*CRÍTICA, Revista Hispanoamericana de Filosofía.* Vol. 54, No. 161 (agosto 2022): 3–42

DOI: https://doi.org/10.22201/iifs.18704905e.2022.1320

# LA INTERPRETACIÓN MODAL-HAMILTONIANA Y LA NATURALEZA RELACIONAL DEL TIEMPO

MATÍAS PASQUALINI
Universidad Nacional de Rosario
CONICET-Instituto de Investigaciones "Dr. Adolfo Prieto"
matiaspasqualini@gmail.com

SEBASTIAN FORTIN
Universidad de Buenos Aires
CONICET-Instituto de Filosofía "Dr. Alejandro Korn"
sfortin@conicet.gov.ar

RESUMEN: La interpretación modal-hamiltoniana fue introducida para resolver ciertos problemas de interpretación vinculados a su ontología y a la medición cuántica. Su regla de actualización establece que todo sistema cerrado tiene su energía bien definida, y debido a la indeterminación entre la energía y el tiempo esto plantea un interrogante respecto a la situación temporal de estos sistemas. En este trabajo se analiza el problema del tiempo en sistemas cerrados y se propone la reconstrucción de un tiempo relacional compatible con la perspectiva holista.

PALABRAS CLAVE: tiempo externo, tiempo de eventos, tiempo relacional, interpretación de la mecánica cuántica, holismo

SUMMARY: The Modal-Hamiltonian Interpretation was introduced to solve certain interpretation problems related to its ontology and quantum measurement. Its actualization rule establishes that every closed system has its energy well defined. Taking into account the uncertainty relation between energy and time, a well-defined energy there is a challenge regarding the temporal situation of these systems. In this work we analyze the problem of time in closed systems and we propose a reconstruction of a relational time compatible with the holistic perspective.

KEY WORDS: external time, time of events, relational time, interpretation of quantum mechanics, holism

## 1. *Introducción*

El problema de la naturaleza del tiempo tiene un largo recorrido histórico y constituye un campo en que convergen tanto la física como la filosofía. Tal vez, la discusión más difundida tiene lugar entre las interpretaciones relacional y sustancial del tiempo. Si bien es posible encontrar antecedentes remotos, es destacable la confrontación entre Newton y Leibniz, que luego resurge con Mach respecto del tiempo y el espacio de la mecánica clásica. Más recientemente Julian

Barbour toma la posta relacionalista tanto en mecánica clásica como en relatividad especial y general. Sin embargo, no existen muchos desarrollos similares en el ámbito de la mecánica cuántica, tal vez bajo el supuesto de que se pueden aplicar a dicho ámbito las mismas respuestas que se ofrecen en mecánica clásica. De hecho, mecánica cuántica y clásica comparten el mismo grupo de simetrías espacio-temporales, el grupo de Galileo. Sin embargo, el tiempo en cuántica tiene ciertas peculiaridades que requieren un tratamiento específico.

En el presente trabajo, se pondrán a consideración las peculiaridades del tiempo en mecánica cuántica y se explicitarán las condiciones en que podría proyectarse una definición relacional del tiempo. El objetivo será mostrar cómo por medio de ciertos postulados interpretativos, en particular los de la interpretación modal-hamiltoniana, el tiempo puede ser definido y concebido de modo relacional. La presentación se estructura de la siguiente de la manera. Primero, se ofrece un repaso de la discusión sustancialismo-relacionalismo tradicional en la sección 2. Luego se estudian las peculiaridades del tiempo de la mecánica cuántica en la sección 3 y se presentan los postulados de la interpretación modal-hamiltoniana en la sección 4, haciendo hincapié en el modo en que la interpretación resuelve el problema de la medición única y el de las mediciones consecutivas. Por último, en la sección 5 se propone una definición del tiempo de la mecánica cuántica con carácter relacional, dependiente de la interpretación mencionada.

## 2. *Sustancialismo contra relacionalismo*

En esta sección se presentará un breve recorrido histórico de la discusión sustancialismo-relacionalismo, comenzando por el debate entre Leibniz y Newton, con el objetivo de encuadrar el análisis que se presentará en las secciones subsiguientes. Leibniz entendía que el espacio y el tiempo no subsisten con independencia de los objetos físicos, sino que emergen de los objetos como sistemas de relaciones que tienen lugar entre ellos (distancias relativas en el caso del espacio; duraciones relativas en el caso del tiempo). Contrariamente, Newton defendía la subsistencia del espacio y del tiempo: los objetos no solo tienen posición y velocidad relativa a otros objetos, sino que tienen posición y velocidad absoluta respecto a espacio y tiempo. Uno de los argumentos de Leibniz depende del principio metafísico de identidad de los indiscernibles: dado que un marco de referencia en reposo (correspondiente con un supuesto espacio absoluto) y cualquier otro que se desplace a velocidad constante generan descripciones equivalentes, deben eliminarse las ideas de espacio y tiempo absolutos como metafísicamente superfluas. Newton justifica la introducción de un espacio y tiempo absolutos (a pesar de su indiscernibilidad empírica) porque le resultaban necesarios para dar cuenta de fenómenos dinámicos como la aceleración y la rotación que puede sufrir un objeto.

En el siglo XIX, Mach da continuidad a las ideas relacionalistas de Leibniz. Propuso que efectos dinámicos como las fuerzas centrífugas que aparecen en los objetos en rotación son consecuencia de la orientación relativa que tiene el objeto respecto a la distribución de masa del universo y no respecto al espacio absoluto. Einstein recogió esta intuición en lo que dio a llamar el "principio de Mach", principio cuya satisfacción motivará la aparición de la teoría de la relatividad especial y general. No obstante, diferentes razones impiden considerar a la relatividad general (menos aún a la relatividad especial) como una teoría completamente relacionalista del espacio-tiempo.

Julian Barbour y Bruno Bertotti (1982) retoman el programa relacionalista. Proponen una reformulación de la mecánica clásica prerrelativista sobre un espacio de configuración, en el que cada punto representa una distribución instantánea posible de un sistema de partículas en el espacio físico. Sin adicionar información sobre el momento angular y la energía cinética correspondiente a cada distribución (lo que supone introducir un espacio y un tiempo absolutos) no pareciera posible determinar las trayectorias dinámicamente admisibles. Para resolver esta dificultad, los autores proponen una técnica llamada *best-matching* que consiste en asignar, prescindiendo de la variable tiempo, una "diferencia intrínseca" entre dos distribuciones contiguas. Las trayectorias dinámicamente admisibles serán aquellas que minimicen la suma (expresada como una integral) de las diferencias intrínsecas entre las distribuciones que forman parte de las trayectorias.[1] El *best-matching* resulta un sustituto relacionalista del principio de mínima acción. Si se representa al universo en el espacio de configuración, esta reformulación predice que el universo tendrá un momento angular cero y una energía total que puede igualarse a cero, como es de esperar en un universo donde el espacio y el tiempo fueran relacionales. Es decir, la dinámica de esta reformulación genera solo un subconjunto de todas las trayectorias dinámicas posibles en la formulación newtoniana. Si, por el contrario, en el espacio de configuración se ha representado a un subsistema del universo aislado, la reformulación admite que el subsistema puede tener un momento angular y una energía total distinta de cero, pero solo en

[1] Véase Pooley y Brown 2002.

función de la distribución y movimientos de los cuerpos del resto del universo, como pretendía Mach. La propuesta de los autores reconcilia inesperadamente a Newton y a Leibniz, ya que descarta posibles universos en rotación, pero al mismo tiempo admite la posibilidad de fenómenos dinámicos locales como la aparición de fuerzas centrífugas (Barbour 1999, p. 119).

Barbour procura también extender el programa relacionalista a relatividad especial y general. Para el caso de la relatividad especial, dado que en esta teoría no hay simultaneidad absoluta, cada punto del espacio de configuración no representará una distribución instantánea de partículas sino una posible hipersuperficie de simultaneidad. Se puede adaptar el *best-matching* para determinar las posibles evoluciones dinámicas relativas a un cierto estado de movimiento del observador, como exige la relatividad especial. Para la relatividad general, se debe desarrollar una técnica de *best-matching* que trabaje con hipersuperficies de métrica variable. Aunque es materia de discusión,[2] el autor entiende que dicha técnica ya viene integrada a la estructura de la relatividad general y había sido puesta a la luz en un trabajo de Baierlein, Sharp y Wheeler (1962).

La cuestión del carácter sustancial o relacional del espacio y tiempo empleados en mecánica cuántica no ocupa un lugar central en el desarrollo histórico de la discusión. Las leyes de la mecánica cuántica no relativista coinciden con las leyes de la mecánica clásica prerrelativista en ser invariantes ante el mismo grupo de simetría (el grupo de Galileo). Este grupo de diez transformaciones está integrado por un desplazamiento temporal, tres desplazamientos espaciales, tres rotaciones espaciales, y tres *boost* de velocidad:[3]

- Desplazamiento temporal: $t \to t' = t + \tau$
- Desplazamientos espaciales: $r \to r' = r + \rho$
- Rotaciones espaciales: $r \to r' = R_\theta r$
- *Boost* de velocidad: $r \to r' = r + ut$

Las descripciones de un mismo sistema generadas por una teoría cuyas leyes resultan invariantes bajo cierto grupo de simetría y que solo difieren a causa de dichas transformaciones resultan equivalentes (Ballentine 1998, p. 66). Cabe suponer que la invariancia bajo un mismo grupo de simetría llevó a pensar que la cuestión

[2] Véase Kuchař 2011.
[3] Véase Lombardi y Fortin 2015.

 DOI:https://doi.org/10.22201/iifs.18704905e.2022.1320

del carácter sustancial o relacional de espacio y tiempo en mecánica cuántica no relativista queda automáticamente saldada por la misma discusión dentro del ámbito de la mecánica clásica prerrelativista. Esto explicaría que no se encuentran demasiados trabajos en la bibliografía especializada que lleven la discusión del carácter sustancial o relacional del tiempo al campo específico de la mecánica cuántica. Sin embargo, este enfoque no resulta adecuado ya que no es posible homologar sin más el estatus del tiempo en mecánica cuántica no relativista y en mecánica clásica prerrelativista. Como se analizará en la siguiente sección, dicho enfoque pasa por alto las peculiaridades que entraña el concepto del tiempo en mecánica cuántica.

## 3. *Las peculiaridades del tiempo en mecánica cuántica*

En esta sección se estudian las peculiaridades del tiempo utilizado en la mecánica cuántica no relativista. Primero se considera la distinción entre tiempo externo y tiempo de eventos y la relación de indeterminación existente entre tiempo y energía, haciendo foco en las dificultades de definir al tiempo de la mecánica cuántica como un operador en su formalismo. Luego se considera la posibilidad de entender al tiempo en mecánica cuántica desde el sustancialismo y desde el relacionalismo.

### 3.1. Tiempo externo y tiempo de eventos

En una serie de publicaciones Paul Busch (1990a, 1990b, 2008) sistematiza diversos estudios realizados sobre el tiempo en mecánica cuántica. Este autor distingue entre un tiempo externo, un tiempo dinámico y un tiempo de eventos. En la presente publicación, se adopta una distinción de dos roles que asume el tiempo en cuántica. Por un lado, el tiempo es el parámetro $t$ que se encuentra en la ley dinámica de la teoría, la ecuación de Schrödinger, y al que se denominará *tiempo externo*, ya que se corresponde con el tiempo que se mide en el laboratorio con un reloj externo e independiente del sistema bajo estudio. Por ejemplo, con este tiempo se mide el intervalo entre el instante de preparación y el instante de medición para especificar el parámetro $t$ correspondiente a un arreglo experimental particular.[4] Por otro lado, hay circunstancias donde cabe considerar al tiempo como un observable del sistema: imaginemos que lo que se pretende medir es precisamente el tiempo en que un sistema adquiere un determinado valor para un observable, por ejemplo, el tiempo en

[4] Véase Busch 2008, p. 74.

que se activa un detector cuando una partícula pasa por una región espacial determinada (Busch 2008, p. 96). Se conoce como *evento* al hecho físico que consiste en la adquisición de un valor definido para cierto observable en un instante determinado. Se puede formalizar de la siguiente manera:

> El evento $(Q^S : q_k^S, \tau_1)$ representa la adquisición, en el instante $\tau_1$, del valor definido $q_k$ para el observable $Q$ de un sistema $S$.

Se llamará en adelante *tiempo de eventos* al tiempo definido a partir de la ocurrencia de una secuencia de eventos. A diferencia del tiempo externo, que en mecánica cuántica representa solamente un parámetro, el tiempo de eventos tiene especial relevancia física, ya que en la práctica todo reloj depende de una serie de eventos observables: sean las oscilaciones de un péndulo, de un cristal o de un átomo. Sin embargo, el tiempo de eventos no está bien definido en cuántica. Su ley dinámica solo asigna una probabilidad a cada evento posible. En general, no brinda información sobre el tiempo en que de hecho ocurren los eventos. La teoría no establece nexo alguno entre el tiempo externo y el tiempo de eventos y no es posible en todos los casos construir en el formalismo de la teoría un operador que represente al tiempo como un observable, punto que se tratará con detalle a continuación.

### 3.2. Tiempo y energía en mecánica cuántica

Otra peculiaridad del tiempo en mecánica cuántica es que si fuera definible un operador $T$ que lo represente debería entrar en una relación de indeterminación con el operador Hamiltoniano ($H$), que representa la energía. En mecánica cuántica, en general, existe una relación de indeterminación entre observables incompatibles. Tomemos como ejemplo los observables posición y momento, representados respectivamente por los operadores $Q$ y $P$. La relación de indeterminación entre ellos se expresa como una desigualdad

$$\Delta Q \Delta P \geq \frac{1}{2}\hbar \tag{1}$$

Significa que el producto de la desviación respecto del valor medio de $Q$ y la desviación respecto del valor medio de $P$ no puede ser menor a una constante. Como consecuencia, mientras menor sea la dispersión de los valores posibles para uno de los observables, mayor será la dispersión para el otro. En el límite en que uno de los observables adquiere valor definido, la desviación respecto al valor medio se reduce a cero y el valor del otro observable queda completamente indeterminado. Esta relación de incompatibilidad entre $Q$ y $P$ es en realidad un caso particular de la relación de indeterminación entre cualquier par de observables $O_1$ y $O_2$

$$\Delta O_1 \cdot \Delta O_2 \geq \frac{1}{2} \left| \langle [O_1, O_2] \rangle \right| \tag{2}$$

En el caso de la indeterminación entre energía y tiempo hay algunas peculiaridades que es necesario mencionar. Estas magnitudes forman parte de la ley dinámica de la teoría, la ecuación de Schrödinger:

$$\hbar \frac{\delta \left| \Psi \right\rangle}{\delta t} = -iH \left| \Psi \right\rangle \tag{3}$$

donde $|\Psi\rangle$ es el estado del sistema, $\hbar$ es la constante reducida de Planck e $i$ es la unidad imaginaria. Puede apreciarse que el operador Hamiltoniano ($H$), que representa la energía, determina el cambio de estado del sistema y con ello la evolución dinámica de la distribución de probabilidad para el resto de los observables. Si el sistema tiene un Hamiltoniano que no varía con el tiempo, como sucede en un sistema cerrado, se obtienen los autoestados de la energía a través de la ecuación de autoestados de $H$, también conocida como la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo:

$$H \left| \Psi \right\rangle = E \left| \Psi \right\rangle \tag{4}$$

Las soluciones a esta ecuación son los estados en que la energía tiene un valor definido, es decir, los estados estacionarios o autoestados de la energía. En el límite en que el sistema se encuentra en un autoestado de la energía, la distribución de probabilidad para el resto de los observables no podrá variar dinámicamente. Esto significa que cuando un sistema tiene valor definido de energía su situación temporal queda indeterminada, elemento de particular importancia en el contexto de la interpretación modal-hamiltoniana que se presentará en la próxima sección. Este hecho puede llevar a plantear una relación de indeterminación entre energía y tiempo análoga a la anteriormente mencionada entre los observables posición y momento.

Sin embargo, la relación de indeterminación entre energía y tiempo no puede establecerse en los mismos términos ni con el mismo grado de generalidad. Por un lado, Aharonov y Bohm (Busch 2008, p. 81) probaron que en una medición de energía se pueden obtener resultados precisos en un intervalo arbitrariamente corto de tiempo externo. Por otro lado, un hipotético operador $T$ que represente al tiempo de eventos conjugado con el Hamiltoniano permitiría establecer la relación de indeterminación como un caso particular de la expresión (2). Sin embargo, en 1933 Pauli probó que un operador tal es inconsistente con la existencia de un límite inferior para los valores posibles de la energía en los sistemas cuánticos. Solo es posible su formulación en casos específicos, dependiendo de la estructura del Hamiltoniano (Busch 2008, pp. 75–76). Entonces, en general, el tiempo de eventos de la mecánica cuántica no puede tener lugar en el espacio de observables que define a un sistema cuántico. De este modo, no es posible construir el vínculo entre el tiempo externo y el de eventos ya que este último no está bien definido en esta teoría. El tiempo de eventos no puede referenciarse en general al tiempo externo, a diferencia de lo que ocurre en el ámbito clásico, en que la variación instantánea del estado de un sistema representa necesariamente la ocurrencia de un evento.

A pesar de la dificultad de construir un operador para el tiempo, sí es posible formular relaciones de indeterminación entre energía y otros observables incompatibles. En la práctica, se puede utilizar como un reloj la variación dinámica de la distribución de probabilidad de alguno de los observables incompatibles con la energía. A saber, si el observable elegido es $R$, se puede definir un tiempo característico $\tau_R$ y establecer una relación de indeterminación energía-tiempo de la forma $\tau_R \Delta E \geq \frac{1}{2}\hbar$ (relación Mandelstam-Tamm).[5] De todos modos, no se puede identificar el tiempo característico $\tau_R$ como un sustituto del tiempo externo $t$, ya que depende solamente de un observable particular ($R$) y puede a su vez variar respecto a $t$ (Ballentine 1998, p. 345).

### 3.3. Sustancialismo contra relacionalismo en mecánica cuántica

En esta subsección se retoma la discusión sustancialismo-relacionalismo respecto al tiempo en mecánica cuántica. El tiempo externo aparece en la ecuación de Schrödinger como un parámetro que debe medirse con un reloj externo, es decir, permite especificar cierta característica del arreglo experimental. Por un lado, asumir el enfoque sustancialista respecto al tiempo externo en cuántica resulta no problemático y hasta natural, habida cuenta de su carácter de parámetro que debe especificarse por medio de un dispositivo externo.

Por otro lado, si se considera que el enfoque sustancialista resulta metafísicamente inconveniente y se prefiere asumir el enfoque relacionalista se deben enfrentar las dos dificultades siguientes:

[5] Véase Busch 2008, p. 82.

1) Definir relacionalmente el tiempo externo supondría reformular la teoría para que en su ley dinámica el tiempo sea sustituido por una magnitud definible en términos de alguna correlación entre las variables dinámicas del sistema. Ese fue precisamente el trabajo realizado en la reformulación relacionalista de la mecánica clásica mencionada en la sección anterior.

2) Incluso en el caso de que fuera posible llevar a los hechos una empresa tal, debe recordarse que, a diferencia del ámbito clásico, el tiempo externo de la mecánica cuántica no se corresponde en general con eventos cuánticos. La modificación del estado de un sistema cuántico y con ello la modificación de la distribución de probabilidad para sus distintos observables no puede observarse de inmediato sino a través de una medición de estado, que es una colección de mediciones de frecuencia. Cada medición de frecuencia, destinada a un observable en particular, se realiza por medio de un arreglo experimental específico y consiste en la repetición de mediciones únicas sobre múltiples sistemas preparados de modo idéntico. De esta manera se obtiene la frecuencia relativa con que ocurre cada evento posible, dado un estado, y se asigna una probabilidad a cada uno de ellos. Cada una de estas mediciones supone una interacción que ocasionará la ocurrencia de un evento, directamente observable en el puntero del aparato de medición. Observar la variabilidad dinámica de un sistema cuántico no puede realizarse sin la mediación de un conjunto suficientemente grande de eventos en múltiples sistemas idénticos. Sin embargo, el tiempo de eventos no queda definido por la teoría.

La no definibilidad del tiempo de eventos pareciera no dejar otro camino que el sustancialismo o un relacionalismo temporal que deje fuera precisamente al tiempo físicamente relevante: el tiempo de eventos. Sin embargo, si a la mecánica cuántica se añaden ciertos postulados interpretativos, será posible definir el tiempo de eventos, es decir, ubicar los instantes de ocurrencia de eventos en referencia a una de las variables dinámicas o a un tiempo externo. La interpretación a la que se hace mención es la modal-hamiltoniana, especialmente apta para este cometido ya que en ella la relación de indeterminación entre tiempo y energía cumple un papel central. En la siguiente sección se ofrecerá con cierto detalle una descripción de la interpretación. Finalmente, en la última sección, se propondrá una definición de tiempo de eventos acorde a la interpretación y se pondrá en evidencia su carácter relacional.

Corresponde mencionar que existen reformulaciones de la mecánica cuántica en las que se introducen modificaciones, con el resultado de que el tiempo de ocurrencia de eventos cuánticos queda definido por la dinámica de la teoría y resulta ser el mismo que el tiempo externo. Nos referimos a las reformulaciones de colapso espontáneo, por ejemplo, la propuesta por Ghirardi, Rimini, y Weber[6] o a las teorías cuánticas de variables ocultas como la de Bohm. En este trabajo nos proponemos expandir los alcances de las interpretaciones modales, en particular los de la modal-hamiltoniana, por este motivo intentaremos establecer un vínculo entre el tiempo externo y el tiempo de eventos en los términos de trabajo que propone esta interpretación. Es decir, sin introducir ningún tipo de colapso ni trayectorias.

## 4. *La interpretación modal-hamiltoniana*

En esta sección se presenta la interpretación modal-hamiltoniana de la mecánica cuántica (en adelante MHI, por sus siglas en inglés) que proponen Olimpia Lombardi y Mario Castagnino (2008) y desarrollada desde el punto de vista técnico y filosófico junto a sus colaboradores en una amplia serie de publicaciones (Ardenghi, Castagnino y Lombardi 2009; Lombardi, Castagnino y Ardenghi 2010; Da Costa, Lombardi y Lastiri 2013; Da Costa y Lombardi 2014; Lombardi y Fortin 2015). La MHI pertenece a la familia de las interpretaciones modales, con las cuales comparte un mismo principio interpretativo, aunque difiere significativamente en sus postulados, con importantes consecuencias.

### 4.1. Postulados básicos

Las interpretaciones modales son una familia de interpretaciones que ponen el foco en las propiedades del sistema y en su tratamiento posibilista. Surgieron en la década de 1970 con los trabajos de van Fraassen (1972) y su desarrollo continúa hasta hoy (Vermaas 1999, Lombardi y Dieks 2021). Un punto en común entre ellas es que son interpretaciones que adjudican propiedades definidas a los sistemas cuánticos en todo momento con independencia de que se realicen mediciones sobre ellos, es decir, son interpretaciones realistas. Por este motivo, consideran que la medición cuántica es una interacción como cualquier otra. El otro punto en común es la distinción entre la categoría ontológica de lo actual y de lo posible. Por un lado, los valores actuales, es decir, los valores que efectivamente adopta

[6] Véase Maudlin 2019, p. 100.

 DOI:https://doi.org/10.22201/iifs.18704905e.2022.1320

el sistema, son determinados por una regla de actualización que es diferente en cada interpretación. Por otro lado, el estado dinámico del sistema se limita a representar las probabilidades para los posibles valores de las propiedades del sistema. Desde el punto de vista ontológico, la novedad con respecto a otras interpretaciones es que se tiene en cuenta a la posibilidad como un elemento constituyente en la construcción del mundo cuántico.

Las discusiones sobre interpretación de la mecánica cuántica casi siempre se enmarcan en el formalismo del espacio de Hilbert, según el cual un sistema cuántico está representado por un vector de ese espacio. En este enfoque, el espacio de Hilbert es el elemento básico de la teoría: los estados, representados por vectores, son lógicamente previos; los observables son lógicamente posteriores ya que están representados por operadores que actúan sobre esos vectores previamente definidos. En general, esta prioridad lógica de los estados sobre los observables está implícitamente dotada de un contenido ontológico: los sistemas cuánticos pertenecen a la categoría ontológica de individuo y los observables pertenecen a la categoría ontológica de propiedad; y dada la prioridad metafísica de los individuos sobre las propiedades, la prioridad ontológica de los sistemas con sus estados sobre los observables resulta ser "natural". Sin embargo, la interpretación modal-hamiltoniana adopta un enfoque distinto.

La MHI propone una aproximación al problema basada en el formalismo algebraico de la mecánica cuántica, que es la contraparte formal natural de una ontología de propiedades, desprovista de la categoría ontológica de individuo. El formalismo algebraico no hace uso *a priori* de los espacios de Hilbert,[7] sino que desde este punto de vista un sistema cuántico está representado por una *–álgebra de observables. Estos observables no actúan en ningún espacio de Hilbert, es decir, no se definen como objetos matemáticos que se aplican a algo, sino que se los define en forma abstracta. Por su parte, los estados se definen como los funcionales que actúan sobre los observables para dar lugar al valor medio (Earman 2015). Si la prioridad lógica de los observables sobre los estados se transfiere al dominio ontológico, el álgebra de los observables resulta encarnar la representación de las componentes elementales de la ontología. En la MHI se ha propuesto una ontología de propiedades para la mecánica cuántica en la que las contrapartes ontológicas de los observables son instancias de propiedades-tipo universales, cada una de las cuales tiene propiedades-caso posibles, representadas por los autovalores

[7] Véase, por ejemplo, Haag 1993.

del observable correspondiente. A su vez, dada una instancia de una propiedad-tipo universal, solo una de sus posibles propiedades-caso se vuelve actual. La diferencia con la teoría del haz tradicional es que los haces de propiedades no se comportan en absoluto como individuos, ya que pertenecen a una categoría ontológica diferente. Ni el principio de Leibniz de la identidad de los indiscernibles ni la categoría kantiana de cantidad se aplican a ellos, ya que cuando se combinan, no pueden ser contados ni reidentificados en el paquete compuesto (Lombardi, Fortin, Ardenghi y Castagnino 2010, pp. 76–77).

La MHI tiene una formulación extensa, pero se introducen aquí solo tres postulados interpretativos básicos, que serán suficientes para indicar luego el modo en que la MHI da cuenta de los problemas que se tratarán en este artículo.

Postulado de sistemas (SP, en inglés):

> Un *sistema cuántico* $S$ está representado por un par $(O, H)$ tal que (i) $O$ es el espacio de operadores autoadjuntos que representa los observables de un sistema, (ii) $H \in O$ es el Hamiltoniano independiente del tiempo del sistema $S$, y (iii) si $\rho_0 \in O'$ (donde $O'$ es el espacio dual de $O$) es el estado inicial de $S$, este evoluciona de acuerdo con la ecuación de Schrödinger.

Postulado de sistemas compuestos (CSP, en inglés):

> Un sistema cuántico representado por $S:(O, H)$, con estado inicial $\rho_0 \in O'$, es *compuesto* cuando puede ser particionado en dos sistemas cuánticos $S^1 : (O^1, H^1)$ y $S^2 : (O^2, H^2)$ tal que (i) $O = O^1 \otimes O^2$, y (ii) $H = H^1 \otimes I^2 + I^1 \otimes H^2$ (donde $I^1$ e $I^2$ son los operadores identidad en los correspondientes espacios producto tensorial). En este caso, decimos que $S^1$ y $S^2$ son subsistemas del sistema compuesto $S = S^1 \cup S^2$. Si el sistema no es compuesto, entonces es elemental.

Regla de actualización (AR, en inglés):

> Dado un sistema cuántico elemental representado por $S:(O, H)$, los observables de $S$ que adquieren valores actuales son $H$ y todos los observables que conmutan con $H$ y tienen al menos las mismas simetrías que $H$.

Como puede apreciarse, la MHI adopta la perspectiva de los sistemas cerrados para la mecánica cuántica (Lombardi y Fortin 2015,

p. 268), y por ese motivo el Hamiltoniano independiente del tiempo es un elemento de su definición de sistema. La perspectiva de los sistemas cerrados propone el tratamiento de un conjunto de sistemas cuánticos a partir de la descripción del sistema total. Luego, por medio de su regla de actualización, se seleccionan los observables que adquieren un valor definido y por lo tanto las propiedades que adquieren valor actual. En esta interpretación, los sistemas tendrán valores definidos para H y otros observables compatibles desde su constitución hayan o no sido medidos.

En este punto es conveniente aclarar que la MHI fue originalmente formulada para lidiar con distintos desafíos ontológicos que presenta la mecánica cuántica, pero no para dar cuenta del problema del tiempo aquí estudiado. Por esta razón, en las publicaciones previas siempre se supone un tiempo externo independiente de los sistemas y no hay una tematización del llamado tiempo de eventos. De aquí que los postulados introducidos, si bien hacen referencia a la actualización de ciertos observables, es decir, a la ocurrencia de eventos, deja sin especificar explícitamente el tiempo en el cual ocurren esos eventos. En la bibliografía se establece que al conmutar con el Hamiltoniano, todos los observables que se actualizan son constantes de movimiento. Por lo tanto, a pesar del hecho de que las probabilidades están evolucionando continuamente, el conjunto de observables actuales es independiente del tiempo. La actualización se produce solo una vez, con la constitución del sistema como tal, y desde entonces las propiedades de valor real son las mismas en cualquier momento, hasta el momento en que el sistema "desaparece" como ese sistema en particular al interactuar con otro (Lombardi *et al.* 2010). Sin embargo, esta es una descripción superficial que no se articula con el resto de la interpretación. Si la modal-hamiltoniana es una interpretación holista que pone el foco en el sistema cerrado entonces no hay un momento en que se constituye el sistema ni un momento en que desaparece al interactuar con otro y la búsqueda de un tiempo definido en el que la actualización ocurre en un sistema cerrado se vuelve ambigua. Uno de los objetivos de este trabajo es dejar de lado esta ambigüedad y establecer un modo en el que pueda ser pensada la temporalidad dentro de la interpretación. En efecto, en la sección 5 se presenta una forma de incluir la temporalidad en la modal-hamiltoniana que podría llegar a constituir un nuevo postulado.

### 4.2. La MHI y la categoría ontológica de la posibilidad

Como se ha señalado anteriormente la interpretación modal-hamiltoniana apela a una interpretación posibilista del estado cuántico. El posibilismo es una tesis ontológica contraria al actualismo que pretende dar cuenta de las proposiciones modales por medio de una distinción en el dominio de lo real entre objetos actuales y otros meramente posibles. La distinción, bien definida en la metafísica contemporánea (Menzel 2020), tiene en los conceptos aristotélicos de acto (*energeia*) y potencia (*dunamis*) su primer antecedente en la historia de la filosofía. Esta distinción permitía a Aristóteles dar cuenta del fenómeno del cambio (*kinêsis*) como actualización de potencialidades inherentes en la sustancia. La filosofía moderna, influenciada por el determinismo mecanicista, había eliminado la posibilidad como categoría ontológica, dando lugar al enfoque actualista que subyace en las interpretaciones habituales de las teorías físicas modernas. Resultaba natural interpretar de modo actualista a los estados clásicos, ya que en ellos todas las magnitudes de un sistema tienen valores definidos, pero dicho enfoque puede llevar a dificultades interpretativas cuando se aplica a los estados cuánticos. Recuperar entonces la categoría ontológica de la posibilidad es el principal recurso de las interpretaciones modales para proponer una interpretación del principio de superposición conceptualmente satisfactoria y a la vez dar cuenta del problema de la medición evitando el postulado de proyección.[8]

Las ventajas del posibilismo se ponen de manifiesto al ser comparado con la perspectiva ortodoxa basada en el actualismo, que solo admite una categoría ontológica para interpretar las propiedades de los sistemas cuánticos, la actualidad. Si se dejan de lado las propuestas que interpretan el estado cuántico en términos epistémicos,[9] por ejemplo, el enfoque de *ensemble*, no queda otra opción que interpretar la superposición cuántica de estados como una condición ontológica de los sistemas cuánticos. Es decir, un sistema en superposición se corresponde ontológicamente con un sistema que tiene simultáneamente para una misma propiedad-tipo, múltiples propiedades-caso actuales diferentes, o, dicho de otro modo, para cada observable tiene diferentes valores simultáneos. Esta interpretación resulta problemática ya que parece ir en contra del principio de no contradicción. El experimento mental del gato de Schrödinger pretende ilustrar del modo más agudo esta paradoja, trasladando el fenómeno de la superposición cuántica a un objeto macroscópico. La contradicción estriba

[8] Véase la subsección siguiente.

[9] Véase Maudlin 2019, p. 80.

en que el gato está simultáneamente vivo y no vivo. Sin embargo, la contradicción solo surge cuando los estados que entran en la superposición se interpretan de modo rigurosamente actualista. Cuando se los interpreta como simples potencialidades, la paradoja se disuelve inmediatamente.[10] Por otro lado, el actualismo ortodoxo admite el "vínculo autoestado-autovalor", que establece que un sistema tiene un valor bien definido solamente si el sistema se encuentra en uno de sus autoestados, no en una superposición. Este "vínculo" se relaciona con el hecho de que mientras el estado del sistema anterior a una medición puede ser una superposición y evoluciona dinámicamente, el posterior ya no puede serlo. Debido a que la medición ha arrojado un resultado en particular, el nuevo estado del sistema debe ser aquel autoestado que se corresponde con el valor medido. Este hecho obliga a considerar a la medición como un caso especial de interacción en el que el estado deja de evolucionar según la ecuación de Schrödinger, dando paso a una evolución de otro tipo. En el caso del postulado del colapso se pasa a dar un salto proyectivo. Esto se debe a que como consecuencia de adoptar una ontología que no incluye la distinción entre lo actual y lo posible, no es posible trazar una distinción ontológica entre un estado del sistema independiente de la medición y otro que se pone en evidencia por medio de ella.

Contrariamente, en la perspectiva del posibilismo se introduce la distinción ontológica actual/posible. En efecto, las interpretaciones modales desdoblan el estado de un sistema cuántico en (i) un estado dinámico que determina solamente propiedades-caso posibles con sus probabilidades y que siempre evoluciona unitariamente de acuerdo con la ecuación de Schrödinger, sin colapso ni evoluciones no unitarias; y (ii) un estado valor que determina cuáles de las anteriores propiedades-caso posibles son candidatas a propiedades-caso actuales. La regla de actualización de cada interpretación modal determina el estado valor de un modo particular. Este desdoblamiento disuelve el llamado "vínculo autoestado-autovalor" típico del actualismo. Para una interpretación modal fundada en el posibilismo, es perfectamente razonable suponer que, aunque se haya manifestado con cierta probabilidad una propiedad-caso actual, todas las demás propiedades-caso posibles que hubieran podido ocupar su lugar subsisten superpuestas, sin haber colapsado, precisamente como posibles, con sus correspondientes probabilidades de ser actualizadas codificadas en el estado dinámico del sistema. La categoría ontológica de la posibilidad dota a las propiedades-caso posibles, correspondientes con los autoestados

[10] Véase Horn 2018.

que integran una superposición, con la suficiente realidad para dar cuenta del fenómeno de la interferencia cuántica, y al mismo tiempo, les permite coexistir en un mismo sistema sin lesionar el principio de no contradicción y ofreciendo un concepto más satisfactorio del principio de superposición. Adicionalmente, nos permite reducir a la medición cuántica a una interacción ordinaria entre sistemas y mantener así una dinámica completamente unitaria.

### 4.3. El problema de la medición

El problema de la medición es uno de los inconvenientes principales para la interpretación de la mecánica cuántica y tiene origen en la falta de claridad conceptual y ontológica que caracteriza al formalismo estándar de la teoría. La mayoría de las interpretaciones de la cuántica han sido concebidas para dar algún tipo de respuesta a este problema y es uno de los principales campos en los que las diferentes propuestas compiten entre sí. Por un lado, están las interpretaciones que consideran que el estado o función de onda solo codifica información estadística ($\psi$-epistemic), para las cuales el hecho de que las mediciones obtengan valores definidos no resulta problemático. Sin embargo, estas interpretaciones difícilmente pueden dar cuenta del fenómeno de interferencia cuántica (Maudlin 2019, p. 81). Por otro lado, las interpretaciones que consideran de modo realista al estado o función de onda ($\psi$-ontic) deben dar cuenta del hecho de que estados en superposición arrojan valores definidos cuando son objeto de una medición. Esto comporta una seria dificultad conceptual, ya que se hace ingresar en la teoría a la medición cuántica como un término primitivo, cuando sería deseable que la teoría dé cuenta del proceso de medición como de cualquier otra interacción ordinaria.

El problema de la medición tiene múltiples ramificaciones y hay maneras muy generales de presentarlo. En este trabajo optamos por una presentación esquemática que ponga de manifiesto las características que nos serán útiles para alcanzar los objetivos que nos hemos propuesto. Analizar el problema de la medición supone entrar previamente en conocimiento del principio de superposición en cuántica. Este principio entraña una importante diferencia entre los estados clásicos y los estados cuánticos. Mientras que un estado clásico asigna a un sistema un valor definido para un observable dado, un estado cuántico puede estar en una superposición de estados. Por ejemplo, en el contexto de medición del observable $A^S$, el sistema $S$ puede estar en la superposición:

$$\left|\Psi^S\right\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_1 \left| a_1 \right\rangle \tag{5}$$

Donde los $|a_1\rangle$ son los autoestados del observable $A^S$ con autovalores $a_i$, y $c_i$ son números complejos tales que $|c_i|^2$ son las probabilidades correspondientes a cada valor definido. A la hora de realizar una medición el esquema de medición de von Neumann (Fortin y López 2016) introduce al aparato de medición $M$ como otro sistema cuántico con el que $S$ interactúa. El observable de $M$ macroscópicamente discernible (puntero) es $P^M$; el estado del puntero cuando el aparato está listo para medir es $|p_0\rangle$ y los estados correspondientes a sus valores posibles son $|p_i\rangle$. Según este esquema, la medición supone llevar a cabo tres etapas:

I. *Condición inicial.* El sistema objeto $S$ y el aparato de medición $M$ aún no interactúan. El estado del sistema total es

$$\left|\Psi^{(I)}\right\rangle = \left( \sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle \right) \otimes \left|P_0\right\rangle \tag{6}$$

II. *Interacción.* $S$ y $M$ interactúan y se produce una correlación entre sus estados. El estado del sistema total es:

$$\left|\Psi^{(II)}\right\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i \left(\left|a_i\right\rangle \otimes \left|P_i\right\rangle\right) \tag{7}$$

III. *Lectura.* Se realiza la lectura del valor definido $p_k$ del observable $P^M$.

El problema de la medición consiste en dar cuenta del hecho de la lectura de un valor definido. Es decir, explicar la lectura $p_k$ del puntero cuando el sistema total en la etapa II se encontraba en la superposición de estados $\left|\Psi^{(II)}\right\rangle$. El autovalor $p_k$ se corresponde con el autoestado $|a_k\rangle \otimes |p_k\rangle$ del sistema total, sin embargo, dicho autoestado es solamente uno de los muchos estados que entraban en la superposición.

El mecanismo más elemental que da cuenta del problema de la medición consiste en la introducción del postulado de proyección (von Neumann 1932), de acuerdo con el cual, cuando un sistema preparado en una superposición es objeto de una medición, su evolución dinámica se ve interrumpida y la superposición de estados "colapsa" hacia uno de los múltiples estados que integraban la superposición, obteniéndose así un valor definido para el observable. Es decir, se produce el siguiente salto

$$\left|\Psi^{(II)}\right\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i \left(|a_i\rangle \otimes |P_i\rangle\right) \rightarrow \left|\Psi^{(III)}\right\rangle = |a_k\rangle \otimes |p_k\rangle \qquad (8)$$

El postulado de proyección, característico de la llamada "interpretación ortodoxa" de la mecánica cuántica, ofrece una forma práctica de calcular el estado del sistema luego de una medición, pero genera diversos problemas interpretativos[11] entre los que se destaca el hecho de que se introduce de forma *ad hoc*. Es un añadido empíricamente adecuado, pero tiene el costo de introducir en la dinámica de la teoría saltos discontinuos e indeterministas. Además, no provee una explicación de cómo ni cuándo se produce el colapso, ni por qué se da en la base correspondiente al contexto de medición y no en otra. Por este motivo cada interpretación tiene una forma distinta de reemplazar este postulado por algún otro mecanismo.

En el caso de la interpretación modal-hamiltoniana, originalmente se ofrece una descripción de la medición cuántica que se monta sobre el esquema de tres pasos de von Neumann (Lombardi, Fortin, Ardenghi y Castagnino 2010, pp. 48–51). Sea un sistema objeto $S:(O^S, H^S)$ y un aparato de medición $M:(O^M, H^M)$, el sistema $S$ se encuentra en una superposición de estados $\sum_{i=1}^{n} c_1 |a_i\rangle$ en el contexto de medición del observable $A^S$. El observable "puntero" de $M$ es $P^M$ y $|p_0\rangle$ es el estado en el que el aparato está listo para medir.

I. *Condición inicial*. El sistema objeto $S$ y el aparato de medición $M$ pasan a considerarse conjuntamente en un sistema total $S^{(I)}:(O^{(I)}, H^{(I)})$, pero aún no interactúan entre sí. De este modo $S$ y $M$ son sistemas elementales del sistema compuesto $S^{(I)}$. El Hamiltoniano del sistema completo resulta $H^{(I)} = H^S \otimes I^M + I^S \otimes H^M$, el espacio de observables asociado $O^{(I)} = O^S \otimes O^M$ y su estado:

$$\left|\Psi^{(I)}\right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i |a_i\rangle\right) \otimes |P_0\rangle \qquad (9)$$

[11] Véase Lombardi, Ardenghi, Fortin y Castagnino 2011.

II. *Interacción*. $S$ y $M$ interactúan y se produce una correlación entre sus estados. De este modo $S$ y $M$ dejan de existir como sistemas elementales. Entonces, el sistema compuesto $S^{(I)}$ se transforma en el sistema elemental $S^{(II)}: \left(O^{(II)}, H^{(II)}\right)$ como resultado de la interacción descripta por el Hamiltoniano $H^{\text{int}}$. El Hamiltoniano del sistema completo resulta $H^{(II)} = H^S \otimes I^M + I^S \otimes H^M + H^{\text{int}}$, el espacio de observables asociado $O^{(II)} = O^{(I)}$ y su estado:

$$\left|\Psi^{(II)}\right\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i \left(|a_i\rangle \otimes |p_i\rangle\right) \tag{10}$$

III. *Lectura*. La interacción ha finalizado, el todo se transforma en el sistema compuesto $S^{(III)}: (O^{(III)}, H^{(III)})$, con Hamiltoniano $H^{(III)} = H^S \otimes I^M + I^S \otimes H^M$ y su espacio de observables asociado $O^{(III)} = O^{(I)}$. También se recuperan $S$ y $M$ como sistemas elementales. Al constituirse este nuevo sistema, $H^{(III)}$ se actualiza adquiriendo un valor definido, y para que la lectura del puntero sea posible, el aparato de medición $M$ debe estar construido de modo que $P^M$ conmute con el Hamiltoniano y no rompa sus simetrías. De este modo, según la regla de actualización se obtiene el valor definido $p_k$ para $P^M$.

Entonces queda explicado que el puntero indique un valor determinado, pero esto no significa que el observable $A^S$ también se actualice. En efecto esto dependerá de su relación con el Hamiltoniano, si conmuta $A^S$ adquiere valor definido, pero si no conmuta entonces no lo hace. En cualquier caso, el puntero siempre muestra un valor definido.

La existencia de correlaciones exige que la descripción completa del sistema deba hacerse a partir del estado del sistema completo $\left|\Psi^{(III)}\right\rangle = \left|\Psi^{(II)}\right\rangle$, sin embargo, si por razones prácticas resulta pertinente referirse a las propiedades de un solo sistema es posible utilizar los estados reducidos de $S$ y $M$ que resultan:

$$\rho_S = Tr_{(M)} \left|\Psi^{(III)}\right\rangle \left\langle\Psi^{(III)}\right| = \sum_{i=1}^{n} |c_i|^2 \, |a_i\rangle \langle a_i| \tag{11}$$

$$\rho_M = Tr_{(S)} \left|\Psi^{(III)}\right\rangle \left\langle\Psi^{(III)}\right| = \sum_{i=1}^{n} |c_i|^2 \, |p_i\rangle \langle p_i| \tag{12}$$

La MHI resuelve el problema de la medición sin generar los problemas interpretativos que presenta la interpretación ortodoxa:

1. Se obtienen valores definidos mientras los estados de $S$ y $M$ continúan en superposición y la evolución del sistema siempre sigue la ecuación de Schrödinger.
2. La base sobre la que se obtienen valores definidos ya no es contextual, sino que está determinada por la regla de actualización (el Hamiltoniano y los observables compatibles que no rompen sus simetrías).
3. El tiempo de eventos, en que ciertos observables adquieren valores definidos, queda determinado por la interpretación y se identifica con el momento en que el sistema se constituye.
4. La medición cuántica se explica de la misma manera que cualquier interacción física ordinaria entre dos sistemas cuánticos.

### 4.4. Mediciones sucesivas

Según el postulado de proyección, luego de la medición el estado del sistema pasa de una superposición a ser un autoestado del observable que se mide. Como se ilustra en la expresión (8), si el resultado de la medición fue el estado $p_k$, entonces el estado resulta ser $|a_k\rangle \otimes |p_k\rangle$. Por lo tanto, si se mide el mismo observable por segunda vez hay que considerar al autoestado y no a la superposición original, por lo tanto, el resultado será el mismo que en la primera medición. Lo mismo sucede con las probabilidades de los otros observables, deben ser calculadas a partir del estado colapsado y no del estado original. Este resultado es empíricamente correcto y debe ser reproducido por las interpretaciones que descartan el colapso. Dado que las interpretaciones modales conservan la superposición original, reproducir el resultado puede resultar un desafío.

En el caso de la interpretación modal-hamiltoniana la cuestión de las mediciones sucesivas se resuelve por medio de la adopción del enfoque del sistema cerrado. En este enfoque se considera el estado de un sistema total que incluye los grados de libertad del sistema en cuestión y los de todos los aparatos de medición. Dicho estado total evoluciona según la ecuación de Schrödinger hasta el final. A diferencia de otros planteos en los que se utilizan estados reducidos, en este enfoque se conservan todas las correlaciones cuánticas hasta el final de proceso, lo que permite calcular las probabilidades conjuntas de que salga determinado valor en un aparato y cierto valor en otro. Los resultados son los mismos que se obtienen realizando el cálculo ortodoxo con base al colapso (Ardenghi, Lombardi y Narvaja 2013). En el cálculo se evoluciona el estado total y eventualmente se utilizan los estados reducidos como meras herramientas de cálculo, la MHI no asigna estados que representen a los subsistemas. Esto se debe a que dos sistemas inicialmente independientes pierden su individualidad luego de haber interactuado y haberse entrelazado. En estas circunstancias las matrices densidad reducidas no representan los estados de los subsistemas, sino que son simples herramientas matemáticas que codifican información relativa al comportamiento de los subsistemas ante las mediciones realizadas (Okon y Sudarsky 2016, p. 10).

Por simplicidad y a modo de ilustrar el mecanismo, a continuación se considera la medición consecutiva del mismo observable, no obstante es posible realizar la extensión a mediciones consecutivas de observables distintos con un poco más de complejidad matemática (Vanni y Laura 2005). Sea un sistema objeto $S:\ \left(O^S, H^S\right)$ y dos aparatos de medición $M^1$: $\left(O^{M^1}, H^{M^1}\right)$ y $M^2$: $\left(O^{M^2}, H^{M^2}\right)$, donde el sistema $S$ se encuentra en una superposición de estados $\sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle$ en el contexto de medición del observable $A^S$. El observable "puntero" de $M^1$ es $P^{M^1}$, $\left|p_0^{M^1}\right\rangle$, es el estado en que el aparato está listo para medir, el observable "puntero" de $M^2$ es $P^{M^2}$ y $\left|p_0^{M^2}\right\rangle$ es el estado en que el aparato está listo para medir.

I. *Condición inicial.* El sistema objeto $S$ y los aparatos de medición $M^1$ y $M^2$ pasan a considerarse conjuntamente en un sistema total, pero aún no hay interacción. De este modo $S$, $M^1$ y $M^2$ son sistemas elementales del sistema compuesto $S^{(I)}:\ \left(O^{(I)}, H^{(I)}\right)$, donde $H^{(I)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2}$, el espacio de observables asociado $O^{(I)} = O^S \otimes O^{M^1} \otimes O^{M^2}$ y su estado:

$$\left|\Psi^{(I)}\right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle\right) \otimes \left|p_0^{M^1}\right\rangle \otimes \left|p_o^{M^2}\right\rangle \tag{13}$$

II. *Primera medición.* $S$ y $M^1$ interactúan produciendo una correlación entre sus estados. De modo que ambos dejan de existir como sistemas elementales. Sin embargo $M^2$ continúa sin interactuar por lo que el sistema compuesto $S^{(I)}$ se transforma en otro sistema compuesto $S^{(II)} : \left(O^{(II)}, H^{(II)}\right)$ como resultado de la interacción descripta por el Hamiltoniano $H^{\text{int}}_{S-M^1}$. Entonces el Hamiltoniano del sistema completo resulta

$$H^{(II)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} + H^{\text{int}}_{S-M^1} \otimes H^{M^2} \quad (14)$$

El espacio de observables asociado es $O^{(II)} = O^{(I)}$ y su estado:

$$\left|\Psi^{(II)}\right\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i \left(|a_i\rangle \otimes \left|p_i^{M^1}\right\rangle\right) \otimes \left|p_0^{M^2}\right\rangle \quad (15)$$

III. *Intermedio*. La primera interacción ha finalizado y se recuperan $S$ y $M^1$ como sistemas elementales del sistema compuesto $S^{(III)} : \left(O^{(III)}, H^{(III)}\right)$, cuyo Hamiltoniano es

$$H^{(III)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} \quad (16)$$

con espacio de observables asociado $O^{(III)} = O^{(I)}$. Al constituirse este nuevo sistema, $H^{(III)}$ se actualiza adquiriendo un valor definido, y para que la lectura del puntero sea posible, el aparato de medición $M^1$ debe estar construido de modo que $P^{M^1}$ conmute con el Hamiltoniano y no rompa sus simetrías. Antes de producirse la segunda interacción, el estado del sistema compuesto es:

$$\left|\Psi^{(III)}\right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \left(|a_i\rangle \otimes \left|p_i^{M^1}\right\rangle\right)\right) \otimes \left|p_0^{M^2}\right\rangle \quad (17)$$

IV. *Segunda medición*. $S$ y $M^2$ interactúan produciendo una correlación entre sus estados. De modo que ambos dejan de existir como sistemas elementales. Sin embargo $M^1$ continúa sin interactuar por lo que el sistema compuesto $S^{(III)}$ se transforma en otro sistema compuesto $S^{(IV)}$: $\left(O^{(IV)}, H^{(IV)}\right)$ como resultado de la interacción descripta por el Hamiltoniano $H^{\text{int}}_{S-M^2}$. Entonces el Hamiltoniano del sistema completo resulta

$$H^{(II)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} + H^{\text{int}}_{S-M^2} \otimes H^{M^1} \quad (18)$$

El espacio de observables asociado es $O^{(IV)} = O^{(I)}$ y su estado:

$$\left|\Psi^{(IV)}\right\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i \left(|a_i\rangle \otimes \left|p_i^{M^1}\right\rangle \otimes \left|p_i^{M^2}\right\rangle\right) \tag{19}$$

V. *Lectura*. La segunda interacción ha finalizado y se recuperan $S$ y $M^2$ como sistemas elementales del sistema compuesto $S^{(V)}$: $\left(O^{(V)}, H^{(V)}\right)$, cuyo Hamiltoniano es

$$H^{(V)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} \tag{20}$$

con espacio de observables asociado $O^{(V)} : O^{(I)}$ y estado

$$\left|\Psi^{(V)}\right\rangle = \sum_{i=1}^{n} c_i \left(|a_i\rangle \otimes \left|p_i^{M^1}\right\rangle \otimes \left|p_i^{M^2}\right\rangle\right) \tag{21}$$

Al constituirse este nuevo sistema, $H^{(V)}$ se actualiza adquiriendo un valor definido, y para que la lectura del puntero sea posible, el aparato de medición $M^2$ debe estar construido de modo que $P^{M^2}$ conmute con el Hamiltoniano y no rompa sus simetrías. A pesar de tratarse de aparatos independientes todo el proceso debe calcularse con base en el estado completo del sistema total, de lo contrario se perderían las correlaciones. Las correlaciones son las que aseguran la consistencia entre las mediciones de $M^1$ y $M^2$. Por ejemplo, en el caso donde los dos aparatos de medición miden la misma propiedad, se obtiene

$$pr\left(\frac{p_k^{M^2}}{p_k^{M^1}}\right) = \frac{pr\left(p_k^{M^2} \wedge p_k^{M^1}\right)}{pr\left(p_k^{M^1}\right)} = \frac{|c_k|^2}{|c_k|^2} = 1 \tag{22}$$

$$pr\left(\frac{p_k^{M^2}}{p_k^{M^1}}\right) = \frac{pr\left(p_{k'}^{M^2} \wedge p_k^{M^1}\right)}{pr\left(p_k^{M^1}\right)} = \frac{0}{|c_k|^2} = 0 \tag{23}$$

que se corresponden con las correlaciones observadas.[12]

Este resultado puede generalizarse para cualquier tipo de observable y para cualquier cantidad de mediciones consecutivas.

## 5. *El tiempo en la MHI*

Una peculiaridad de la MHI es que el postulado de sistemas impone la restricción de que el Hamiltoniano del sistema sea independiente del

[12] Véase Ardenghi y Lombardi 2012.

tiempo, es decir, se aplica a sistemas cerrados. Por tanto, según esta interpretación todo sistema cuántico legítimo es cerrado. Además, la regla de actualización junto con el postulado de tiempo de eventos establece que desde la constitución misma de un sistema queda definido su valor de energía y de aquellos observables cuyos operadores conmutan con el Hamiltoniano y no rompen sus simetrías. De esto se desprende una consecuencia relevante: las propiedades-caso actuales del sistema no admiten variación. Como se ha mencionado anteriormente, el observable energía guarda cierta relación de indeterminación con el tiempo.[13] Por tanto, según la MHI, el tiempo es una magnitud física que resulta completamente indeterminada en cualquier circunstancia. Esta indeterminación temporal se manifiesta en que los valores definidos que han adquirido ciertos observables no pueden variar hasta tanto se produzca una interacción que dé lugar a un nuevo sistema. La dinámica sólo puede hacer variar las probabilidades correspondientes con cada valor posible, nunca los valores definidos ya adquiridos por el sistema. Cabe aclarar que, según la MHI, aunque la energía tenga valor definido, las variables dinámicas admitirán variación de acuerdo con lo especificado por el parámetro $t$, ya que el sistema puede hallarse en una superposición de autoestados de la energía (no necesariamente el sistema se hallará en un estado estacionario, ya que no hay vínculo autoestado-autovalor en la MHI). Por tanto, a diferencia de otras interpretaciones modales que tienen reglas de actualización dependientes del tiempo, el estado valor resulta temporalmente invariante en la MHI. La MHI tiene la particularidad de ser la única interpretación modal que no necesita adicionar una dinámica de propiedades-caso actuales. Para la MHI, los sistemas cuánticos tienen cierta naturaleza "intemporal": una vez constituidos nada actual ocurre hasta que se produce una interacción con otro sistema.

Como puede apreciarse, desde la perspectiva adoptada por la MHI un evento no es un salto entre un estado y otro del sistema, una súbita interrupción de su dinámica, sino la actualización de alguna de sus propiedades-caso posibles. Los eventos que afectan a un sistema cuántico no tienen ocurrencia durante su evolución dinámica sino en el instante mismo de su constitución. Del mismo modo en que se distinguen, en las interpretaciones modales en general, el estado valor del estado dinámico, en la MHI el tiempo de eventos se distingue del tiempo externo, como lo actual respecto a lo posible. Mientras las probabilidades de las propiedades-caso posibles varían

[13] Véase Ballentine 1998, p. 344.

 DOI:https://doi.org/10.22201/iifs.18704905e.2022.1320

de modo continuo de acuerdo con lo especificado por el parámetro $t$ (parámetro que puede variar de modo continuo ya que se obtiene por una medición clásica y se corresponde con cierta configuración espacial del arreglo experimental), el tiempo de eventos "avanza" de modo discreto cada vez que se producen interacciones entre sistemas. Mientras el tiempo externo es absoluto y afecta de modo homogéneo a todos los sistemas en general, en la medida en que caen bajo la ecuación de Schrödinger, el tiempo de eventos solamente puede definirse de modo relativo a las interacciones que pueden darse entre subsistemas de un sistema cerrado particular. De este modo el tiempo externo puede entenderse como un mero parámetro.[14] En la MHI, la relación entre el tiempo de eventos y el tiempo externo no resulta indeterminada como en la interpretación ortodoxa, sino que se determina de la siguiente manera: los eventos ocurren en el instante en que comienza la evolución dinámica de un sistema.

En reiteradas ocasiones a lo largo del texto se ha mencionado que desde el punto de vista de la interpretación modal-hamiltoniana todos los sistemas cuánticos legítimos son cerrados. Cabe entonces preguntarse si no es posible aplicar la interpretación a situaciones tales como un sistema cuántico de interés en contacto con un entorno, es decir, un sistema abierto. La respuesta es que también es posible tratar situaciones como esa incorporando al entorno como parte del sistema total. De este modo, sistema de interés más el entorno forman un sistema total cerrado en el que es posible aplicar la interpretación. Con este procedimiento es posible obtener los mismos resultados que se obtienen en los enfoques de sistemas abiertos tales como el de la decoherencia (Lombardi, Ardenghi, Fortin y Castagnino 2011). Aclarado este punto surge otra cuestión que quizás haya llamado la atención del lector en las secciones anteriores de este trabajo. Si los sistemas cerrados tienen la energía bien definida y el principio de indeterminación obliga que el tiempo esté indeterminado, entonces ¿por qué en la reconstrucción del problema de la medición que hace la MHI se distingue entre antes y después de la interacción? En efecto, la descripción de las mediciones presentada en diversas publicaciones (Lombardi y Castagnino 2008; Lombardi, Fortin, Ardenghi y Castagnino 2010) no está diseñada para dar cuenta del problema de la naturaleza del tiempo sino del problema de la medición. Por ese motivo, la presentación en la que se describe la medición está formulada en los términos usuales en los que se asume un tiempo externo y distintos sistemas que se pueden pensar en forma aislada

[14] Véase Lombardi 2000, p. 175.

hasta que se encuentren en la región de influencia de otra partícula. No obstante, en este trabajo es necesario compatibilizar la descripción del problema de la medición con las consideraciones hechas sobre la naturaleza del tiempo en la MHI. Para esto es necesario tomar en serio el holismo de la mecánica cuántica, lo que obliga a referirse siempre al sistema cerrado de un modo intemporal. Por otro lado, también es necesario precisar algunos detalles del concepto de *arreglo experimental*, propio de quienes diseñan experimentos, al ámbito de la interpretación.

A la hora de pensar un experimento o problema hay algunas diferencias entre la forma en que se lo conceptualiza dependiendo de si se encara desde el punto de vista teórico y el punto de vista práctico de quienes quieran llevar a cabo el experimento. Estas diferencias pueden llevar a poner el foco en la disposición temporal o en la espacial. Si, por ejemplo, desde la teoría se plantea una situación en la que se miden dos propiedades distintas a una partícula, resulta cómodo imaginar una secuencia en la que la partícula primero interactúa con un aparato y luego con otro. Sin embargo, debido a que las partículas cuánticas siempre están en movimiento, a la hora de diseñar un experimento es necesario tener en cuenta que la partícula en movimiento primero pasará por un instrumento y habrá que desviarla para que pase por otro. Todos los aparatos de medición deberán ubicarse en posiciones precisas separados a distancias fijas y ángulos exactos, muchas veces estos elementos se encuentran todos atornillados a una mesa de modo que los distintos elementos forman un *todo* que suele llamarse *arreglo experimental*. Teniendo en cuenta esto es posible pensar que los distintos aparatos $M^1$, $M^2$, etc., son las partes internas de un aparato de medición mayor $M^T$, desde esta perspectiva es posible afirmar que en todo momento se tiene al sistema $S$ en interacción con $M^T$. Desde el punto de vista matemático, en la perspectiva secuencial cada aparato de medición tiene su propio Hamiltoniano de interacción $H^{\text{int}}_{S-M^1}$, $H^{\text{int}}_{S-M^2}$, etc., pero en la perspectiva del arreglo experimental todas estas interacciones están incluidas en un único Hamiltoniano de interacción $H^{\text{int}}_{S-M^T}$ que tiene en cuenta cuál es el tipo de interacción de cada una de las partes con el sistema a medir y la disposición espacial de todos los elementos. De este modo, el caso de una medición única y el de las mediciones sucesivas se reducen a casos particulares de una situación general en la que un sistema interactúa en el arreglo experimental. La diferencia radica en que en el primer caso el arreglo tiene un solo puntero y en el segundo el arreglo tiene varios punteros.

El arreglo experimental codifica en su distribución espacial lo que desde la teoría se pensaba como una secuencia temporal. Por ejemplo, lo que desde la teoría se enuncia como "un rayo láser pasa primero por la lente 1 y después por la lente 2" se traduce al arreglo experimental en "un emisor láser a $x$ distancia de la lente 1, la que a su vez se encuentra a $x'$ distancia de la lente 2" donde no hay ninguna mención a antes y después. La disposición espacial de los elementos del arreglo lleva codificada la secuencia y los intervalos temporales que luego se identifican en el experimento. En este ejemplo es fácil notar que el sistema en sí, que en este caso es el láser, está incluido en el arreglo experimental de modo que no solo se desvanece la separación entre distintos aparatos de medición, sino que también se desvanece la separación entre sistema y aparato.

Entonces, si se aplican los postulados de la MHI lo que se obtiene es un único sistema total $U: (O^U, H^U)$, las propiedades que se actualizan del sistema son la energía y los observables que conmutan con la energía y no rompen las simetrías de $H^U$. El tiempo no está definido de modo que $U$ es intemporal, no hay secuencias ni eventos. Para reconstruir una secuencia temporal es necesario el tiempo a partir de la separación de las partes del todo y la consideración de las relaciones entre ellas. De modo que el tiempo se puede considerar un emergente de la separación del todo en partes.

### 5.1. Medición única

Para reconstruir el caso de una medición única es necesario partir del sistema total $U$, donde no hay tiempo ni secuencias. En este punto la interpretación indica que su energía y todos los observables que conmutan con el Hamiltoniano sin romper sus simetrías han adquirido un valor definido. En el ámbito de las posibilidades el estado cambia según la ecuación de Schrödinger cuando el tiempo externo varía. En este sentido es posible concebir al tiempo externo como un parámetro vinculado con la configuración espacial del arreglo experimental. Para recuperar una temporalidad física, un camino es definir al tiempo de eventos y las secuencias como emergentes a partir del establecimiento de una separación entre sistema y aparato. Para esto es necesario separar el espacio de observables de manera que $O^U = O^S \otimes O^M$, la introducción de esta partición será la que permita la emergencia de un evento. En la interpretación modal-hamiltoniana la partición del espacio de observables no implica la existencia de subsistemas. Esto se debe a que los sistemas se definen a partir del espacio de observables y del Hamiltoniano. Si no hay interacción entre las partes entonces será posible definir a los sistemas elementales $S$ y $M$ formando parte de un sistema compuesto $U$, pero si hay interacción entonces $U$ será un sistema elemental. Por este motivo, una vez realizada la partición $O^U = O^S \otimes O^M$ se procede a separar al Hamiltoniano total $H^U$ en tres partes, una que incluye al Hamiltoniano $H^S$ que corresponde al subespacio $O^S$ definido por la partición, otra que incluye a $H^M$ que corresponde a $O^M$ y uno de interacción $H^{\text{int}}_{S-M}$ de tal modo que

$$H^U = H^S \otimes I^M + I^S \otimes H^M + H^{\text{int}}_{S-M} \tag{24}$$

El requerimiento para que esta interacción pueda ser una medición es que el Hamiltoniano de interacción tenga la forma

$$H^{\text{int}}_{S-M} = \Theta(q, q_1, q_2) H_{S-M} \tag{25}$$

donde $\Theta(q, q_1, q_2)$ es una función doble escalón, cuya variable es $q$, definida como

$$\Theta(q, q_1, q_2) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad q < q_1 \\ 1 & \text{si} \quad q_1 \leq q \leq q_2 \\ 0 & \text{si} \quad q > q_2 \end{cases} \tag{26}$$

La variable $q$ es espacial y está vinculada a la disposición de los elementos del arreglo experimental, sustituye al parámetro $t$ en el cometido de distinguir un "antes" y un "después" de la interacción.[15] La función doble escalón permite que a pesar de tener un solo Hamiltoniano $H^{\text{int}}_{S-M}$, sea posible separar al arreglo experimental en tres regiones, una donde la interacción es intensa y otras dos donde es nula. Desde el punto de vista de la MHI esto tiene una consecuencia importante. Dado que $H^{\text{int}}_{S-M} \neq 0$, según el postulado de sistemas compuestos (CSP) $U$ es un sistema elemental, no uno compuesto, por este motivo no se hace referencia a $S$ o $M$ como sistemas. Sin embargo, cuando el estado del sistema se pueda representar por medio de un paquete de ondas localizado y dicho paquete se encuentra en la región $q < q_1$, entonces $H_{S-M}$ no desempeñará un papel importante y la evolución será como si $H^{\text{int}}_{S-M} = 0$, lo mismo sucede para la región $q > q_2$. A partir de esta división espacial es posible reconstruir las tres etapas de la medición simple.

[15] Véase la figura 1 en la p. 31 de este texto.

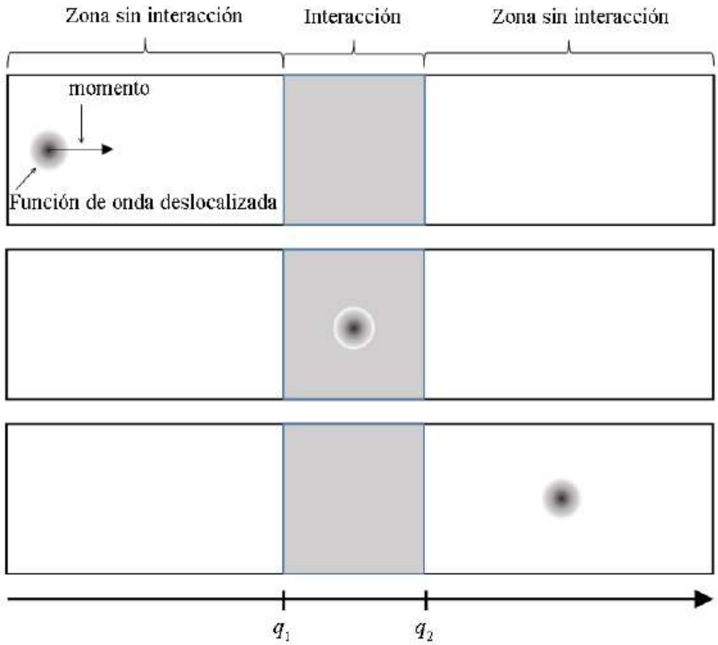


Figura 1. Se muestran las tres etapas de la medición codificadas en el arreglo experimental. En la primera etapa se observa que el momento de la función de onda tiene su dirección apuntando hacia la zona de interacción con el aparato de medición $M^1$. La posición de la partícula es la que establece las distintas etapas evitando toda referencia a un antes o un después. La situación en la que el valor medio de la posición del paquete de ondas es menor a $q_1$ corresponde con la primera etapa, si está entre $q_1$ y $q_2$ atañe a la segunda y si es mayor a $q_2$ entonces es la tercera etapa.

Sea un sistema objeto $S : (O^S, H^S)$ y un aparato de medición $M : (O^M, H^M)$, el sistema $S$ se encuentra en una superposición de estados $\sum_{i=1}^{n} c_i \, |a_i\rangle$ en el contexto de medición del observable $A^S$. El observable "puntero" de $M$ es $P^M$ y $|P_0\rangle$ es el estado en el que el aparato está listo para medir.

I. *Constitución del arreglo experimental (Condición inicial)*. El sistema objeto $S$ y el aparato de medición $M$ se constituyen como partes de un sistema total $S^{(I)}$: $(O^{(I)}, H^{(I)})$, con estado

$$\left|\Psi^{(I)}\right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle\right) \otimes \left|p_0\right\rangle \tag{27}$$

Donde el espacio de observables asociado es $O^{(I)} = O^S \otimes O^M$ y los coeficientes $c_i$, además de los requisitos habituales respecto de la normalización y positividad del estado, deben ser tales que: (i) el valor medio de la posición de $S$ se encuentre en la región donde $q < q_1$, y (ii) el valor medio del momento sea tal que la dirección de avance del paquete sea hacia la región de interacción.

De este modo, la condición (i) permite afirmar que para todos los fines prácticos $\sum_{S-M}^{\text{int}} = 0$, entonces desde un punto de vista pragmático, el Hamiltoniano del sistema completo resulta ser $H^{(I)} = H^S \otimes I^M + I^S \otimes H^M$. Sin interacción $S$ y $M$ pueden considerarse sistemas elementales del sistema compuesto $S^{(I)}$. Por otro lado, la condición (ii) asegura que a $S$ se le da un momento tal que pase por el aparato $M$.

La elección del "cero" del tiempo, como en la mecánica clásica, es completamente arbitraria y se puede optar por cualquier valor. Sin embargo, por cuestiones estéticas que permiten una consistencia con la forma en que se habla conviene definir el tiempo de referencia de eventos $\tau_0$ igual al tiempo de referencia externo $t_0$

$$\tau_0 = t_0 \tag{28}$$

Este punto no corresponde a ningún evento, pero la elección permite que se pueda vincular $\tau_0$ con la creación del arreglo experimental y llamarlo tiempo inicial. Además, resulta consistente con la nomenclatura "condición inicial" para la especificación de este estado.

II. *Interacción*. Siempre que el valor medio de la posición de $S$ sea tal que $q < q_1$, no hay interacción entre $S$ y $M$[1], pero si es tal que $q_1 \leq q \leq q_2$ entonces la hay. Para el valor $q = q_1, H_{S-M}^{\text{int}} \neq 0$, y por lo tanto hay una transición tal que el sistema compuesto $S^{(I)}$ pasa a ser el elemental $S^{(II)} : (O^{(II)}, H^{(II)})$, con el espacio de observables asociado $O^{(II)} = O^{(I)}$ y el Hamiltoniano $H^{(II)} = H^S \otimes I^M + I^S \otimes H^M + H^{\text{int}}$. Al constituirse este nuevo sistema, $H^{(II)}$ se actualiza y permite definir un evento. Como este cambio en la descripción se produce para $q = q_1$ y esto corresponde con cierto valor $t_1$ del tiempo externo, es posible establecer un evento

➢ Para $q = q_1$ existe un evento $(H^{(II)}: \omega_\Omega^{(II)})$ donde el Hamiltoniano $H^{(II)}$ adquiere el valor definido $\omega_\Omega^{(II)}$ (AR). Este evento define $\tau_1 = t_1$.

III. *Lectura*. Para $q > q_2$ nuevamente la interacción puede considerarse nula, el todo se transforma en el sistema compuesto $S^{(III)}: (O^{(III)}, H^{(III)})$, donde su espacio de observables asociado es $O^{(III)} = O^{(I)}$ y su Hamiltoniano $H^{(III)} = H^S \otimes I^M + I^S \otimes H^M$. Adicionalmente se recuperan $S$ y $M$ como sistemas elementales. Al constituirse este nuevo sistema al menos se actualizan $H^{(III)}$ y $P^M$ adquiriendo valores definidos. Como este cambio en la descripción se produce para $q = q_2$ y esto corresponde con cierto valor $t_2$ del tiempo externo. Entonces es posible establecer al menos dos eventos

➢ Para $q = q_2$ existen dos eventos $(H^{(III)}: \omega_\Omega^{(III)})$ y $(P^M: p_k)$ en los que estos observables adquieren valores definidos. Estos eventos definen $\tau_2 = t_2$.

Nótese que la medición única interpretada por la MHI, junto a la elección de un tiempo de referencia, permite definir una secuencia temporal:

- Instante $\tau_0$: Constitución del arreglo experimental
- Instante $\tau_1$: evento $(H^{(II)}: \omega_\Omega^{(II)})$;
- Instante $\tau_2$: eventos $(H^{(III)}: \omega_\Omega^{(III)})$ y $(P^M: p_k)$

## 5.2. Mediciones sucesivas

Para reconstruir el caso de las mediciones consecutivas, nuevamente es necesario partir del sistema total $U$, donde no hay tiempo ni secuencias. Para recuperar una temporalidad física se define al tiempo de eventos y las secuencias como emergentes a partir del establecimiento de la separación del espacio de observables en tres subespacios que corresponden a los grados de libertad del objeto a ser medido y de cada uno de los aparatos $M^1$ y aparato $M^2$, de manera que $O^U = O^S \otimes O^{M^1} \otimes O^{M^2}$. Luego es posible separar al Hamiltoniano total $H^U$ en cinco partes donde cada una incluye, un Hamiltoniano $H^S$ que corresponde al subespacio $O^S$, un $H^{M^1}$ propio de $O^{M^1}$, otro a $H^{M^2}$ propio de $O^{M^2}$, uno de interacción entre el sistema y el primer aparato $H^{\text{int}}_{S-M^1}$, y uno de interacción entre el sistema y el segundo aparato $H^{\text{int}}_{S-M^2}$ de tal modo que

$$H^U = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} + H^{\text{int}}_{S-M^1} \otimes I^{M^2} + H^{\text{int}}_{S-M^2} \otimes I^{M^1} \tag{29}$$

El requerimiento para que esta interacción pueda ser una medición es que los Hamiltonianos de interacción tengan la forma

$$H^{\text{int}}_{S-M^1} = \Theta(q, q_1, q_2) H_{S-M^1} \quad \text{y} \quad H^{\text{int}}_{S-M^2} = \Theta(q, q_3, q_4) H_{S-M^2} \tag{30}$$

donde $\Theta(q, q_1, q_2)$ y $\Theta(q, q_3, q_4)$ son funciones doble escalón, cuya variable es $q$, definidas como

$$\Theta(q, q_1, q_2) = \begin{cases} 0 & si \quad q < q_1 \\ 1 & si \quad q_1 \leq q \leq q_2 \\ 0 & si \quad q > q_2 \end{cases} \text{ y } \Theta(q, q_3, q_4) = \begin{cases} 0 & si \quad q < q_3 \\ 1 & si \quad q_3 \leq q \leq q_4 \\ 0 & si \quad q > q_4 \end{cases} \tag{31}$$

donde $q_1 < q_2 < q_3 < q_4$. Nuevamente la variable espacial $q$ está vinculada a la disposición de los elementos del arreglo experimental y sustituye al parámetro $t$ en el cometido de distinguir un "antes" y "después" de cada interacción. Las funciones doble escalón permiten separar al arreglo experimental en cinco regiones, dos donde la interacción es intensa y otras tres donde es nula. En las regiones donde hay interacción $U$ debe pensarse como un sistema elemental, mientras que al igual que en el caso anterior, si el estado del sistema se pueda representar por medio de un paquete de ondas localizado y dicho paquete se encuentra en las regiones sin interacción, entonces $U$ podrá pensarse como un sistema compuesto.

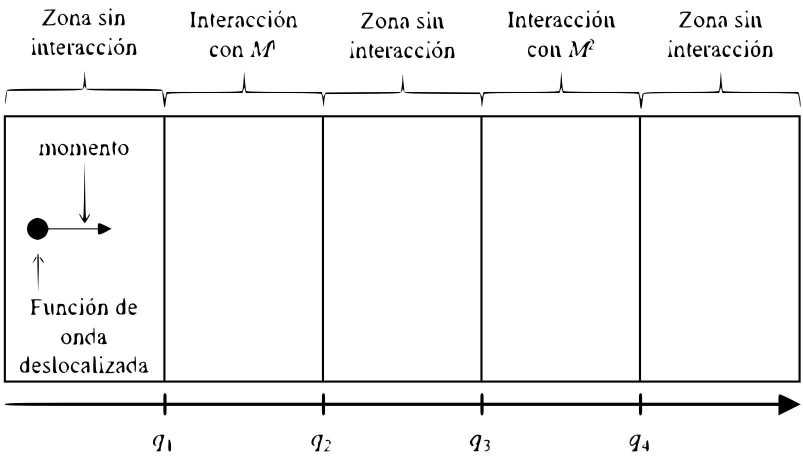


Figura 2. Esquema del arreglo experimental. Se observa que el momento de la función de onda tiene su dirección apuntando hacia la zona de influencia de los aparatos de medición $M^1$ y $M^2$.

A partir de esta división espacial es posible reconstruir la temporalidad de las mediciones consecutivas.

Sea un sistema objeto $S : (O^S, H^S)$, un aparato de medición $M^1 : (O^{M^1}, H^{M^1})$ y otro aparato de medición $M^2 : (O^{M^2}, H^{M^2})$, el sistema $S$ se encuentra en una superposición de estados $\sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle$ en el contexto de medición del observable $A^S$. El observable "puntero" de $M^1$ es $P^{M^1}$ y $\left|p_0^{M^1}\right\rangle$ es el estado en el que el aparato está listo para medir, y "puntero" de $M^2$ es $P^{M^2}$ con estado listo para medir $\left|p_0^{M^2}\right\rangle$:

I. *Constitución del sistema (Condición inicial).* El sistema objeto $S$ y los aparatos de medición $M^1$ y $M^2$, se constituyen como partes de un sistema total $S^{(I)} : (O^{(I)}, H^{(I)})$, con estado

$$\left|\Psi^{(I)}\right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle\right) \otimes \left|P_0^{M^1}\right\rangle \otimes \left|P_0^{M^2}\right\rangle \tag{32}$$

Donde el espacio de observables asociado es $O^{(I)} = O^S \otimes O^{M^1} \otimes O^{M^2}$ y los coeficientes $c_i$, deben ser tales que el valor medio de la posición de $S$ se encuentre en la región donde $q < q_1$, y el valor medio del momento sea tal que la dirección de avance de la partícula sea hacia la región de las interacciones. Dado que en esta región $H^{\text{int}}_{S-M^1} = H^{\text{int}}_{S-M^2} = 0$, resulta que

$$H^{(I)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} \quad (33)$$

Y los tres sistemas $S$, $M^1$ y $M^2$ pueden considerarse sistemas elementales del sistema compuesto $S^{(I)}$. Al igual que en el caso de la medición simple se puede definir el tiempo de referencia de eventos $\tau_0$ igual al tiempo de referencia externo $t_0$

$$\tau_0 = t_0 \quad (34)$$

II. *Interacción* $S - M^1$. Dentro de la región en la que $q_1 \leq q \leq q_2$ hay interacción entre el sistema objeto y el primer aparato, de modo que $H^{\text{int}}_{S-M^1} \neq 0$, entonces para $q = q_1$ hay una transición tal que $S$ y $M^1$ pasan a formar el sistema elemental $SM^1$: $(O^{SM^1}, H^{SM^1})$, donde $O^{SM^1} = O^S \otimes O^{M^1}$ y $H^{SM^1} = H^S \otimes I^{M^1} + I^S \otimes H^{M^1} + H^{\text{int}}_{S-M^1}$. Además, se constituye el sistema $S^{(II)}$: $(O^{(II)}, H^{(II)})$ que sigue siendo compuesto porque $M^2$ no interactúa con nada, donde $O^{(II)} = O^{(I)}$ y el Hamiltoniano es

$$H^{(II)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} + H^{\text{int}}_{S-M^1} \otimes I^{M^2} \quad (35)$$

Como este cambio en la descripción se produce para $q = q_1$ y esto corresponde con cierto valor $t_1$ del tiempo externo, y teniendo en cuenta que $H^{(II)}$ se actualiza

➢ Para $q = q_1$ existen un evento $(H^{(II)}: \omega_\Omega^{(II)})$ donde el observable $H^{(II)}$ adquiere valor definido. Este evento define $\tau_1 = t_1$.

Al finalizar esta etapa los sistemas $S$ y $M^1$ quedan correlacionados, y el estado se escribe como

$$\left|\Psi^{(II)}\right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle \otimes \left|P_i^{M^1}\right\rangle\right) \otimes \left|P_0^{M^2}\right\rangle \quad (36)$$

III. *Lectura de* $M^1$. Para $q_2 < q < q_3$ la interacción puede considerarse nula, el todo se transforma en el sistema compuesto $S^{(III)}$: $(O^{(III)}, H^{(III)})$, donde su espacio de observables asociado es $O^{(III)} = O^{(I)}$ y su Hamiltoniano

$$H^{(III)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} \quad (37)$$

Adicionalmente se recuperan $S$ y $M^1$ como sistemas elementales. Al constituirse este nuevo sistema, $H^{(III)}$ y $P^{M^1}$ se actualizan. Como este cambio en la descripción se produce para $q = q_2$ y esto corresponde con cierto valor $t_2$ del tiempo externo, es posible establecer dos eventos

➢ Para $q = q_2$ existen dos eventos $(H^{(III)}\colon \omega_\Omega^{(II)})$ y $(P^{M^1}\colon p_k^{M^1})$ en los que estos observables adquieren valores definidos. Estos eventos definen $\tau_2 = t_2$.

IV. *Interacción* $S - M^2$. Dentro de la región en la que $q_3 \leq q \leq q_4$ hay interacción entre el sistema objeto y el segundo aparato, de modo que $H^{\text{int}}_{S-M^2} \neq 0$, entonces para $q = q_3$ hay una transición tal que $S$ y $M^2$ pasan a formar el sistema elemental $SM^2$: $(O^{SM^2}, H^{SM^2})$, donde $O^{SM^2} = O^S \otimes O^{M^2}$ y $H^{SM^2} = H^S \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^2} + H^{\text{int}}_{S-M^2}$. Además, se constituye el sistema $S^{(IV)}$: $(O^{(IV)}, H^{(IV)})$ que sigue siendo compuesto porque $M^1$ no interactúa con nada, donde $O^{(IV)} = O^{(I)}$ y el Hamiltoniano es

$$H^{(IV)} = H^S \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^S \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} + H^{\text{int}}_{S-M^2} \otimes I^{M^1} \quad (38)$$

Como este cambio en la descripción se produce para $q = q_3$ y esto corresponde con cierto valor $t_3$ del tiempo externo, teniendo en cuenta que $H^{(IV)}$ se actualiza, es posible establecer un evento

➢ Para $q = q_3$ existe un evento $(H^{(IV)}\colon \omega_\Omega^{(IV)})$, donde los distintos observables adquieren valor definido. Este evento define $\tau_3 = t_3$.

Al finalizar esta etapa los sistemas $S$ y $M^2$ quedan correlacionados, y el estado se escribe como

$$\left|\Psi^{(IV)}\right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \left|a_i\right\rangle \otimes \left|P_i^{M^1}\right\rangle \otimes \left|P_i^{M^2}\right\rangle\right) \quad (39)$$

V. *Lectura de* $M^2$. Si $q > q_4$ entonces la interacción puede considerarse nula, el todo se transforma en el sistema compuesto $S^{(V)}$: $(O^{(V)}, H^{(V)})$, donde su espacio de observables asociado es $O^{(V)} = O^{(I)}$ y su Hamiltoniano

$$H^{(V)} = H^{S} \otimes I^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^{S} \otimes H^{M^1} \otimes I^{M^2} + I^{S} \otimes I^{M^1} \otimes H^{M^2} \quad (40)$$

Al constituirse este nuevo sistema, $H^{(V)}$ y $P^{M^2}$ se actualizan. Como este cambio en la descripción se produce para $q = q_4$ y esto corresponde con cierto valor $t_4$ del tiempo externo, es posible establecer dos eventos

> ➢ Para $q = q_4$ existen dos eventos $(H^{(V)}\colon \omega_{\Omega}^{(IV)})$ y $(P^{M^2}\colon P_k^{M^2})$ en los que estos observables adquieren valores definidos. Estos eventos definen $\tau_4 = t_4$.

En el caso en que $M^1$ y $M^2$ midan la misma propiedad física, a partir de $\left|\Psi^{(V)}\right\rangle = \left|\Psi^{(IV)}\right\rangle$ se pueden calcular las probabilidades:

$$pr\left(\frac{p_k^{M^2}}{p_k^{M^1}}\right) = \frac{pr\left(p_k^{M^2} \wedge p_k^{M^1}\right)}{pr\left(p_k^{M^1}\right)} = \frac{|c_k|^2}{|c_k|^2} = 1 \quad (41)$$

$$pr\left(\frac{p_{k'}^{M^2}}{p_k^{M^1}}\right) = \frac{pr\left(p_{k'}^{M^2} \wedge p_k^{M^1}\right)}{pr\left(p_k^{M^1}\right)} = \frac{0}{|c_k|^2} = 0 \quad (42)$$

que se corresponden con las correlaciones observadas.

Entonces en dos mediciones sucesivas interpretadas por la MHI se producen varios eventos que junto a la elección de un tiempo de referencia permite definir una secuencia temporal de cuatro puntos:

1. Instante $\tau_0$: Constitución del arreglo experimental
2. Instante $\tau_1$: evento $(H^{(II)}\colon \omega_{\Omega}^{(II)})$
3. Instante $\tau_2$: eventos $(H^{(III)}\colon \omega_{\Omega}^{(III)})$ y $(P^{M^1}\colon P_k^{M^1})$
4. Instante $\tau_3$: evento $(H^{(IV)}\colon \omega_{\Omega}^{(IV)})$
5. Instante $\tau_4$: eventos $(H^{(V)}\colon \omega_{\Omega}^{(V)})$ y $(P^{M^2}\colon P_k^{M^2})$

Este resultado puede generalizarse para cualquier tipo de observable y para cualquier cantidad de mediciones consecutivas. Cada nueva medición agrega al proceso una nueva interacción con la consiguiente constitución de un nuevo sistema, lo que equivale a afirmar que cada nueva medición constituye un evento adicional en un instante temporal posterior.

En la MHI el tiempo externo mantiene su condición de absoluto en el sentido de ser siempre igual a sí mismo y homogéneo respecto a los sistemas que afecta del modo expresado en la ecuación de Schrödinger. Contrariamente, la definición de tiempo de eventos que se acaba de presentar, dependiente de los postulados interpretativos de la MHI, tiene carácter relacional ya que se obtiene a partir de la adopción de la perspectiva secuencial frente a un sistema cerrado. Aunque en sí mismos los sistemas cerrados concebidos como un todo, según la MHI, tienen naturaleza intemporal, la perspectiva secuencial permite reconstruir una serie de eventos que se corresponden de modo bien definido con ciertos valores medios críticos de alguna variable dinámica relevante (en la reconstrucción presentada aquí se hizo uso del valor medio de la variable posición). A su vez, esta serie de eventos es relativa al modo en que se particiona el espacio de observables. Aunque en atención a fines prácticos el modo habitual de particionar el espacio de observables es en un sistema objeto y uno o varios aparatos de medición, se sabe que existen múltiples maneras de dividir el espacio de observables, todas en principio igualmente legítimas. La perspectiva holista de la mecánica cuántica prescribe la inclusión de todos los aparatos de medición en un sistema total, incluyendo los relojes. De este modo, el tiempo externo no es el tiempo físico que miden los relojes y puede considerarse un parámetro. Entonces cada "tic tac" del reloj se corresponde con el tiempo de eventos definido a partir de los eventos de interacción dentro de su mecanismo. Más aún, si se atiende exclusivamente al tiempo de eventos, cada evento constituye un instante en una línea de tiempo relativo que, teniendo en cuenta la multitud de interacciones que se producen entre las partículas constituyentes de un sistema macroscópico, puede ser concebida como un continuo.

## 6. *Conclusiones*

La interpretación relacional del tiempo se abrió paso en la historia de la filosofía de la física, desde las primeras intuiciones de Leibniz, por medio de los trabajos de Mach, Einstein y recientemente Barbour. En este artículo se procura llevar la discusión al ámbito de la mecánica cuántica. Para ello se recupera la distinción entre el tiempo externo (el parámetro t de la ecuación de Schrödinger) y el tiempo de eventos, haciendo hincapié a la vez en la no definición de este último en el ámbito de la teoría y en su especial relevancia física como tiempo observable.

Se muestra que a partir de la aplicación de los postulados de la interpretación modal-hamiltoniana es necesario adoptar una perspectiva holista en la que se considere el sistema cerrado que incluya a todos los subsistemas que intervienen en un problema dado. Sus postulados interpretativos conciben a los sistemas cerrados con valores de energía actualizados desde su constitución, por lo tanto, y atendiendo a la relación de indeterminación entre energía y tiempo, los sistemas cuánticos cerrados son intemporales en la MHI.

Sin embargo, se demuestra que es posible reconstruir una temporalidad interna al sistema cerrado a partir de la división del todo en partes. En efecto, se presenta una propuesta de reconstrucción del tiempo de eventos que depende de la división en regiones espaciales dentro de un arreglo experimental. Se obtiene así una definición que vincula la ocurrencia de eventos con ciertos valores críticos de alguna variable dinámica relevante del sistema. La definición ostenta carácter relacional dado que se construye, no a partir de un tiempo absoluto, sino a partir de eventos particulares vinculados a la interacción entre las partes del sistema.[16]

## BIBLIOGRAFÍA

Ardenghi J.S., O. Lombardi y M. Narvaja, 2013, "Modal Interpretations and Consecutive Measurements", en V. Karakostas y D. Dieks (eds.), *EPSA11 Perspectives and Foundational Problems in Philosophy of Science. The European Philosophy of Science Association Proceedings*, vol. 2, Springer, pp. 207–217. (https://doi.org/10.1007/978-3-319-01306-0_17)

Ardenghi, J.S. y O. Lombardi, 2012, "Interpretación modal-hamiltoniana: una versión invariante ante las transformaciones de Galileo", en Cibelle Celestino Silva y Luis Salvatico (eds.), *Filosofia e história da ciência no Cone Sul: seleção de trabalhos do 7º Encontro da AFHIC*, Entrementes Editorial, Porto Alegre, pp. 222–230.

Ardenghi, J.S., M. Castagnino y O. Lombardi, 2009, "Quantum Mechanics: Modal Interpretation and Galilean Transformations", *Foundations of Physics*, vol. 39, pp. 1023–1045.

[16] Este trabajo se encuentra financiado por los proyectos "The Cosmological Origin of the Arrow of Time" subsidiado por John Templeton Foundation, "Mecánica cuántica: interpretación y relaciones interteóricas" financiado por la Universidad de Buenos Aires, "Relaciones interteóricas entre la mecánica cuántica y otros dominios teóricos" financiado por la Universidad Austral y "La interpretación de la mecánica cuántica y de sus relaciones con otros dominios teóricos y disciplinares" subsidiado por la Agencia de Promoción Científica y Tecnológica.

Baierlein, R.F., D.H. Sharp y J.A. Wheeler, 1962, "Three-Dimensional Geometry as Carrier of Information about Time", *Phys. Rev.*, vol. 126, no. 5, p. 1864.

Ballentine, L., 1998, *Quantum Mechanics: A Modern Development*, World Scientific, Singapore.

Barbour, J., 1999, *The End of Time: The Next Revolution in Physics*, Oxford University Press, Oxford.

Barbour, J., 1982, "Relational Concepts of Space and Time", *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 33, no. 3, pp. 251–274.

Barbour, J.B. y B. Bertotti, 1982, "Mach's Principle and the Structure of Dynamical Theories", *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, vol. 382, no. 1783, pp. 295–306.

Busch, P., 2008, "The Time–Energy Uncertainty Relation", en J. Muga, R.S. Mayato, Í. Egusquiza (eds.), *Time in Quantum Mechanics. Lecture Notes in Physics*, vol. 734, Springer, Berlin, Heidelberg.

Busch, P., 1990a, "On the Energy-Time Uncertainty Relation. Part I: Dynamical Time and Time Indeterminacy", *Foundations of Physics*, vol. 20, pp. 1–32.

Busch, P., 1990b, "On the Energy-Time Uncertainty Relation. Part II: Pragmatic Time Versus Energy Indeterminacy", *Foundations of Physics*, vol. 20, pp. 33–43.

Castagnino, M. y O. Lombardi, 2008, "The Role of the Hamiltonian in the Interpretation of Quantum Mechanics", *Journal of Physics. Conferences Series*, vol. 128, 012014.

Da Costa, N. y O. Lombardi, 2014, "Quantum Mechanics: Ontology without Individuals", *Foundations of Physics*, vol. 44, pp. 1246–1257.

Da Costa, N., O. Lombardi y M. Lastiri, 2013, "A Modal Ontology of Properties for Quantum Mechanics", *Synthese*, vol. 190, pp. 3671–3693.

Earman, J., 2015, "Some Puzzles and Unresolved Issues about Quantum Entanglement", *Erkenntnis*, vol. 80, pp. 303–337. (https://doi.org/10.1007/s10670-014-9627-8)

Fortin, S. y C. López, 2016, "Problemas ontológicos de la mecánica cuántica", en C.E. Vanney, I. Silva y J.F. Franck (eds.), *Diccionario Interdisciplinar Austral*. (http://dia.austral.edu.ar/Problemas_ontológicos_de_la_mecánica_cuántica)

Haag, R., 1993, "Local Quantum Physics and Models", *Commun. Math. Phys.*, vol. 155, pp. 199–204.

Horn, L.R., 2018, "Contradiction", en E.N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. (https://plato.stanford.edu/archives/win2018/entries/contradiction/)

Kuchař, K., 2011, "Time and Interpretations of Quantum Gravity", *International Journal of Modern Physics*, vol. 20, supp 01, pp. 3–86.

Lombardi, O., 2000, *El problema del determinismo en física* (tesis doctoral).

Lombardi, O. y D. Dieks, 2021, "Modal Interpretations of Quantum Mechanics", en E.N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. (https://plato.stanford.edu/entries/qm-modal/)

Lombardi, O. y S. Fortin, 2015, "The Role of Symmetry in the Interpretation of Quantum Mechanics", *Electronic Journal of Theoretical Physics*, vol. 12, pp. 255–272.

Lombardi, O., J.S. Ardenghi, S. Fortin y M. Castagnino, 2011, "Compatibility between Environment-Induced Decoherence and the Modal-Hamiltonian Interpretation of Quantum Mechanics", *Philosophy of Science*, vol. 78, pp. 1024–1036.

Lombardi, O., M. Castagnino, y J.S. Ardenghi, 2010, "The Modal-Hamiltonian Interpretation and the Galilean Covariance of Quantum Mechanics", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, vol. 41, pp. 93–103.

Lombardi, O., S. Fortin, J. Ardenghi y M. Castagnino, 2010, *Introduction to the Modal-Hamiltonian Interpretation of Quantum Mechanics*, Nova Science Publishers Inc., Nueva York.

Lombardi, O. y M. Castagnino, 2008, "A Modal-Hamiltonian Interpretation of Quantum Mechanics", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, vol. 39, pp. 380–443.

Maudlin, T., 2019, *Philosophy of Physics*, Princeton University Press, Princeton.

Menzel, C., 2020, "In Defense of the Possibilism-Actualism Distinction", *Philos Stud*, vol. 177, pp. 1971–1997. (https://doi.org/10.1007/s11098-019-01294-0)

Okon, E. y D. Sudarsky, 2016, "Less Decoherence and More Coherence in Quantum Gravity, Inflationary Cosmology and Elsewhere", *Foundations of Physics*, vol. 46, pp. 852–879.

Pooley, O. y H. Brown, 2002, "Relationalism Rehabilitated? I: Classical Mechanics", *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol. 53, no. 2, pp. 183–204.

van Fraassen, B.C., 1972, "A Formal Approach to the Philosophy of Science", en R. Colodny (ed.), *Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, pp. 303–366.

Vanni, L. y R. Laura, 2005, "Mediciones cuánticas sin colapso de la función de onda", *Anales AFA*, vol. 17, no. 1, pp. 25–27. (https://anales.fisica.org.ar/journal/index.php/analesafa/article/view/144)

Vermaas, P., 1999, *A Philosopher's Understanding of Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge.

von Neumann, J., 1932, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlín.

*Recibido: 16 de abril de 2021; aprobado: 20 de julio de 2021.*