Revista de Economía, 42 (104), 2025 DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

UADY UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE YUCATÁN

Revista de Economía,

Facultad de Economía, Universidad Autónoma de Yucatán

Productividad, capital humano y población: sus efectos sobre el crecimiento económico en México (1961-2019)

Productivity, human capital and population: its effects on economic growth in Mexico (1961-2019)

Alejandro Rodríguez Arana[1]

Resumen

Este trabajo estima una función producción anual para México similar a la propuesta por la Penn World Table (PWT) 10.0 (Feenstra, Inklaar y Timmer, 2015). Para ello, utiliza datos de la misma base señalada. Como la productividad factorial total (PFT) es inobservable, se supone que sigue un proceso autorregresivo de primer orden. La estimación descrita se lleva a cabo por el método generalizado de momentos (MGM). Uno de los resultados principales de la estimación es que hay rendimientos decrecientes conjuntos del capital y del trabajo, de forma que la PFT calculada en este ejercicio tiene un comportamiento más suave que el que surge de la PWT 10.0. Esto se debe a que en la estimación de este artículo no se imponen los supuestos de competencia perfecta y rendimientos constantes a escala de los factores, mismos que sí impone la PWT 10.0 (Feenstra et al., 2015). Los resultados del artículo se utilizan en un modelo de crecimiento económico. Con ellos es posible obtener los efectos de largo plazo que tienen en México los crecimientos de la PFT, el capital humano y el empleo sobre el crecimiento del PIB por hora empleada y el crecimiento del producto per cápita. Una limitación es que la función producción no puede estimarse como en otros trabajos, pues falta información sobre el precio de los factores a lo largo del tiempo.

Palabras clave: función producción, productividad, crecimiento, multiplicadores, producto per cápita.
Clasificación JEL: C22, D24, O15, O33, O47.

Abstract

This work estimates an annual production function for Mexico similar to that proposed by the Penn World Table (PWT) 10.0 (Feenstra, Inklaar and Timmer, 2015). To do this, it uses data from the same database indicated. Since total factor productivity (TFP) is unobservable, it is assumed

1- Universidad Iberoamericana, México, Correo electrónico: alejandro.rodriguez@ibero.mx
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5425-9681

RECEPCIÓN: 11 de marzo de 2024 **ACEPTACIÓN:** 29 de octubre de 2024
REVISTA DE ECONOMÍA: Vol. 42- Núm 104 ENERO A JUNIO DE 2025: Págs. 56-88

the same database indicated. Since total factor productivity (TFP) is unobservable, it is assumed that it follows a first-order autoregressive process. The described estimation is carried out by the generalized method of moments (MGM). One of the main results of the estimation is that there are joint diminishing returns to capital and labor, so that the PFT calculated in this exercise has a smoother behavior than that arising from PWT 10.0. This is because the estimation in this article does not impose the assumptions of perfect competition and constant returns at the factor scale, which are imposed by PWT 10.0 (Feenstra et al., 2015). The results of the article are used in an economic growth model. With them it is possible to obtain the long-term effects that the growth of TFP, human capital and employment have in Mexico on the growth of GDP per hour employed and the growth of product per capita.

Keywords: production function, productivity, growth, multipliers, output per capita.
JEL Classification: C22, D24, O15, O33, O47.

1. Introducción

La productividad tiene una influencia relevante en el crecimiento económico de los países y en la distribución factorial del ingreso. Sin embargo, no existen datos fehacientes de esa variable que puedan utilizarse para conocer sus efectos en casos concretos. En general, la productividad se encuentra con la metodología propuesta por Solow (1957) como un residuo. En este caso se suponen rendimientos constantes a escala entre el trabajo y el capital y competencia perfecta en los mercados de factores. Si la función producción es la de Cobb-Douglas (Cobb y Douglas, 1928), entonces la razón del pago de cada factor al producto interno bruto (PIB) constituye la contribución de ese factor en la producción. Conociendo los niveles de capital y de trabajo, es entonces posible encontrar la productividad factorial total (PFT) de manera indirecta.

La base de datos conocida como la Penn World Table (PWT), creada por Summers y Heston (1988), y actualmente dirigida por Feenstra, Inklaar y Timmer (2015), calcula la PFT con la metodología mencionada. Para esto, supone una función producción parcialmente compatible con la propuesta por Lucas (1988), la cual incluye al capital humano. Haciendo los supuestos ya mencionados de competencia perfecta y rendimientos constantes a escala, encuentra la PFT como un residuo. En el caso concreto de México, la PFT que surge de esta metodología tiene una tendencia creciente entre 1954 y 1981 y decreciente a partir de entonces.

Los parámetros de la función producción son útiles para conocer la influencia de diversos determinantes del crecimiento económico, como los crecimientos de la PFT, el capital humano y la población sobre el crecimiento del PIB per cápita tanto en corto como en largo plazo.

El método del residuo descrito por Solow (1957) para encontrar la productividad factorial, y que con cambios menores sigue la PWT desde hace muchos años, está sujeto a diversas críticas.

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

Las principales son sobre los supuestos de competencia perfecta en los mercados de factores y rendimientos constantes a escala del capital físico y el trabajo. Otra crítica sería la de proponer *ex ante* una función producción específica Cobb-Douglas.

El crecimiento del PIB per cápita de México en los últimos años ha sido muy bajo. De 1980 a 2023, el crecimiento promedio de la variable descrita fue 0.55% por año. En contraste, Canadá y Estados Unidos, países más desarrollados que México, tuvieron crecimientos promedio respectivos de 1.73% y 1.14%. Otros países de América Latina y Asia mostraron crecimientos bastante más elevados que el de México para el mismo período considerado.[1]

La estimación de la función producción de México, junto con un modelo de crecimiento, permiten hacer un diagnóstico más detallado de cuáles son los elementos que han hecho que México crezca poco en las últimas décadas.

Los objetivos principales de este artículo son, primero, estimar una función producción para México sin suponer *a priori* rendimientos constantes a escala en el capital y el trabajo y competencia perfecta en los mercados de factores. Un segundo objetivo es utilizar los resultados obtenidos de esa función producción para analizar la PFT estimada y compararla con la que surge del método propuesto por la PWT. Finalmente, el tercer objetivo consiste en estimar los efectos que tienen a largo plazo los crecimientos de la productividad factorial, el capital humano, la población y el empleo sobre los crecimientos del PIB per cápita y el PIB por hora empleada. Esto permite explicar en buena medida la caída del crecimiento del PIB per cápita en México.

El presente estudio se divide en seis secciones. La segunda hace una breve revisión de la literatura de estimaciones de funciones de producción para México y otros países. Las siguientes tres se centran en los objetivos descritos en el párrafo anterior. Finalmente, la sexta sección muestra las conclusiones.

2. Breve revisión de la literatura sobre estimaciones de funciones de producción

Cuando se estima una función producción se enfrentan varios problemas. Uno de ellos es que, en general, las funciones de producción teóricas expresan la producción en razón de los factores de producción y de la PFT. Si bien en muchos casos los datos sobre los factores de producción están disponibles, no hay datos directos de la PFT. Eso implica la existencia de una variable omitida.

Un segundo problema al estimar funciones de producción es el de la endogeneidad. La producción depende de los factores, pero la demanda de factores depende a su vez de la producción planeada, por lo que es muy probable que exista una doble causalidad entre el producto y sus factores. En este caso las estimaciones por mínimos cuadrados ordinarios pueden dar lugar a estimadores sesgados e inconsistentes.

[1] Chile 2.5%, China 8.1%, India 4.2%, Corea del Sur 5.1%. Un país que ha tenido un crecimiento similar al de México es Argentina, con 0.59% (FMI, 2024). Se tomaron los datos del Fondo Monetario Internacional porque los datos de la PWT 10.0 sólo llegan hasta 2019.

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

Desde hace muchos años se han estimado funciones de producción. El artículo pionero de Cobb y Douglas (1928) es el primero que considera que en una función producción multiplicativa los exponentes de los factores de producción capital y trabajo pueden aproximarse por las participaciones de esos factores en el producto. Esto es válido siempre que haya rendimientos constantes a escala y competencia perfecta en los mercados de factores.

Muchos trabajos posteriores comenzaron a estimar funciones de producción en países desarrollados utilizando métodos econométricos desde los años sesenta, entre ellos se encuentran los artículos de Bodkin y Klein (1967), Kmenta (1967) y Walters (1961). Más adelante surgieron otros, como el de Christiansen, Jorgenson y Lau (1973). En años más recientes aparecieron los de Mundlack (1996), Olley y Pakes (1996), Levinsohn y Petrin (2003), Wooldridge (2009) y Lin y Chunping (2014).

En general, muchos de estos trabajos llevan a cabo una estimación en la cual los precios de los factores sirven como instrumentos para calcular la PFT, pues las empresas que maximizan beneficios encuentran demandas de factores que dependen de la productividad factorial y de los precios de dichos factores, por lo cual se despeja la PFT de alguna de estas demandas y el resultado se sustituye en la función producción. Estos precios y los rezagos del capital y del trabajo son los instrumentos con los cuales, además de calcular en forma indirecta la PFT, se estima la función producción para reducir el posible problema de endogeneidad.

Cabe señalar que, para el caso de México, la metodología descrita no parece factible, pues los datos de salarios y rendimiento del capital que podrían obtenerse sólo de forma indirecta de la PWT 10.0 no son confiables. Por ejemplo, en la PWT 10.0, la participación del empleo en el PIB se mantiene constante en un nivel de alrededor de 42% desde 1950 hasta 1992. Es seguro que eso no ocurrió. De acuerdo con información antigua (Banco de México, 1990), entre 1982 y 1983 la razón de salarios totales a PIB cayó cinco puntos porcentuales. En los siguientes cinco años cayó otros cinco puntos porcentuales.[2]

Entre los trabajos que estiman funciones de producción para México, algunos llevan a cabo estimaciones a nivel agregado, otros estiman funciones de producción en paneles de entidades federativas, algunos más se concentran en estimaciones sectoriales y otros más específicos estiman funciones de producción para unidades productivas o por tipo de bienes.

Por su parte, entre los trabajos que hacen estimaciones agregadas para México, el de Ramírez (2004) estima una función producción Cobb-Douglas anual de 1955 a 1999, en donde se hace una separación entre capital público y capital privado. Los tres factores de producción, capital privado, capital público y trabajo resultan significativos y tienen un efecto positivo en la producción. En general, el capital privado tiene un efecto mayor que el capital público.

[2] El problema es que no es factible construir una serie larga de salarios a PIB en México, pues la información está dispersa, o tal vez no exista para algunos años. Tampoco es posible encontrar el rendimiento del capital sin suponer rendimientos constantes a escala, pero la intención es no hacer este supuesto *a priori*.

Loría (2009) se pregunta la razón del lento crecimiento de México en las últimas décadas. El autor estima funciones de producción del tipo de Cobb-Douglas con periodicidad trimestral entre 1980 y 2008. En apariencia, el autor no puede rechazar rendimientos constantes a escala, pues la suma de los coeficientes del capital y del trabajo, aunque menor a uno, está cerca de ese número. Lo que encuentra es un efecto relativamente pequeño (alrededor de 0.3) del capital en la función de producción. Como el presente trabajo muestra en secciones posteriores, esto puede generar un menor crecimiento de largo plazo. Sin embargo, Loría (2009) no explica este efecto.

El trabajo de Rodríguez y López (2009) también estima una función de producción agregada para México con datos trimestrales entre 1990 y 2004. Los autores pretenden encontrar cuál es el efecto del desarrollo financiero sobre la productividad dentro de una función de producción. Para esto miden esa variable como el cociente del agregado monetario M4 al PIB. La forma funcional por estimar es una donde el PIB per cápita depende de la razón ya descrita y del cociente entre capital y trabajo. Lo anterior implica que los autores suponen *a priori* rendimientos constantes del capital y del trabajo.

Whaite y Brian (2010) estiman una función de producción del tipo de Cobb-Douglas anual para México de 1960 a 2003, con datos de los Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial. La productividad se aproxima por las exportaciones y las importaciones. La variable dependiente es el producto total menos las exportaciones. Se usa el método de Johansen para estimar los efectos de largo plazo en la función producción y un vector de corrección de error para los resultados de corto plazo. El resultado es que no se pueden rechazar rendimientos constantes de capital, mientras que el trabajo no resulta significativo, lo cual es sorprendente. A su vez, las importaciones afectan positivamente a la producción, mientras que las exportaciones la afectan negativamente, otro resultado también sorprendente. Es muy probable que la forma funcional de este trabajo no esté bien especificada y por eso genere esos resultados.

Romero (2012) estima una función de producción de tipo Cobb-Douglas para evaluar el impacto de distintos tipos de capital (público, privado y externo) sobre el producto. La estimación se realiza de manera anual de 1940 a 2011. En la estimación se utiliza primero el método de Johansen (1988) y luego se introduce este vector en un modelo de corrección de error. Siguiendo con lo anterior, en una primera estimación donde se utiliza toda la muestra, se detecta un cambio estructural en 1979. Al dividir la muestra, en la primera parte de ella, de 1940 a 1978, se encuentra que el capital público tiene un impacto bastante más elevado que los otros tipos de capital sobre el producto. A su vez, dados los valores de los estimadores, no parece que puedan rechazarse rendimientos constantes a escala entre el capital agregado y el trabajo. En la segunda parte de la muestra, de 1979 a 2011, el capital nacional ejerce un impacto considerable sobre el producto, pero el capital extranjero resulta insignificante. Es claro que, dados los coeficientes de las estimaciones, en este caso pueden rechazarse rendimientos constantes del capital y del trabajo y no pueden rechazarse rendimientos decrecientes de estos factores.

Otros trabajos estiman funciones de producción, pero no para todo el país, sino para las entidades federativas en cortes transversales o paneles. Este es el caso del artículo de Ríos y Marroquín (2012), el cual analiza de qué manera la innovación afecta al PIB dentro de la función producción y éste, a su vez, afecta a la innovación.

El artículo de Ríos y Marroquín (2012) estima una función producción en un panel anual de las 32 entidades federativas entre 1994 y 2008. La innovación se aproxima por patentes registradas. Los autores encuentran que hay una doble causalidad positiva entre innovación y producto, pero no se da un círculo virtuoso de crecimiento porque el efecto de la innovación sobre el producto en la función producción es muy pequeño.

Otro trabajo que estima una función producción en un panel de entidades federativas es el de Brock y Germán-Soto (2013). La función de producción es Cobb-Douglas. El panel se construye entre 1960 y 2003. El trabajo encuentra que la apertura comercial, el capital humano, el capital físico y el trabajo tienen un efecto positivo sobre el producto. No obstante, la apertura comercial reduce fuertemente el efecto que tienen el capital físico y el capital humano sobre el producto en la función producción, lo que tal vez explicaría el lento crecimiento de México en las últimas décadas. Los rendimientos conjuntos del capital y del trabajo estimado son decrecientes y se vuelven todavía más decrecientes a partir de la apertura comercial.

Entre los trabajos que llevan a cabo estimaciones sectoriales destaca el de Hernández, Pagan y Paxton (2005). En éste se estima una función de producción para microempresas formales e informales. La estimación se lleva a cabo con información de la Encuesta Nacional de Micronegocios (ENAMIN) con datos de corte transversal para 1998. La función de producción es translogarítmica. Se utiliza el concepto de frontera estocástica, en el cual la función producción incluye un elemento de ineficiencia que permite analizar qué tan lejos está el producto estimado de su potencial.

Los autores aproximan la productividad principalmente por años de estudio de los trabajadores de las microempresas, por el crédito que reciben dichas unidades y otros factores. Se encuentran rendimientos decrecientes del capital y del trabajo en el sector informal. Asimismo, el hecho de que los empleados de las microempresas formales tengan más educación que los de las unidades informales, y que las microempresas formales reciban más créditos, les da a estas últimas una gran ventaja.

En una estimación sobre la función de producción para ciertas actividades industriales en 91 municipios de México, Aguilar (2011) encuentra en especificaciones Cobb-Douglas que, en algunas ramas como el calzado y la confección, no es posible rechazar rendimientos constantes a escala del capital y del trabajo. En cambio, en muebles, minerales no metálicos y textil, se podrían rechazar rendimientos constantes a escala y no se podrían rechazar rendimientos decrecientes.

Kagin, Taylor y Yúnez-Naude (2016) estiman una función producción para unidades agrícolas de distinto tamaño. Para ello, utilizan datos de panel entre 2003 y 2008. Los autores encuentran que las unidades pequeñas tienen mayor rendimiento por hectárea que las unidades

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

grandes. Lo anterior sugiere que habría que instrumentar políticas públicas destinadas a mejorar la infraestructura y el crédito que reciben las unidades pequeñas. Los cuadros del artículo permiten inferir que los rendimientos conjuntos del capital y del trabajo en estas unidades son decrecientes.

Un problema de algunos de los artículos mencionados, que estiman funciones de producción para México, es que no modelan explícitamente la productividad factorial. Diversos trabajos de la teoría del ciclo real suponen que, en la función de producción, la productividad sigue un proceso autorregresivo que puede llegar a comportarse como una caminata aleatoria (Cogley y Nason, 1995; Evans, 1992). Para la estimación que llevaremos a cabo a continuación tomaremos esa idea.

3. Estimación de una función producción para México

La función de producción que se estima en este trabajo es del tipo de Cobb-Douglas (Cobb y Douglas, 1928). Esto es así por dos razones: la primera es que la ecuación mencionada se basa en el modelo de Lucas (1988) y en la ecuación que propone la PWT. En ambos casos, el supuesto es que la función producción es del tipo descrito. La segunda razón es que se llevaron a cabo pruebas de estimación de una función producción más general, como es la translogarítmica. Sin embargo, los resultados obtenidos fueron, además de insignificantes, contraintuitivos en algunos casos. [3]

La ecuación propuesta en este trabajo es la siguiente:

$$Y_t = A_{xt} K_t^{\alpha} (u h_t L_t)^{\beta} \quad (1)$$

Donde Y es el producto total, A_x es un indicador de productividad, K es el capital fijo, L es el número de horas trabajadas, h es el nivel de capital humano que poseen los trabajadores de las empresas bajo análisis y u es el esfuerzo de los trabajadores en su empleo.

El término uhL de la ecuación es el trabajo efectivo. Si dos personas con educación básica hacen lo mismo que una persona con educación secundaria, el trabajo efectivo de esas dos personas con estudios básicos es el mismo que el trabajo efectivo de la persona con estudios secundarios. En este caso, el nivel h de capital humano de las personas con secundaria es el doble que el de las personas con nivel básico de estudios. El mayor esfuerzo en el trabajo u también incrementa el trabajo efectivo de las personas. El término uh propuesto por Lucas (1988) entra en la función producción de la misma manera que en el modelo de Solow (1957) entra la productividad del trabajo.

[3] Algunos autores que han utilizado la función translogarítmica son Christiansen *et al.* (1973), Kmenta (1967) y Lin y Chunping (2014).

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

Para contar con una ecuación más parecida a la propuesta por la PWT (Feenstra *et al.*, 2015), se reescribe la ecuación (1) de la siguiente manera:

$$Y_t = A_t K_t^{\alpha} (h_t L_t)^{\beta} \quad \textbf{(2)}$$

Donde:

$$A_t = A_{xt} u^{\beta}$$

El parámetro A es ahora una combinación entre el indicador de productividad A_x y el esfuerzo que las personas realizan en el trabajo. A esta variable le llamaremos la PFT, pues es el término compatible con la metodología de la PWT. En términos logarítmicos, la función producción (2) se establece como:

$$\log(Y_t) = \log(A_t) + \alpha \log(K_t) + \beta \log(h_t L_t) \quad \textbf{(3)}$$

En la PWT 10.0 existen datos anuales de 1950 a 2019 del producto interno bruto Y en millones de dólares a precios constantes de 2011, del empleo total en horas L y de un índice de capital humano h para muchos países, entre ellos México. También se presenta un índice del capital físico K a precios constantes de 1954 a 2019. El indicador de capital humano h se obtiene básicamente como el promedio de los años de escolaridad de la población. La misma base publica datos de la PFT, pero éstos se obtienen como un residuo en el cual se supone que hay rendimientos constantes a escala (α+β=1). Se supone también competencia perfecta en el mercado de trabajo, por lo cual β es la participación del trabajo en el producto observado, es decir los salarios totales entre el PIB. El parámetro α es entonces 1-β.[4]

Los datos de la PFT publicados por la PWT 10.0 no pueden utilizarse para estimar la ecuación (3), pues se estaría estimando una identidad. Luego entonces, el problema es que no hay datos de productividad factorial que surjan de manera independiente de los demás datos. Este es uno de los problemas principales en la mayor parte de los trabajos que estiman una función producción.[5]

Como se mencionó en la sección anterior, en el caso de México no es posible llevar a cabo la metodología donde la PFT se deriva de la demanda de factores como una función de los precios de dichos factores. Esto es así porque los precios de los factores que podrían obtenerse indirectamente en la PWT 10.0 no son confiables, pues se supone una participación del trabajo en relación con el PIB constante por muchos años, cuando datos antiguos del Banco de México

[4] Cabe señalar que, en versiones anteriores de la PWT, el capital físico también se reportaba en millones de dólares estadounidenses de 2011. A partir de la PWT 10.0 se reporta como índice.
[5] Ver, por ejemplo, Mundlack (1996), Olley y Pakes (1996), Levinhson y Petrin (2003) y Wooldridge (2009).

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

claramente señalan una caída de esta participación a partir de 1982. Por esta razón, es necesario buscar otra forma de modelar la PFT.

Si la productividad fuera una constante a la que se suma un proceso estocástico estacionario y las series de los logaritmos del PIB (Y), el capital (K) y el trabajo efectivo (hL) fueran series no estacionarias integradas de orden 1 (I(1)), la función producción (3) podría estimarse por el método de cointegración de Johansen (1988). Sin embargo, hay varios problemas a este respecto.

El primero es que, de acuerdo con algunos trabajos dentro de la teoría del ciclo real (Cogley y Nason, 1995; Evans, 1992; Kydland y Prescott, 1982), el logaritmo de la PFT podría comportarse como una caminata aleatoria. Esto implicaría que no es un proceso estacionario, por lo cual se estaría omitiendo una variable utilizando el método de Johansen (1988). La omisión de una variable no estacionaria en la prueba de cointegración señalada puede dar lugar a estimadores sesgados e inconsistentes (Pashourtidou, 2003).

Un segundo problema al utilizar el método de Johansen es que las series deben ser no estacionarias. Pesaran, Shin y Smith (2001) muestran que es posible encontrar relaciones de largo plazo entre series que son estacionarias (integradas de orden 0 I(0)) y no estacionarias integradas de orden 1 (I(1)). Por ejemplo, en el caso que nos ocupa, la serie de tiempo del logaritmo del producto podría ser I(1), al igual que la del logaritmo de alguno de los factores; mientras que el logaritmo del otro factor y de la productividad podrían ser procesos I(0). Podría incluso darse el caso de que la serie del logaritmo del producto fuera I(0) y las demás series fueran I(1), siempre y cuando al menos una de esas últimas series, por ejemplo la productividad, tuviera una tendencia decreciente mientras que las otras dos series mostraran una tendencia creciente o alguna de ellas creciente y la otra constante (I(0)).

Por lo anterior, Pesaran *et al.* (2001) recomiendan usar un modelo autorregresivo de rezagos distribuidos (ARDL, por sus siglas en inglés), el cual es equivalente a un modelo de corrección de error (MCE), para encontrar en forma endógena la relación de largo plazo entre las variables involucradas, las cuales pueden ser I(0) y/o I(1). En el caso que nos ocupa, este proceso tiene un inconveniente de consideración, el cual es que rompe con la hipótesis de la teoría del ciclo real de que el logaritmo de la PFT sigue un proceso autorregresivo, en muchos casos de orden 1 (Cogley y Nason, 1995; Evans, 1992; Kydland y Prescott, 1982). Dicho proceso, además, podría ser una caminata aleatoria.

Si se utiliza un MCE tradicional para estimar una función producción como la que muestra la ecuación (3), y dado que la productividad no es una variable observable, entonces la PFT que se genera implícitamente toma una forma que hasta donde tenemos información no se explica por la teoría económica.

Con objeto de darle más fluidez a este relato, anexamos un apéndice econométrico en este trabajo donde explicamos con más detalle esta última aseveración.

Si bien es cierto que puede haber combinaciones lineales de series que no son del mismo grado de integración, no todas las combinaciones son válidas. Por ejemplo, si en una función

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

producción los logaritmos del capital, el trabajo efectivo y la productividad son series I(1) y crecientes, el logaritmo del PIB no puede ser I(0). Por esa razón conviene analizar cuál es el grado de integración de las series que intervienen en la función producción.

El apéndice econométrico muestra diversas pruebas de raíces unitarias y de estacionariedad de los logaritmos del PIB, el capital y el trabajo efectivo (cuadro A.1) en el caso de México. Un problema que surge a menudo es que las distintas pruebas muestran resultados ambiguos e incluso contradictorios.

Las pruebas de Dickey-Fuller aumentada (ADF, por sus siglas en inglés) y Phillips-Perron (PP) rechazan raíces unitarias para los niveles y los cambios de los logaritmos del PIB y del capital, por lo que se podría inferir que dichas series son I(0). Sin embargo, en el caso del logaritmo del trabajo efectivo no se rechaza que haya raíces unitarias en el nivel del logaritmo, pero sí en el cambio, por lo cual se podría inferir que esta serie es I(1). La combinación de un factor que es estacionario y otro factor que sube podría generar una serie estacionaria sólo si el logaritmo de la PFT fuera I(1) y tuviera una trayectoria decreciente.

Por otra parte, la prueba de Kwiatkowki, Phillips, Smith y Shin (KPSS), cuya hipótesis nula es que la serie correspondiente es estacionaria, rechaza estacionariedad para los logaritmos y los cambios de los mismos en las series en cuestión, por lo cual podría inferirse que las series son integradas de orden mayor a 1. En ese caso, las técnicas como el MCE no son aplicables como método de estimación.

Finalmente, las pruebas de DF-GLS de Elliot, Rothenberg y Stock (1996)[6], la prueba de punto óptimo (ERS, por sus siglas en inglés), también de esos autores, y la prueba de Ng y Perron (2001) (Ng-P) no pueden rechazar raíces unitarias para los niveles de los logaritmos de las variables bajo análisis y sí las rechazan para los cambios de los logaritmos, por lo cual podría inferirse que son series I(1). En el caso del logaritmo del capital, el rechazo se da con una confianza de entre el 95% y el 99% en las pruebas de DF-GLS; mientras que en las de Ng-P entre 90% y 95% en la prueba de punto óptimo ERS. En las otras series, la confianza está por arriba de 99%. Conviene señalar que la prueba Ng-P está compuesta de cuatro subpruebas; las cuales, en todos los casos, dieron resultados con el mismo nivel de confianza en términos de rechazar o no rechazar la hipótesis nula de raíces unitarias.

Si nos atenemos a las tres últimas pruebas, las series I(1) podrían estimarse por el método de Johansen o con un MCE tradicional sólo si el logaritmo de la PFT es una constante o sigue un proceso que no tiene una explicación económica clara. Asimismo, la teoría económica nos dice que hay una relación causal entre la producción y sus factores, por lo cual consideramos que esta relación no puede ser espuria, como podrían sugerir las pruebas ADF y PP. Por lo anterior, proponemos otro tipo de estimación, la cual explicaremos en breve.

[6] DF-GLS es una prueba del tipo de Dickey-Fuller que utiliza mínimos cuadrados generalizados en vez de mínimos cuadrados ordinarios.

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

El apéndice econométrico muestra estimaciones de cointegración de Johansen con distintos rezagos (cuadro A.2). Estas pruebas serían válidas de acuerdo con las pruebas DF-GLS, ERS y Ng-P. Tal vez también serían válidas de acuerdo a la prueba KPSS si las series originales resultaran integradas de orden 2 (I(2)). En cambio, no serían válidas atendiendo a las pruebas ADF y PP.

Cabe señalar que, en todos los casos analizados de la prueba de Johansen con intervalos de 1 hasta 10 rezagos (1 a 1, 1 a 2, 1 a 3, etc.) en primeras diferencias, se encontró cuando menos un vector de cointegración significativo. Sin embargo, con entre 1 y 1 rezagos y 1 y 4 rezagos, ningún vector tiene sentido económico, pues hay una relación positiva entre el logaritmo del producto y el logaritmo de uno de los factores de producción y negativa con el logaritmo del otro factor. Con entre 1 y 5 y 1 y 9 rezagos, surge siempre un vector de cointegración donde el logaritmo del producto tiene una relación positiva con los logaritmos del capital y del trabajo efectivo.[7] En estas mismas estimaciones, la relación mostrada parecería acercarse a lo que se desea encontrar en una función de producción.

Nuestra reticencia para aceptar algunos de estos vectores como estimaciones de una función producción es un argumento que ya mencionamos: si el logaritmo de la PFT no es un proceso estacionario, la prueba de Johansen podría generar estimadores sesgados e inconsistentes (Pashourtidou, 2003).

Por lo anterior, presentamos a continuación la estimación de la función producción que proponemos. Como se mencionó antes, diversos trabajos en la teoría del ciclo real (Cogley y Nason, 1995; Evans, 1992; Kydland y Prescott, 1982) modelan el logaritmo de la PFT como un proceso autorregresivo, el cual se puede expresar como:

$$\log(A_t) = a_0 + \rho \log(A_{t-1}) + v_t \quad (4)$$

Se supone que el parámetro ρ tiene un valor mayor a cero y menor o igual a la unidad. Si fuera exactamente igual a uno, el logaritmo de la PFT seguiría una caminata aleatoria.

Con este supuesto, y restando a la ecuación (3) el rezago de la misma ecuación multiplicado por el parámetro ρ, la ecuación a estimar que deja, al menos en teoría, un error completamente aleatorio es la siguiente:

$$\log(Y_t) = a_0 + \rho\log(Y_{t-1}) + \alpha(\log(K_t) - \rho\log(K_{t-1})) + \beta(\log(h_t L_t) - \rho\log(h_{t-1}L_{t-1})) + v_t \quad (5)$$

Esta ecuación es la típica que corrige la correlación serial de orden 1 de los errores por el método de Cochrane-Orcutt (Cochrane y Orcutt, 1949) y se puede estimar directamente por un método de mínimos cuadrados iterativo (MCO) de Gauss-Newton, o por el método generalizado de momentos (MGM). Claramente, la estimación por MCO puede dar lugar a estimadores ses-

[7] Aunque en estos casos siempre hay otro vector significativo, el cual no tiene sentido económico.

gados e inconsistentes, pues al menos en teoría hay un problema de endogeneidad. Esta doble causalidad probablemente requiera que la ecuación (5) se estime por algún método de variables instrumentales. MGM es uno de ellos.[8]

La ecuación (5) es un mecanismo de corrección de error, pero en este caso dicho mecanismo surge como resultado de que el logaritmo de la PFT sigue un proceso autorregresivo. La función producción se cumple en todo momento.

Para mostrar que la ecuación (5) es un MCE, se resta el logaritmo del PIB rezagado de ambos lados de la ecuación. Asimismo, del lado derecho de la ecuación se restan y se suman los términos $\alpha\log(K_{t-1})$ y $\beta\log(h_{t-1}L_{t-1})$, con lo cual se obtiene la siguiente ecuación:

$$dlog(Y_t) = a_0 - (1-\rho)\log(Y_{t-1}) + \alpha(1-\rho)\log(K_{t-1}) + \beta(1-\rho)\log(h_{t-1}L_{t-1}) + \alpha dlog(K_t) + \beta dlog(h_tL_t) + v_t \quad (6)$$

Donde:

$dlog(X_t)=log(X_t)-log(X_{t-1})$
$X_t=Y_t, K_t, h_tL_t$

Si las variables en cuestión son I(0) y/o I(1), los cambios logarítmicos de las mismas en el largo plazo son constantes, por lo cual el término $a_0 - (1-\rho)\log(Y_{t-1}) + \alpha(1-\rho)\log(K_{t-1}) + \beta(1-\rho)\log(h_{t-1}L_{t-1})$ es una constante y los efectos de largo plazo de la forma de corrección de error (6) son:

$$\frac{dlog(Y)}{dlog(K)} = \alpha \qquad \frac{dlog(Y)}{dlog(K)} = \beta \quad (7)$$

Esta forma de corrección de error está restringida a que los efectos de corto y largo plazo del capital y del trabajo sobre el producto sean iguales, lo cual se debe a la forma en que se está modelando el logaritmo de la PFT: un proceso autorregresivo de orden uno, como lo sugiere la literatura del ciclo real.

En el caso particular en que el logaritmo de la PFT sea una caminata aleatoria (ρ=1), la ecuación (6) se transforma en una ecuación en diferencias:

$$dlog(Y_t) = a_0 + \alpha dlog(K_t) + \beta dlog(h_tL_t) + v_t \quad (8)$$

Dado el posible problema de endogeneidad de los logaritmos del capital y del trabajo efectivo, en una primera instancia se llevó a cabo la prueba de Hausman (1978) para la estimación

[8] Si no hubiera problemas de endogeneidad, sería mejor utilizar MCO que MGM, pues el primero da lugar a estimadores más eficientes.

de la ecuación (5), en donde se llevan a cabo regresiones de los logaritmos del capital y del trabajo efectivo contra el logaritmo del PIB rezagado y los logaritmos de los rezagos del capital y del trabajo. En estas pruebas se descartó que el logaritmo del capital pudiera ser un instrumento válido, pero no pudo descartarse que el trabajo efectivo lo fuera.

En relación con la ecuación en diferencias (8), se hizo también una prueba de Hausman (1978), en la cual se estimaron regresiones de los logaritmos del capital y del trabajo efectivo contra los rezagos de estas mismas variables y el rezago del logaritmo del PIB. En este caso también se descartó que el cambio logarítmico del capital fuera un instrumento válido, pero no se pudo descartar que el cambio logarítmico del trabajo efectivo lo fuera. Estos resultados sugieren que es necesario utilizar variables instrumentales en ambas ecuaciones.

Como en teoría el logaritmo del trabajo efectivo es una variable endógena, decidimos utilizar rezagos de las variables en cuestión en ambas ecuaciones. En la ecuación (5) se introdujeron inicialmente como instrumentos el logaritmo de todas las variables en cuestión con un rezago y los logaritmos del capital y del trabajo efectivo con dos rezagos. Observamos que, con un rezago del logaritmo del PIB, un rezago del logaritmo del trabajo efectivo y varios rezagos del logaritmo del capital se podía mejorar la bondad de ajuste de la estimación medida por la R^2 ajustada. Al llegar a ocho rezagos del logaritmo del capital, la R^2 ajustada disminuyó. Por lo cual, se quedaron los rezagos de un período de los logaritmos del PIB rezagado y del trabajo efectivo y siete rezagos del logaritmo del capital como instrumentos.

Cabe señalar que si estos mismos instrumentos se utilizan para estimar la forma de corrección de error (6), los resultados para los estimadores de los parámetros α, β y ρ son idénticos a los que surgen estimando la forma original de la ecuación (5). También señalamos que, si se utiliza como instrumento el logaritmo del trabajo efectivo contemporáneo en lugar del rezago, los resultados obtenidos para las ecuaciones (5) y (6) son muy similares.

En el caso de la ecuación en diferencias (8), la cual supone *ex ante* que el parámetro ρ es igual a la unidad, se realizó un procedimiento similar al descrito para la ecuación (5). Aquí, los instrumentos fueron 1 rezago de los logaritmos del PIB y el empleo efectivo y 10 rezagos del logaritmo del capital.

Con los instrumentos descritos, se llevaron a cabo pruebas de ortogonalidad de estos. En ningún caso se pudo rechazar que los instrumentos utilizados fueran válidos.

Lo anterior se complementó también con las pruebas de validación de instrumentos de Sargan (1958) y del estadístico J de Hansen y Singleton (1982). En el caso de la prueba de Sargan, en la regresión entre los residuales y los instrumentos, ninguno de éstos resultó significativo. Los resultados de las estimaciones de las ecuaciones (5) y (8) se muestran en el cuadro 1.

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

Cuadro 1. *Estimaciones de las funciones de producción representadas en las ecuaciones (5) y (8). Método de estimación: Método Generalizado de Momentos (MGM).*

	Ecuación (5)	Ecuación (8)
Constante a_0	0.97 (1.3)	0.0 (-0.2)
Coeficiente de autocorrelación ρ	0.91 (12.9***)	1 (se supone *ex ante*)
Coeficiente del logaritmo del capital α	0.423 (2.3**)	0.525 (9.3***)
Coeficiente del logaritmo del trabajo efectivo β	0.289 (2.1**)	0.328 (3.5***)
R^2 aj	0.998	0.464
DW	1.8	1.8
Box-Ljung X^2 (24)	14.0	15.2
Prueba de Wald para ρ-1=0	-0.09 (-1.2)	-
Prueba de Wald para α+β-1=0	-0.29 (-2.2**)	-0.145 (3.3***)
Estadístico J	3.6 p-value (0.7)	5.5 p-value (0.7)
Prueba de validación de instrumentos de Sargan X^2 (x)	4.3 x=6	3.8 x=10

Notas: Variables dependientes = logaritmo del producto interno bruto en la ecuación (5), diferencia del logaritmo del producto interno bruto en la ecuación (8). Estimación anual 1961-2019 para la ecuación (5) y 1965-2019 para la ecuación (8) (muestra desde 1954). Estadístico t en paréntesis. * Significativo con 90% de confianza. ** Significativo con 95% de confianza. *** Significativo con 99% de confianza. R^2 aj = coeficiente de determinación R^2 ajustada. Box-Ljung X^2 (24) = estadístico del correlograma de Box-Ljung con 24 períodos. El valor crítico X^2(24) con p=0.05 es 36.4. La primera prueba de Wald analiza la hipótesis de que el valor ρ-1 sea igual a cero. La segunda prueba de Wald analiza la hipótesis de que el valor α+β-1 sea igual a cero. Estadístico J = pone a prueba la ortogonalidad entre los residuales y los instrumentos de las regresiones. Prueba de validación de instrumentos de Sargan X^2(x) = lleva a cabo primero una regresión entre los residuales y los instrumentos y luego realiza la prueba X^2 correspondiente. Los valores críticos para X^2(x) con x=7 y 10 con p=0.05 son, respectivamente, 14.1 y 18.3. Instrumentos para la estimación de la ecuación (5) = $\log(Y_{t-1})$ $\log(L_{t-1})$ $\log(K_{t-x})$ con x=1 a 7. Instrumentos para la estimación de la ecuación (7): $d(\log(Y_{t-1}))$, $d(\log(L_{t-1}))$, $d(\log(K_{t-x}))$ con x=1 a 10.
Fuente: Elaboración propia

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

Los resultados de la estimación de la ecuación (5) muestran que el coeficiente ρ del error rezagado es cercano a la unidad. De hecho, no se puede rechazar que sea igual a uno (ver cuadro 1, noveno renglón). Esto indica que el logaritmo de la PFT se comporta en forma cercana a una caminata aleatoria. Si el parámetro ρ fuera menor a la unidad, el hecho de que esté cercano a ese valor implicaría que los choques de productividad tienen un efecto muy prolongado. En la ecuación (8) se supone *ex ante* que el logaritmo de la PFT es una caminata aleatoria.

El que la productividad se comporte como de manera cercana a una caminata aleatoria indica que tal vez no es una variable estacionaria. Si lo fuera, no podría contribuir ni en forma positiva ni negativa al crecimiento de largo plazo del país, pues convergería a una constante. El que el logaritmo de la PFT sea una caminata aleatoria implica que puede crecer, contribuyendo positivamente al crecimiento de largo plazo, pero también puede decrecer, lo que contribuiría negativamente al crecimiento descrito.

Tanto en la estimación de la ecuación (5) como en la de la ecuación (8) se rechaza que haya rendimientos constantes del capital y del trabajo efectivo (cuadro 1, décimo renglón), por lo cual se presume que hay rendimientos decrecientes conjuntos de esos factores. Cabe señalar que diversas estimaciones de funciones de producción para México también encuentran rendimientos decrecientes conjuntos del capital y del trabajo.[9]

Aunque desafortunadamente hay pocos datos para llevar a cabo estas estimaciones, el período que abarcan es muy grande, lo que aumenta la posibilidad de que haya habido cambios estructurales a lo largo de todos estos años. Por lo anterior, se llevaron a cabo pruebas de estabilidad en las versiones estimadas por MCO. Como el valor de ρ estimado en la ecuación (5) es muy cercano a uno, las pruebas de estabilidad mencionadas se realizaron en la estimación de la ecuación (8).

Las pruebas CUSUM y CUSUMSQ de la ecuación (8) no muestran inestabilidad en los coeficientes de las regresiones estimadas por MCO.[10] La prueba de múltiples puntos de quiebre no reporta ningún año donde se pueda detectar un cambio estructural de las estimaciones. Las pruebas CUSUM y CUSUMSQ descritas se muestran en el apéndice econométrico de este trabajo.

[9] Diversas estimaciones de funciones de producción para México muestran rendimientos decrecientes conjuntos del capital y del trabajo. Es el caso de Hernández *et al.* (2005) para el sector informal, Ramírez (2004) y Romero (2012) para el período 1979-2011, Ríos y Marroquín (2012) para un panel de entidades federativas, al igual que Brock y Germán-Soto (2013). Kagin *et al.* (2016) para un panel de unidades agrícolas.

[10] Son pruebas de contraste de suma acumulada (CUSUM) y de suma acumulada al cuadrado (CUSUMSQ) con siglas originalmente en inglés que, hasta donde es de nuestro conocimiento, no tienen traducción directa al español, o ésta simplemente no se usa.

4. El comportamiento de la productividad factorial en México

Las estimaciones anteriores permiten generar la PFT de la misma manera que Solow (1957) la calculó originalmente, es decir, como un residuo.

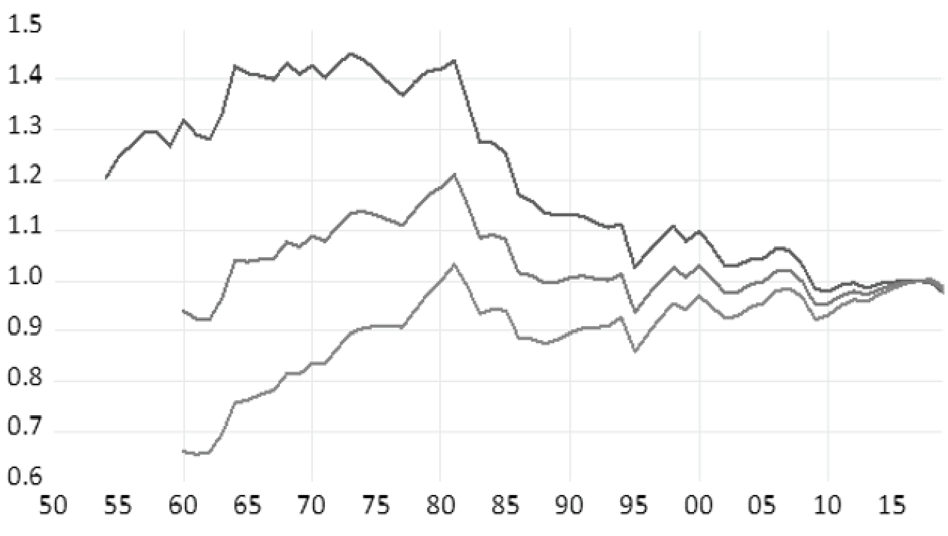
Dada la función producción (3), el cambio logarítmico de la PFT se computa como:

$$d(\log(A_t)) = d(\log(Y_t)) - \alpha d(\log(K_t)) - \beta d(\log(h_t L_t)) \quad (9)$$

Una vez computado el cambio logarítmico de la PFT, se genera el nivel de dicha productividad como índice con base 2017. Esto último con objeto de comparar tal índice con el que muestra la PWT 10.0, cuya base está determinada en el año mencionado.

La gráfica 1 muestra la comparación de la PFT publicada por la PWT 10.0 y la que surge de las ecuaciones estimadas (5) y (8).

Gráfica 1. *Comparación entre estimaciones de la productividad factorial de la PWT 10.0 y las que surgen de la estimación de las ecuaciones (5) y (6). Índices 2017=1*



Notas: Negro hasta arriba = productividad publicada por la PWT 10.0. Gris claro hasta abajo = productividad que surge de la estimación de la ecuación (5). Gris oscuro en medio = productividad que surge de la estimación de la ecuación (8).
Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la PWT 10.0 (Feenstra *et al*., 2015).

El índice de la PFT publicado por la PWT 10.0 muestra una clara tendencia decreciente a partir de 1982. En cambio, el que surge de la estimación de la ecuación (5) presenta mayor estabilidad, aunque también decrece entre 1982 y mediados de los años noventa. Por su parte, el índice que se genera a partir de la estimación de la ecuación en diferencias (8) está entre los dos índices antes mencionados.

La razón por la cual los índices de PFT que se generan a través de las ecuaciones (5) y (8) son más estables que el de la PWT 10.0 es que en estas dos últimas ecuaciones se rechaza que haya rendimientos constantes a escala conjuntos del capital y del trabajo efectivo y no se puede rechazar que haya rendimientos decrecientes de los mismos (cuadro 1, décimo renglón). En cambio, la PWT 10.0 impone *ex ante* rendimientos constantes de los factores mencionados.

El supuesto de rendimientos constantes a escala implica que la acumulación de factores a lo largo del tiempo genera un incremento del producto bastante mayor que el observado, lo que tiene que compensarse con una PFT decreciente. Cuando hay rendimientos decrecientes, la acumulación de factores genera un incremento menor del producto, lo que implica que el empate entre este incremento teórico y el observado da lugar a una PFT más estable. Esto es particularmente claro con los resultados de la ecuación (5), donde la suma puntual de los rendimientos del trabajo efectivo y del capital estimados es de 0.71 (cuadro 1, renglones 4, 5 y 10). En la ecuación (8) los rendimientos conjuntos puntuales estimados de los factores descritos se estiman en 0.855 (cuadro 1, mismos renglones), por eso el declive de la PFT estimada por esta ecuación es mayor que la que surge de la estimación de la ecuación (5).

En principio, entre las ecuaciones (5) y (8) se debería escoger la (5), pues es la que no restringe a que el coeficiente ρ sea igual a la unidad.

5. Los determinantes del crecimiento económico de largo plazo

La estimación de la función producción es útil para encontrar cuáles son los determinantes del crecimiento económico de largo plazo y cuál es su efecto.

Para llevar a cabo este ejercicio, se divide la función producción (2) por el número de horas trabajadas, lo cual da por resultado:

$$y_t = A_t k_t^{\alpha} L_t^{(\alpha+\beta-1)} h_t^{\beta} \quad (10)$$

Donde y es el producto por hora empleada, concepto similar al producto per cápita si las horas trabajadas aumentan a tasas cercanas al aumento de la población. A su vez, k es el capital por hora empleada.

Si se toma como base un modelo tipo Solow (1956, 1957), donde la tasa de ahorro de la economía es una constante, entonces la acumulación de capital per cápita se describe como:

$$\frac{dk_t}{dt} = sy_t - (\eta + \delta)k_t = sA_t k_t^{\alpha} L_t^{(\alpha+\beta-1)} h_t^{\beta} - (\eta + \delta)k_t \quad (11)$$

Donde s es la tasa de ahorro total de la economía, η es la tasa de crecimiento de las horas trabajadas y δ es la tasa de depreciación del capital físico. El término sy es el ahorro por hora trabajada y (η+δ)k es la depreciación del capital por hora trabajada. Cuando el ahorro por hora trabajada es mayor que la depreciación del capital por hora trabajada, se acumula capital en esos mismos términos.

Dividiendo la ecuación (11) por el capital por hora trabajada, se encuentra el crecimiento del capital en estos términos:

$$g_{kt} = \frac{s}{k_t^{1-\alpha}} A_t L_t^{(\alpha+\beta-1)} h_t^{\beta} - (\eta + \delta) \qquad (12)$$

Donde g_{kt} es el crecimiento del capital por hora trabajada en todo momento del tiempo.

Como α es menor a la unidad, hay una relación inversa entre el crecimiento del capital por hora trabajada y su nivel, lo que implica convergencia condicional. En el modelo de Solow se supone que la tasa de crecimiento del empleo (η), la tasa de ahorro total (s) y la tasa de depreciación del capital (δ) son constantes. Por otra parte, en el modelo de Lucas (1988), en una versión simplificada, el capital humano crece a una tasa constante, mientras que el esfuerzo en el trabajo u toma un valor también constante.[11]

Si todas las variables involucradas en la ecuación (12) crecen a una tasa constante, aunque no a la misma tasa, y la tasa de ahorro, la tasa de depreciación del capital y el esfuerzo en el trabajo son constantes, el crecimiento de largo plazo del capital por hora empleada es:[12]

$$g_k = \frac{g_a + \beta g_h + (\alpha+\beta-1)\eta}{(1-\alpha)} \qquad (13)$$

Es posible demostrar que el crecimiento de equilibrio del capital por hora empleada, el cual se muestra en la ecuación (13), es también un crecimiento de equilibrio para el producto en los mismos términos, lo cual se puede observar en una versión ligeramente modificada de la ecuación (12):

$$g_{kt} = \frac{sy_t}{k_t} - (\eta + \delta) \qquad (14)$$

[11] Lucas (1988) presenta un modelo donde el esfuerzo en el trabajo termina siendo constante, al igual que el crecimiento del capital humano. Sin embargo, el esfuerzo en el trabajo no es exógeno en su modelo, sino que depende de las condiciones económicas. El mayor esfuerzo presente en el trabajo reduce la acumulación de capital humano; por lo cual, en el modelo de Lucas, el crecimiento de dicho capital también es endógeno.

[12] Para encontrar el crecimiento g_k en (13) se toman logaritmos del primer término del lado derecho de (12) y a dichos logaritmos se les toma la tasa de cambio. Cuando el cambio logarítmico del término $A_t L_t^{(\alpha+\beta-1)} h_t^{\beta}$ es igual al cambio logarítmico del término $k_t^{1-\alpha}$, se encuentra un equilibrio estacionario para el crecimiento del capital por hora empleada, que es el que se describe en la ecuación (13).

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

En equilibrio, el cambio en g_{kt} es cero. Como la tasa de ahorro s, la tasa de crecimiento de las horas trabajadas η y la tasa de depreciación del capital δ son constantes, la razón y/k en ese equilibrio también debe ser constante, lo que implica

$$g_y = g_k = \frac{g_a + \beta g_h + (\alpha+\beta-1)\eta}{(1-\alpha)} \quad (15)$$

Donde g_y es el crecimiento del producto por hora empleada. La ecuación (15) muestra que, en equilibrio, los tres factores que generan crecimiento del producto por hora trabajada en un modelo tipo Solow son el crecimiento de la PFT, el crecimiento del capital humano y el crecimiento de la población. Los dos primeros factores tienen un efecto positivo, mientras que el efecto del crecimiento de la población dependerá de los rendimientos conjuntos del capital y el trabajo (α+β).

Si hay rendimientos constantes a escala (α+β=1), como en los modelos de Solow (1956, 1957) y Lucas (1988), el crecimiento de la población no tiene ningún impacto en el crecimiento del producto por hora empleada en el largo plazo. Si hay rendimientos crecientes (α+β>1), como en los modelos de Arrow (1962) y Romer (1986), el crecimiento de la población tiene un efecto positivo de largo plazo sobre el crecimiento del producto por hora empleada en equilibrio. Finalmente, si hay rendimientos decrecientes (α+β<1), el efecto del crecimiento de la población sobre el crecimiento de largo plazo sería negativo, como hace mucho tiempo lo afirmó Malthus (1836).[13]

Las estimaciones de la función producción antes presentadas permiten calcular los multiplicadores de largo plazo de los crecimientos de la PFT, el capital humano y las horas trabajadas. Dichos multiplicadores son: las derivadas parciales del crecimiento del producto por hora empleada con los crecimientos de la PFT, el capital humano y las horas trabajadas en la ecuación (15); es decir los valores 1/(1-α), β/(1-α) y (α+β-1)/(1-α), respectivamente. Estos valores se muestran en el cuadro 2.

[13] Los rendimientos decrecientes conjuntos en el capital y el trabajo pueden surgir por una externalidad de deseconomías de aglomeración (Venables 2010; Brueckner, 2011). Si muchas personas deben transportarse a un mismo lugar de trabajo, es posible que eso genere cuellos de botella en el transporte que reduzca la productividad general de las personas.

Cuadro 2. *Multiplicadores de largo plazo de los crecimientos de diversas variables sobre el crecimiento del capital per cápita y del producto per cápita (%).*[14]
Valores extremos del intervalo de confianza al 95% entre paréntesis.[15]

Ecuaciones	Crecimiento de la PFT 1/(1-α)	Crecimiento del capital humano β/(1-α)	Crecimiento de las horas trabajadas (α+β-1)/(1-α)
5	1.73 (0.67, 2.8)	0.50 (0.15, 0.85)	-0.498 (-0.85, -0.15)
8	2.11 (1.2, 3.0)	0.69 (0.25, 1.13)	-0.31 (-0.75, 0.14)

Notas: El cuadro implica que, si el crecimiento de alguna de estas variables aumenta un punto porcentual, el crecimiento del producto per cápita se incrementa en el valor que señalan las cantidades expresadas en el cuadro.
Fuente: Elaboración propia con datos de la PWT 10.0 (Feenstra *et al.*,2015).

El mayor multiplicador de largo plazo sobre el crecimiento del producto por hora empleada lo tiene, en promedio, el crecimiento de la PFT. El valor puntual de este efecto (1/(1-α)) es considerablemente superior a la unidad en los dos casos.

Cabe señalar que los multiplicadores descritos son mayores conforme mayor es el rendimiento del capital en la función de producción (α). Loría (2009) y este trabajo encuentran rendimientos del capital relativamente bajos, de alrededor de 0.3 en el caso de Loría (2009) y de entre poco más de 0.4 y poco más de 0.5 en este trabajo (cuadro 1, cuarto renglón), por lo cual, para un mismo crecimiento de la PFT y del capital humano, eso reduce el crecimiento del PIB por hora empleada. Sin embargo, si hay un efecto malthusiano, como se encuentra en este trabajo, los rendimientos bajos del capital también reducen el efecto negativo que tiene el crecimiento del empleo en el crecimiento del PIB por hora empleada.

El crecimiento del capital humano tiene un efecto positivo y significativo[16] en ambas estimaciones, el cual está entre 0.5 y 0.7.

El efecto del crecimiento de las horas trabajadas es significativamente menor a cero en la ecuación (5). En la estimación de la ecuación (8) el estimador puntual es negativo, pero el valor

[14] Los multiplicadores indican cuánto aumenta el crecimiento del PIB por hora empleada cuando aumenta en un punto porcentual el crecimiento de la PFT, el capital humano o el empleo en horas. Por ejemplo, el multiplicador de la PFT que surge de los parámetros estimados de la ecuación (5) es 1.47, lo que implica que, si el crecimiento de la PFT aumenta en un punto porcentual, el crecimiento del PIB por hora empleada aumenta en 1.47 puntos porcentuales en el largo plazo.
[15] Los multiplicadores surgen de los coeficientes estimados de ecuación (5) y toman un valor único.
[16] Pues los valores extremos del intervalo de confianza a 95% son ambos positivos.

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

extremo superior del intervalo al 95% de confianza es positivo, por lo que dicho efecto no es significativo en ese porcentaje.

El crecimiento del producto por hora empleada no necesariamente es igual al crecimiento del PIB per cápita, pues las horas de trabajo no siempre crecen igual que la población. Sabiendo que el producto per cápita es el producto por hora empleada multiplicado por la razón de horas trabajadas a población, el crecimiento del PIB per cápita se define como:

$$g_{yp} = g_y + \eta - \eta_1 = \frac{g_a}{(1-\alpha)} + \frac{\beta(g_h+\eta)}{(1-\alpha)} - \eta_1 \quad (16)$$

Donde y_p es el PIB per cápita, g_{yp} es el crecimiento de esa misma variable y η_1 es el crecimiento de la población.

La estimación de la ecuación (5) parece ser la que mejor describe la función producción en México. Por lo cual, con los resultados del cuadro 2 es posible hacer un ejercicio de cómo los crecimientos de la PFT, el capital humano y las horas trabajadas han contribuido a los crecimientos estimados de largo plazo del PIB por hora empleada y per cápita en México en los años recientes. Cabe señalar que estos crecimientos de largo plazo no son en general iguales a los crecimientos observados, sino aquéllos a los cuales la economía convergería si todos los parámetros se mantuvieran constantes.

El cuadro 3 muestra los efectos de largo plazo que han tenido los determinantes del crecimiento en dos períodos: el completo de 1961 a 2019 y el de los últimos 20 años analizados, de 2000 a 2019. Los efectos sobre el crecimiento del PIB por hora empleada se calculan utilizando la ecuación (15), mientras que los que inciden sobre el PIB per cápita se calculan con la ecuación (16).

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

Cuadro 3. *Efectos de largo plazo de los crecimientos de la PFT, el capital humano y las horas trabajadas sobre los crecimientos del PIB por hora empleada y el PIB per cápita* [17]

	Multiplicadores	Crecimientos promedio anuales de las variables en cuestión (%)	Efectos de largo plazo a nivel anual sobre el crecimiento del PIB por hora empleada	Efectos de largo plazo a nivel anual sobre el crecimiento del PIB per cápita
1961-2019				
PFT	1.73	0.72	1.25	1.25
Capital humano	0.50	0.96	0.48	0.48
Empleo total en horas (sobre el crecimiento del PIB por hora empleada)	-0.498	3.0	-1.5	
Empleo total en horas (sobre el crecimiento del PIB per cápita)	0.50	3.0		1.5
Población (sobre el crecimiento del PIB per cápita	-1.0	2.1		-2.1
Suma			**0.23**	**1.1**
2000-2019				
PFT	1.73	0.24	0.42	0.42
Capital humano	0.50	0.73	0.365	0.365
Empleo total en horas (sobre el crecimiento del PIB por hora empleada)	-0.498	2.0	-1.0	
Empleo total en horas (sobre el crecimiento del PIB per cápita	0.50	2.0		1.0
Población (sobre el crecimiento del PIB per cápita	-1.0	1.35		-1.35
Suma			**-0.22**	**0.435**

Fuente: Elaboración propia con datos de la PWT 10.0 (Feenstra *et al.*, 2015).

[17] Los efectos de largo plazo se definen como el multiplicador del crecimiento de la variable en cuestión, por ejemplo, la PFT, multiplicado por el crecimiento promedio anual que tuvo esa variable en cierto período de tiempo. En el cuadro se muestra el multiplicador del crecimiento de la PFT de 1.73. En el período completo 1961-2019 el crecimiento de la PFT estimada en este trabajo fue de 0.72% anual. Luego entonces el efecto completo sobre el crecimiento del PIB por hora empleada y también sobre el PIB per cápita fue de 1.73x0.72, o de 1.25 puntos porcentuales en promedio anual.

Desde los años sesenta del siglo XX, el crecimiento de las horas trabajadas ha sido superior al de la población. Entre 1961 y 2019, las horas trabajadas crecieron en promedio alrededor de 3.0% por año, mientras que la población aumentó poco más de 2% en los mismos términos. Entre 2000 y 2019, estas cifras fueron cercanas a 2.0% y 1.4%, respectivamente. Estos resultados se deben, entre otros factores, al aumento de la participación laboral femenina.

Es cierto que en el muy largo plazo no es posible mantener un crecimiento del empleo superior al crecimiento de la población. Sin embargo, la historia nos muestra que, por períodos bastante prolongados, las dos tasas de crecimiento analizadas pueden diferir de manera considerable. En un futuro podría ser que la tasa de crecimiento del empleo caiga por debajo de la de la población, pues habrá muchos adultos que se retiren del trabajo en los siguientes años.

El cuadro 3 muestra que, entre 1961 y 2019, el crecimiento de largo plazo del PIB por hora empleada convergía a un valor cercano alrededor de 0.2%, mientras que el crecimiento del PIB per cápita de equilibrio mostraba un valor de poco más de 1% en términos anuales. Para los últimos veinte años analizados, estas cifras han caído considerablemente y son cercanas a -0.2% y 0.4%, respectivamente.

De acuerdo con la información que surge de la estimación de la ecuación (5), entre 1961 y 2019, los efectos de los crecimientos de la PFT y del capital humano sobre los crecimientos de las variables endógenas son positivos y considerables, siendo su contribución conjunta casi 1.8 puntos porcentuales. En el segundo período considerado, las contribuciones positivas del capital humano y de la PFT al crecimiento de equilibrio del PIB por hora empleada no fueron suficientes para evitar que éste tuviera un valor negativo. En cambio, el crecimiento del empleo fue fundamental para que el crecimiento calculado de equilibrio del PIB per cápita mostrara todavía un valor positivo.

Las ecuaciones (15) y (16) muestran que en el largo plazo el crecimiento del PIB per cápita es mayor al del PIB por hora empleada si el crecimiento del empleo es mayor al de la población. Esto sucedió en los dos períodos considerados. El crecimiento del empleo tiene un efecto negativo sobre el crecimiento del PIB por hora empleada cercano a 1.5 puntos porcentuales entre 1961 y 2019, y de 1.0 punto porcentual también negativo entre 2000 y 2019. A su vez, la tasa de crecimiento del empleo tiene un efecto positivo de alrededor de 1.5 puntos porcentuales sobre el crecimiento del PIB per cápita en el primer período considerado y de alrededor de un punto porcentual sobre esa misma variable en el segundo período analizado.

En los dos períodos considerados, el crecimiento de la población ejerce un efecto negativo sobre el crecimiento del PIB per cápita; el cual es, en valor absoluto, superior al efecto positivo que ejerce el crecimiento del empleo sobre la misma variable. Esto implica que, al menos por más de cincuenta años, los crecimientos de la PFT y del capital humano han sido fundamentales para que se encuentre un crecimiento de equilibrio promedio positivo del PIB per cápita en todo el período considerado (1961-2019).

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

Estimar una función de producción es una tarea importante. Sin embargo, la estimación *per se* no nos da información sobre los efectos de largo plazo de diversas variables sobre el producto por hora empleada y el producto *per cápita*. Para ello, debemos acudir a algún modelo de crecimiento. La solución del modelo de crecimiento y los parámetros de la función de producción nos permiten estimar cuál es el efecto de largo plazo que tienen los crecimientos de variables como la PFT, el capital humano, el empleo total y la población total sobre el producto por hora empleada y el producto per cápita. Esto puede ayudar a que se diseñen políticas públicas que propicien el crecimiento de aquellas variables que mayor efecto multiplicador tienen sobre el crecimiento del producto per cápita en largo plazo.

Por ejemplo, si se encuentra, como en este caso, que el crecimiento de la PFT tiene el mayor efecto multiplicador sobre el crecimiento del PIB per cápita, habría que diseñar políticas públicas que promuevan el crecimiento de esa variable. Si se encuentra un efecto malthusiano, como también ocurre en este caso, deben diseñarse políticas para reducir el crecimiento de la población.

Creemos que la capacidad de establecer una relación entre la estimación de la función producción y el uso de sus parámetros en el modelo de crecimiento constituye una valiosa contribución de este artículo.

6. Conclusiones

Al estimar una función producción para México, este artículo encuentra que podría haber rendimientos decrecientes conjuntos del capital y del trabajo, lo que generaría una PFT que no ha decrecido en los últimos años, como lo señala la PWT 10.0 (Feenstra *et al.*, 2015) y otros autores (Levy, 2018), sino que se ha mantenido relativamente estable sobre todo en los últimos veinte años.

La existencia de rendimientos decrecientes conjuntos del capital y del trabajo puede deberse a las llamadas deseconomías de aglomeración. En lugares donde convergen muchos trabajadores pueden generarse cuellos de botella de transporte, los cuales terminan reduciendo la productividad del trabajo (Venables, 2010; Brueckner, 2011).

Los resultados de la estimación de la función producción representada por la ecuación (5) sugieren que, a lo largo de los últimos cincuenta años, el crecimiento de la PFT ha tenido un impacto positivo sobre el crecimiento del PIB total, lo que contrasta con la PFT que muestra la PWT 10.0, la cual tiene un movimiento secular hacia la baja. Por lo tanto, lo que se encuentra en ese caso es que el crecimiento de la PFT ejerce una contribución negativa al crecimiento mexicano.

La estimación de la función producción y el uso de sus parámetros en el modelo de crecimiento expuesto permiten dilucidar por qué México ha crecido poco en las últimas décadas. Uno de los resultados del trabajo es que el crecimiento del PIB per cápita del período total considerado (1961-2019) se ha generado básicamente por los crecimientos de la PFT (calculada en este trabajo) y el capital humano. El problema que se detecta es que los crecimientos de estas dos variables han caído en los últimos veinte años de la muestra (2000-2019). Según este trabajo, el mayor multiplicador del crecimiento del PIB per cápita es el del crecimiento de la PFT, lo cual implica una caída pronunciada del crecimiento del PIB per cápita de equilibrio en relación con el período 1961-1999.

Los resultados del artículo sugieren la necesidad de llevar a cabo ajustes para que la PFT crezca más. En futuros trabajos sería conveniente analizar qué variables inciden sobre la PFT e identificar aquéllas que puedan modificarse a través de políticas públicas para que el crecimiento de equilibrio del PIB per cápita de México pueda aumentar.

Referencias

Aguilar, G. 2011. "Eficiencia industrial en las regiones de México", *Econoquantum*, 7(2): 93-113.

Arrow, K. 1962. "The economic implications of learning by doing", *Review of Economic Studies*, 29(3): 155-173. https://doi.org/10.2307/2295952

Banco de México. 1990. *Carpeta de Indicadores Económicos*, México.

Bodkin, L. y L. Klein. 1967. "Nonlinear estimation of aggregate production functions", *The Review of Economics and Statistics*, 49(1): 28-44. https://doi.org/10.2307/1937881

Brock, G. y V. German-Soto. 2013. "Regional industrial growth in Mexico: Do human capital and infrastructure matter?", *Journal of Policy Modeling*, 35(2): 228-242. https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2012.10.003

Brueckner, J. 2011*. Lectures in Urban Economics*, Cambridge, The MIT Press.

Christiansen, L., D. Jorgenson y D. Lau. 1973. « Transcendental logarithmic production frontier", *Review of Economics and Statistics*, 55(1): 28-45. https://doi.org/10.2307/1927992

Cobb, C. y P. Douglas. 1928. "A theory of production", *American Economic Review*, 18(1): 139-165.

Cochrane, D. y G. Orcutt. 1949. "Application of least squares regression to relationships containing autocorrelated error terms", *Journal of the American Statistical Association***,** 44(245): 32-61. https://doi.org/10.1080/01621459.1949.10483290

Cogley, T. y J. Nason. 1995. "Output dynamics in real business cycle models", *American Economic Review*, 85(3): 492-511.

Elliot, G., T. Rothenberg y J. Stock. 1996. "Efficient test for an autorregresive unit root", *Econometrica*, 64(3): 813-836.

Evans, C. 1992. "Productivity shocks and the real business cycle", *Journal of Monetary Economics*, 29(2): 191-208. https://doi.org/10.1016/0304-3932(92)90012-Q

Feenstra, R., R. Inklaar y M.P. Timmer. 2015. "The next generation of the Penn World Table", *American Economic Review*, 105(10): 3150-3182. https://doi.org/10.1257/aer.20130954

Hausman, J. 1978. "Specification tests in econometrics", E*conometrica*, 46(6): 1251-1271. https://doi.org/10.2307/1913827

FMI. 2024. *World Economic Outlook Database*, en https://www.imf.org/en/Publications/WEO/weo-database/2024/April

Hansen, L. y K. Singleton. 1982. "Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectation models", *Econometrica,* 50(5): 1269-1286. https://doi.org/10.2307/1911873

Hernández, F., J.A. Pagan y J. Paxton. 2005. "Start-up capital, microenterprises and technical efficiency in Mexico", *Review of Development Economics*, 9(3): 434-447. https://doi.org/10.1111/j.1467-9361.2005.00286.x

Johansen, S. 1988. "Statistical analysis of cointegration vectors", *Journal of Economics Dynamics and Control*, 12(3): 231-254. https://doi.org/10.1016/0165-1889(88)90041-3

Kagin, J., E. Taylor y A. Yúnez-Naude. 2016. "Inverse productivity and inverse efficiency", *The Journal of Development Studies*, 52(3): 396-411. https://doi.org/10.1080/00220388.2015.1041515

Kmenta, J. 1967. "Estimation of the CES production function", *International Economic Review*, 8(2): 180-189. https://doi.org/10.2307/2525600

Kydland, F. y E. Prescott. 1982. "Time to build and aggregate fluctuations", *Econometrica*, 50(6): 1345-1370. https://doi.org/10.2307/1913386

Levinsohn, J. y A. Petrin. 2003. "Estimating production functions using inputs to control for unobservables", *Review of Economic Studies*, 70(2): 317-342. https://doi.org/10.1111/1467-937X.00246

Levy, S. 2018. *Esfuerzos Mal Recompensados: La Elusiva Búsqueda de la Prosperidad en México*, Washington D.C., Banco Interamericano de Desarrollo.

Lin, B. y X. Chunping. 2014. "Energy substitution effect on transport industry of China, based of translog production function", *Energy*, 67: 213-222. https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.12.045

Loría, E. 2009. "Sobre el lento crecimiento económico de México. Una explicación estructural", *Investigación Económica*, 48(270): 37-68.

Lucas, R. 1988. "On the mechanism of economic development", *Journal of Monetary Economics*, 22(1): 3-42. https://doi.org/10.1016/0304-3932(88)90168-7

Malthus, T. 1836. *Principles of Political Economy,* Londres, W. Pickering.

Mundlack, Y. 1996. "Production function estimation: Reviving the primal", *Econometrica*, 64(2): 431-438. https://doi.org/10.2307/2171790

Olley, S. y A. Pakes. 1996. "The dynamics of productivity in the telecommunications equipment industry", *Econometrica*, 64(6): 1263-1295. https://doi.org/10.3386/w3977

Ng, S. y P. Perron. 2001. "Lag length selection and the construction of unit root test with good size and power", *Econometrica*, 69(6): 1519-1554. https://doi.org/10.1111/1468-0262.00256

Pashourtidou, N. 2003. *Omitted Variables In Cointegration Analysis*, Discussion Papers in Economics and Econometrics, núm. 304.

Pesaran, H., Y. Shin y R. Smith. 2001. "Bound testing approaches to the analysis of level relationships", *Journal of Applied Econometrics*, 16(3): 289-326. https://doi.org/10.1002/jae.616

Ramírez, M. 2004. “Is public infrastructure spending productive in the Mexican case: A vector error correction analysis”, *The Journal of International Trade and Economic Development*, 13(2): 159-178.

Ríos, H. y J. Marroquín. 2012. “Innovación tecnológica como mecanismo para impulsar el crecimiento económico: evidencia regional para México”, *Contaduría y Administración*, 58(3): 11-37. https://doi.org/10.1016/S0186-1042(13)71220-8

Rodríguez, D. y F. López. 2009. “Desarrollo financiero y crecimiento económico en México”, *Problemas del Desarrollo*, 40(159): 39-60.

Romer, P. 1986. “Increasing returns and long run growth”, *Journal of Political Economy*, 94(5): 1002-1037. https://doi.org/10.1086/261420

Romero, J. 2012. “Inversión extranjera directa y crecimiento económico en México”, *Investigación Económica*, 71(282): 109-147.

Sargan, D. 1958. “The estimation of economic relationships using instrumental variables”, *Econometrica,* 26(3): 393-415. https://doi.org/10.2307/1907619

Solow, R. 1956. “A contribution to the theory of economic growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 70(1): 65-94. https://doi.org/10.2307/1884513

Solow, R. 1957. “Technical change and the aggregate production function”, *Review of Economic and Statistics*, 39(3): 312-320. https://doi.org/10.2307/1926047

Summers, R. y A. Heston. 1988. “A new set of international comparisons of real product and price level estimates for 130 countries, 1950-1985”, *Review of Income and Wealth*, 34(1): 1-26. https://doi.org/10.1111/j.1475-4991.1988.tb00558.x

Venables, A. 2010. “The new economic geography”, en S.N. Durlauf y L.E. Blume (eds.), *Economic Growth*: *The New Palgrave Dictionary of Economics*, Palgrave McMillan.

Verdoorn, P.J. 1949. “Fattori che regolano lo sviluppo de la produtivittá de lavoro”, *L’Industria*, 1: 45-53.

Walters, A.A. 1961. “Some notes on the Cobb-Douglas production function”, *Metroeconomica*, 13(3): 121-138.

Whaite, K. y F. Brian. 2010. “Export led growth: A case study for Mexico”, *International Journal of Business Humanities and Technology*, 1(1): 33-44.

Wooldridge, J. 2009. “On estimating firm-level production functions using proxy variables to control for unobservables”, *Economic Letters*, 104(3): 112-114.

Apéndice econométrico

En este apéndice se presenta primero el cuadro A.1, el cual muestra los resultados generales de las pruebas de raíces unitarias y estacionariedad para los logaritmos del PIB, del trabajo efectivo en horas y del índice de capital físico.

Cuadro A.1. *Pruebas de raíces unitarias para las variables que intervienen en la estimación de la función producción. Series anuales de 1950 a 2019*

	ADF	DF-GLS	PP	KPSS	ERS	Ng-P
Logaritmo del PIB	***	NRRU	***	+++	NRRU	NRRU
Cambio logarítmico del PIB	***	***	***	+++	**	***
Logaritmo del capital	***	NRRU	***	+++	NRRU	NRRU
Cambio logarítmico del capital	***	**	NRRU	+++	*	**
Logaritmo del empleo efectivo	NRRU	NRRU	NRRU	+++	NRRU	NRRU
Cambio logarítmico del empleo efectivo	***	**	***	NRE	***	**

Notas: ADF = Prueba de Dickey-Fuller aumentada. DFGLS = Prueba de Dickey-Fuller con método generalizado de momentos de Eliot, Rothenberg y Stock. PP = Prueba de Phillips-Perron. KPSS = Prueba de Kwiatkowski-Phillips- Schmidt-Shin. ERS = Prueba de Eliot, Rothenberg y Stock de punto óptimo. Ng-P = Pruebas de Ng y Perron. *** Rechaza raíces unitarias con más de 99% de confianza. ** Rechaza raíces unitarias con entre 95% y 99% de confianza. * Rechaza raíces unitarias con entre 90% y 95% de confianza. +++ Rechaza estacionariedad con más de 99% de confianza. ++ Rechaza estacionariedad con entre 95% y 99% de confianza. NRRU = No puede rechazar raíces unitarias. NRE = No puede rechazar estacionariedad.
Fuente: Elaboración propia con el programa E-Views 12.0

Como se menciona en el texto, estas pruebas son ambiguas y en algunos casos contradictorias. Las pruebas ADF y PP sugieren que las series de los logaritmos del PIB y del capital son integradas de orden 0 (I(0)) o estacionarias, mientras que la serie del logaritmo del trabajo efectivo es integrada de orden 1 (I(1)). La prueba KPSS, cuya hipótesis nula es que la serie en cuestión es estacionaria, sugiere que las tres series analizadas son integradas de orden mayor a uno. Las

pruebas DF-GLS, ERS y Ng-P sugieren que las tres series en cuestión son integradas de orden 1 (I(1)). Estas tres últimas pruebas también sugieren que es posible hacer un análisis de cointegración de las series bajo análisis.
Cabe señalar que la prueba Ng-P tiene cuatro subpruebas y que, en todos los casos, los resultados en términos de rechazar o no raíces unitarias y la confianza con que se rechazan son iguales para todas las subpruebas en todas las series.

Si se toman en consideración los resultados de las pruebas DF-GLS, ERS y Ng-P, las tres series bajo análisis podrían estar cointegradas. El análisis de cointegración de Johansen (1988) con intervalos de entre 1 y 10 rezagos en primeras diferencias (1 a 1, 1 a 2, 1 a 3, etc.) en todos los casos genera más de un vector de cointegración estadísticamente significativo. Sin embargo, con entre 1 y 4 rezagos, ninguno de estos vectores tiene sentido económico como para constituir una función de producción, pues en ellos el logaritmo del PIB depende positivamente de uno de los logaritmos de los factores y negativamente del otro. Con intervalos de entre 1 a 5 hasta 1 a 9 rezagos, en primeras diferencias, surge en cada caso un vector de cointegración que podría hacer sentido económico como función de producción. Estos vectores se muestran en el cuadro A.2.

Cuadro A.2. *Vectores de cointegración con la prueba de Johansen entre los logaritmos del PIB, el empleo efectivo y el capital físico. Periodo 1950-2019*

Constante	Elasticidad del producto en relación con el empleo efectivo	Elasticidad del producto en relación con el índice del capital físico	Intervalos de rezago del procedimiento en primeras diferencias	Estadístico de la traza al 5% y p value. Valor crítico al 5% es 35.2
6.8 (4.2)	0.598 (0.33*)	0.55 (0.27**)	1 a 5	50.1 0.0
13.7 (1.8***)	0.065 (0.14)	0.892 (0.11***)	1 a 6	56.7 0.0
11.8 (1.6***)	0.214 (0.12*)	0.754 (0.1***)	1 a 7	61.9 0.0
11.3 (1.5***)	0.253 (0.12**)	0.734 (0.09***)	1 a 8	72.5 0.0
10.2 (1.7***)	0.338 (0.13***)	0.649 (0.11***)	1 a 9	60.2 0.0

Nota: Se despeja el logaritmo del PIB como variable dependiente. Error estándar entre paréntesis. *Significativo al 90% de confianza. ** Significativo al 95% de confianza. *** Significativo al 99% de confianza. Fuente: Elaboración propia con el programa E-Views 12.

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

En general, consideramos que este tipo de estimaciones pudieran no ser demasiado confiables, pues están omitiendo el logaritmo de la PFT. En caso de que esta última variable sea no estacionaria, podría hacer que las elasticidades estimadas fueran sesgadas e inconsistentes.

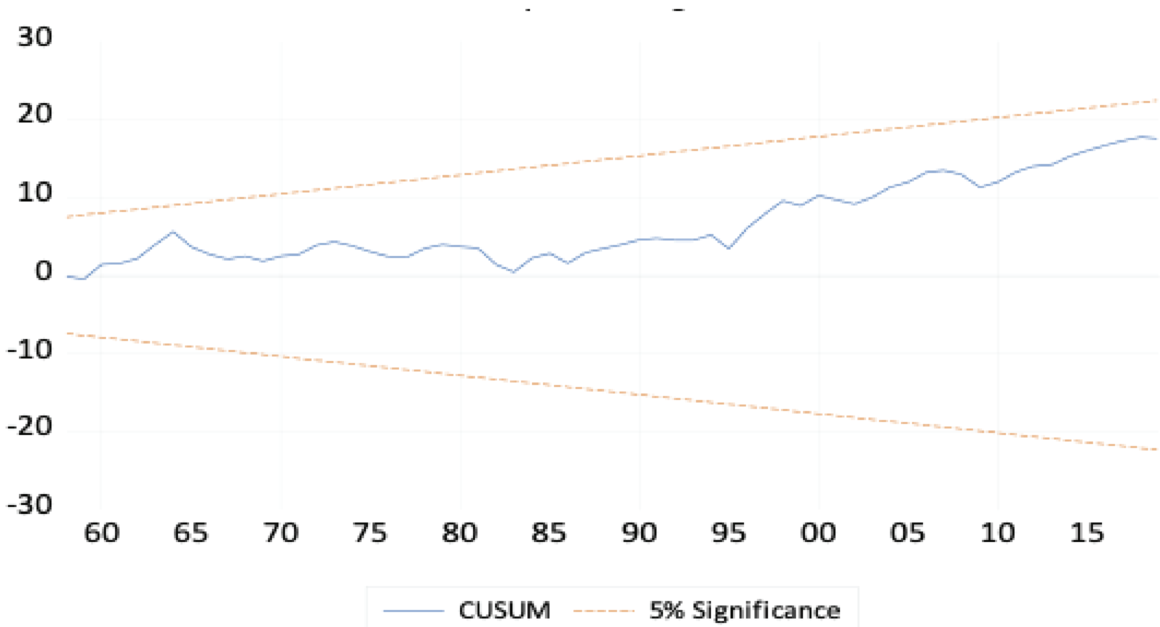
Asimismo, en este apéndice se presentan las pruebas CUSUM y CUSUMSQ para la estimación de la ecuación (8) en diferencias. Estas pruebas sólo pueden realizarse con la estimación por MCO.

La ecuación a estimar es:

$$dlog(Y_t) = a_0 + \alpha dlog(K_t) + \beta dlog(h_t L_t) + v_t \quad \text{(A.1)}$$

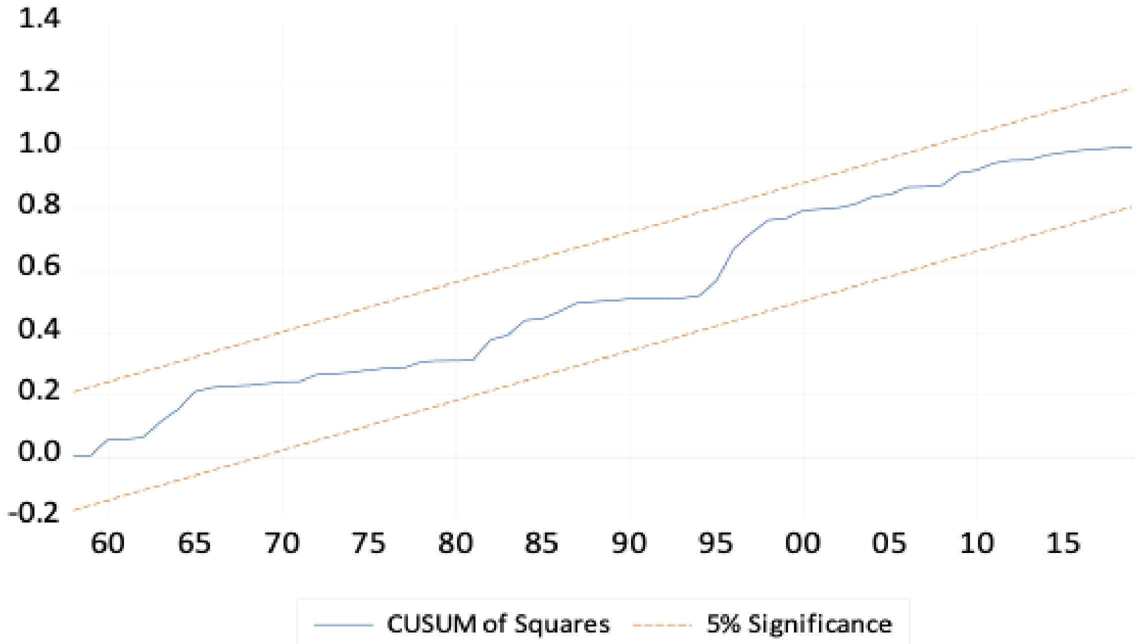
Las pruebas CUSUM y CUSUMSQ de la estimación por MCO de esta ecuación se presentan las gráficas A.1 y A.2:

Gráfica A.1. *Prueba CUSUM para la regresión de la ecuación A.1*



Notas: Eje horizontal = tiempo. Eje vertical = Promedio de diferencias de errores muestrales. Líneas divergentes = límites de control para rechazar la hipótesis de que la media de los errores cambia. Idioma predeterminado por el programa.
Fuente: Elaboración propia con el programa E-Views 12.

Gráfica A.2. *Prueba CUSUMSQ para la regresión de la ecuación A.2*



Notas: Eje horizontal = tiempo. Eje vertical = suma acumulada de los errores al cuadrado. Idioma predeterminado por el programa.

Fuente: Elaboración propia con el programa E-Views 12.

Estas pruebas sugieren que no hay cambios estructurales en el proceso descrito de la función producción a lo largo del tiempo.

Finalmente, en este apéndice se discute por qué consideramos que un MCE tradicional no es la mejor herramienta para estimar una función de producción.

Para esto suponemos que existe una ecuación ARDL que se cumple en todo momento. En esta ecuación, el primer rezago del logaritmo del PIB depende de los logaritmos contemporáneos del capital y del trabajo efectivo y sus rezagos y de un error aleatorio. Este mecanismo se expresa como:

$$\log(Y_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(Y_{t-1}) + \alpha_2 \log(K_t) + \alpha_3 \log(h_t L_t) + \alpha_4 \log(K_{t-1}) + \alpha_5 \log(h_{t-1} L_{t-1}) + v_t \quad \text{(A.2)}$$

La gran mayoría de las ecuaciones ARDL pueden expresarse como un MCE (Pesaran *et al.*, 2001). En este caso, al restar el logaritmo del PIB rezagado de los dos lados de la ecuación (A.2), sumar y restar los términos y del lado derecho de la misma ecuación y arreglar términos se encuentra la expresión de corrección de error (MCE):

$$dlog(Y_t) = \alpha_0 + (\alpha_1 - 1)\log(Y_{t-1}) + (\alpha_2 + \alpha_4)\log(K_{t-1}) + (\alpha_3 + \alpha_5)\log(h_{t-1} L_{t-1}) + \alpha_2 dlog(K_t) + \alpha_3 dlog(h_t L_t) + v_t \quad \text{(A.3)}$$

Para que este mecanismo sea estable, se requiere que el parámetro α_1 sea menor a uno.

Los efectos de corto plazo de incrementos en los logaritmos del capital y del trabajo sobre el logaritmo del producto son α_2 y α_3, respectivamente. Cuando las series de los logaritmos del PIB y sus factores de producción son I(0) o I(1), los cambios logarítmicos de dichas series convergen a una constante. Por lo anterior, los efectos de largo plazo de los logaritmos del capital y del trabajo sobre el producto son $(\alpha_2+\alpha_4)/(1-\alpha_1)$ y $(\alpha_3+\alpha_5)/(1-\alpha_1)$, respectivamente.

Lo anterior rompe con uno de los supuestos principales de una función de producción neoclásica, la cual indica que en todo momento del tiempo los efectos del capital y del trabajo sobre el producto son los mismos. La metodología que se propone en este trabajo es acorde con esos supuestos, como se vio en las ecuaciones (5) y (6) del texto principal. Por eso, a partir de la función producción teórica y del comportamiento de la PFT, el cual está avalado por la teoría del ciclo real, llega a un modelo ARDL que puede expresarse también como MCE, pero el cual está restringido para que los efectos de los logaritmos de los factores sobre el logaritmo del producto seas iguales en corto y largo plazo.

Si creyéramos que el modelo ARDL propuesto en la ecuación (A.2) es compatible con una función de producción neoclásica, como la que se presenta en este trabajo, podríamos encontrar un comportamiento endógeno para la PFT.

Para probar lo anterior, la función de producción que podría proponerse sería la siguiente:

$$\log(y_t) = \log(A_t) + \left(\frac{\alpha_2+\alpha_4}{1-\alpha_1}\right)\log(K_t) + (\frac{\alpha_3+\alpha_5}{1-\alpha_5})\log\,(h_t L_t) \quad \text{(A.4)}$$

Donde los efectos del capital y del trabajo son los de largo plazo que se obtienen de la ecuación ARDL (A.2).

Si creemos en la función (A.4) y también en la ecuación ARDL (A.2), entonces al igualarlas se obtendría como resultado el logaritmo de la PFT (log(A)) como:

$$\log(A_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(Y_{t-1}) - \left(\frac{\alpha_2\alpha_1+\alpha_4}{1-\alpha_1}\right)\log(K_t) - \left(\frac{\alpha_3\alpha_1+\alpha_5}{1-\alpha_1}\right)\log(h_t L_t) +$$
$$\alpha_4 \log(K_{t-1}) + \alpha_5 \log(L_{t-1}) + v_t \quad \text{(A.5)}$$

Si el capital y el trabajo efectivo crecieran a tasas constantes, esta ecuación se tornaría en:

$$\log(A_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \log(Y_{t-1}) - \frac{\alpha_1(\alpha_2+\alpha_4)}{(1-\alpha_1)}(\log(K_{t-1}) + \gamma_k) - \frac{\alpha_1(\alpha_2+\alpha_4)}{(1-\alpha_1)}\log(h_{t-1}L_{t-1} +$$
$$\gamma_{hL}) + v_t \quad \text{(A.6)}$$

Donde γ_k y γ_{hL} son los crecimientos del capital y del trabajo efectivo, respetivamente.

Aquí la productividad dependería del producto rezagado en forma positiva. Los términos $\frac{\alpha_1(\alpha_2+\alpha_4)}{(1-\alpha_1)}$ y $\frac{\alpha_1(\alpha_2+\alpha_4)}{(1-\alpha_1)}$ deben ser positivos para que los efectos de largo plazo del capital y del trabajo sobre el producto sean también positivos, como se ve en la ecuación (A.4). Por lo cual, cuando

DOI:https://doi.org/10.33937/reveco.2025.431

los factores crecen a tasas constantes, el efecto del capital y del trabajo sobre la productividad es negativo.

Existen diversas hipótesis que respaldan que la productividad puede verse afectada en forma positiva por el tamaño de la producción, lo que depende del llamado aprender haciendo (*learning by doing*). Este argumento fue utilizado hace muchos años por Verdoorn (1949). Sin embargo, en las ecuaciones (A.5) y (A.6) la PFT depende negativamente del capital y del trabajo efectivo. En los modelos de Arrow (1962) y Romer (1986), el capital afecta positivamente a la productividad por el mismo argumento de aprender haciendo. No parece haber ningún trabajo teórico donde el capital pueda afectar a la PFT en forma negativa.

Por otra parte, el trabajo efectivo podría llegar a generar un efecto negativo sobre la PFT si hay deseconomías de aglomeración (Venables, 2010; Brueckner, 2011), pero este tipo de trabajo contiene al capital humano, el cual en la mayor parte de los trabajos de economía tiene un efecto positivo sobre la PFT (Lucas, 1988).

Una ecuación ARDL general, no restringida, donde el producto depende de los factores observables de trabajo efectivo y capital puede generar una PFT endógena que en muchos casos no parece ser compatible con ninguna teoría económica hasta hoy propuesta.