

DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v9i49.162>

Artículo

Autoaclareo y manejo de la densidad en rodales coetáneos de *Pinus patula* Schiede ex Schlechtdl. & Cham.

Self-thinning and density management in even-aged *Pinus patula* Schiede ex Schlechtdl. & Cham. stands

J. Alberto Camacho-Montoya¹, Wenceslao Santiago-García^{2*}, Gerardo Rodríguez-Ortiz³, Pablo Antúnez², Elías Santiago-García y Mario Ernesto Suárez-Mota²

Abstract:

The community of Ixtlán de Juárez, Oaxaca has a significant timber potential due to the high productivity of the forest. One of the most important species is *Pinus patula*, because of the abundant distribution, high commercial value and rapid growth. Therefore, it is necessary to determine the limits of the possible maximum density that the stands can sustain to lead actions to control competition and growth space. In this study, the maximum density line (upper limit of self-thinning) was estimated under the Reineke model through two approaches: 1) ordinary least squares (OLS) and 2) stochastic frontier regression (SFR), the last with half-normal and truncated-normal models. A total of 64 permanent sampling plots of 400 m² in even-aged stands of *P. patula* were used. The estimate of the upper bound of the self-thinning with SFR approach with half-normal form was more efficient and let to know the maximum density index of even-aged stands. The upper bound of self-thinning line is the primary input for the construction of a stand density management diagram, which is essential tool for the definition of regimes of thinning and growth space optimization.

Key words: Competition, density management diagram, stand density index, thinning regime, stochastic frontier regression model, Reineke.

Resumen:

La comunidad de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, posee un potencial maderable importante debido a la productividad alta de su bosque. Una de las especies con mayor importancia es *Pinus patula* debido a la distribución y valor comercial alto; además, es de crecimiento rápido. Por lo tanto, es necesario determinar los límites de la densidad máxima posible que los rodales pueden sustentar para dirigir acciones encaminadas al control de la competencia y redistribución del espacio de crecimiento. En este estudio se estimó la línea de densidad máxima (límite superior del autoaclareo) con el modelo de Reineke mediante dos enfoques de estimación de los parámetros: 1) mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y 2) regresión de frontera estocástica (RFE) con los modelos de tipo seminormal (*half-normal*) y normal truncado (*truncated-normal*). Para el ajuste del modelo se utilizaron datos de 64 parcelas permanentes de investigación silvícola de 400 m² de rodales puros y coetáneos de *P. patula*. La estimación del límite superior del autoaclareo con el modelo de RFE en la forma seminormal fue eficiente y permitió conocer el índice de densidad máxima de los rodales estudiados. La línea de densidad máxima representó el insumo primordial para construir una guía de densidad; herramienta indispensable para la definición de regímenes de aclareo y optimización del espacio de crecimiento.

Palabras clave: Competencia, guía de densidad, índice de densidad del rodal, régimen de aclareos, regresión de frontera estocástica, Reineke.

Fecha de recepción/Reception date: 31 de enero de 2018

Fecha de aceptación/Acceptance date: 13 de agosto de 2018

¹Maestría en Ciencias. Universidad de la Sierra Juárez. México.

correo-e: wsantiago@unsij.edu.mx

² División de Estudios de Posgrado. Instituto de Estudios Ambientales. Universidad de la Sierra Juárez. México.

³División de Estudios de Posgrado e Investigación. Instituto Tecnológico del Valle de Oaxaca. México.

⁴Dirección Técnica Forestal de la comunidad Ixtlán de Juárez. México.

Introducción

La Ley del Autoaclareo o Ley de los -3/2 describe la relación del equilibrio entre el crecimiento de los árboles y la muerte. Esta relación cuantitativa se derivó de estudios ecológicos concernientes a la competencia intraespecífica (Yoda *et al.*, 1963). En estudios forestales, la línea del autoaclareo ha sido expresada en escala logarítmica con una pendiente teórica de -1.605 (Reineke, 1933); el valor del intercepto varía con las especies, pero solo dentro de límites logarítmicos estrechos (White, 1985). En consecuencia, se ha considerado esta regla como uno de los principios más importantes en ecología de poblaciones de plantas (Drew y Flewelling, 1977; Long y Smith, 1983; Jack y Long, 1996).

El debate sobre los métodos clásicos de estimación de la línea del autoaclareo se ha enfocado en que la pendiente no debe variar (Zeide, 1987; Weller, 1987; Lonsdale, 1990), y se destaca que los datos utilizados para estimar la relación funcional tamaño-densidad máxima deben ser cuidadosamente seleccionados (Zhang *et al.*, 2005).

Reineke (1933) desarrolló un índice de densidad del rodal (IDR) al establecer la relación funcional densidad-tamaño en rodales con densidades máximas. El IDR permite comparar densidades de rodales sin importar la edad y calidad de sitio. Se obtiene por medio de una ecuación potencial, y permite calcular el número de árboles que habría con un diámetro cuadrático promedio de referencia para un rodal regular de una determinada especie (Daniel *et al.*, 1979; Chauchard *et al.*, 1999).

En teoría, la línea de referencia tamaño-densidad máxima debería estar representada por el límite superior de los puntos o datos seleccionados. Uno de los métodos estadísticos tradicionales para estimar la línea del autoaclareo es mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO), en los que el número de árboles por hectárea (N_h) es una función directa del diámetro cuadrático promedio (D_q). Sin embargo, esta función describe una línea de tendencia central de los datos observados. Con este método, se tiene que hacer variar el valor del intercepto para estimar de manera adecuada el límite superior del autoaclareo, por lo que resulta subjetivo, es

decir, se calculan proporcionalmente los valores de las líneas para los índices de densidad (Weller, 1987; Vargas, 1999; Santiago et al., 2013).

Thomson et al. (1996) debatieron sobre los métodos estadísticos para estudiar aspectos de ecología de poblaciones, tales como densidad y competencia, y sugirieron métodos alternativos funcionales para la estimación correcta, tales como las fronteras de producción de la teoría econométrica propuestas por Aigner et al. (1977), Meeusen y Van den Broeck (1977) y Färe et al. (1994).

Bi et al. (2000) y Bi (2001, 2004) desarrollaron una función de producción de frontera estocástica para calcular la línea del autoaclareo en rodales coetáneos y monoespecíficos de pino, y concluyeron que es posible utilizar todos los datos sin selección subjetiva al obtener una estimación eficaz del límite superior del autoaclareo. Santiago et al. (2013) se refirieron al método de regresión de frontera estocástica como una alternativa para estimar de forma eficiente el límite superior del autoaclareo, que, además, tiene ventajas porque se amplía el número de datos útiles para la construcción de guías de densidad, al eliminar la subjetividad que implica solamente muestrear rodales con densidad máxima evidente.

En este contexto, el objetivo del presente estudio consistió en estimar el límite superior del autoaclareo con el modelo de Reineke (1933), a través de regresión de frontera estocástica y por mínimos cuadrados ordinarios para rodales puros y coetáneos de *Pinus patula* Schiede ex Schlechtdl. & Cham., y con esto, contar con el elemento principal para construir un diagrama para el manejo de la densidad en bosques de Ixtlán de Juárez, Oaxaca.



Materiales y Métodos

El área de estudio

El estudio se llevó acabo en el bosque comunal de Ixtlán de Juárez, Oaxaca, localizado en la región Sierra Norte, entre las coordenadas 17°18'16" - 17°34'00" N y 96°31'38"- 96°20'00" O, con un intervalo altitudinal de 2 350 a 2 960 m. Los tipos de clima predominantes en el área son templado subhúmedo y templado subhúmedo con lluvias en verano, y la vegetación corresponde a bosques de pino, pino-encino y encino (Rzedowski, 2006). La especie con mayor abundancia en los bosques del área de estudio es *Pinus patula*.

Datos dasométricos

Los datos utilizados en esta investigación se tomaron de 64 parcelas permanentes de investigación silvícola (Cuadro 1). Las parcelas se establecieron durante 2015 en rodales puros y coetáneos de *Pinus patula* y se remidieron en 2016 y 2017; se delimitaron de forma cuadrada con una superficie de 400 m², dividida en cuatro cuadrantes de 10 × 10 m con cinco puntos de control (el centro y los vértices). El diámetro normal (Dn) fue medido con aproximación al milímetro con forcípula marca Haglöf®, y la altura total con clinómetro electrónico marca Haglöf® modelo 15-102-1011 de todos los árboles vivos presentes dentro del sitio. Con ésta información se calcularon las variables de estado del rodal para el ajuste de los modelos, en este caso, se determinó número de árboles (Na, árboles ha⁻¹), área basal (AB, m² ha⁻¹) y diámetro cuadrático promedio (Dq, cm), calculado como

$$Dq = \sqrt{\frac{40000}{\pi} \times \frac{AB}{Na}}$$
 para ajustar el modelo de Reineke.

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de las parcelas permanentes utilizadas.

| Variable | Media | Desviación estándar | Mínimo | Máximo |
|-----------------|--------------|--------------------------------|---------------|---------------|
| Na | 1 567.78 | 1030.07 | 300.00 | 6050.00 |
| AB | 23.75 | 12.04 | 4.77 | 69.67 |
| Dq | 15.39 | 7.06 | 7.11 | 43.07 |

Modelo de mínimos cuadrados ordinarios

El método de estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) proporciona una función que ajusta la nube de puntos y deja valores observados, tanto por encima como por debajo de ella (Álvarez, 1998); es decir, una línea de tendencia central.

La obtención de los parámetros para estimar la densidad mediante MCO requiere ajustar una curva que muestre el número de árboles por hectárea para el diámetro cuadrático promedio. Esta curva se representó con la relación funcional $Na = f(Dq)$ de Reineke (Ecuación 1) (Reineke, 1933; Santiago *et al.*, 2013):

$$Na = \beta_0 Dq^{\beta_1} \quad (1)$$

Al aplicar logaritmos naturales a la Ecuación 1 se obtuvo la forma lineal del modelo de Reineke:

$$\ln(Na) = \beta_0 + \beta_1 \ln(Dq) + \varepsilon \quad (2)$$

$$\varepsilon \sim iid N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Donde:

Na = Número de árboles (árboles ha^{-1})

Dq = Diámetro cuadrático promedio (cm)

\ln = Logaritmo natural

β_i = Parámetros por estimar

ε = Término de error en el modelo

Modelos de regresión de frontera estocástica

Una función de producción de frontera es una formulación empírica del concepto de función de producción, en otros términos, un modelo de frontera proporciona la máxima producción hipotéticamente alcanzable a partir de datos observados (Álvarez, 1998).

A partir de los trabajos econométricos de Aigner *et al.* (1977) así como de Meeusen y Van den Broeck (1977), surgió el método de frontera estocástica. Este enfoque consiste en postular una función de producción eficiente, a la que se añaden dos perturbaciones (Sanhueza, 2003): la ineficiencia técnica y las posibles fuentes de variación aleatoria de los datos (Irizo y Ruiz, 2011).

Santiago *et al.* (2013) señalan que los modelos de regresión de frontera estiman los valores extremos de un conjunto de datos, en lugar de la media o los cuantiles de una función. En el método estocástico, la propia frontera es una variable aleatoria de tal manera que cada observación tiene su función frontera que se desvía de la función general.

La ventaja de este enfoque es que considera que la frontera puede ser consecuencia de factores externos no medidos. En el modelo de frontera estocástica los componentes de error son: 1) uno asociado con la medición de las observaciones individuales y 2) uno que se asume para dar cuenta de la ineficiencia técnica en los datos (Kumbhakar y Lovell, 2000).

De acuerdo con Aigner *et al.* (1977) el modelo de regresión de frontera estocástica (RFE) tiene la formulación general siguiente:

$$y_i = f(x_i; \beta) + \varepsilon_i$$

La estructura del error está definida por:

$$\varepsilon_i = v_i + u_i \quad i = 1, \dots, N$$

Donde:

y_i = Término de producción (*output*)

x_i = Vector $k \times l$ de cantidades de entrada (*input*)

β = Vector de parámetros desconocidos

v_i = Perturbación simétrica distribuida independientemente de u_i

u_i = Término asimétrico que recoge la ineficiencia técnica de las observaciones, se asume una distribución independientemente de v_i y de los regresores

El modelo de Reineke que se utilizó para estimar la línea del autoaclareo con formulación de RFE asume que ninguna observación podría estar por encima del límite superior de la misma, y que las que están por debajo de esta línea indicarían ineficiencia técnica, es decir, la diferencia en la densidad del rodal en un momento dado y la densidad máxima alcanzable (Santiago *et al.*, 2013). Esto significa que todos los residuales deben ser negativos o igual a cero. El modelo de Reineke con residuales no positivos tiene la estructura siguiente (Santiago *et al.*, 2013):

$$\ln(Na) = \beta_0 + \beta_1 \times \ln(Dq) - u + v \quad (3)$$

$$v \sim iid N(0, \sigma_v^2)$$

$$u \sim iid N^+(0, \sigma_u^2) \quad \text{o} \quad iid N^+(\mu, \sigma_u^2)$$

Donde:

Na = Número de árboles

Dq = Diámetro medio cuadrático

\ln = Logaritmo natural

β_i = Parámetros por estimar

u y v = Términos de error en el modelo

De acuerdo con Santiago *et al.* (2013) y Quiñonez *et al.* (2018), la distribución del término asimétrico para el error (u_i) puede adaptarse a las distribuciones estadísticas seminormal, exponencial, gamma y normal-truncada. En este trabajo se utilizaron la distribución seminormal y normal truncada.

Análisis estadístico

En el ajuste de los modelos se utilizó el paquete estadístico SAS/ETS 9.3® (SAS, 2011). El modelo de MCO se ajustó mediante el procedimiento REG, y los modelos de frontera estocástica se ajustaron con el procedimiento QLIM y el método de optimización *Conjugate-Gradient* para asegurar la convergencia de ambos modelos.

La selección de las mejores opciones se realizó con base en los indicadores estadísticos: criterio de información de Akaike (AIC), criterio de Schwarz (ShcC), y la significancia de los parámetros; además, se verificó el comportamiento gráfico de las líneas del autoaclareo al sobreponerlas a los datos observados.

Construcción y uso de la guía de densidad

Una guía de densidad es un modelo gráfico que permite programar regímenes de aclareos. En este trabajo se construyó una guía de densidad basada en el modelo de Reineke (1933) con formulación de frontera estocástica.

La expresión para estimar el IDR para cualquier rodal en función del número de árboles ha^{-1} y su diámetro cuadrático promedio (Dq), con relación al diámetro cuadrático de referencia (Dqr) es:

$$IDR = Na \times \left(\frac{Dqr}{Dq} \right)^{\beta_1} \quad (4)$$

Y para obtener el número de árboles de un IDR dado:

$$Na = IDR \times \left(\frac{Dq}{Dqr} \right)^{\beta_1} \quad (5)$$

Donde:

Na = Número de árboles

Dq = Diámetro cuadrático promedio

Dqr = Diámetro cuadrático de referencia

β_i = Parámetros por estimar

La definición de los límites de las zonas de crecimiento en el diagrama de densidad se basó en la teoría de Langsaeter (Daniel et al., 1979), que establece cuatro zonas de crecimiento sobre las cuales es posible manipular la densidad para promover el crecimiento de la masa remanente: (I) zona de sub-aprovechamiento del sitio, (II)

zona de transición, (III) zona de crecimiento constante y (IV) zona de autoaclareo (competencia máxima). En la construcción de la guía de densidad (Figura 2) se utilizó un diámetro cuadrático de referencia de 15 cm de acuerdo con el promedio de los datos observados.

El diagrama para el manejo de la densidad presenta el diámetro cuadrático promedio (D_q) y el número de árboles por hectárea (Na) en los ejes principales, lo que facilita el uso e interpretación porque es particularmente útil para la caracterización de la ocupación del sitio, además de ser independiente de la edad y la calidad del sitio (Curtis, 1982; Jack y Long, 1996).

En la simulación de aclareos, para calcular la posibilidad maderable se estimó la altura total de los árboles para cada valor de diámetro con el modelo alométrico altura-diámetro para *P. patula* propuesto por López *et al.* (2017):

$$h = 46.06167[1 - \exp(-0.023647 d_n)]^{0.936185}$$

El volumen del fuste total con corteza (V) se obtuvo mediante la ecuación diseñada por Rodríguez (2017):

$$V = 0.000074 \times D^{1.610374} \times H^{1.213333}$$

La posibilidad quedó definida como: remoción ($m^3 ha^{-1}$) × superficie (ha) de la unidad mínima de manejo (umm). En todos los tratamientos se idealizó un espacio de crecimiento relativo (ER) con distribución al tresbolillo:

$$ER = \sqrt{\frac{\left(\frac{10000}{Na}\right) \times 2}{\sqrt{3}}}$$

Resultados y Discusión

Estimación de la línea del autoaclareo

Las líneas de autoaclareo estimadas para el modelo de Reineke fueron tres, una mediante MCO y dos mediante regresión de frontera estocástica (RFE) (*half-normal* y *truncated-normal*). Los valores de p para evaluar la significancia de los parámetros fueron menores al valor de $\alpha=5\%$; por lo tanto, los parámetros son confiables y precisos, y los errores estándar asociados a los parámetros, son reducidos (Cuadro 2).

Cuadro 2. Valores de los estimadores de los parámetros y estadísticos de ajuste para el modelo de Reineke bajo MCO y RFE.

| Método de ajuste | Parámetros | Estimación | Error estándar | Valor de t | Pr> t |
|---|---------------------------------|--------------|----------------|------------|---------|
| MCO | β_0 | 10.03534 | 0.18418 | 54.49 | <0.0001 |
| | β_1 | -1.07452 | 0.06878 | -15.62 | <0.0001 |
| | σ_v^2 | 0.13601 | | | |
| | AIC | -357.110 | | | |
| | SchC | -355.065 | | | |
| RFE | β_0 | 11.591549 | 0.235565 | 49.21 | <0.0001 |
| | <i>Seminormal (Half-normal)</i> | β_1 | -1.398203 | 0.086837 | -16.1 |
| | | σ_v^2 | 0.107746 | 0.021197 | 5.08 |
| | | σ_u^2 | 1.001068 | 0.138544 | 7.23 |
| | | AIC | 251.27060 | | |
| | | SchC | 264.04243 | | |
| | | | | | |
| RFE | β_0 | 11.119823 | 0.370065 | 30.05 | <0.0001 |
| <i>Normal-truncado (Truncated-normal)</i> | β_1 | -1.270809 | 0.073507 | -17.29 | <0.0001 |
| | σ_v^2 | 0.298518 | 0.147271 | 2.03 | 0.0427 |
| | σ_u^2 | 0.235683 | 0.212173 | 1.11 | 0.2667 |

| Método de ajuste | Parámetros | Estimación | Error estándar | Valor de t | Pr> t |
|------------------|------------|------------|----------------|------------|--------|
| | μ | 0.543446 | 0.168244 | 3.23 | 0.0012 |
| | AIC | 168.08746 | | | |
| | SchC | 184.05224 | | | |

MCO = Mínimos cuadrados ordinarios; RFE = Regresión de frontera estocástica; β_i = Parámetros estimados; σ_ε^2 , σ_v^2 , y σ_u^2 = Parámetros de la varianza para los términos de error de los modelos de MCO y RFE; AIC = Criterio de información de Akaike; SchC = Criterio de Schwarz.

En los ajustes se utilizó la estructura lineal del modelo de Reineke porque esta transformación logarítmica permitió controlar la heterogeneidad de varianzas de los errores (Gezan *et al.*, 2007; Santiago *et al.*, 2013).

Se puede observar que los criterios de Akaike (AIC) y Schwarz (SchC) son menores para el modelo normal truncado. Sin embargo, el modelo seminormal presentó errores estándar más bajos para las varianzas de los errores (Cuadro 2); además, el comportamiento gráfico tuvo mejor relación con los datos observados (Figura 1), por lo que este modelo fue el más adecuado para representar la línea del límite superior del autoaclareo.

Santiago *et al.* (2013) mencionan que sobreponer las líneas del autoaclareo a los datos observados es importante para la selección del modelo, porque debe verificarse que sea capaz de describir correctamente el límite superior marcado por los datos y todo el rango de variación natural existente; es decir, que no existan datos que sobrepasen la frontera.

Las líneas del límite superior del autoaclareo obtenidas mediante MCO y RFE se pueden diferenciar gráficamente porque los parámetros estimados tienen valores diferentes. Como lo indican diversos autores entre ellos Jack y Long (1996), Drew y Flewelling (1977), Zeide (1987), Gezan *et al.* (2007) y Corvalán (2015), cada especie debe evaluarse mediante sus propios parámetros de intercepto y pendiente cuando se utiliza el modelo de Reineke.

Al comparar los modelos de RFE con el modelo de regresión de MCO se observa una diferencia notable en el comportamiento gráfico para la estimación del límite superior del autoaclareo, lo cual coincide con los estudios de Santiago *et al.* (2013), quienes mencionan que los estimadores de RFE proveen una estimación directa y sin selección subjetiva de la densidad en rodales puros y coetáneos; en tanto que el método basado en MCO requiere de un conjunto de datos en densidad máxima, y el modelo describe una línea de tendencia central (Figura 1).

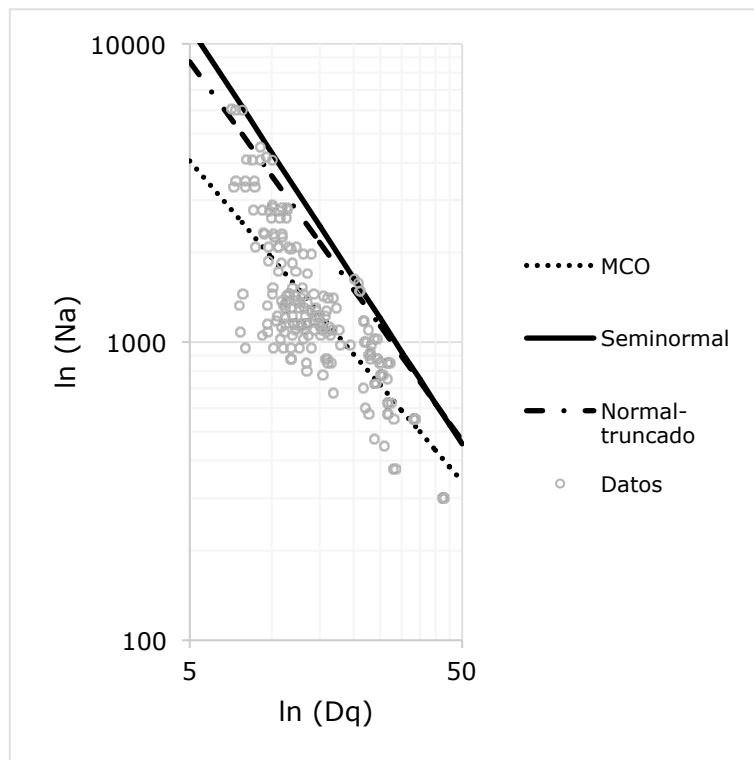


Figura 1. Líneas de autoaclareo obtenidas mediante MCO y RFE para el modelo de Reineke.

Al utilizar todos los datos de las parcelas de muestreo se obtuvieron buenos ajustes para los modelos de RFE. Por otra parte, autores como Zhang *et al.* (2005) indican que al hacer la estimación de la línea del autoaclareo con otros métodos se cae en cierta estimación inapropiada de la pendiente, para ello corroboraron distintos métodos en donde resultó que la regresión de frontera determinística estima de mejor manera la pendiente y el intercepto para la construcción de la línea del autoaclareo.

Müller *et al.* (2013) estimaron el autoaclareo para *Nothofagus obliqua* (Mirb.) Oerst, en bosques de la región del Biobío, Chile, en donde hicieron variar el intercepto y la pendiente se asumió como constante para el límite superior de la línea del autoaclareo. Pretzsch y Biber (2005) argumentaron que entre especies existe una diferencia significativa en el cambio de la pendiente, tal como lo corroboraron para *Fagus sylvatica* L., *Picea abies* (L.) Karst y *Pinus sylvestris* L.

Por lo tanto, en estudios de competencia y manejo de la densidad se deben estimar valores en el intercepto y la pendiente del modelo de Reineke particulares para cada especie y por condiciones climáticas y edafológicas. Para varias especies de coníferas, Reineke (1933) determinó la ecuación $\ln(N) = \beta - 1.605 \times \ln(Dq)$ donde β es una constante que varía con la especie; Rodríguez *et al.* (2009) obtuvieron para *Pinus montezumae* Lamb el modelo: $N = 43645.9 \times Dq^{-1.0151}$, y Hernández *et al.* (2013) para *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham.: $N = 105550.708 \times Dq^{-1.534711}$.

En plantaciones de varias especies, Harper (1977) detectó que los coeficientes de las pendientes para la densidad de rodales rondaba de -1.74 a -1.82, por lo que no existe una regla directa sobre la ley del autoaclareo al considerar la pendiente teórica de -1.605, sino que se debe de evaluar este parámetro de manera independiente para cada especie o grado de asociación de especies, niveles de densidad y características específicas de manejo.

Las principales discusiones alrededor de la pendiente de Reineke (1933) se centran en que si la pendiente debe ser invariante (Zeide, 1987). En el presente estudio se demuestra que, tanto el valor de la pendiente como el valor del intercepto, son particulares, dadas las características fisiográficas de la región, así como los hábitos y la tasa de crecimiento de *Pinus patula*.

Algunos autores afirman que rodales con densidades por debajo del promedio no deben ser utilizados para estimar la línea del autoaclareo (Westoby, 1984; Osawa y Allen, 1993). No obstante, con el método basado en RFE para las relaciones existentes entre todas las densidades posibles y el tamaño de los árboles es factible estimar una función de frontera que lleve al límite los valores de los parámetros y con esto determinar la densidad máxima posible.

Guía de densidad

La estimación de las zonas de crecimiento se derivó del porcentaje que se ha utilizado para otras coníferas en diferentes regiones de México y el mundo, la línea de densidad máxima o línea del límite superior de autoaclareo se fijó en 100 % del IDR, mientras que el límite inferior en 55 %. El correspondiente al límite inferior de la zona de crecimiento constante se estableció en 35 % y en 20 % el límite superior de la zona de crecimiento libre (Drew y Flewelling, 1977; Vacchiano *et al.*, 2008). Diversos autores han utilizado porcentajes semejantes como Long y Shaw (2005) y Santiago *et al.* (2013). Las zonas de crecimiento se presentan en forma tabular en el Cuadro 3.

Cuadro 3. Índices de densidad calculados con el modelo de Reineke bajo enfoque de RFE en su forma seminormal para delimitar las zonas de competencia en la guía de densidad.

| Dq (cm) | Densidad de árboles por clase de IDR | | | |
|----------------|---|-------------|-------------|-------------|
| | 100 % | 55 % | 35 % | 20 % |
| 1 | 108 180 | 59 499 | 37 863 | 21 636 |
| 5 | 11 398 | 6 269 | 3 989 | 2 280 |
| 10 | 4 325 | 2 379 | 1 514 | 865 |
| 15 | 2 453 | 1 349 | 859 | 491 |
| 20 | 1 641 | 902 | 574 | 328 |
| 25 | 1 201 | 661 | 420 | 240 |
| 30 | 931 | 512 | 326 | 186 |
| 35 | 750 | 413 | 263 | 150 |
| 40 | 623 | 342 | 218 | 125 |
| 45 | 528 | 290 | 185 | 106 |
| 50 | 456 | 251 | 159 | 91 |

Dq = Diámetro cuadrático promedio (cm); *IDR* = Índice del rodal de Reineke.

La guía de densidad permite interpretar las diferentes condiciones de densidad de los rodales bajo manejo (Figura 2).

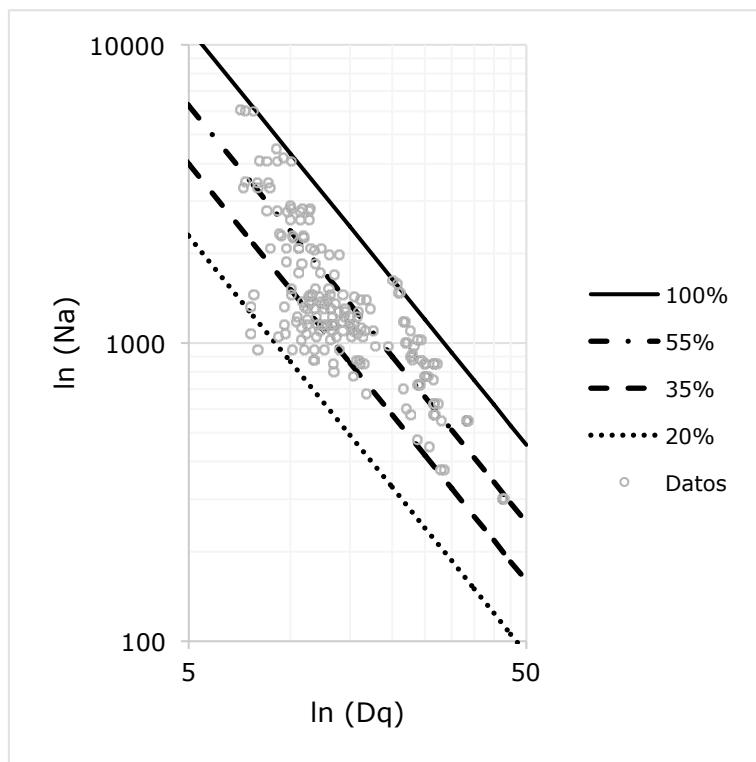


Figura 2. Guía de densidad para rodales coetáneos de *Pinus patula* Schiede ex Schlechtdl. & Cham. de Ixtlán de Juárez, Oaxaca.

Simulación de regímenes de aclareo

Vincent *et al.* (2000) concluyeron que una masa forestal responde bien a los aclareos fuertes en parcelas con un espaciamiento inicial promedio de 2.5×2.5 m ($1\ 111$ árboles ha^{-1}), al aplicar 48 % de intensidad de corta. Kanninen *et al.* (2004) recomendaron eliminar, en la ejecución del primer aclareo, entre 40 y 60 % del arbolado joven en malas condiciones generales.

Al simular regímenes de aclareo, se considera que se debe satisfacer el diámetro cuadrático promedio suficiente para llevar o manejar el rodal en la zona de crecimiento máximo, es decir, de 35 a 55 % del IDR.

Con el uso del diagrama de densidad, se pueden hacer múltiples sugerencias de manejo de la densidad, con base en los objetivos de producción.

En la Figura 3 se ejemplifica un régimen de aclareos y cosecha final, en la que se asume una unidad mínima de manejo (umm) con 5 ha de superficie, donde la densidad inicial es de 1 200 árboles ha^{-1} ($NA \text{ ha}^{-1}$) con un diámetro cuadrático promedio (Dq) de 5 cm, en el primer aclareo (1ACL) se opta por reducir la densidad a 650 árboles ha^{-1} cuando el $Dq=20$ cm con una intensidad de corta (IC %) de 45.8 %, ($IC \% = \left[\frac{(Na_1 - Na_2)}{Na_1} \right] \times 100$). Después de esta etapa, el Dq sigue en aumento hasta llegar al límite inferior de la zona del autoaclareo y, se aplica un segundo aclareo (2ACL) cuando se alcanza un $Dq=30$ cm y se dejan en pie 350 árboles ha^{-1} para aprovechar al máximo la zona de crecimiento constante. Posteriormente, se puede ejecutar el tratamiento de corta de regeneración con una matarrasa (MT) cuando el Dq alcanza 45 cm (Cuadro 4).

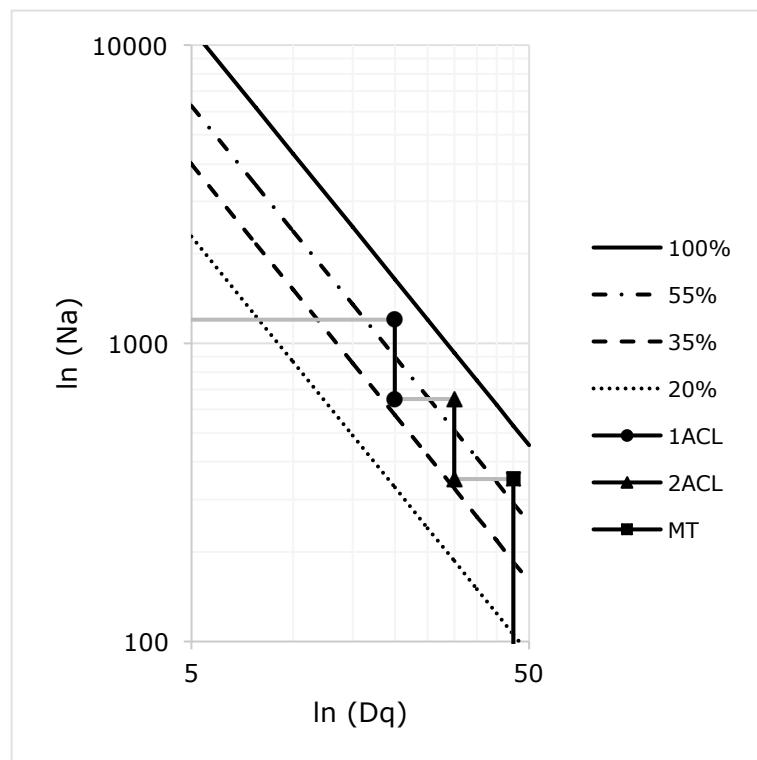


Figura 3. Régimen de aclareos con cosecha final a matarrasa.

Cuadro 4. Cálculo de la posibilidad en una unidad mínima de manejo (umm) de 5 ha, basado en el diagrama de densidad de Reineke.

| NA | Dq (cm) | AT (m) | ER (m) | IDR (%) | Volumen individual (m ³) | V (m ³ ha ⁻¹) | IC (%) | Tratamiento | Remoción (m ³ ha ⁻¹) | Posibilidad (m ³) |
|-------|------------|-----------|-----------|------------|--|---|-----------|-------------|--|----------------------------------|
| 1 200 | 5 | 5.9 | 3.1 | 10.5 | 0.0085 | 10.2 | - | - | - | - |
| 1 200 | 20 | 18.5 | 3.1 | 73.1 | 0.3170 | 380.4 | 45.8 | 1ACL | 174.4 | 871.8 |
| 650 | 20 | 18.5 | 4.2 | 39.6 | 0.3170 | 206.1 | - | - | - | - |
| 650 | 30 | 24.4 | 4.2 | 69.8 | 0.8552 | 555.9 | 46.2 | 2ACL | 256.6 | 1282.9 |
| 350 | 30 | 24.4 | 5.7 | 37.6 | 0.8552 | 299.3 | - | - | - | - |
| 350 | 45 | 31.0 | 5.7 | 66.3 | 2.1926 | 767.4 | 100.0 | MT | 767.4 | 3837.0 |
| 0 | 0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0000 | 0.0 | - | - | - | - |

NA= Número de árboles ha⁻¹; Dq = Diámetro cuadrático promedio; AT = Altura total individual; ER = Espaciamiento relativo; IDR = Índice de densidad de rodales de Reineke; V = Volumen de fuste total con corteza; IC = Intensidad de corta; ACL = Aclareo; MT = Matarrasa.

De acuerdo con el modelo y el diagrama de densidad no es viable ejecutar aclareos por debajo de los 5 cm de diámetro cuadrático promedio, porque el desarrollo de la masa no ha alcanzado un punto de competencia visible, y dado que se busca obtener beneficios económicos de los productos de los aclareos (Quintero y Jerez, 2013), cuando se les practican a edades tempranas, la madera extraída es de poco valor comercial.

Quiñonez *et al.* (2018) indican que se pueden hacer prescripciones de aclareo en función del IDR con el diámetro cuadrático promedio y el número de árboles por hectárea. En tanto que Santiago *et al.* (2017) mencionan que, se requiere del uso de modelos de crecimiento para generar la información más importante para la toma de decisiones de manejo en tiempo y espacio. En este caso, para el uso apropiado de la guía de densidad, se requiere del modelo de crecimiento para *Pinus patula* generado por Santiago *et al.* (2017) para la zona de estudio, y con esto

determinar la mortalidad natural en el tiempo, y la edad a la que se alcanza cierto valor de Dq.

Conclusiones

La línea del límite superior del autoaclareo se estimó con pendiente diferente a la que propone Reineke, por lo que se confirma que esta depende de la especie y factores locales de cada región. Las mejores líneas de densidad máxima obtenidas fueron las del esquema de regresión de frontera estocástica, debido al mejor comportamiento gráfico. En este estudio, con la estimación puntual del límite superior del autoaclareo fue posible la construcción de una guía de manejo de la densidad en rodales de *Pinus patula* de Ixtlán, Oaxaca; la cual permitirá la simulación de regímenes de aclareo y encontrar las mejores estrategias de manejo para optimizar el espacio de crecimiento, y por lo tanto, la redistribución del crecimiento de la masa forestal remanente.

Esta herramienta es fundamental para la toma de decisiones al momento de proponer intensidades de corta en aclareos que preparen a la masa forestal para la cosecha final. El régimen de aclareos deberá ser específico para cada rodal, en función de su diámetro cuadrático promedio y del número de árboles por hectárea, así como del tipo de productos al que esté destinado el arbolado por remover.

Agradecimientos

Este trabajo se llevó a cabo con el financiamiento de las instancias siguientes: La comunidad de Ixtlán de Juárez y el PRODEP: Proyecto con número de clave IDCA: 24332 “Estructura, Dinámica, Producción y Ecología de Especies Forestales en la Sierra Norte de Oaxaca”.

Conflictos de interés

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Contribución por autor

J. Alberto Camacho-Montoya: toma de datos de campo, análisis de resultados y redacción del manuscrito; Wenceslao Santiago-García: diseño de la investigación, conducción de la toma de datos de campo y del análisis de resultados, redacción del manuscrito; Gerardo Rodríguez-Ortiz: análisis de datos y redacción del manuscrito; Pablo Antúnez: redacción del manuscrito; Elías Santiago-García: toma de datos de campo y redacción del manuscrito; Mario Ernesto Suárez-Mota: revisión del manuscrito.

Referencias

- Aigner, D. J., C. A. Lovell and P. J. Schmidt. 1977. Formulation and estimation of stochastic frontier production functions models. *Journal of Econometrics* 6: 21-37.
- Álvarez C., R. 1998. La estimación econométrica de fronteras de producción: una revisión de literatura. Departamento de Economía. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad de Oviedo. Oviedo, España. 41 p.
- Bi, H., G. Wan and N. D. Turvey. 2000. Estimating the self-thinning boundary line as a density-dependent stochastic biomass frontier. *Ecology* 81: 1477-1483.
- Bi, H. 2001. The self-thinning surface. *Forest Science* 47: 361-370.
- Bi, H. 2004. Stochastic frontier analysis of a classic self-thinning experiment. *Australian Ecology* 29: 408-417.

Chauchard, L. R., R. Sbrancia, M. González, L. Maresca y A. Rabino. 1999. Aplicación de las leyes fundamentales de la densidad a bosques de *Nothofagus*: I. regla de los -3/2 o ley del autorraleo. Bosque 20(2): 79-94.

Corvalán, V. P. 2015. Diagrama de manejo de la densidad de rodal para el control del tamaño de ramas basales en bosques septentrionales altoandinos dominados por roble en la región del Maule. Facultad de Ciencias Forestales y de la Conservación de la Naturaleza. Universidad de Chile. La Pintana, Región Metropolitana, Chile. 121 p.

Curtis, R. O. 1982. A simple index of stand density for Douglas-fir. Forest Science 28(1): 92-94.

Daniel, T. W., J. A. Helms and F. S. Baker. 1979. Principles of Silviculture. McGraw-Hill. New York, NY USA. 500 p.

Drew, J. and J. Flewelling. 1977. Some recent Japanese theories of yield-density relationships and their application to Monterey pine plantations. Forest Science 23: 517-534.

Färe, R., S. Grosskopf and C. A. Lovell. 1994. Production frontiers. Cambridge University Press. New York, NY USA. 296 p.

Gezan, S. A., A. Ortega and E. Andenmatten. 2007. Diagramas de manejo de densidad para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. Bosque 28(2): 97-105.

Harper, J. L. 1977. Population biology of plants.: Academic Press. London, UK. 892 p.

Hernández R., J., J. J. García M., H. J. Muñoz F., X. García C., T. Sáenz R., C. Flores L. y A. Hernández R. 2013. Guía de densidad para manejo de bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. et Cham. en Hidalgo. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 4(19): 62-77.

Irizo, F. J. y J. M. Ruiz. 2011. Algunas observaciones acerca del uso de software en la estimación del modelo Half-Normal. Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa 11: 3-16.

- Jack, S. B. and J. N. Long. 1996. Linkages between silviculture and ecology: an analysis of density management diagrams. *Forest Ecology and Management* 86: 205-220.
- Kanninen, M., L. D. Pérez, M. Montero and E. Viquez. 2004. Intensity and timing of the first thinning of plantations in Costa Rica: results of a thinning trial. *Forest Ecology and Management* 203: 88-99.
- Kumbhakar, S. C. and C. A. Lovell. 2000. Stochastic frontier analysis: Cambridge University Press. New York, NY USA. 335 p.
- Long, J. and F. Smith. 1983. Relation between size and density in developing stands: a description and possible mechanisms. *Forest Ecology and Management* 7: 191-206.
- Long, J. N. and J. D. Shaw. 2005. A density management diagram for even-aged ponderosa pine stands. *Western Journal of Applied Forestry* 20: 205-215.
- Lonsdale, W. 1990. The self-thinning rule: dead or alive? *Ecology* 71: 1373-1388.
- López V., M. F., W. Santiago G., G. Quiñonez B., M. E. Suárez M., W. Santiago J. y E. Santiago G. 2017. Ecuaciones globales y locales de altura-diámetro de 12 especies de interés comercial en bosques manejados. *Revista Mexicana de Agroecosistemas* 4(2): 113-126.
- Meeusen, W. and J. Van Den Broeck. 1977. Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *Internacional Economic Review* 18: 435-444.
- Müller U., B., R. Rodríguez y P. Gajardo. 2013. Desarrollo de una guía de manejo de la densidad en bosques de segundo crecimiento de roble (*Nothofagus obliqua*) en la región del Biobío. *Bosque* 34(2): 201-209.
- Osawa, A. and R. Allen. 1993. Allometric theory explains self-thinning relationships of mountain beech and red pine. *Ecology* 74: 1020-1032.
- Pretzsch, H. and P. Biber. 2005. A re-evaluation of Reineke's rule and stand density index. *Forest Science* 51: 304-320.

Quintero, M. A. y M. Jerez. 2013. Modelo de optimización heurística para la prescripción de regímenes de aclareo en plantaciones de *Tectona grandis*. Revista Forestal Venezolana 57 (1): 37-47.

Quiñonez B., G., J. C. Tamarit U., M. Martínez S., X. García C., H. M. de los Santos-Posadas and W. Santiago G. 2018. Maximum density and density management diagram for mixed-species forests in Durango, Mexico. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente 24(1): 73-90.

Reineke, L. H. 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. Journal of Agricultural Research 46(7): 627-638.

Rodríguez J., R. 2017. Sistemas compatibles de cubicación de árboles individuales para dos especies de interés comercial en Ixtlán de Juárez, Oaxaca. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad de la Sierra Juárez. Ixtlán de Juárez, Oax., México. 116 p.

Rodríguez L., R., R. Razo Z., D. Díaz H. and J. Meza R. 2009. Guía de densidad para *Pinus montezumae* en su área de distribución natural en el estado de Hidalgo. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Fundación Hidalgo Produce. Pachuca, Hgo., México. 33 p.

Rzedowski, J. 2006. Vegetación de México. Conabio. 1^a Versión digital. https://www.biodiversidad.gob.mx/publicaciones/librosDig/pdf/VegetacionMx_Cont.pdf (10 de diciembre de 2016).

Sanhueza H., R. E. 2003. Fronteras de eficiencia, metodología para la determinación del valor agregado de distribución. Tesis de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería. Escuela de Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago de Chile, Chile. 169 p.

Santiago G., W., H. M. De los Santos P., G. Ángeles P., J. R. Valdez L., D. H. Del Valle P. y J. J. Corral R. 2013. Auto-aclareo y guías de densidad para *Pinus patula* mediante el enfoque de regresión de frontera estocástica. Agrociencia 47(1): 79-89.

Santiago G., W., E. Pérez L., G. Quiñonez B., G. Rodríguez O., Santiago G., E., F. Ruiz A. and J. C. Tamarit U. 2017. A dynamic system of growth and yield equations for *Pinus patula*. *Forests* 8(12): 465.

Statistical Analysis System (SAS). 2011. SAS/ETS™ 9.3 User's Guide. SAS Institute Inc. Cary, NC USA. n/p.

Thomson, J. D., G., Weiblen, B. A.Thomson, S. Alfaro, and P.Legendre. 1996. Untangling multiple factors in spatial distributions: lilies, gophers and rocks. *Ecology* 77: 1698-1715.

Vargas L., B. 1999. Caracterización de la productividad y estructura de *Pinus harwegii* Lind. en tres gradientes altitudinales en el Cerro Potosí, Galeana, Nuevo León. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma de Nuevo León. Sn Nicolás de los Garza, NL., México. 97 p.

Vacchiano, G., R. Motta, J. N. Long and J. D. Shaw. 2008. A density management diagram for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.): A tool for assessing the forest's protective effect. *Forest Ecology and Management* 255: 2542-2554.

Vincent, L., A. Y. Moret y M. Jerez. 2000. Comparación de algunos regímenes de espesura en plantaciones de teca en el área experimental de la Reserva Forestal de Caparo, Venezuela. *Revista Forestal Venezolana* 44 (2): 87-95.

Weller, D. 1987. A reevaluation of the -3/2 power rule of self-thinning. *Ecological Monographs* 57: 23-43.

Westoby, M. 1984. The self-thinning rule. *Advances in Ecological Research* 14: 167-225.

White, J. 1985. The thinning rule and its application to mixtures of plant populations. In: White, J. (ed.): *Studies on plant demography*. Academic Press. New York, NY USA. pp. 291-309.

Yoda, K., H.Ogawa and K. Hozumi. 1963. Self-thinning in overcrowded pure stands under cultivated and natural conditions (Intraspecific competition among higher plants XI). Japan Polytechnic Institute. Osaka, Japan. 14(Series D). pp. 107-129.

Zeide, B. 1987. Analysis of the 3/2 power law of self-thinning. Forest Science 33: 571-537.

Zhang, L., H. Bi, J. H. Gove and L. S. Heath. 2005. A comparison of alternative methods for estimating the self-thinning boundary line. Canadian Journal of Forest Research 35:1507-1514. doi: 10.1139/x05-070.