



Artículo / Article

Modelo de crecimiento en altura dominante para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el estado de Guerrero

Dominant height growth model for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Guerrero state

Miguel González Méndez¹, Francisco Cruz Cobos¹, Gerónimo Quiñonez Barraza²,
Benedicto Vargas Larreta¹ y Juan Abel Nájera Luna¹

Resumen

La productividad forestal puede expresarse matemáticamente por medio de modelos que describen los patrones de desarrollo de acuerdo a los diferentes factores involucrados en el desarrollo de cada especie. El objetivo del presente estudio fue evaluar el ajuste de tres ecuaciones dinámicas de crecimiento en altura dominante en diferencia algebraica generalizada (GADA), con el fin de construir una familia de curvas de índice de sitio con una edad de referencia de 15 años. Se utilizaron los análisis troncales de 55 ejemplares de *Pinus pseudostrobus*, que fueron analizados de manera longitudinal, con el propósito de calcular la altura verdadera del anillo central que rodea a la médula del árbol. Los ajustes se realizaron mediante el método iterativo anidado, que es invariante con respecto a la edad base; además, se simuló la estructura del error con un modelo autorregresivo de segundo orden para corregir la dependencia de errores longitudinales inherentes a los datos procedentes del fuste. Las fórmulas tipo GADA definieron una familia de curvas polimórficas con asíntotas variables, lo que implica que en cada lugar existen tasas de crecimiento diferentes. Se seleccionó una expresión dinámica basada en el modelo de Chapman-Richards porque mostró la mejor calidad de ajuste; el coeficiente de determinación (R^2) fue de 0.9931 y la raíz del error medio cuadrático (RMSE) 0.5879 m. La familia de curvas que resultó de esta ecuación modela con precisión la trayectoria de los datos observados para la predicción de la altura dominante e índice de sitio.

Palabras clave: Altura dominante, curvas de crecimiento, GADA, índice de sitio, *Pinus pseudostrobus* Lindl., polimorfismo complejo.

Abstract

Forest productivity can be expressed mathematically through equations describing growth patterns according to the different factors involved in the development of each species. The aim of the present study was to evaluate the fit of three dynamic growth equations in dominant height in generalized algebraic difference (GADA), in order to construct a family of site index curves with a reference age of 15 years. The trunk analyzes of 55 *Pinus pseudostrobus* trees were used, which were analyzed longitudinally, in order to obtain the true height of the central ring that surrounds the core of the tree. The adjustments were made using the nested iterative method, which is invariant with respect to the base age; in addition, the structure of the error was simulated with a second order autoregressive model to correct the dependence of longitudinal errors inherent to the data obtained in the stems of the trees. The equations in GADA form allowed the definition of a family of polymorphic curves with variable asymptotes, which implies that each site has different growth rates. A dynamic equation based on the Chapman-Richards model was selected because it showed the best fit quality; the coefficient of determination (R^2) was 0.9931 and the root mean square error (RMSE) was 0.5879 m. The family of curves obtained with this equation accurately models the trajectory of the observed data for the prediction of the dominant height and site index.

Key words: Dominant height, growth curves, GADA, site index, *Pinus pseudostrobus* Lindl., complex polymorphism.

Fecha de recepción/Reception date: 8 de agosto de 2016; Fecha de aceptación/Acceptance date: 30 de septiembre de 2016.

¹ Instituto Tecnológico de El Salto, Pueblo Nuevo, Dgo. México. Correo-e: cobos_cruz@yahoo.com.mx

² C.E. Valle del Guadiana, CIR Norte-Centro. Inifap. México.

Introducción

La calidad de sitio es la base para desarrollar sistemas de clasificación de terrenos forestales de acuerdo a su capacidad productiva (Mora y Meza, 2003). Se define como el potencial de producción maderable de un lugar, rodal o bosque, para una especie en particular, en la que a mejor calidad, la acumulación de volumen es mayor, razón por la que el potencial de una asociación está estrechamente relacionado con el volumen maderable medido en la cosecha final (Clutter *et al.*, 1983). Para cuantificarlo existen métodos directos e indirectos en los que el de índice de sitio se clasifica como un método indirecto que utiliza un patrón de crecimiento de altura dominante a una edad de referencia o edad base predefinida (Vanclay, 1994; Martín *et al.*, 2008; Quiñonez *et al.*, 2015).

En la modelación y biometría forestal se han propuesto diversas opciones para la construcción de funciones de altura dominante e índice de sitio, entre las que destacan la curva guía, la diferencia algebraica (ADA, *Algebraic Difference Approach*) y la diferencia algebraica generalizada (GADA, *Generalized Algebraic Difference Approach*) (Rodríguez *et al.*, 2015). En la primera se utilizan la expresión y estructura matemática original de los modelos base para obtener el valor de los parámetros que se usan para construir las familias de curvas de crecimiento por regresión, las cuales pueden ser polimórficas o anamórficas; en ADA o GADA los modelos base son manipulados algebraicamente y quedan calibrados en función de si uno o más parámetros se hacen dependientes de la calidad de estación (Clutter *et al.*, 1983; Cieszewski, 2002). Así, resultan ecuaciones dinámicas que se ajustan a bases de datos de intervalo o longitudinales (análisis troncales).

Con ADA se obtienen familias de curvas de crecimiento anamórficas o polimórficas, mientras que GADA combina las dos propiedades y da lugar al polimorfismo asintótico. Los parámetros que se derivan de los métodos para diseñar familias de curvas de crecimiento en altura dominante pueden ser globales, es decir, comunes a todos los rodales, o locales, específicos para cada uno (García, 2006). Las ecuaciones son herramientas efectivas para calcular la productividad e implementación de prácticas efectivas de manejo forestal. Por lo tanto, la predicción correcta de la altura dominante e índice de sitio con ecuaciones dinámicas es esencial para modelar el crecimiento y la producción de rodales con fines maderables (Vargas *et al.*, 2013).

GADA considera que una ecuación de crecimiento puede ser expandida para hacer posible que más de un parámetro esté en función de la calidad de estación; se le asume como dependiente de una variable artificial que representa los factores que determinan la calidad de estación y las familias de curvas son más flexibles y aplicables en el manejo de grupos de árboles coetáneos o incoetáneos (Cieszewski y Bailey, 2000;

Introduction

Site quality is the basis for developing forest land classification systems according to their productive capacity (Mora and Meza, 2003). It is defined as the timber production potential of a site, stand or forest, for a given species, in which a better quality, volume production is greater, reason why the productive capacity of a stand is closely related to the timber volume measured in the final harvest (Clutter *et al.*, 1983). To quantify this productive potential there are direct and indirect methods in which the site index is classified as an indirect method using a dominant height growth pattern at a predefined reference age or base age (Vanclay, 1994; Martín *et al.*, 2008; Quiñonez *et al.*, 2015).

Several methods have been developed for modeling and forest biometrics for the construction of functions of dominant height and site index. The most used are the guiding curve method, the Algebraic Difference Approach (ADA) and the Generalized Algebraic Difference Approach (GADA) method (Rodríguez *et al.*, 2015). In the first one, the original mathematical expression and structure of the base models are used to obtain the value of the parameters that are used to construct the families of growth curves by regression, which can be polymorphic or anamorphic; in the ADA or GADA method, the base models are precisely manipulated algebraically and are fitted according to whether one or more parameters are made dependent on the station quality (Clutter *et al.*, 1983; Cieszewski, 2002). The expressions thus obtained are dynamic equations that fit into interval or longitudinal databases (trunk analyses).

With the ADA methodology families of anamorphic or polymorphic growth curves are obtained, while the GADA methodology combines the two properties and gives rise to the asymptotic polymorphism. The parameters that result from the methods for designing families of growth curves at dominant height can be global, that is, common to all stands, or local, specific to each stand (García, 2006). Equations are effective tools for estimating stand productivity, and allow the implementation of appropriate forest management practices. Therefore, correct prediction of dominant height and site index with dynamic equations is essential for modeling growth and timber production (Vargas *et al.*, 2013).

The equation method in GADA considers that a growth equation can be expanded to allow more than one parameter to depend on the station quality; it is assumed to depend on an artificial variable that represents the factors that determine the station quality and the families of curves obtained are more flexible and applicable in the management of contemporary or incoetaneous stands (Cieszewski and Bailey, 2000; Cieszewski, 2001). With the GADA methodology families of curves with complex polymorphism can be generated, that

Cieszewski, 2001). Con esta metodología se pueden generar familias de curvas con polimorfismo complejo, es decir, que tienen tasas de crecimiento variables y asíntotas múltiples (Cieszewski, 2002), lo que es ideal en el manejo forestal.

Las ecuaciones con polimorfismo complejo describen mejor los patrones de crecimiento en altura que los modelos anamórficos o polimórficos simples (Cieszewski, 2003). Establecen como supuesto la suma de factores como regímenes de manejo, condiciones de suelo y elementos ecológicos y climáticos definidos por una variable artificial denotada por X (variable no observable e independiente) (Cieszewski, 2002); además, preservan las propiedades lógicas de invariancia de la edad de referencia y de ruta o de camino de simulación (Cieszewski, 2003), en las que las proyecciones de la altura dominante pueden ser hacia el futuro o el pasado, sin afectar la capacidad predictiva de la ecuación.

Para el ajuste de las ecuaciones dinámicas de altura dominante en ADA o GADA se requieren pares de observaciones de alturas y edades tomadas en intervalos de tiempo o de manera longitudinal, es decir, medidos en condiciones de tiempo diferente o de manera repetida, como en parcelas permanentes o análisis trocales (Diéguez *et al.*, 2006).

Pinus pseudostrobus Lindl. se distribuye, principalmente, en los bosques de pino y pino-encino de México; crece en suelos volcánicos y en climas templados y templado-cálidos, con precipitación anual entre 800 mm y 1 500 mm y registra cifras que sugieren buena productividad (López, 2002). Desde una perspectiva comercial proporciona madera de calidad procedente de ejemplares con dimensiones de 25 a 40 m de altura y de 40 a 80 cm de diámetro normal a edades adultas. Es por ello que representa una alternativa interesante de producción de planta y reforestación de áreas degradadas en el estado de Guerrero, así como de recuperación de terrenos forestales mediante un manejo eficiente y sustentado en estudios que describan su comportamiento.

Así, el objetivo del presente trabajo fue generar ecuaciones dinámicas de crecimiento en altura dominante e índice de sitio para construir una familia de curvas con polimorfismo complejo, a partir de datos de análisis troncales longitudinales de árboles de *Pinus pseudostrobus* en el ejido El Balcón del estado de Guerrero, México.

Materiales y Métodos

El área de estudio

El área de estudio se ubica en el ejido El Balcón, que pertenece al municipio Ajuchitlán del Progreso, en el centro de la Sierra Madre del Sur del estado de Guerrero, entre las coordenadas geográficas 17°34'00" a 17°51'00" norte y 100°27' 30" a

is, that they have variable growth rates and multiple asymptotes (Cieszewski, 2002), which is ideal in forest management, since the stands have these characteristics.

Complex polymorphism equations better describe height growth patterns than anamorphic or simple polymorphic models (Cieszewski, 2003). These equations consider the sum of factors such as management regimes, soil conditions and ecological and climatic elements defined by an artificial variable denoted by " X " (unobservable and independent variable) (Cieszewski, 2002); also, they preserve the logical properties of invariance of the reference age and the route of way of simulation (Cieszewski, 2003), in which the projections of the dominant height can be towards the future or the past, without affecting the predictive capacity of the equation.

For the fit of the dynamic equations of dominant height in ADA or GADA, pairs of observations of heights and ages taken at intervals of time or in a longitudinal way, that is, measured at different time or in a repeated way, as in permanent plots or trolcal analyzes (Diéguez *et al.*, 2006).

Pinus pseudostrobus Lindl. is found mainly in the pine and pine-oak forests of Mexico; it grows in volcanic soils and in temperate and warm-temperate climates, with annual precipitation between 800 mm and 1 500 mm (López, 2002). It is commercially important due to its high growth rates in sites with good productivity, it provides high quality timber with dimensions at adult ages between 25 and 40 m in height and 40 to 80 cm in normal diameter. This is why it is a good alternative for the current policies of plant production and reforestation of degraded areas of Guerrero state, as well as to raise the production and productivity of forest lands through an efficient management and that is based on studies that describe the dynamics of its growth.

Thus, the aim of the present work was to generate dynamic growth equations in dominant height and site index to construct a family of site index curves with complex polymorphism, based on longitudinal truncal analysis data of *Pinus pseudostrobus* trees in *ejido El Balcón* at the state of Guerrero, Mexico.

Materials and Methods

Study area

The study area is located in the *El Balcón ejido*, which belongs to the municipality *Ajuchitlán del Progreso*, in the center of the *Sierra Madre del Sur* of the state of Guerrero, between the geographical coordinates 17°3'00" to 17°51'00" North and 100°27'30" to 100°36'45" West. The *ejido* has an area of 25 565 ha, of which 10 000 ha are covered by coniferous forest as well as by tropical and subtropical associations. The predominant ecosystem is pine and pine-oak forest with some

100°36'45" oeste. El ejido tiene una superficie de 25 565 ha, de las cuales 10 000 ha están cubiertas por bosque de coníferas así como por asociaciones tropicales y subtropicales. El ecosistema que predomina es el bosque de pino y pino-encino con algunos manchones dispersos de bosque mesófilo de montaña y bosque de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. et Cham. en las partes más altas. El intervalo altitudinal es de los 1 050 m hasta los 2 960 m, con un promedio de 2 213 m. El clima del lugar A(C)w₂(w), corresponde al templado subhúmedo con lluvias en verano, con una precipitación media anual de 1 400 mm.

Base de datos

La base de datos que se utilizó para el ajuste de las ecuaciones en GADA proviene de árboles individuales en rodales jóvenes, con edad promedio de 19 años. Se seleccionaron 55 ejemplares dominantes libres de daños, que se derribaron y seccionaron. La muestra se distribuyó en diferentes altitudes y exposiciones, y se cubrieron todas las calidades de estación presentes en el área de estudio. Se aplicó un corte longitudinal a lo largo del fuste de cada uno de los individuos, con el fin de medir el crecimiento verdadero por cada etapa de la vida del árbol, esto es, la altura a la que termina el anillo de crecimiento anual. El número de anillos se contabilizó en el tocón, en la sección en la que se toma el diámetro normal y a intervalos de 2 m hasta alcanzar la punta del árbol. Las estadísticas descriptivas de las variables consideradas se reúnen en el Cuadro 1.

scattered patches mountain cloud forest and forest of *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. et Cham. in the higher parts. The altitudinal range is from 1 050 m to 2 960 m, with an average of 2 213 m. The climate of the place is temperate sub-humid with rains in summer, with an average annual precipitation of 1 400 mm.

Data base

The database that was used to fit the equations in GADA comes from individual trees in young stands, with an average age of 19 years. 55 dominant specimens free of damage were selected, which were felled and sectioned. The sample was distributed at different altitudes and exposures, and all station qualities present in the study area were covered. A longitudinal cut was made along the stem of each individual, in order to measure true growth for each stage of the tree's life, that is, the height at which the annual growth ring ends. The number of rings was counted in the stump, in the section where the normal diameter is taken and at intervals of 2 m until reaching the tip of the tree. The descriptive statistics of the considered variables are gathered in Table 1.



Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de las variables analizadas en el ajuste de las ecuaciones dinámicas.

Especie	Variable	Mínimo	Máximo	Media	DS
<i>Pinus pseudostrobus</i> Lindl.	H	13.6	25.5	21.05	2.59
	DN	15.5	35	24.94	3.85
	t	13	25	18.29	2.66

DS = Desviación estándar; H = Altura (m); DN = Diámetro normal (cm); t = Edad (años).

Table 1. Descriptive statistics of the analyzed variables in the fit of the dynamic equations.

Species	Variable	Minimum	Maximum	Mean	DS
<i>Pinus pseudostrobus</i> Lindl.	H	13.6	25.5	21.05	2.59
	DN	15.5	35	24.94	3.85
	t	13	25	18.29	2.66

DS = Standard deviation; H = Height (m); DN = Normal diameter (cm); t = Age (years).

Para modelar el crecimiento en altura dominante e índice de sitio en función de la edad, se seleccionaron tres ecuaciones cuya estructura matemática en GADA se deriva de los modelos base de Chapman-Richards (Richards, 1959), de Korf (Lundqvist, 1957) y de Hossfeld (Hossfeld, 1922) (Cuadro 2).

For modeling dominant height growth and site index related to age, three equations were chosen whose mathematical structure in GADA comes from the basic model of Chapman-Richards (Richards, 1959), Korf (Lundqvist, 1957) and Hossfeld (Hossfeld, 1922) (Table 2).

Cuadro 2. Modelos base y ecuaciones dinámicas en GADA evaluadas para modelar la altura dominante e índice de sitio en *Pinus pseudostrobus* Lindl.

Ecuación base	Parámetro del sitio	Solución para X_0	Ecuación dinámica	Ecuación
$H = \alpha_1(1 - \exp^{-\alpha_2 t})^{\alpha_3}$	$\alpha_1 \cdot \exp^{kt}$ $\alpha_2 \cdot \beta_1$ $\alpha_2 \cdot \beta_2 + \beta_3/x$	$x_0 = 0.5[\ln H_0 - \beta_2 F_0 + (\ln H_0 - \beta_2 F_0)^2 - 4\beta_2 F_0]^{0.5}$ $F_0 = \ln(1 - \exp^{-\beta_1 t_0})$	$H_t = H_0 \left(\frac{1 - \exp^{-\beta_1 t_1}}{1 - \exp^{-\beta_1 t_0}} \right)^{\beta_2 + \beta_3/t_1}$	(1)
$H = \alpha_1 \exp^{-\alpha_2 t^{\alpha_3}}$	$\alpha_1 \cdot \exp^{kt}$ $\alpha_2 \cdot \beta_1 + \beta_2/x$ $\alpha_2 \cdot \beta_2$	$x_0 = 0.5 \cdot \beta_2 \left[\left((\beta_1 t_0^{-\beta_2} \ln(H_0)) + 4\beta_2 t_0^{-\beta_2} \ln(H_0) \right)^2 \right]^{0.5}$	$H_t = \exp^{(k_0)} \left(\exp^{-(\beta_1 + \beta_2/t_0) t_1^{\beta_2}} \right)$	(2)
$H = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2 t^{-\alpha_3}}$	$\alpha_1 \cdot \beta_1 + x$ $\alpha_2 \cdot \beta_2/x$ $\alpha_2 \cdot \beta_2$	$x_0 = 0.5[H_0 - \beta_1 + ((H_0 - \beta_1)^2 + 4\beta_2 H_0 t_0^{-\beta_2})^{0.5}]$	$H_t = \frac{\beta_1 + x_0}{1 + (\beta_2/x)t_1^{-\beta_2}}$	(3)

H = Altura dominante (m); t = Edad (años); α_1 , α_2 y α_3 = Parámetros del modelo base; β_1 , β_2 y β_3 = Parámetros globales de la ecuación dinámica; X_0 = Variable independiente no observable que describe la productividad de un sitio como una suma de regímenes de manejo, condiciones del suelo y factores ecológicos y climáticos; H_0 = Altura dominante en el tiempo inicial t_0 ; H_t = Altura dominante en el tiempo inicial t_1 ; \exp = Función exponencial.

Table 2. Assessed basic models and dynamic equations in GADA to model dominant height and site index in *Pinus pseudostrobus* Lindl.

Basic equation	Site parameter	Solution for X_0	Dynamic equation	Equation
$H = \alpha_1(1 - \exp^{-\alpha_2 t})^{\alpha_3}$	$\alpha_1 \cdot \exp^{kt}$ $\alpha_2 \cdot \beta_1$ $\alpha_2 \cdot \beta_2 + \beta_3/x$	$x_0 = 0.5[\ln H_0 - \beta_2 F_0 + (\ln H_0 - \beta_2 F_0)^2 - 4\beta_2 F_0]^{0.5}$ $F_0 = \ln(1 - \exp^{-\beta_1 t_0})$	$H_t = H_0 \left(\frac{1 - \exp^{-\beta_1 t_1}}{1 - \exp^{-\beta_1 t_0}} \right)^{\beta_2 + \beta_3/t_1}$	(1)
$H = \alpha_1 \exp^{-\alpha_2 t^{\alpha_3}}$	$\alpha_1 \cdot \exp^{kt}$ $\alpha_2 \cdot \beta_1 + \beta_2/x$ $\alpha_2 \cdot \beta_2$	$x_0 = 0.5 \cdot \beta_2 \left[\left((\beta_1 t_0^{-\beta_2} \ln(H_0)) + 4\beta_2 t_0^{-\beta_2} \ln(H_0) \right)^2 \right]^{0.5}$	$H_t = \exp^{(k_0)} \left(\exp^{-(\beta_1 + \beta_2/t_0) t_1^{\beta_2}} \right)$	(2)
$H = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2 t^{-\alpha_3}}$	$\alpha_1 \cdot \beta_1 + x$ $\alpha_2 \cdot \beta_2/x$ $\alpha_2 \cdot \beta_2$	$x_0 = 0.5[H_0 - \beta_1 + ((H_0 - \beta_1)^2 + 4\beta_2 H_0 t_0^{-\beta_2})^{0.5}]$	$H_t = \frac{\beta_1 + x_0}{1 + (\beta_2/x)t_1^{-\beta_2}}$	(3)

H = Dominant height (m); t = Age (years); α_1 , α_2 and α_3 = Parameters of the basic model; β_1 , β_2 y β_3 = Global parameters of the dynamic equation; X_0 = Independent non perceptible variable that describes the productivity of a site as a sum of management regimes, soil conditions and ecological and climatic factors; H_0 = Dominant height in the initial time t_0 ; H_t = Dominant height in the initial time t_1 ; \exp = Exponential function.

Ajuste de las ecuaciones dinámicas por regresión estadística

La calidad de ajuste de las ecuaciones dinámicas se evaluó a través del análisis numérico comparativo del coeficiente de determinación ajustado (R_a^2) y la raíz del cuadrado medio del error (RMSE). Además, se analizaron gráficamente las predicciones de las ecuaciones para verificar que tuvieran un comportamiento y tendencia biológicamente realista con respecto a las tendencias observadas (Goelz y Burk, 1992; Sharma *et al.*, 2011) en el ajuste de la altura dominante

Dynamic equations fit by statistical regression

The quality of fit of the dynamic equations was assessed through a comparative numerical analysis of the fitted determination coefficient (R_a^2) and the root of the square mean error (RMSE). Also, there was a graphic analysis of the predictions of the equations to check if they had a biologically realistic behavior and tendency in regard to the observed tendencies (Goelz and Burk, 1992; Sharma *et al.*, 2011) in the dominant height fit in terms of age. The mathematical form that the statistics of the goodness of fit showed was as follows:

en función de la edad. La forma matemática que presentan los estadísticos de bondad de ajuste es la siguiente:

$$RMSE_1 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p} \right)^{0.5} \quad (4)$$

$$R_o^2 = 1 - \left[\frac{n - 1 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] \quad (5)$$

Donde:

Y_i, \hat{Y}_i y \bar{Y} = Valores observado, medio y predicho de la variable dependiente
 n = Número de observaciones
 p = Número de parámetros del modelo

La estimación de los parámetros para las ecuaciones dinámicas de altura dominante e índice de sitio implica diferentes consideraciones estadísticas: estructuras e independencia de errores, homogeneidad de varianzas y balance en los datos utilizados (Diéguez *et al.*, 2006), por lo que debe confirmarse que se cumplan estos supuestos de la teoría de la regresión y, en su caso, corregirse en el mismo proceso de ajuste.

Los modelos fueron ajustados al considerar invariante la edad base, y de forma simultánea, los parámetros globales y específicos por árbol, para lo cual se usó el procedimiento iterativo (*nested iterative procedure*) (Tait *et al.*, 1988), que genera buenos resultados con bases de datos mayores a 800 pares de altura y edad (Cieszewski, 2003; Krumland y Eng, 2005; Diéguez *et al.*, 2006).

El ajuste de las ecuaciones se realizó por medio del MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® (SAS, 2004), que permite la actualización dinámica de los residuos. El proceso iterativo consiste en los siguientes pasos: i) se ajustan los parámetros globales y se considera constante el parámetro local (H_o) que varía para cada árbol y al que en principio se le asigna la altura media observada a la edad de 15 años; ii) los valores de los parámetros globales se consideran como constantes y el parámetro específico del sitio (H_o) es reajustado; los datos observados para cada árbol (H_o) son usados como de inicio para el procedimiento de ajuste; iii) los estimados (H_i) se convierten en valores observados y los parámetros globales son ajustados nuevamente. Esta secuencia se repite hasta que las estimaciones sucesivas de los parámetros globales se estabilizan (Cieszewski y Bailey, 2000), para lo cual se utilizó como criterio que el cuadrado medio del error entre dos iteraciones fuera menor a 0.0001 (Vargas *et al.*, 2010).

Para corregir la autocorrelación del término del error las ecuaciones fueron ajustadas con mínimos cuadrados

$$RMSE_1 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p} \right)^{0.5} \quad (4)$$

$$R_o^2 = 1 - \left[\frac{n - 1 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] \quad (5)$$

Where:

Y_i, \hat{Y}_i and \bar{Y} = Observed, middle and predicted values of the dependent variable
 n = Number of observations
 p = Number of parameters of the model

The estimation of the parameters for the dynamic equations of dominant height and site index implies different statistical considerations: structures and independence of errors, homogeneity of variances and balance in the used data (Diéguez *et al.*, 2006), so it must be confirmed that these assumptions of the regression theory are fulfilled and, if necessary, corrected in the same fitting process.

The models were fitted when the basic age was taken as invariable, and simultaneously the global and specific parameters for each tree, for which the nested iterative procedure (Tait *et al.*, 1988), was used, which generates good results on the basis of data greater than 800 pairs of height and age (Cieszewski, 2003; Krumland and Eng, 2005; Diéguez *et al.*, 2006).

The equations were fitted using the MODEL procedure of the SAS/ETS® statistical package (SAS, 2004), which allows the dynamic updating of the residuals. The iterative process consists of the following steps i) the global parameters are fitted and the local parameter (H_o) is considered constant for each tree which varies for each tree and to which initially is assigned the value of the observed average height at the age of 15 years; ii) the values of the global parameters are considered as constant and the specific site parameter (H_o) is refitted; the observed values for each tree (H_o) are taken as initial for the fit; iii) the estimated data (H_i) they are transformed into observed values and the global parameters are fitted again. This sequence is repeated until the successive estimations of the global parameter are stabilized (Cieszewski and Bailey, 2000), for which the criterion was that the square mean error between two iterations was lower than 0.0001 (Vargas *et al.*, 2010).

To correct the autocorrelation of the error term, the equations were adjusted with weighted least squares, using a continuous autoregressive error structure (CAR2), based on the distance between height measurements for each tree (Zimmerman and Núñez, 2001; Vargas *et al.*, 2013). The autoregressive model was as follows:

ponderados, con el uso de una estructura autorregresiva continua de los errores (CAR2), a partir de la distancia entre las mediciones de altura para cada árbol (Zimmerman y Núñez, 2001; Vargas *et al.*, 2013). El modelo autorregresivo presentó la forma siguiente:

$$e_{ij} = d_1 \rho_1^{t_{ij} - t_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 \rho_2^{t_{ij} - t_{ij-2}} + \varepsilon_{ij} \quad (6)$$

Donde:

- e_{ij} = j -ésimo residuo de la unidad muestral
- d_k = 1 para $t_{ij} > k$ y 0 para $t_{ij} = k$ ($k = 1, 2$)
- ρ_k = Parámetro autorregresivo de orden k a estimar
- $t_{ij} - t_{ij-k}$ = Tiempo o distancia que separa la medición j -ésima de la medición j -ésima- k en cada unidad muestral $t_{ij} > t_{ij-k}$
- ε_{ij} = Error independiente que sigue una distribución normal con media cero y varianza constante

Resultados y Discusión

Los estimadores de los parámetros para las tres ecuaciones dinámicas ajustadas a las observaciones resultaron estadísticamente significativos en la prueba de hipótesis, con un nivel de significancia de 1 %; no hubo diferencias importantes en los estadísticos RMSE y R^2 , ya que dichas expresiones explican más de 99 % de la varianza total de los datos observados y predicen las alturas totales con un error aproximado de 0.5 m (Cuadro 3).

La estructura autorregresiva continua de los errores (CAR2) corrigió correctamente el problema de autocorrelación de los errores en las expresiones evaluadas, con lo que se logró la independencia de los residuales de la altura dominante en función de la edad, lo que favoreció contar con estimadores de los parámetros más eficientes e insesgados (Parresol y Vissage, 1998). Con ello se previene la subestimación de la matriz de covarianzas de los parámetros y pueden realizar las pruebas estadísticas de los estimadores de los parámetros de dichas ecuaciones (West *et al.*, 1984).

Desde el punto de vista práctico, los parámetros considerados para modelar la estructura del error, por lo general, no se utilizan para las predicciones de la altura dominante (Rodríguez *et al.*, 2015; Castillo *et al.*, 2013; Diéguez *et al.*, 2006), ya que el propósito principal es lograr estimaciones consistentes de los parámetros y de los errores estándar (Gieszewski, 2001). De esta forma, la altura dominante de los árboles de un rodal se calcula en función de su edad, misma que se incorpora directamente al modelo, además de su altura a esa edad inicial para la proyección de la altura dominante a una edad futura o pasada.

$$e_{ij} = d_1 \rho_1^{t_{ij} - t_{ij-1}} e_{ij-1} + d_2 \rho_2^{t_{ij} - t_{ij-2}} + \varepsilon_{ij} \quad (6)$$

Where:

- e_{ij} = j th residual of the sampling unit
- d_k = 1 for $t_{ij} > k$ and 0 for $t_{ij} = k$ ($k = 1, 2$)
- ρ_k = Autoregressive parameter of the k order to be estimated
- $t_{ij} - t_{ij-k}$ = Time or distance that divides the j th measure from the j th- k measure in each sampling unit $t_{ij} > t_{ij-k}$
- ε_{ij} = Independent error that follows a normal distribution with mean zero and constant variance

Results and Discussion

The estimators of the parameters for the three dynamic equations fitted to the observations were statistically significant in the hypothesis test, with a level of significance of 1 %; there were no significant differences in the RMSE and in R^2 statistics, since these expressions explain more than 99 % of the total variance of the observed data and predict total heights with an error of approximately 0.5 m (Table 3).

The continuous autoregressive error structure (CAR2) correctly corrected the problem of autocorrelation of the errors in the evaluated expressions, which achieved the independence of the residuals of the dominant height as a function of age, which favored estimators of the most efficient and unbiased parameters (Parresol and Vissage, 1998). This prevents the underestimation of the covariance matrix of the parameters and can perform the statistical tests of the estimators of the parameters of these equations (West *et al.*, 1984).

From the practical point of view, the parameters considered to model the error structure are generally not used for predictions of the dominant height (Rodríguez *et al.*, 2015; Castillo *et al.*, 2013; Diéguez *et al.*, 2006), since the main purpose is to achieve consistent estimates of parameters and standard errors (Gieszewski, 2001). In this way, the dominant height of the trees of a stand is calculated according to its age, which is incorporated directly into the model, in addition to its height at that initial age for the projection of the dominant height to a future or past age.



Cuadro 3. Parámetros estimados y estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones dinámicas de altura dominante evaluadas.

Ecuación	Parámetro	Estimador	EE	t	P>t	RMSE	R ² _a
1	β_1	0.055417	0.00383	14.45	<0.0001	0.5873	0.9931
	β_2	-14.2106	3.4433	-4.13	<0.0001		
	β_3	60.08933	13.1903	4.56	<0.0001		
	ρ_1	0.862735	0.0241	35.81	<0.0001		
	ρ_1	0.704432	0.0310	22.67	<0.0001		
2	β_1	-5.65363	0.5864	-9.64	<0.0001	0.6121	0.9925
	β_2	83.21627	5.1662	16.11	<0.0001		
	β_3	0.318418	0.0103	30.97	<0.0001		
	ρ_1	0.861955	0.0242	35.58	<0.0001		
	ρ_1	0.715674	0.0297	24.08	<0.0001		
3	β_1	19.60159	0.4978	39.38	<0.0001	0.6044	0.9926
	β_2	3947.891	158.9	24.85	<0.0001		
	β_3	1.602537	0.0297	54.01	<0.0001		
	ρ_1	0.873108	0.0236	36.93	<0.0001		
	ρ_1	0.71853	0.0291	24.70	<0.0001		

EE = Error Estándar del estimador del parámetro; P>t = Valor de la probabilidad de la distribución de la t de Student; RMSE = Raíz del error medio cuadrático; R²_a = Coeficiente de determinación ajustado.

Table 3. Estimated and statistical parameters of goodness of fit of the dominant height dynamic equations evaluated.

Equation	Parameter	Estimator	EE	t	P>t	RMSE	R ² _a
1	β_1	0.055417	0.00383	14.45	<0.0001	0.5873	0.9931
	β_2	-14.2106	3.4433	-4.13	<0.0001		
	β_3	60.08933	13.1903	4.56	<0.0001		
	ρ_1	0.862735	0.0241	35.81	<0.0001		
	ρ_1	0.704432	0.0310	22.67	<0.0001		
2	β_1	-5.65363	0.5864	-9.64	<0.0001	0.6121	0.9925
	β_2	83.21627	5.1662	16.11	<0.0001		
	β_3	0.318418	0.0103	30.97	<0.0001		
	ρ_1	0.861955	0.0242	35.58	<0.0001		
	ρ_1	0.715674	0.0297	24.08	<0.0001		
3	β_1	19.60159	0.4978	39.38	<0.0001	0.6044	0.9926
	β_2	3947.891	158.9	24.85	<0.0001		
	β_3	1.602537	0.0297	54.01	<0.0001		
	ρ_1	0.873108	0.0236	36.93	<0.0001		
	ρ_1	0.71853	0.0291	24.70	<0.0001		

EE = Standard Error Estándar of the estimator of the parameter; P>t = Value of the probabiity of the distribution of the Studet t; RMSE = Square mean error; R²_a = fitted determination coefficient.

La Figura 1 muestra la comparación de las familias de curvas de crecimiento para los índices de sitio 13, 16, 19 y 22 m a la edad base de 15 años para las ecuaciones dinámicas ajustadas. Se advierte que la ecuación 2 subestima la altura dominante para edades menores a 3 años y la asíntota de las curvas no sigue la tendencia de los datos observados, sobre todo para los índices de 19 y 22 m, por lo que tiende a sobreestimar la altura.

Por su parte, la familia de curvas que genera la ecuación 3 sugiere que la curva ajustada para índices de sitio de 13 m tampoco es consistente con la tendencia de la asíntota de los datos observados en el intervalo de edades mayores a 15 años; por esta razón las ecuaciones dinámicas 2 y 3 se descartaron para modelar el crecimiento en altura dominante en árboles de *P. pseudostrabus*.

Las curvas de IS que se derivan de la ecuación 1 son las que describen de mejor manera el comportamiento del crecimiento en altura dominante, ya que siguen claramente la trayectoria definida en todas las clases de edad y marcan la asíntota en los cuatro índices de sitio. A pesar de que las ecuaciones dinámicas evaluadas no presentan diferencias evidentes en la bondad de ajuste, es conveniente analizarlas mediante gráficas si son distintas, dadas las trayectorias asíntóticas de las curvas. Por ello, la ecuación dinámica 1 fue seleccionada como la mejor para expresar los patrones de crecimiento en altura dominante de *P. pseudostrabus* y también optaron por ella Vargas *et al.* (2013) para la especie de interés en el noreste de México, lo que confirma la condición práctica y flexible del modelo base, así como de la ecuación dinámica para regiones ecológicas diversas.

Si bien las observaciones provienen de árboles y rodales jóvenes que aún no se desarrollan en plenitud, sí se proyecta la trayectoria de las curvas de incremento corriente anual (ICA) e incremento medio anual (IMA) en altura dominante (Figura 2), se puede reconocer, entonces, que el turno absoluto (edad a la cual se logra el crecimiento máximo en altura dominante) sucede antes de los 10 años para sitios ricos, mientras que para sitios más pobres el turno se verifica después de los 20 años. Con ello se demuestra que la especie estudiada exhibe diferentes patrones de crecimiento en altura dominante en relación a la calidad de sitio en la que se toma la muestra. Lo anterior significa que los turnos absolutos serán distintos para los diferentes índices de sitio, los cuales ocurrirán más tarde para los rodales con productividad o índice de sitio menor (Quiñonez *et al.*, 2015). Por lo tanto, las prácticas silvícolas en la planeación del manejo deben obedecer a una especie en particular, a su biología y a las condiciones del sitio con el fin de acortar los turnos absolutos y mejorar los patrones de crecimiento de la especie.

Figure 1 shows the comparison of the families of growth curves for site indexes 13, 16, 19 and 22 m at the base age of 15 years for the fitted dynamic equations. It can be noticed that equation 2 underestimates the dominant height for ages less than 3 years and the asymptote of the curves does not follow the tendency of the observed data, especially for the indexes of 19 and 22 m, and that is why it tends to overestimate height.

On the other hand, the family of curves generated by equation 3 suggests that the fitted curve for 13 m site indexes does not follow the asymptote trend of the data observed in the age range over 15 years; for this reason, the dynamic equations 2 and 3 were discarded to model the dominant height growth in *P. pseudostrabus* trees.

The SI curves derived from equation 1 are those that best describe the behavior of growth in dominant height, since they clearly follow the path defined in all age classes and mark the asymptote in the four site indexes. Although the dynamic evaluated equations do not present obvious differences in the goodness of fit, they must be analyzed by graphs if they are different, given the asymptotic trajectories of the curves. Therefore, the dynamic equation 1 was selected as the best to express growth patterns in dominant height of *P. pseudostrabus* and also Vargas *et al.* (2013) chose it for the species of interest in northeastern Mexico, confirming the practical and flexible condition of the base model as well as the dynamic equation for diverse ecological regions.

Even though the observations come from young trees and stands that have not yet fully develop, the trend of the current annual increase (ICA) curves and average annual increase (MAI) in the dominant height is projected (Figure 2); then it can be recognized that the absolute turn (age at which maximum growth at dominant height is achieved) occurs before 10 years for rich sites, whereas for poorer places the shift occurs after the age of 20, thus demonstrating that the species studied exhibits different patterns of growth in dominant height in relation to the quality of the site in which the sample is taken. This means that the absolute shifts will be different in regard to site indexes, which will occur later for the stands with productivity or lower site index (Quiñonez *et al.*, 2015). Therefore, silvicultural practices in management planning must obey a particular species, its biology and site conditions in order to shorten absolute shifts and improve the growth patterns of the species.



Aunque en la actualidad *P. pseudostrabus* es tratado con el Método Mexicano de Ordenación de Bosques Irregulares (MMOBI), con selección en grupos, e incluso con la diversidad biológica y las características del mercado, los resultados mostraron que se puede aplicar un manejo silvícola intensivo en los rodales estudiados, por lo tanto, es necesario desarrollar, adoptar o adaptar nuevos esquemas, mediante el replanteamiento de los objetivos y las tecnologías que son relevantes para las nuevas realidades ecológicas, socioculturales, económicas, legislativas e institucionales de las áreas forestales (Torres *et al.*, 2016).

In spite of the fact that *P. pseudostrabus* is currently operated with the *Método Mexicano de Ordenación de Bosques Irregulares* (MMOBI) (Mexican Management Method of Irregular Forests (MMOBI), with selection in groups, and even considering biological diversity and market characteristics, the results showed that intensive silvicultural management can be applied in the studied stands; therefore it is necessary to develop, adopt or adapt new schemes by rethinking the objectives and technologies that are relevant to the new ecological, socio-cultural, economic, legislative and institutional realities of forest areas (Torres *et al.*, 2016).

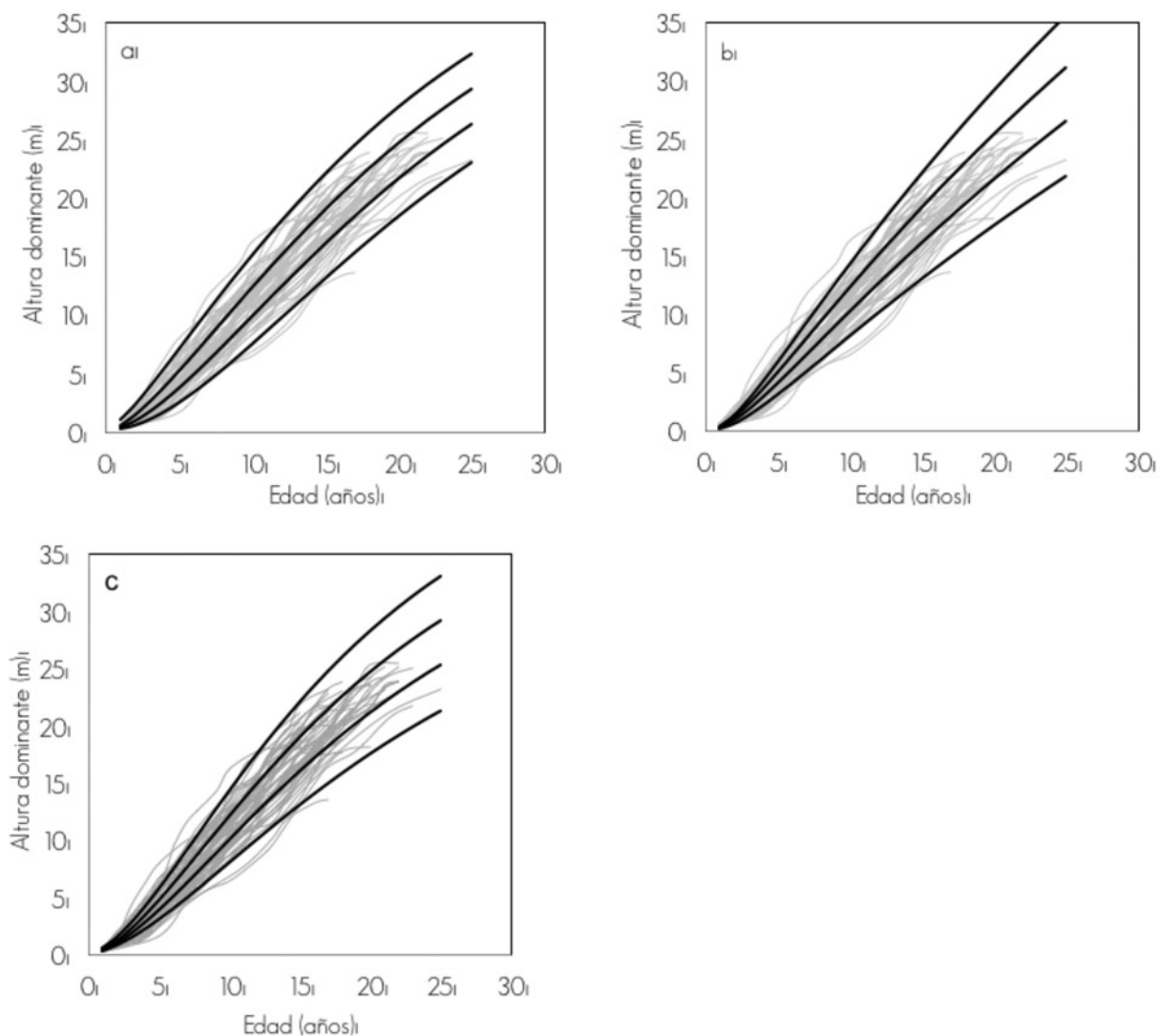


Figura 1. Familias de curvas para índices de sitio de 13, 16, 19 y 22 m a una edad de referencia de 15 años que generan la ecuaciones dinámicas 1 (a), 2 (b) y 3 (c), sobrepuestas a las alturas observadas.

Figure 1. Curve families for 13, 16, 19 and 22 m site indexes at a 15 years reference age that generate the 1 (a), 2 (b) and 3 (c) dynamic equations overlapped at the observed heights.

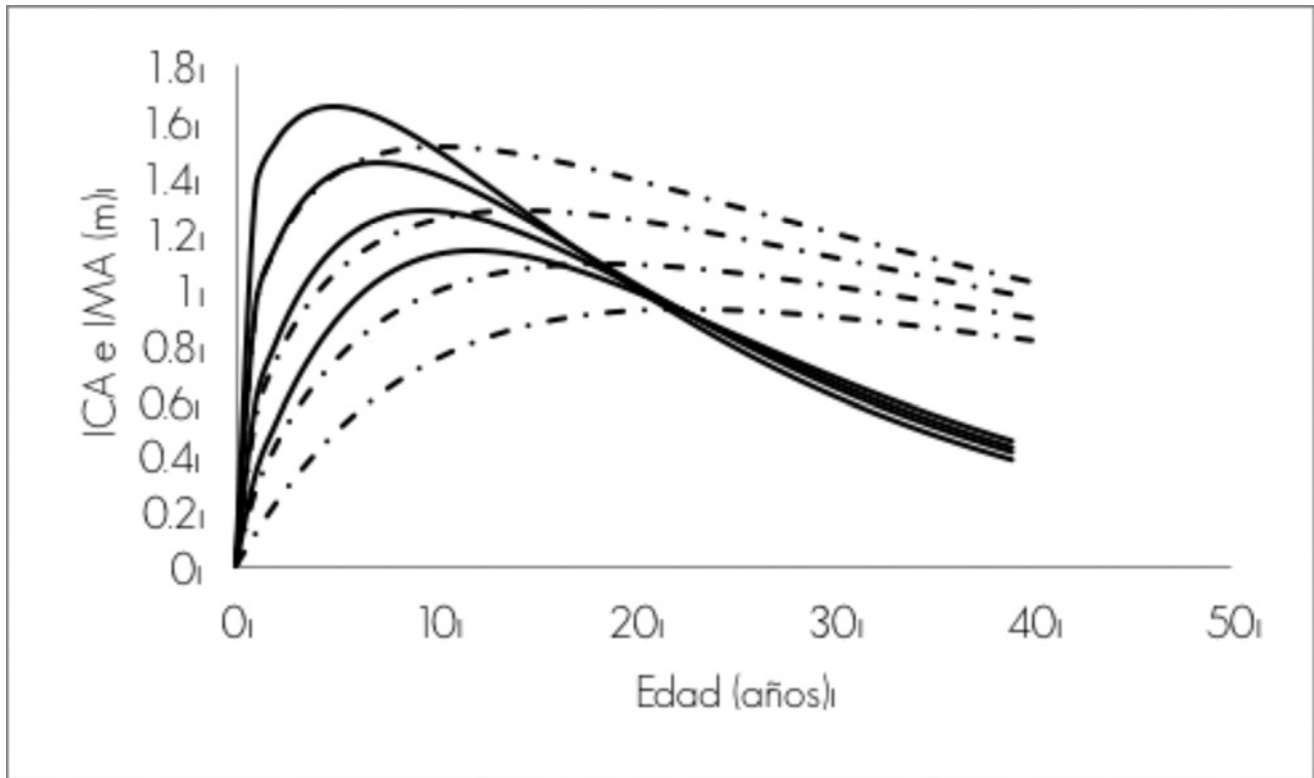


Figura 2. Familia de curvas de incremento corriente anual (ICA) (línea continua), e incremento medio anual (IMA) (línea discontinua), con categorías de índice de sitio 13, 16, 19 y 22 m.

Figure 2. Curve families of the current annual increment (ICA) (continuous line) and mean annual increment (IMA) (dashed line), with 13, 16, 19 and 22 m site index categories.

Todas las familias de curvas obtenidas con las ecuaciones dinámicas presentan polimorfismo complejo, un punto de inflexión a edades menores a 7 años y son invariantes con respecto al camino de simulación. Resultados similares los refieren López *et al.* (2015) con modelos de altura dominante en plantaciones de *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco en España.

Aunque la familia de curvas de crecimiento en altura dominante que genera la ecuación dinámica seleccionada sigue la tendencia de los datos observados, se debe tener en cuenta que la altura total del árbol es una suma de periodos más amplios al del límite superior de edad analizado en este estudio; en ello pudieron intervenir otros factores adicionales y distintos a los de la calidad del sitio en un lapso más extenso (Huang, 1999), como la erosión del suelo por malas prácticas de manejo y alta densidad forestal en los sitios (Daniel *et al.*, 1982); por lo tanto, tales curvas sólo tienen validez de aplicación en rodales con edades hasta de 25 años para estimar la altura dominante y calificar la productividad a través del índice de sitio.

La Figura 3a muestra el comportamiento gráfico lineal de los residuos de la ecuación 1, contra un retardo de los residuales ($Lag1$) sin considerar los parámetros autorregresivos; esta tendencia lineal desaparece después de corregir la

All the curve families obtained with the dynamic equations show complex polymorphism, an inflexion point at ages lower than 7 years, and are invariant in regard to the simulation trail. Similar results are reported by López *et al.* (2015) with dominant height models in *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco plantations in Spain.

Although the family of growth curves at dominant height that generates the selected dynamic equation follows the trend of the observed data, it must be taken into account that the total height of the tree is a sum of periods more extensive than the upper limit of age analyzed in this study (Huang, 1999), such as soil erosion due to poor management practices and high forest density in the sites (Daniel *et al.*, 1982); therefore, such curves are only valid for application in stands with ages up to 25 years to estimate the dominant height and to qualify productivity through site index.



autocorrelación con una estructura autorregresiva continua de los errores de segundo orden (CAR2), lo que provee un patrón aleatorio en los residuales al usar tres retardos (Lag3) (Figura 3b); Castillo *et al.* (2013) consignan resultados similares en modelos de índice de sitio para cuatro especies de pino en Santiago Papasquiari, Durango.

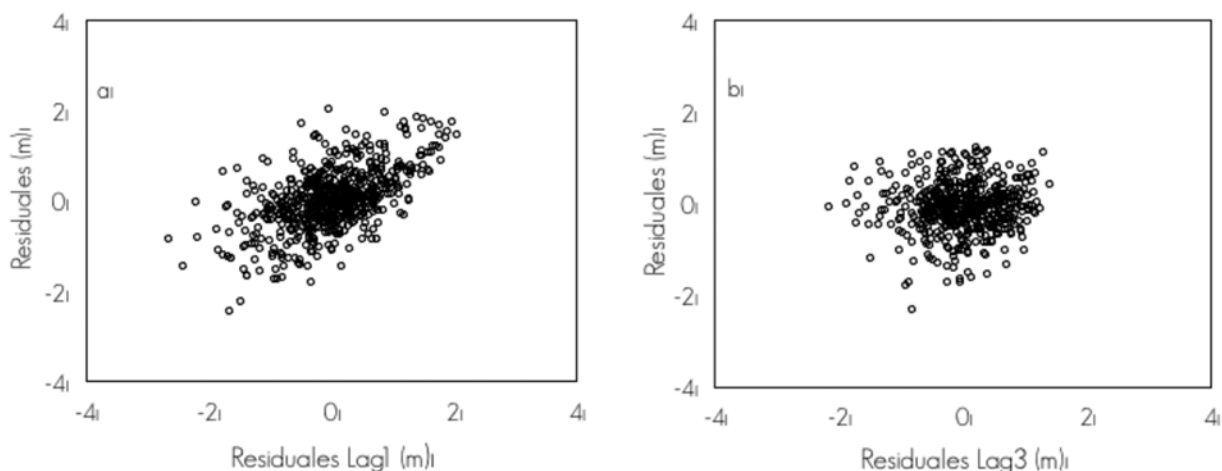


Figura 3. Comportamiento gráfico de los residuales de la ecuación dinámica 1 sin considerar la corrección de autocorrelación (a) y residuales con corrección de autocorrelación al usar CAR2 (b).

Figure 3. Graphic behavior of the residuals of the dynamic equation 1 without considering the correction of the autocorrelation (a) and residuals with correction of the autocorrelation when using CAR2 (b).

Conclusiones

Una ecuación dinámica de altura dominante e índice de sitio tipo GADA, basada en el modelo de Champan-Richard, tuvo la mejor calidad de ajuste a los datos de análisis troncales, por lo que fue seleccionada para predecir el crecimiento en altura dominante y para calificar el nivel de productividad de rodales de *Pinus pseudostrobus* por conducto del índice de sitio en la zona de estudio. Se deberá actualizar el ajuste de esta ecuación e incorporar observaciones de árboles con más edad, con la finalidad de abarcar el intervalo completo de la edad del turno y obtener mejores predicciones.

La ecuación dinámica de índice de sitio seleccionada se recomienda para calcular la productividad de rodales jóvenes y deberá validarse para determinar la factibilidad de usarla en rodales de *Pinus pseudostrobus* de mayor edad, y tomar en cuenta los tratamientos silvícolas de manejo aplicados al bosque.




Conclusions

A dynamic equation of dominant height and GADA-type site index, based on the Champan-Richard model, had the best fit quality to the trunk analysis data, so it was selected to predict growth in dominant height and to qualify the productivity level of *Pinus pseudostrobus* stands through the site index in the study area. The fit of this equation should be updated and the observations of older trees should be incorporated, in order to cover the full range of the age of the shift and obtain better predictions.

The selected site index dynamic equation is recommended for estimating the productivity of young stands and should be validated to determine the feasibility of using it in older stands of *Pinus pseudostrobus* and to take into account the forestry management treatments applied to the forest.

With the use of longitudinal truncal analyzes, acceptable results in the adjustment of the dynamic equations are obtained, so it is proposed to use this methodology for later research work. 🌱

Con el uso de análisis troncales longitudinales se obtienen resultados aceptables en el ajuste de las ecuaciones dinámicas, por lo que se propone el uso de esta metodología para trabajos de investigación posteriores. 

Agradecimientos

Los autores desean expresar su reconocimiento a la Dirección General de Educación Superior Tecnológica (DGEST) por la beca "Movilidad Nacional de Posgrado" otorgada al primer autor. Y al ejido El Balcón municipio de Ajuchitlán del Progreso, Guerrero, México por su gran disposición para permitir la realización del trabajo de toma de datos de campo.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Contribución por autor

Miguel González Méndez: análisis de datos, ajuste de modelos, elaboración y revisión del manuscrito; Francisco Cruz Cobos: análisis de datos, ajuste de modelos, elaboración y revisión del manuscrito; Gerónimo Quiñonez Barraza: análisis de datos, ajuste de modelos, elaboración y revisión del manuscrito; Benedicto Vargas Larreta: análisis de datos, ajuste de modelos, elaboración y revisión del manuscrito; Juan Abel Nájera Luna: análisis de datos, ajuste de modelos, elaboración y revisión del manuscrito.

Referencias

- Castillo L., A., E. Vargas L., J. J., Corral R., J. A. Nájera L., F. Cruz C. y J. Hernández, F. 2013. Modelo compatible altura-índice de sitio para cuatro especies de pino en Santiago Papasquiaro, Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 4(18): 86-103.
- Cieszewski, C. J. 2001. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Canadian Journal of Forest Research* 31(1): 165-173.
- Cieszewski, C. J. 2002. Comparing fixed-and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *Forest Science* 48(1): 7-23.
- Cieszewski, C. J. 2003. Developing a well-behaved dynamic site equation using a modified Hossfeld IV Function $Y = 3-(axm)/(c + x m - 1)$, a simplified mixed-model and scant subalpine fir data. *Forest Science* 49(4): 539-554.
- Cieszewski, C. J. and L. Bailey. 2000. Generalized algebraic difference approach: theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *Forest Science* 46(1): 116-126.
- Cieszewski, C. J. and M. Strub. 2008. Generalized algebraic difference approach derivation of dynamic site equations with polymorphism and variables asymptotes from exponential and logarithmic functions. *Forest Science* 54(3): 303-315.
- Clutter, J., J. Forston, L. Pienaar, G. Brister and R. Bailey. 1983. *Timber management: a quantitative approach*. John Wiley and Sons Inc. New York, NY, USA. 331 p.
- Daniel, T. W., J. A. Helms y F. S. Baker. 1982. *Principios de silvicultura*. Litográfica Ingramex, S. A. México, D. F., México. 492 p.
- Diéguez A., U., H. E. Burkhart and R. L. Amateis. 2006. Dynamic site model for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) Plantations in the United States. *Forest Science* 52(3): 262-272.
- García, O. 2006. Site index: concepts and methods. In: Cieszewski, C. J. and M. Strub. (eds). *Second International Conference on Forest Measurements and Quantitative Methods and Management*. Warnell School of Forestry and Natural Resources. University of Georgia. Athens, GA, USA. pp. 275-283.

Acknowledgements

The authors wish to express their appreciation to the *Dirección General de Educación Superior Tecnológica* (DGEST) (General Directorate of Higher Technological Education, DGEST) for the "Movilidad Nacional de Posgrado" (National Graduate Mobility)" grant awarded to the first author. And to the *El Balcón ejido, Ajuchitlán del Progreso municipality, Guerrero State, Mexico* for its good will to let the collection of field data.

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interest.

Contribution by author

Miguel Ángel González Méndez: data analysis, model fit, elaboration and review of the manuscript; Francisco Cruz Cobos: data analysis, model fit, elaboration and review of the manuscript; Gerónimo Quiñonez Barraza: data analysis, model fit, elaboration and review of the manuscript; Benedicto Vargas Larreta: data analysis, model fitt, elaboration and review of the manuscript; Juan Abel Nájera Luna: data analysis, model fit, elaboration and review of the manuscript.

End of the English version



- Goelz, J. C. G. and T. E. Burk. 1992. Development of a well-behaved site index equation: jack pine in north central Ontario. *Canadian Journal of Forest Research* 22: 776-784.
- Hossfeld J., W. 1922. *Mathematik für Forstmänner, Ökonomen und Cameralisten*. Gotha, Thüringen, Deutschland. 310 p.
- Huang, S. 1999. Development of compatible height and site index models for young and mature stands within an ecosystem-based management framework. In: Amaro, A. and M. Tomé (eds). *Empirical and process-based models for forest tree and stand growth simulation*. Edições Salamandra-Novas Tecnologias. Lisbon, Portugal. pp. 61-98.
- Krumland, B. and H. Eng. 2005. Site index systems for major young-growth forest and woodland species in northern California. California Department Forestry and Fire Protection. Davis, CA, USA. California Forestry Report Num. 4. 220 p.
- López S., C. A., J. G. Álvarez G., U. Diéguez A. and R. Rodríguez S. 2015. Modelling dominant height growth in plantations of *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco in Spain. *Southern Forests: a Journal of Forest Science* 77(4): 315-319.
- López U., J. 2002. *Pinus pseudostrobus* Lindl. In: Vozzo A., J. A. (ed). *Tropical Tree Seed Manual*. USDA Forest Service. Washington, DC, USA. pp. 636-638.
- Lundqvist, B. 1957. On the height growth in cultivated stands of pine and spruce in northern Sweden. *Medd Fran Statens Skogforsk Band* 47(2): 1-64.
- Martín B., D., G. Gea I., M. Del Río and I. Cañellas. 2008. Long-term trends in dominant-height growth of black pine using dynamic models. *Forest Ecology and Management* 256: 1230-1238.
- Mora, F. y V. Meza. 2003. Comparación del crecimiento en altura de la teca (*Tectona grandis*) en Costa Rica con otros trabajos previos y con otras regiones del mundo. Seminario y Grupo de Discusión Virtual en Teca. Heredia, Costa Rica. www.una.ac.cr/inisefor (3 de julio de 2016).

- Parresol, B. R. and J. S. Vissage. 1998. White pine site index for southern forest survey. Res. Pap. SRS-10. US Department of Agriculture, Forest Service, Southern Research Station, Asheville, NC, USA. 8 p.
- Quiñonez B., G., H. M. De los Santos P., F. Cruz C., A. Velázquez M., G. Ángeles P. y G. Ramírez V. 2015. Índice de sitio con polimorfismo complejo para masas forestales de Durango, México. *Agrociencia* 49(4): 439-454.
- Richards, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany* 10(2): 290-301.
- Rodríguez C., A., F. Cruz C., B. Vargas L. y F. J. Hernández. 2015. Modelo compatible de altura dominante-índice de sitio para táscate (*Juniperus deppeana* Steud.). *Revista Chapingo. Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 21(1): 97-108.
- Statistical Analysis System Institute Inc. (SAS). 2004. SAS/ETS User's Guide, 9.1. Version. Cary, NC, USA. 1315 p.
- Sharma, R. P., A. Brunner, T. Eid and B. H. Øyen 2011. Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *Forest Ecology and Management* 262(12): 2162-2175.
- Tait, D. E., C. J. Cieszewski and I. E. Bella. 1988. The stand dynamics of lodgepole pine. *Canadian Journal of Forest Research* 18(10): 1255-1260.
- Torres R., J. M., R. Moreno S. and M. A. Mendoza B. 2016. Sustainable forest management in Mexico. *Current Forestry Reports* 2(2): 93-105.
- Vanclay, J. 1994. Modelling forest growth and yield. applications to mixed tropical forests. CAB International. Wallingford, UK. 312 p.
- Vargas L., B., O. A. Aguirre C., J. J. Corral R., F. Crecente C., y U. Diéguez A. 2013. Modelos de crecimiento en altura dominante e índice de sitio para *Pinus pseudostrabus* Lindl. en el noreste de México. *Agrociencia* 33(1): 91-106.
- Vargas L., B., J. G. Álvarez G., J. J. Corral R. y O. A. Aguirre C. 2010. Construcción de curvas dinámicas de índice de sitio para *Pinus cooperi* Blanco. *Fitotecnia* 33(4): 344-351.
- West, P. W., D. A. Ratkowsky and A. W. Davis. 1984. Problems of hypothesis testing of regressions with multiple measurements from individual sampling units. *Forest Ecology and Management* 7(3): 207-224.
- Zimmerman, D. L. and V. Núñez A. 2001. Parametric modeling of growth curve data: an overview (with discussion). *Test* 10(1): 1-73.

