



Ecuaciones de volumen para *Prosopis articulata* S. Watson y *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr. en el norte de México

Volume equations for *Prosopis articulata* S. Watson and *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr. in northwestern Mexico

Jesús Eduardo Silva-García¹, Oscar Alberto Aguirre-Calderón^{1*}, Eduardo Alanís-Rodríguez¹ y Marco Aurelio González-Tagle¹

Abstract:

Allometric models are a tool of great importance for forest management, as they allow reliable estimations of the volume of both individual trees and forest stands, as well as the construction of volume tables in order to facilitate the quantification of timber stocks. In the present work, data of 160 trees were adjusted; 80 trees of each species were cut, covering all the diameter categories; the variables measured were: normal diameter (D), base diameter (DB) total height (H), and crown diameter (DC), as well as the diameters and lengths of each of the branches with a diameter above 6 cm at its base. Linear, multiple and nonlinear regression models with one and two independent variables were tested to estimate the total stem volume with bark. For the selection of the best model, the RMSE, adjusted R^2 and the level of significance of the parameters were taken into account. For the prediction of the total volume according to the normal diameter, the allometric model of Berkhoult presented better adjustments, with R^2 of 0.9053 and RMSE of 0.0432 for *Prosopis articulata* and R^2 of 0.8178, as well as RMSE of 0.1048 for *Lysiloma divaricata*. Using the variables normal diameter and total height, the best adjustments were obtained with the Schumacher-Hall model, with values of 0.9139 in R^2 and RMSE of 0.0411 for *Prosopis articulata*. For *Lysiloma divaricata* the best fit model was the Spurr potential with R^2 of 0.7936 and a value of RMSE of 0.1118.

Key words: Diametric categories, forest management, model, prediction, volume tables, volume.

Resumen:

Una herramienta de gran importancia en el manejo forestal son los modelos alométricos, con los cuales se puede estimar de forma confiable el volumen en árboles individuales y masas forestales, además de construirse tablas de volumen que faciliten la cuantificación de existencias maderables. En el presente trabajo se ajustaron datos de 160 árboles; para ello, se derribaron 80 individuos de cada especie que incluyeron todas las categorías diamétricas. Se midieron las variables: diámetro normal (D), diámetro de la base (DB) altura total (H) y diámetro de copa (DC), así como los diámetros y longitudes de cada una de las ramas mayores a 6 cm de diámetro en su base. Se probaron modelos de regresión lineal simple, múltiple y no-lineal con una y dos variables independientes, para estimar el volumen fustal total con corteza. La selección del mejor modelo se hizo con base en la RCME, R^2 ajustado y el nivel de significancia de los parámetros. Para la predicción del volumen total en función del diámetro normal, el modelo alométrico de Berkhoult presentó mejores ajustes, con R^2 de 0.9053 y RCME de 0.0432 para *Prosopis articulata*; y R^2 de 0.8178, RCME de 0.1048 para *Lysiloma divaricata*. A partir del diámetro normal y altura total, los mejores ajustes se obtuvieron con el modelo de Schumacher-Hall, con valores de 0.9139 en R^2 y RCME de 0.0411 para *Prosopis articulata*; para *Lysiloma divaricata* el modelo de mejor ajuste fue el Spurr Potencial con R^2 de 0.7936 y un valor de RCME de 0.1118.

Palabras clave: Categorías diamétricas, manejo forestal, modelo, predicción, tablas de volumen, volumen.

Fecha de recepción/Reception date: 22 de marzo de 2018

Fecha de aceptación/Acceptance date: 24 de septiembre de 2018

¹Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León. México. Correo-e: oscar.aguirred@uanl.edu.mx

Introducción

La importancia de la generación de sistemas biométricos radica en la integración de modelos estadístico-matemáticos, dinámicos o estáticos para un manejo racional y sustentable de los bosques. Estos constituyen las herramientas analíticas más utilizadas en la actualidad para la generación de conocimiento sobre la producción y crecimiento de las masas forestales (Weiskittel et al., 2011; Vargas-Larreta et al., 2017). Lo anterior se logra mediante la medición de algunas variables como el diámetro normal y la altura total, para luego estimar el volumen de cada árbol y, posteriormente, extrapolar la información a todo un rodal (Acosta-Mireles y Carrillo-Anzures, 2008; Cruz-Cobos et al., 2016).

La simulación con modelos matemáticos es útil para la toma de decisiones en el manejo forestal sustentable. Los de volumen predicen el volumen total de los árboles con y sin corteza, del fuste limpio, fuste total y comercial; además de ser el método principal en la construcción de tarifas o tablas de volumen (Schumacher y Hall, 1933; Tapia y Návar, 2011).

Las ecuaciones de volumen y sus expresiones tabuladas son una de las principales herramientas para conocer, de manera confiable, las existencias reales y realizar un manejo sostenible. También sirven para la gestión forestal, comercialización de productos leñosos e investigación, principalmente, en estudios de la calidad de estación (Muñoz-Flores et al., 2003; Velasco et al., 2010).

El aprovechamiento maderable de *Prosopis articulata* S. Watson (mezquite) y *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr. (mauto) es una actividad forestal en las zonas áridas y semiáridas del norte de México (León-De la Luz et al., 2008; Rodríguez-Sauceda et al., 2014). A pesar de la importancia de los recursos forestales en esas regiones, aún son escasas las investigaciones puntuales que evalúan con precisión las estimaciones de producción volumétrica a nivel de taxón.

El objetivo de la presente investigación es desarrollar un sistema volumétrico para las dos especies de mayor importancia forestal: *Prosopis articulata* y *Lysiloma divaricata* en Baja California Sur, México. La información servirá de base para la gestión silvícola de las masas forestales áridas de la región estudiada.

Materiales y Métodos

Área de estudio

El estudio se llevó a cabo en predios pertenecientes a la Unidad de Manejo Forestal (Umafor) 303, la cual se ubica al sur del estado de Baja California Sur, comprende dos municipios: La Paz y Los Cabos (Figura 1) y es administrada por la Asociación de Productores Forestales Sierra La Laguna, A.C.

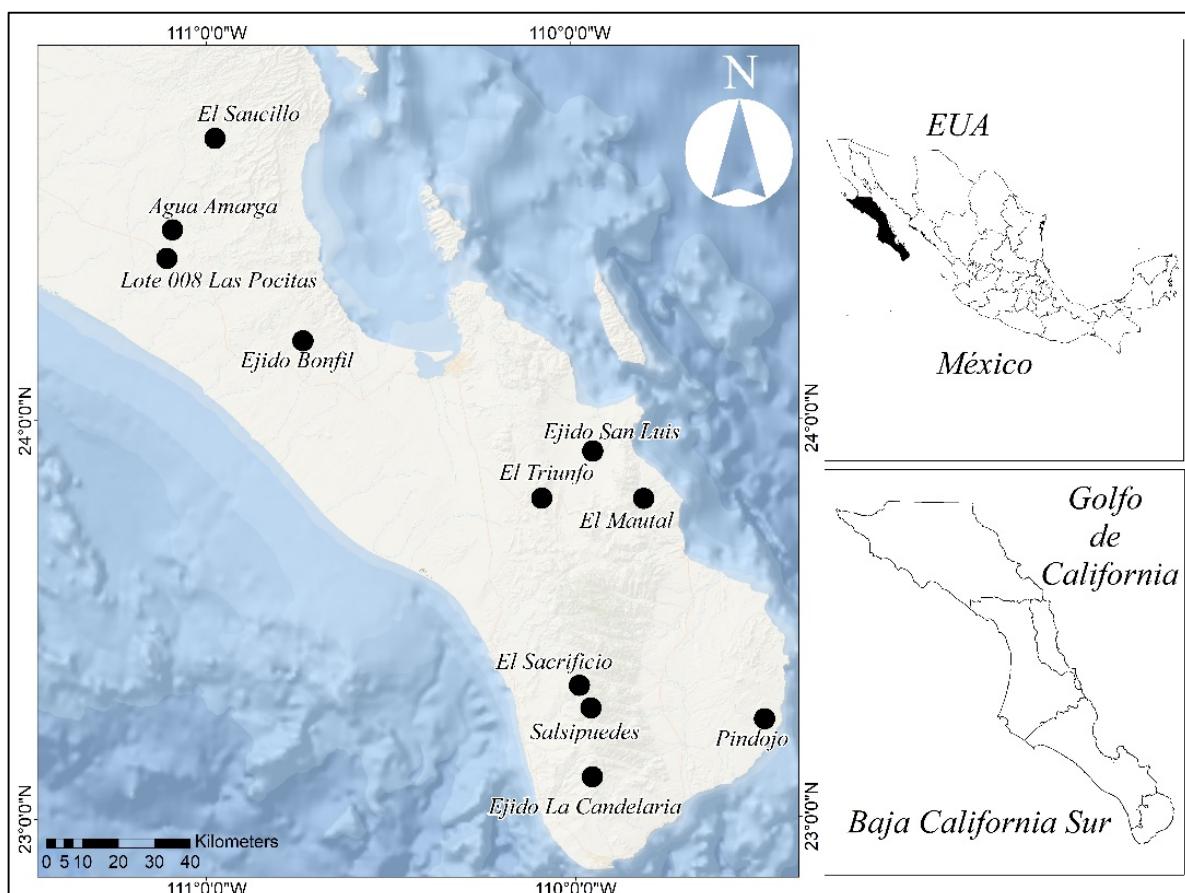


Figura 1. Localización del área de estudio.

De acuerdo con la clasificación de Köppen modificada por García (1988); el clima dominante es muy seco semiárido (BWh), seguido del muy seco, cálido (BW(h')); seco, semiárido BSh; y solo en la parte de la sierra La Laguna se presentan climas

templados: templado subhúmedo con lluvias en verano, de menor humedad $C(w_0)$ y templado subhúmedo con lluvias en verano, de humedad media $C(w_1)$.

Los factores físicos del ambiente favorecen el desarrollo de diferentes tipos de vegetación a lo largo de un gradiente altitudinal (Arriaga y Ortega, 1988), caracterizados por el matorral xerófilo, cuyos representantes son el matorral sarcocaule, matorral sarcocrasicaule, selva baja caducifolia, selva baja y subcaducifolia y vegetación de galería.

La topografía corresponde a sierras, llanuras, lomeríos, playa, mesetas y cañadas.

Evaluación en campo

Se seleccionaron predios particulares y ejidos con potencial maderable para la obtención de los datos dasométricos. Se utilizó un muestreo destructivo que consistió en derribar, seccionar y medir los árboles, que se eligieron mediante un muestreo dirigido: 80 individuos por especie, en los que estuvieron representadas las calidades de estación, así como las clases de categoría diamétrica y de altura.

Las variables que se midieron a los árboles muestra fueron las siguientes: diámetro normal con corteza (D), altura total (H) y diámetros a diferentes alturas con corteza (d). Para cada una de las secciones; se registró la altura con respecto al suelo (h). A las ramas mayores de 6 cm de diámetro en su base se les midieron los diámetros con corteza; los diámetros menores no se incluyeron por carecer de interés comercial. Para la medición de la altura total se utilizó un clinómetro *Suunto Pm5/360pc*; y para la obtención de los diferentes diámetros se empleó una cinta diamétrica 122450 marca *Ben Meadows*.

Los árboles derribados se seccionaron hasta alcanzar alturas máximas del tocón de 0.30 m sobre el nivel del suelo; enseguida, se obtuvieron dos secciones de 0.30 m por arriba del tocón, la siguiente correspondió al diámetro normal (1.30 m), posteriormente, se obtuvieron secciones de 0.50 m de longitud hasta llegar a la punta del árbol (Figura 2). En cada una se consideraron dos diámetros perpendiculares con y sin corteza para estimar el diámetro medio.

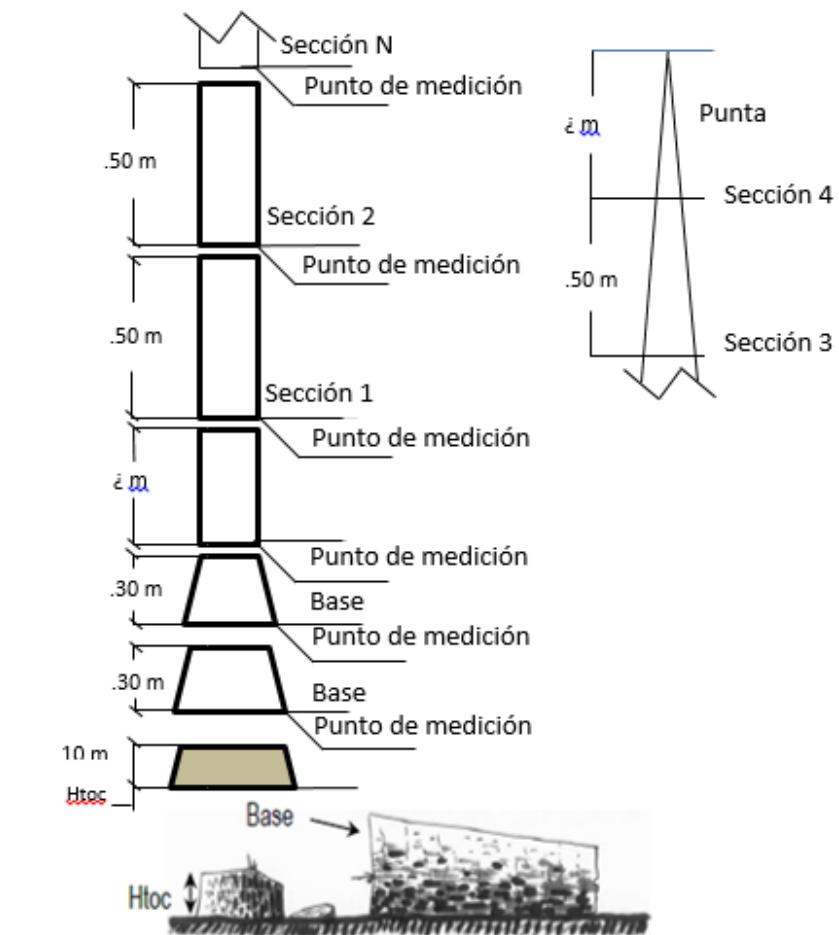


Figura 2. Representación gráfica de los puntos de medición en las diferentes secciones del árbol.

Para la cubicación de cada una de las secciones del fuste, desde el tallo hasta las ramas con las características antes descritas, se utilizó la fórmula de *Smalian*:

$$V = \left(\frac{\left(\frac{\pi}{4} d_1^2 \right) + \left(\frac{\pi}{4} d_2^2 \right)}{2} \right) L$$

Donde:

V = Volumen de la sección (m^3)

d_1 = Diámetro mayor (m)

d_2 = Diámetro menor (m)

L = Longitud (m)

El volumen total del árbol se obtuvo a partir de la suma total de los volúmenes estimados para cada sección del árbol.

Análisis de la información

Se ajustaron 25 modelos de regresión alómetricos lineales simples, lineales múltiples y no lineales con una, dos o tres variables predictoras, respectivamente (cuadros 1 y 2), para ello se aplicó el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y mínimos cuadrados ponderados (MCP) mediante el programa estadístico SAS (SAS, 1990).



Cuadro 1. Modelos de una variable evaluados para estimar el volumen de mezquite y mauto.

Modelo	Nombre	Expresión
M1	<i>Dissescu-Stanescu</i> (polinómico de segundo grado incompleto)	$V = \beta_0 + \beta_1 D^2$
M2	<i>Berkhout</i> (alométrico)	$V = \beta_0 D^{\beta_1}$
M3	<i>Dissescu-Meyer</i>	$V = \beta_0 D + \beta_1 D^2$
M4	<i>Hohenadl-Krenn</i> (polinómico de segundo grado completo)	$V = \beta_0 + \beta_1 D + \beta_2 D^2$
M5	<i>Dissescu-Stanescu</i> (polinómico de segundo grado incompleto) (Mod. Var. DB)	$V = \beta_0 + \beta_1 DB^2$
M6	<i>Berkhout</i> (alométrico)(Mod. Var. DB)	$V = \beta_0 DB^{\beta_1}$
M7	<i>Dissescu-Meyer</i> (Mod. Var. DB)	$V = \beta_0 DB + \beta_1 DB^2$
M8	<i>Hohenadl-Krenn</i> (polinómico de segundo grado completo) (Mod. Var. DB)	$V = \beta_0 + \beta_1 DB + \beta_2 DB^2$
M9	<i>Dissescu-Stanescu</i> (polinómico de segundo grado incompleto) (Mod. Var. H)	$V = \beta_0 + \beta_1 H^2$
M10	<i>Berkhout</i> (alométrico) (Mod. Var. H)	$V = \beta_0 H^{\beta_1}$
M11	<i>Dissescu-Meyer</i> (Mod. Var. H)	$V = \beta_0 H + \beta_1 H^2$
M12	<i>Hohenadl-Krenn</i> (polinómico de segundo grado completo) (Mod. Var. H)	$V = \beta_0 + \beta_1 H + \beta_2 H^2$
M13	<i>Dissescu-Stanescu</i> (polinómico de segundo grado incompleto) (Mod. Var. DC)	$V = \beta_0 + \beta_1 DC^2$
M14	<i>Berkhout</i> (alométrico) (Mod. Var. DC)	$V = \beta_0 DC^{\beta_1}$
M15	<i>Dissescu-Meyer</i> (Mod. Var. DC)	$V = \beta_0 DC + \beta_1 DC^2$

Cuadro 2. Modelos de dos o más variables independientes evaluados para estimar el volumen de mezquite y mauto.

Modelo	Nombre	Expresión
M16	<i>Schumacher-Hall</i>	$V = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2}$
M17	<i>Spurr</i>	$V = \beta_0 D^2 H$
M18	<i>Spurr</i> Potencial	$V = \beta_0 D H^{\beta_1}$
M19	<i>Spurr</i> con término independiente	$V = \beta_0 + \beta_1 D^2 H$
M20	Variable combinada generalizada incompleta	$V = \beta_0 + \beta_1 H + \beta_2 D^2 H$
M21	No definido	$V = \beta_0 + \beta_1 D B^2 H + \beta_2 D C$
M22	<i>Spurr</i> con término independiente (Mod.)	$V = \beta_0 + \beta_1 D B^2 H$
M23	No definido	$V = \beta_0 + \beta_1 V C + \beta_2 N R$
M24	No definido	$V = \beta_0 + \beta_1 V C + \beta_2 D C$
M25	No definido	$V = \beta_0 + \beta_1 D^2 + \beta_2 H + \beta_3 N R$

Fuente: Cruz-Cobos et al., 2016; Vargas-Larreta et al., 2017.

V = Volumen (m^3); D = Diámetro normal (cm); H = Altura total (m); DB = Diámetro a la base (cm); DC = Diámetro de copa (m); NR = Número de ramas; VC = Relación diámetro a la base al cuadrado (cm) por la altura (m); β_0 , β_1 , β_2 , β_3 = Parámetros a estimar.

Para la evaluación de la calidad del ajuste de los modelos, se utilizó el análisis gráfico y numérico, con base en el valor más alto de coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajustado), el menor de la raíz del cuadrado medio del error (RCME), las representaciones gráficas y el nivel de significancia de los parámetros de acuerdo con Vargas-Larreta et al. (2017).

$$R^2 \text{ajustado} = 1 - [(n - 1) \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p} / \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2]$$

$$RCME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$

Donde:

Y_i = Valor observado

\hat{Y}_i = Valor predicho de la variable dependiente

n = Número de observaciones

p = Número de parámetros

Torres-Rojo y Magaña-Torres (2001), así como Cruz-Cobos *et al.* (2016) indican que es común que gran parte de los modelos de volumen presenten problemas de heterocedasticidad, dado que a mayores valores de diámetro y altura, la variación en los volúmenes de los árboles se hace más grande, lo que requiere de la corrección con el uso de mínimos cuadrados ponderados.

El análisis gráfico de los residuos estudentizados frente a los valores estimados, con los modelos seleccionados evidenció problemas de heterocedasticidad; por ello, fue preciso realizar la corrección mediante regresión ponderada por el método de mínimos cuadrados ponderados. Con el método de mínimo cuadros ordinarios se estima la línea de regresión, que busca minimizar la suma de errores al cuadrado; es decir, cada error recibe una ponderación igual, independientemente de que derive de una observación con una varianza más elevada o más pequeña; por el contrario, con el método de mínimos cuadrados ponderados, se les agrega mayor peso o ponderación a las observaciones con menor desviación típica, en contraste a las que presentan una desviación típica mayor, lo cual permite estimar con más precisión la línea de regresión.

Resultados y Discusión

En el Cuadro 3 se muestran los estadísticos descriptivos básicos de las variables consideradas en los modelos para *Prosopis articulata* y *Lysiloma divaricata*; se observó que se cubrió un amplio intervalo de las variables independientes utilizadas en el ajuste de los modelos.

Cuadro 3. Estadísticos descriptivos de la base de datos para *Prosopis articulata* S.Watson y *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J.F.Macbr.

Variable	Estadísticos de <i>P. articulata</i>				Estadísticos de <i>L. divaricata</i>			
	Máximo	Mínimo	Media	SD	Máximo	Mínimo	Media	SD
D	42.5	7.6	23.96	9.55	41	8.9	24.18	9.43
H	10.58	3.53	6.50	1.57	12.2	3.5	9.46	2.31
DB	52	11.5	29.24	10.63	53.5	10	28.91	11.27
DC	8.5	1	3.65	1.86	13	1.5	5.08	2.93
NR	7	0	1.17	1.11	1.10	0.02	0.29	0.24
VT	0.60	0.013	0.18	0.13	3	0	1.77	1.02

VT = Volumen (m^3); D = Diámetro normal (cm); H = Altura total (m); DB = Diámetro a la base (cm); DC = Diámetro de copa (m); NR = Número de ramas.

En la Figura 3 se observa la tendencia de los pares de datos volumen-diámetro normal y volumen-altura total para *Prosopis articulata*. El tamaño de muestra por categoría diamétrica varió debido a la abundancia de árboles de ciertas dimensiones en la zona de estudio, se incluyeron diámetros de 7.6 a 42.5 cm, y se observó que la mayor frecuencia se registra entre 10 y 30 cm; asimismo, en altura los valores de frecuencia corresponden al intervalo de 5 a 10 m.

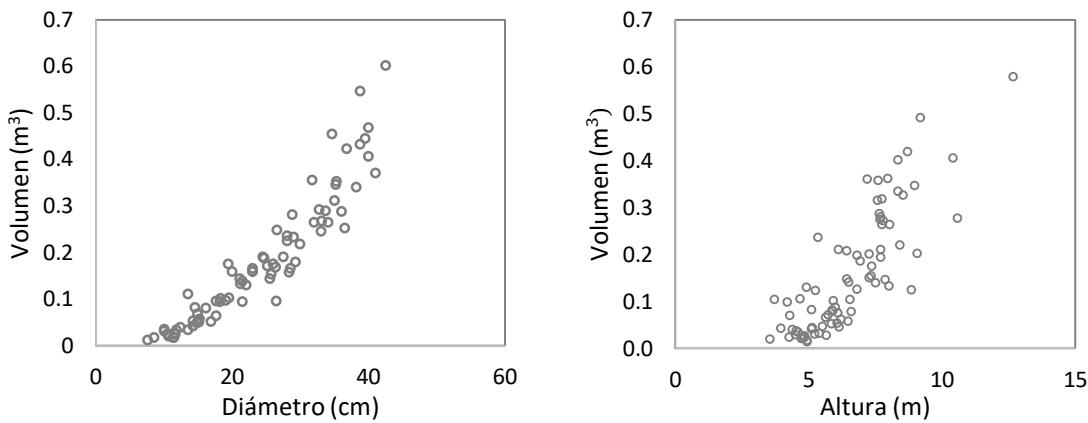


Figura 3. Gráficas de dispersión de los pares de datos de volumen-diámetro (izquierda) y volumen-altura (derecha) para *Prosopis articulata* S.Watson.

La Figura 4 exhibe la tendencia de los pares de datos volumen-diámetro normal y volumen-altura total para *Lysiloma divaricata*. Se consideraron diámetros de 8.9 a 41 cm, la frecuencia más alta corresponde a las categorías diamétricas de 10 a 30 cm, y de altura entre 5 a 12 m.

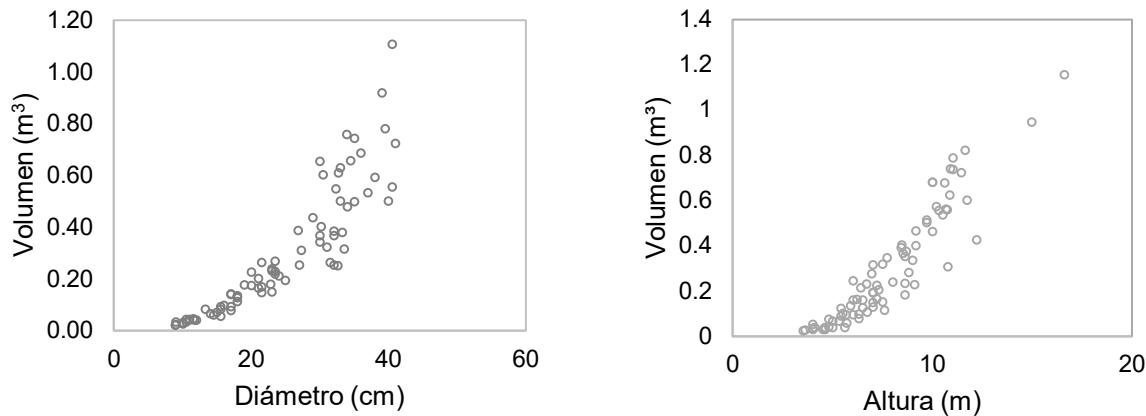


Figura 4. Gráficas de dispersión de los pares de datos de volumen-diámetro y volumen- altura para *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J.F.Macbr.

En el Cuadro 4 se resumen los estadísticos de bondad del ajuste del modelo de volumen de una variable para *Prosopis articulata*. Los valores más altos de R^2 y menores de RCME se lograron con los modelos cuya variable independiente es el diámetro normal (M1-M4).

Cuadro 4. Estadísticos de bondad de ajuste del modelo de una variable para *Prosopis articulata* S. Watson.

Ecuación	R²	RCME	Sesgo
M1	0.90527794	0.0428437	-0.0064217
M2	0.90545388	0.04280389	-0.0049428
M3	0.90531866	0.04283449	-0.0057673
M4	0.90558798	0.04305038	-0.0064217
M5	0.67344067	0.07955041	-0.0064217
M6	0.67382001	0.0795042	-0.0066161
M7	0.67386939	0.07949818	-0.0067407
M8	0.67431109	0.07995853	-0.0064217
M9	0.47238585	0.10111594	-0.0012141
M10	0.46996466	0.10134768	-0.0032696
M11	0.47050001	0.10129648	-0.0021356
M12	0.50162254	0.09891053	-0.0019025
M13	0.52686768	0.09575307	-0.0064217
M14	0.53692929	0.09472946	-0.0054247
M15	0.53827914	0.09459129	-0.0036454

El análisis de los residuos del modelo (M2), seleccionado como el mejor para estimar el volumen de árboles de *Prosopis articulata*, mostró una tendencia en aumento conforme se incrementa el volumen predicho. La corrección se realizó a través de regresión ponderada.

El Cuadro 5 muestra los estadísticos de ajuste y los estimadores de los parámetros para *Prosopis articulata* del modelo M2 Alométrico de Berkout.

Cuadro 5. Estadísticos de ajuste para *Prosopis articulata* S. Watson corregidos por mínimos cuadrados ponderados para el modelo M2.

Ecuación	R ²	RCME	Sesgo	Parámetros	
				β_0	β_1
M2	0.9054	0.04280	-0.0049428	0.000239	2.04015

Los modelos de volumen de dos variables para *Prosopis articulata* presentaron ajustes superiores a los que consideran una variable independiente; con ligeras mejorías en aquéllos que involucran como variables independientes el diámetro y la altura; solo algunos no cumplen con el nivel de significancia seleccionado (5 %). El Cuadro 6 corresponde a los estadísticos del modelo M16, el cual tuvo la mayor R², la menor RCME un sesgo muy cercano a cero y parámetros significativos, por lo que fue el seleccionado para la estimación de volumen de *P. articulata*.



Cuadro 6. Estadísticos de bondad de ajuste y parámetros del modelo de dos y tres variables independientes para *Prosopis articulata* S. Watson.

Ecuación	R ²	RCME	Sesgo
M16	0.9186	0.0400	0.00022
M17	0.8838	0.0471	0.01417
M18	0.8574	0.0525	-0.00043
M19	0.9024	0.0435	-0.00032
M20	0.9075	0.0425	-0.00022
M21	0.8057	0.0617	0.00132
M22	0.7974	0.0627	-0.00003
M23	0.9050	0.0431	-0.05745
M24	0.9024	0.0435	-0.06197
M25	0.9176	0.0405	-0.00005

A través del análisis gráfico de los residuos del modelo M16 para *Prosopis articulata*, se observó presencia de heterocedasticidad. Asimismo, la corrección de los residuales se realizó por el método de mínimos cuadrados ponderados.

Una vez corregida la heterocedasticidad, en el Cuadro 7 se muestran los estadísticos y parámetros ajustados del modelo *Schumacher-Hall* para la estimación de volumen de *Prosopis articulata*.

Cuadro 7. Estadísticos de ajuste corregidos por mínimos cuadrados ponderados para el modelo M16 para *Prosopis articulata* S. Watson.

Modelo	R²	RCME	Sesgo	Parámetros		
				β_0	β_1	β_2
M16	0.9139	0.0411	0.00022	0.0002	1.8881	0.4061

En el Cuadro 8 se consignan los estadísticos de bondad del ajuste de los modelos de volumen de una entrada para *Lysiloma divaricata*. Se aprecia que los valores más altos de R² y menores de RCME, se obtuvieron con los modelos cuya variable independiente es el diámetro normal (M1-M4), seguidos de aquéllos que consideraron al diámetro a la base (M5-M8); por el contrario, los ajustes de los modelos que incluyen la altura total de los árboles y el diámetro de la copa, tuvieron ajustes menos eficientes.



Cuadro 8. Estadísticos de bondad de ajuste y parámetros del modelo de una entrada para *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr.

Modelo	R ²	RCME	Sesgo
M1	0.8287	0.1019	2.0052E-10
M2	0.8294	0.1016	-0.000427
M3	0.8293	0.1017	0.00035825
M4	0.8294	0.1023	3.9996E-11
M5	0.6795	0.1393	-5.649E-10
M6	0.6918	0.1366	0.28615368
M7	0.6853	0.1381	-0.0062446
M8	0.7150	0.1322	1.7601E-10
M9	0.5821	0.1591	-4.627E-11
M10	0.5780	0.1599	-0.005714
M11	0.5799	0.1595	-0.0023334
M12	0.5919	0.0985	8.7213E-11
M13	0.4518	0.1822	-8.223E-17
M14	0.4191	0.1876	0.0069449
M15	0.4208	0.1873	0.01102998

En el análisis gráfico de los residuos estudentizados frente a los valores estimados del modelo M2, se observó la ausencia de homogeneidad en los valores de las varianzas, la cual fue corregida a través de regresión ponderada.

Una vez hecha la corrección de heterocedasticidad, el resultado final del ajuste al modelo M2 Alométrico de *Berkout* presenta los estadísticos de ajuste y los parámetros del Cuadro 9.

Cuadro 9. Estadísticos de ajuste para *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr. corregidos por Mínimos Cuadrados Ponderados para el modelo 2 (M2).

Modelo	R²	RCME	Sesgo	Parámetros	
				β_0	β_1
M2	0.8294	0.1016	-0.000427	0.0002	2.2339

Los modelos que consideran dos variables predictoras; por ejemplo, diámetro y altura (M16-M25) evidenciaron ajustes superiores a los que incorporan una variable independiente (diámetro), con valores de R² entre 0.75 y 0.86 y RCME de 0.09 a 0.1; no obstante, algunos no cumplen con el nivel de significancia necesario (5 %) (Cuadro 10), por lo que se seleccionó el modelo M18 por su buen ajuste y nivel de significancia de los estimadores de los parámetros.



Cuadro 10. Estadísticos de bondad de ajuste del modelo de dos y tres entradas para *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr.

Ecuación	R²	RCME	Sesgo
M16	0.8336	0.1010	-0.0010269
M17	0.8044	0.1081	0.01737528
M18	0.7977	0.1107	-0.0026761
M19	0.8162	0.1055	0.00106051
M20	0.8167	0.1060	-0.0005477
M21	0.8625	0.0919	-0.0035862
M22	0.6786	0.1395	-0.0031733
M23	0.8625	0.0919	-0.0035862
M24	0.6786	0.1395	-0.0031733
M25	0.6786	0.1395	6.7808E-10

Al igual que los modelos analizados anteriormente, el M18 Spurr Potencial de una variable combinada para *Lysiloma divaricata* mostró heterocedasticidad, la cual se corrigió por el método de MCP. En el Cuadro 11 se presentan los estadísticos de ajustes finales del modelo M18 corregido.

Cuadro 11. Estadísticos de ajuste para mauto corregidos por Mínimos Cuadrados Ponderados para el modelo M18 para *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr.

Modelo	R²	RCME	Sesgo	Parámetros	
				β_0	β_1
M18	0.7977	0.1107	-0.0026761	0.0001	1.363298

Los mejores ajustes para modelos de una entrada para *Prosopis articulata* y *Lysiloma divaricata* se obtuvieron con el M2, cuya variable independiente es el diámetro normal (Figura 5), lo que coincide con Rodríguez *et al.* (2012), quienes realizaron un estudio en un bosque de niebla en Tamaulipas, México, en el que ajustaron modelos para especies de latifoliadas y coníferas, y concluyeron que el modelo alométrico de *Berkhout* ajusta muy bien y es confiable para la estimación de volúmenes de fuste total, en función del diámetro normal. Asimismo, los resultados de la investigación que aquí se documenta concuerdan con los de Cruz *et al.* (2016), autores que señalan al modelo alométrico de *Berkhout*, con la variable diámetro y al modelo de *Schumacher-Hall* con las variables independientes de diámetro y altura, como el de mejor ajuste para la estimación de volúmenes para *Arbutus* spp. en la región de Pueblo Nuevo Durango, México.



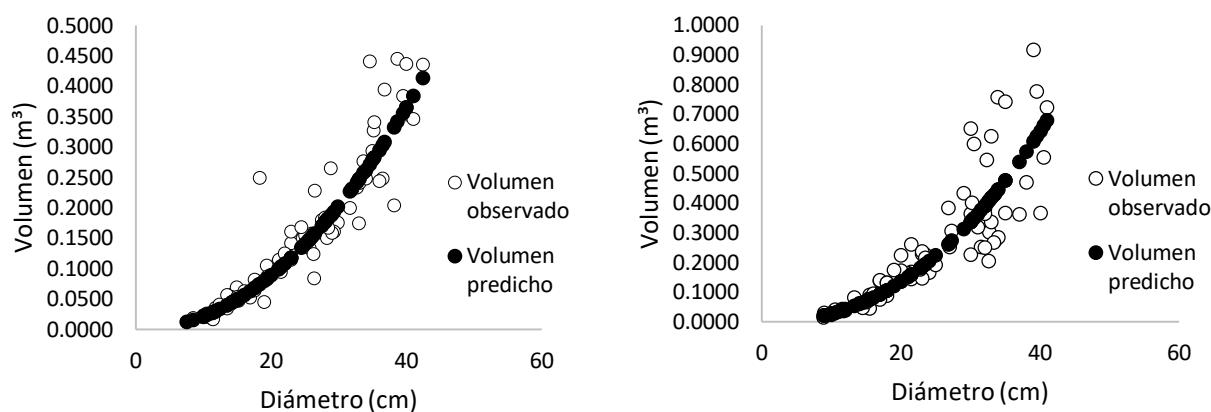


Figura 5. Representación gráfica del volumen estimado por el modelo de *Berkhout* de una entrada para *Prosopis articulata* S. Watson (izquierda) y *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr. (derecha).

Hernández-Herrera et al. (2014) por el contrario, ajustaron una serie de modelos de regresión a partir de una muestra de 39 árboles con diferentes variables predictoras en la selección y ajuste de su mejor modelo para la estimación del volumen.

Vargas-Larreta et al. (2017) compararon modelos para predecir el volumen total de varias especies maderables en diferentes estados de la república mexicana, a partir del diámetro normal y la altura total, sus resultados concuerdan con los de este estudio, en el que el modelo de *Schumacher-Hall* presentó los mejores ajustes. Dicho modelo es ampliamente utilizado para la estimación del volumen total, tanto en coníferas como en latifoliadas. da Cunha y Guimarães-Finger (2009) ajustaron una serie de modelos de regresión, para seleccionar el de *Spurr* Potencial para la elaboración de una tabla de volumen de doble entrada para *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil.

Los mejores ajustes para los modelos de dos entradas de *Prosopis articulata* y *Lysiloma divaricata* se obtuvieron con las variables independientes diámetro normal y altura total. Para las estimaciones se seleccionaron los modelos: M16 que corresponde al de *Schumacher- Hall* y M18 a *Spurr* Potencial, por su simplicidad en la implementación y estructura (Figura 6).

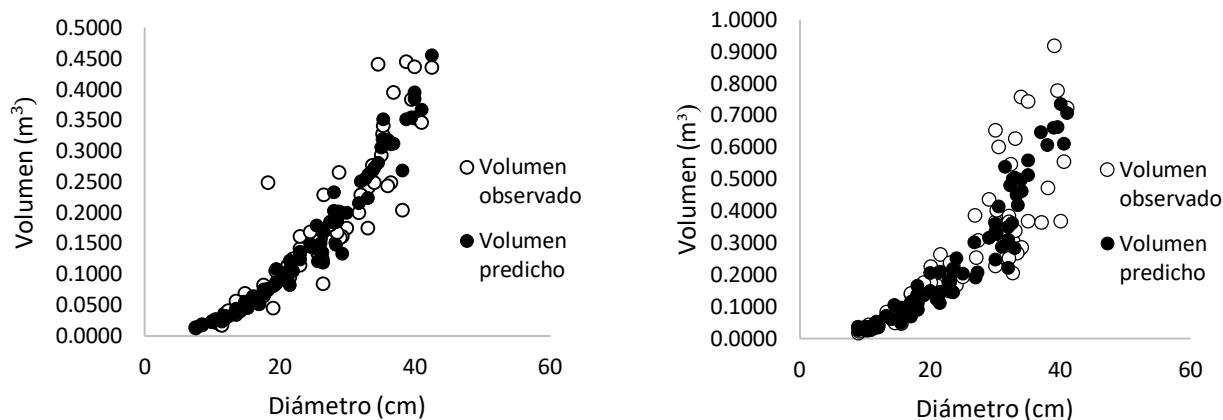


Figura 6. Representación gráfica del volumen estimado para *Prosopis articulata* S.Watson por el modelo de Schumacher-Hall (derecha) y Spurr Potencial para *Lysiloma divaricata* (Jacq.) J. F. Macbr. (izquierda).

Conclusiones

La variable independiente diámetro normal generó los mejores ajustes con el modelo M2 (Alométrico de *Berkhout*) para *Prosopis articulata* y *Lysiloma divaricata*, el cual estima el volumen de manera confiable; sin embargo, el modelo de la variable combinada de *Schumacher-Hall* fue el que mejor ajustó en la estimación del volumen total de *Prosopis articulata*, y el de potencia de *Spurr* fue el que mejor ajustó para la estimación del volumen fustal total de *Lysiloma divaricata*. Con ellos se pueden obtener estimaciones confiables y precisas, ya que incluyen una variable más dentro de la estructura del modelo.

Agradecimientos

A la Comisión Nacional Forestal delegación Baja California Sur por el financiamiento otorgado para la realización del proyecto, así como a la empresa ASAMYFOR S.C. por el apoyo técnico necesario en fase de campo.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Contribución por autor

Jesús Eduardo Silva García: trabajo de campo, captura y análisis de la información, redacción y estructuración del manuscrito; Oscar Alberto Aguirre-Calderón: revisión del manuscrito, resultados y discusión del escrito; Eduardo Alanís-Rodríguez: redacción, revisión del manuscrito, *abstract* y correcciones finales; Marco Aurelio González-Tagle: análisis estadístico y revisión del manuscrito.

Referencias

- Acosta-Mireles, M. y F. Carrillo-Anzures. 2008. Cuadro de volumen total con y sin corteza para *Pinus montezumae* Lamb. en el estado de Hidalgo. Folleto Técnico Núm. 7. INIFAP. Campo Experimental Pachuca. Pachuca, Hgo., México 20 p.
- Arriaga, L. y A. Ortega. (eds.). 1988. La Sierra de La Laguna en Baja California Sur, Centro de Investigaciones Biológicas de Baja California A.C. La Paz, B.C.S., México. 237 p.
- Cruz-Cobos, F., R. Mendía-Santana., A. Jiménez-Flores., J. Nájera-Luna y F. Cruz-García. 2016. Ecuaciones de volumen para *Arbutus* spp. (madroño) en la región de Pueblo Nuevo, Durango. Investigación y Ciencia 24(68): 41-47.
- da Cunha, T. A. y C. A. Guimarães-Finger. 2012. Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. Revista Forestal Mesoamericana Kurú 6(16): 26-40.
- Fuentes-Salinas, M., F. Correa-Méndez., y A. Corona-Ambriz. 2008. Características tecnológicas de 16 maderas del estado de Tamaulipas, que influyen en la fabricación de tableros de partículas y de fibras. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente 14(1): 65-71.

García, E. 1988. Atlas climático de la República Mexicana. Ed. Porrúa. México, D.F., México. 250 p.

Hernández-Herrera, J., L. Valenzuela-Núñez., A. Flores-Hernández y J. Ríos-Saucedo. 2014. Análisis dimensional para determinar volumen y peso de madera de mezquite (*Prosopis* L.). *Madera y Bosques* 20(3):155-161.

León-de la Luz, J., R. Domínguez-Cadena y S. Díaz-Castro. 2005. Evaluación del peso del leño a partir de variables dimensionales en dos especies de mezquite *Prosopis articulata* S. Watson y *P. palmeri* S. Watson, en Baja California Sur, México. *Acta Botánica Mexicana* 72:17-32.

Muñoz-Flores, H., S. Madrigal H., M. Aguilar R., J. García M. y M. Lara R. 2003. Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roezl y *P. pringlei* Shaw. en el Oriente de Michoacán. *Ciencia Forestal en México* 28(94):81-104.

Rodríguez-Sauceda, E., G. Rojo-Martínez., B. Ramírez-Valverde., R. Martínez-Ruiz., M. Cong-Hermida., S. Medina-Torres y H. Piña-Ruiz. 2014. Análisis técnico del árbol del mezquite (*Prosopis laevigata* Humb. & Bonpl. ex Willd.) en México. *Ra Ximhai* 10(3):173-193.

Rondeux, J. 2010. Medición de árboles y masas forestales. Ediciones Mundi-Prensa. Madrid, España. 521 p.

Statistical Analysis System (SAS). 1990. SAS/STAT user's guide: version 6 (Vol. 2). SAS Institute. Cary, NC, USA. n/p.

Schumacher, F. X. and F. D. S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. *Journal of Agricultural Research* 47:719-734.

Tapia, J. y J. Návar. 2011. Ajuste de modelos de volumen y funciones de ahusamiento para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en bosques de pino de la Sierra Madre Oriental de Nuevo León, México. *Forestal Veracruzana* 13(2): 19-28

Torres-Rojo, J. y O. Magaña-Torres. 2001. Evaluación de Plantaciones Forestales. Ed. Limusa. México, D.F., México. 473 p.

Vargas-Larreta, B., J. Corral-Rivas., O. Aguirre-Calderón., J. López-Martínez., H. De los Santos-Posadas., F. Zamudio-Sánchez., E. Treviño-Garza., M. Martínez-Salvador y C. Aguirre-Calderón. 2017. SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente 23(3): 437-455.

Velasco B., E., S. Madrigal H., I. Vázquez C., A. González H. y F. Moreno S. 2006. Manual para la elaboración de tablas de volumen fustal en pino. Libro Técnico Núm. 1. INIFAP-Conacyt-Conafor. México, D.F. México. 34 p.

Weiskittel, A. R., Hann, D. W., Kershaw, J. A. and Vanclay J. K. 2011. Forest growth and yield modeling. Wiley-Blackwell Press. West Sussex, UK. 416 p.