencio una distribución no normal. Las pruebas

seleccionadas incluyen la prueba de rangos con Signo de Wilcoxon para los cambios intra-grupo y la Prueba U de Mann-Whitney para las comparaciones inter-grupo.

### Cambios intra-grupo

Para evaluar los cambios en el rendimiento académico dentro de cada grupo, se utilizó la Prueba de Rangos con Signo de Wilcoxon. La hipótesis de investigación 1 ( $H_{a1}$ ) establece que existen diferencias significativas entre los puntajes pretest y postest. Los resultados en la tabla 10, muestran diferencias significativas en ambos grupos ( $p < .001$ ). Siendo mayor el efecto en el grupo experimental ( $Z = 11.02$ ) respecto al control ( $Z = 8.90$ ).

**Tabla 10.** Resultados de la Prueba de Wilcoxon

Grupo	$H_0$	N total	Estadístico Z	Error estándar	p	Conclusión estadística
Control	La mediana de diferencias es igual a 0	124	8.90	300.97	< .001	Rechace $H_0$
Experimental	La mediana de diferencias es igual a 0	160	11.02	584.24	< .001	Rechace $H_0$

*Nota.* Elaboración propia a partir del análisis de datos en SPSS.

### Comparaciones inter-grupo

La hipótesis de investigación 2 ( $H_{a2}$ ) establece que la capacitación docente basada en el ESRG tiene un impacto significativo en el rendimiento académico de los estudiantes. Para validar esta hipótesis, se analizaron los puntajes pretest y postest, así como las diferencias entre ellos. No se hallaron diferencias significativas en los puntajes pretest entre ambos grupos ( $p = .31$ ), lo que respalda la atribución de diferencias posteriores al efecto de la intervención.

Los resultados del pretest, resumidos en la tabla 11, indican que no existen diferencias estadísticamente significativas entre los grupos experimental y control antes de la intervención ( $p = .31$ ). El valor del estadístico U de Mann-Whitney (10607.50) y el estadístico estandarizado Z (1.02) respaldan esta conclusión, mientras que el error estándar (671.33) confirma la precisión del análisis. Estos hallazgos validan la homogeneidad inicial entre los grupos, lo que permite atribuir cualquier diferencia significativa en los puntajes postest directamente a la intervención educativa.

**Tabla 11.** Resultados de la Prueba U de Mann-Whitney (pretest)

H <sub>0</sub>	N total	Estadístico U	Estadístico Z	Error estándar	p	Conclusión estadística
La distribución de pretest es igual entre grupos	284	10607.50	1.02	671.33	0.31	Conserve H <sub>0</sub>

*Nota.* Elaboración propia a partir del análisis de datos en SPSS.

Los resultados del postest, presentados en la tabla 12, evidencian diferencias estadísticamente significativas entre los grupos experimental y control tras la intervención educativa ( $p < .001$ ). El valor del estadístico U de Mann-Whitney (17615.00) y el estadístico estandarizado Z (11.35) destacan la magnitud de las diferencias, reflejando un efecto considerable de la capacitación docente basada en las estrategias del *ESRG*. Estos resultados confirman que el grupo experimental superó al grupo control de manera consistente.

**Tabla 12.** Prueba U Mann-Whitney (postest)

H <sub>0</sub>	N total	Estadístico U	Estadístico Z	Error estándar	p	Conclusión estadística
La distribución de postest es la misma entre categorías de grupos	284	17615.00	11.35	678.00	< .001	Rechace H <sub>0</sub>

*Nota.* Elaboración propia a partir del análisis de datos en SPSS.

Adicionalmente, para evaluar el impacto de la intervención educativa, se analizaron las diferencias entre los puntajes pretest y postest en ambos grupos. Los resultados, presentados en la tabla 13, revelan que las mejoras observadas en el grupo experimental fueron significativamente mayores que las del grupo control ( $p < .001$ ). El estadístico U de Mann-Whitney (17608.50), junto con el valor Z estandarizado (11.31) y el error estándar (679.71), reflejan la magnitud y solidez del efecto. Estos resultados permiten rechazar la hipótesis nula, concluyendo que la intervención tuvo un efecto significativo en el desempeño académico del grupo experimental.

**Tabla 13.** Resultados de la Prueba U de Mann-Whitney (diferencias pre y postest)

H <sub>0</sub>	N total	Estadístico U	Estadístico Z	Error estándar	p	Conclusión estadística
La distribución de diferencias es la misma entre categorías de grupos	284	17608.50	11.31	679.71	< .001	Rechace H <sub>0</sub>

*Nota.* Elaboración propia a partir del análisis de datos en SPSS.

El análisis inferencial confirma que la capacitación docente alineada con las estrategias del *ESRG* tuvo un impacto positivo y significativo en el aprendizaje matemático de los estudiantes. Si bien ambos grupos mostraron mejoras tras la intervención, el grupo experimental presentó un cambio significativamente mayor.

## Discusión

El presente estudio confirma que la implementación del *ESRG* tiene un impacto significativo en el aprendizaje matemático de estudiantes de TS. Este hallazgo destaca la relevancia de un enfoque pedagógico que articula los eventos instruccionales de Gagné con los principios socioculturales de la TO de Radford, enmarcado en las estrategias de conexión teórica de Prediger et al. (2008). Más allá de su efectividad inmediata, el *ESRG* aborda las necesidades específicas de la TS, una modalidad educativa históricamente relegada en México, y que resulta fundamental para la atención de comunidades vulnerables en áreas rurales y de difícil acceso.

La TS ha sido clave para garantizar el acceso a la educación básica en regiones marginadas. Sin embargo, ha recibido una atención limitada tanto en el ámbito investigativo como en las políticas públicas, a pesar de enfrentar desafíos particulares, como condiciones de bajos recursos, diversidad cultural y escasa formación docente especializada. Estas características demandan enfoques pedagógicos que combinen solidez técnica y sensibilidad cultural. En este sentido, el *ESRG* busca llenar este vacío, proponiendo una integración teórica y práctica que responde a estas particularidades. Lo hace al conectar marcos conceptuales aparentemente divergentes.

### **Divergencias y convergencias en el marco del *ESRG***

La estructura técnica y sistemática de los eventos instruccionales de Gagné ha demostrado ser efectiva en diversos contextos educativos. Estudios como los de Figueroa y Figueredo (2022) y Flores (2014) destacan cómo estos principios facilitan la comprensión de conceptos matemáticos complejos mediante una guía estructurada que promueve la transferencia del conocimiento a nuevos contextos. Además, Congacha et al. (2018) subrayan su flexibilidad al integrarse con herramientas digitales, adaptándose a entornos tecnológicos y permitiendo la personalización de estrategias pedagógicas. Sin embargo, el enfoque técnico de Gagné tiende a omitir dimensiones socioculturales, lo cual puede limitar su efectividad en

comunidades vulnerables, como las TS, donde el aprendizaje está profundamente influido por las dinámicas sociales y culturales.

Por otro lado, la TO de Radford enfatiza la construcción colectiva de significados, la interacción social y la mediación semiótica. Cisneros y Castro (2017) y Sánchez et al. (2020) evidencian cómo herramientas semióticas como GeoGebra enriquecen la comprensión conceptual. Ortega y Pontón (2017) destacan que medios semióticos como gestos y recursos gráficos facilitan la objetivación y la generalización algebraica. Sin embargo, la falta de una estructura técnica sistemática como la de Gagné puede dificultar su aplicación en contextos que requieren mayor predictibilidad, como las TS.

El *ESRG* se posiciona como un puente entre estas teorías, combinando la sistematicidad de los eventos instruccionales de Gagné con la riqueza sociocultural de Radford. Esta integración permite adaptar estrategias pedagógicas a las necesidades específicas de las TS y, al mismo tiempo, mitiga las limitaciones de cada enfoque: compensa la rigidez técnica del modelo instruccional de Gagné al incorporar dimensiones culturales, y aporta una estructura metodológica clara a la teoría de la objetivación de Radford, facilitando su aplicación práctica en el aula.

El trabajo de Godino et al. (2020) y este estudio comparten la aplicación de las estrategias de conexión teórica de Prediger et al. (2008), destacando el valor del diálogo entre perspectivas teóricas para enriquecer la educación. Mientras Godino et al. emplean estrategias como la comparación y coordinación para analizar la complementariedad entre la TO y el EOS, el *ESRG* adopta una estrategia de combinación, integrando los eventos instruccionales de Gagné con los principios socioculturales de Radford. Aunque ambos enfoques persiguen objetivos distintos —Godino et al. se centran en el análisis conceptual, y el *ESRG* en su aplicación práctica en TS—, ambos evidencian cómo las conexiones teóricas pueden superar tensiones epistemológicas y responder a necesidades educativas específicas.

### **Tensiones y desafíos**

La integración de teorías divergentes en el *ESRG*, como las de Gagné y Radford, conlleva tensiones conceptuales y metodológicas que, que más que constituir obstáculos, impulsan la reflexión teórica y práctica. Según Prediger et al. (2008), conectar perspectivas complementarias requiere estrategias que respeten la especificidad de cada marco teórico, evitando diluir sus fundamentos.

Entre las tensiones más significativas destaca la conceptualización del *aprendiz*: Gagné lo define como un procesador de información que responde a estímulos externos cuidadosamente diseñados, mientras que Radford lo posiciona como un sujeto en transformación, inmerso en procesos culturales y dialógicos. Asimismo, la finalidad del aprendizaje difiere: Gagné prioriza la *transferencia* efectiva de conocimientos, mientras que Radford enfatiza su dimensión ética y transformadora en un colectivo cultural. Estas diferencias epistemológicas se articulan en el *ESRG* mediante estrategias de conexión teórica que permiten integrar ambas visiones en la práctica educativa.

En cuanto a la aplicabilidad pedagógica, la predictibilidad y sistematicidad de Gagné contrastan con la flexibilidad cultural y ética aportada por Radford. Sin embargo, estas diferencias pueden convertirse en fortalezas complementarias cuando se abordan a través de estrategias de combinación. Como sugiere Prediger, este enfoque permite integrar lentes analíticos distintos para profundizar en fenómenos educativos complejos.

El *ESRG* aprovecha la predictibilidad estructural de Gagné para organizar actividades y contextualiza su implementación mediante los principios socioculturales de Radford. Este equilibrio respeta la profundidad conceptual de ambas teorías y permite articularlas de manera complementaria, favoreciendo una comprensión más amplia y contextual del aprendizaje y la enseñanza.

### **Implicaciones y limitaciones**

Las implicaciones del *ESRG* lo consolidan como una propuesta adaptable para enfrentar los desafíos educativos en las TS. Sin embargo, este estudio también enfrenta importantes limitaciones que deben considerarse. En primer lugar, el diseño cuasiexperimental utilizado introduce restricciones en la validez interna debido a la ausencia de aleatorización, aunque se tomaron medidas para reducir posibles sesgos y garantizar la comparabilidad inicial entre los grupos, como la selección de zonas escolares con condiciones socioeducativas similares.

Además, la variabilidad en la interpretación y aplicación del *ESRG* por parte de los docentes subraya la necesidad de capacitaciones más homogéneas que favorezca una implementación consistente del modelo.

Otra limitación significativa es la breve duración de la intervención, lo que impide evaluar la sostenibilidad de los efectos observados a largo plazo y limita las conclusiones sobre su capacidad para generar transformaciones pedagógicas duraderas. Asimismo, la

ausencia de datos cualitativos restringe una comprensión integral del impacto del ESRG, al no capturar las percepciones y experiencias de docentes y estudiantes durante su implementación.

Incorporar estas voces en futuras investigaciones podría proporcionar una perspectiva más profunda y contextualizada sobre su efectividad y áreas de mejora.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio respaldan las hipótesis de investigación y confirman que el ESRG es un enfoque efectivo para mejorar el aprendizaje matemático en TS. La integración de los principios técnicos de Gagné con los fundamentos socioculturales de Radford permite abordar, de forma pertinente y contextualizada, las necesidades educativas de esta modalidad, al ofrecer aprendizajes estructurados y culturalmente pertinentes que responden a los desafíos específicos de comunidades vulnerables.

Este estudio demuestra que es posible articular teorías pedagógicas aparentemente divergentes, aprovechando sus fortalezas para enriquecer la práctica educativa. En lugar de buscar una fusión de perspectivas, el ESRG aprovecha sus diferencias como un recurso para diseñar estrategias que combinen sistematicidad técnica y sensibilidad cultural. La capacitación docente, fundamentada en el ESRG, constituye un componente clave para garantizar su adecuada implementación, ya que habilita a los maestros para planificar y ejecutar actividades pedagógicas adaptadas a las particularidades sociales y culturales de sus estudiantes.

Sin embargo, las limitaciones identificadas en la variabilidad de la implementación y la brevedad de la intervención plantean la necesidad de explorar más a fondo la sostenibilidad y generalización de su impacto observado. Estos resultados destacan la importancia de realizar estudios futuros que analicen el impacto prolongado del *ESRG* en diferentes contextos educativos y disciplinas, así como su capacidad para adaptarse a las necesidades dinámicas de las comunidades.

## Futuras líneas de investigación

Con el propósito de fortalecer y diversificar los hallazgos obtenidos en este estudio, se proponen las siguientes líneas prioritarias de investigación:

Diversificar las muestras de estudio. Es fundamental incluir muestras más heterogéneas que contemplen escuelas urbanas, rurales y comunidades indígenas. Esto permitirá evaluar la eficacia del *ESRG* en diferentes contextos culturales y pedagógicos, permitiendo adaptaciones contextualizadas que favorezcan la generalización de los hallazgos.

Diseñar estudios longitudinales. Investigaciones a largo plazo son necesarias para analizar la sostenibilidad de los efectos del *ESRG* más allá de la intervención inicial. Esto permitiría determinar si las mejoras en el aprendizaje persisten en el tiempo y contribuyen al desarrollo integral de los estudiantes.

Evaluar el desarrollo de habilidades transversales. Aunque el *ESRG* ha mostrado impacto en el aprendizaje matemático, se requiere explorar cómo este enfoque fomenta competencias esenciales del siglo XXI, como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la colaboración.

Crear herramientas específicas de evaluación. Es prioritario desarrollar instrumentos que permitan medir con precisión la fidelidad en la implementación del *ESRG*. Rúbricas de observación, encuestas y entrevistas podrían recabar datos triangulados de naturaleza cuantitativa y cualitativa, ofreciendo una visión más integral de su impacto.

Incorporar tecnología al *ESRG*. Investigar cómo la tecnología puede potenciar los principios del *ESRG* abre nuevas oportunidades para integrar plataformas digitales, aplicaciones interactivas y recursos en línea. Esto no solo enriquezca los procesos de enseñanza-aprendizaje, sino que también facilitaría la contextualización cultural y la colaboración entre estudiantes.

Analizar el impacto socioemocional. Profundizar en cómo el *ESRG* influye en aspectos como la motivación, la autoeficacia y las actitudes hacia las matemáticas es esencial para entender su efecto en el bienestar integral de los estudiantes. Estas dimensiones son clave para consolidar aprendizajes duraderos y significativos.

## Referencias

- Campbell, D. T. y Stanley, J. C. (1966). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. Amorrortu Editores.
- Chiappe Laverde, A. (s.f.). *Conductismo, cognitivismo, constructivismo: tres países con fronteras amplias y borrosas*. Centro de Tecnologías para la Academia, Universidad de La Sabana.
- Cisneros, J. y Castro, W. F. (2017). Procesos de objetivación relacionados con la razón y la relación parte-todo mediante la medición: un estudio con niños de séptimo grado. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 10(1), 23-45. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274048277003>
- Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación. [Mejoredu]. (2020). *Repensar la evaluación para la mejora educativa: Resultados de México en PISA 2018* [Informe técnico]. Mejoredu. <https://www.mejoredu.gob.mx/images/publicaciones/pisa-final.pdf>
- Congacha, E. P., Santillán, J. R., Guerra, J. E. y Barba, R. G. (2018). Empleo de una aplicación informática como estrategia didáctica para el desarrollo de aptitudes académicas. *Revista Educación*, 42(2), 183-197. <https://doi.org/10.15517/revedu.v42i2.27472>
- Ertmer, P. A. y Newby, T. J. (1993). Behaviorism, cognitivism, constructivism: Comparing critical features from an instructional design perspective. *Performance Improvement Quarterly*, 6(4), 50-72. <https://doi.org/10.1111/j.1937-8327.1993.tb00605.x>
- Figuroa, J. C. y Figueredo A., M. (2022). Diseño de un material educativo computarizado para el aprendizaje de los números complejos en los estudiantes de quinto año de la E.T.N Enrique Delgado Palacios. *Revista Científica CienciaEduc*, 8(1), 200-215. <http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/480/4802861011/index.html>
- Flores, J. (2014). Plan de clase para la enseñanza de la integral del trabajo. *Yachana: Revista Científica*, 3(1), 50-58. <http://repositorio.ulvr.edu.ec/handle/44000/3753>
- Gagné, R. M. (1987). *Las condiciones del aprendizaje*. Interamericana
- Godino, J. D., Beltrán-Pellicer, P. y Burgos, M. (2020). Concordancias y complementariedades entre la teoría de la objetivación y el enfoque ontosemiótico. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5(2), 52-66. <https://www.researchgate.net/publication/343827595>

- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). McGraw-Hill Interamericana
- Hernández, S. J. (2023). Construcción del sujeto matemático: sinergia en la enseñanza de las matemáticas. *RIDE*, 14(27). <https://doi.org/10.23913/ride.v14i27.1674>
- IBM Corp. (2017). *IBM SPSS Statistics for Windows (Version 25.0) [Software]*. IBM Corp
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE]. (2018). *La educación obligatoria en México: informe 2018*. INEE. <https://www.inee.edu.mx/publicaciones/la-educacion-obligatoria-en-mexico-informe-2018/>
- Navarrete-Cazales, Z. y López Hernández, P.A. (2022). La telesecundaria en México. *Perfiles educativos*, 44(178), 63-78. <https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2022.178.60673>
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2010). *PISA 2009 results: What Students Know and Can Do: Student performance in reading, mathematics and science (Volumen I)*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264091450-en>.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2014). *PISA 2012 results: What students know and can do (Volume I, Revised edition, February 2014): Student performance in mathematics, reading and science*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264208780-en>.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2016). *PISA 2015 results: Excellence and equity in Education (Volume I)*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264266490-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2019). *PISA 2018 results: What students know and can do*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>.
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2023). *PISA 2022 results: The State of Learning and Equity in Education (Volume I)*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>.
- Ortega, J. D. y Pontón, P. T. (2017). Algunos medios semióticos y procesos de objetivación en estudiantes de grado séptimo al abordar tareas de generalización de patrones: el caso de una secuencia figural con apoyo tabular [ponencia]. II Congreso de

- Educación Matemática de América Central y el Caribe (CEMACYC), Cali, Colombia. <https://core.ac.uk/display/328835654>
- Prediger, S., Bikner-Ahsbahr, A. y Arzarello, F. (2008). Networking strategies and theories for mathematics education. *ZDM – Mathematics Education*, 40(2), 165–178. 10.1007/s11858-008-0086-z
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274031870010>
- Radford, L. (2023). *La teoría de la objetivación: una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Nomos.
- Reátegui, G. R., Yahuana, R., Soplin, J. A., Vizcarra, A. M. y Barba-Briceño, L. E. (2022). Conductismo, cognitivismo, constructivismo: Sus aportes y las características del docente y estudiante. *Paidagogo. Revista de Investigación en Ciencias de la Educación*, 4(2), 90–102. <https://doi.org/10.52936/p.v4i2.136>
- Sánchez, I.C., Quaresma, J.C.B. y Castillo, L.A. (2020). La objetivación de la noción de sector circular en el trabajo matemático con GeoGebra. *Revista Paradigma*, 41, 448-475. 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.0.p448-475.id924
- Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2017). *Matemáticas. Educación secundaria: Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. SEP. <https://subeducacionbasica.edomex.gob.mx/sites/subeducacionbasica.edomex.gob.mx/files/files/plan.pdf>
- Viniegra, L. (2015). *La educación y la crítica del conocimiento: Una perspectiva transdisciplinaria para entender la subjetividad y sus posibilidades cognitivas*. Inpress; Hospital Infantil de México Federico Gómez.