Revista Mexicana de Ciencias Forestales
Vol. 7 (35): 19-36

Artículo / Article

Precisión de los coeficientes y cocientes de forma en la estimación del volumen de *Pinus montezumae* Lamb.

Accuracy of form coefficients and quotients in estimating the volume of *Pinus montezumae* Lamb.

Guadalupe Geraldine García Espinoza[1], José Jesús García Magaña[2], Jonathan Hernández Ramos[3], Hipólito Jesús Muñoz Flores[4], Xavier García Cuevas[3] y Adrián Hernández Ramos[5]

Resumen

La determinación exacta del volumen es necesaria para la sostenibilidad de las masas forestales y fundamental para el manejo silvícola; además de que las variables empleadas para calcularlo cambian dinámicamente de dimensiones como producto de la manipulación de los bosques. El objetivo del estudio que se describe a continuación fue evaluar la precisión de siete coeficientes y cinco cocientes de forma para la estimación del volumen del tronco de árboles en pie de *Pinus montezumae*, en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Con el telerrelascopio de *Biitterlich* se midieron 245 árboles, se tomaron las alturas y los diámetros a distintas secciones desde la base, diámetro normal a 1.3 m y hasta la altura total. Con 161 muestras se generó una ecuación, cuyos volúmenes se compararon con los obtenidos al emplear coeficientes y cocientes de 84 árboles. Se calculó el sesgo y la diferencia agregada en porcentaje para ponderar la precisión de los métodos. De los coeficientes y cocientes de forma solo tres lograron lo requerido para la estimación confiable del volumen de árboles en pie: el coeficiente mórfico del tronco (0.52 %), el coeficiente mórfico del fuste a la altura total (0.85 %) y el coeficiente de *Pressler* (1.18 %). Los resultados indican que el uso de los coeficientes mórficos y los cocientes de forma dependen de la estructura del tronco, debido a que los cocientes estiman mejor las formas cónicas y neiloidicas, mientras que los coeficientes a los paraboloides.

Palabras clave: Cocientes de forma, coeficientes de forma, Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, modelos matemáticos, *Pinus montezumae* Lamb., volumen maderable.

Abstract

Accurate determination of timber volume is necessary for the sustainable forest management because silvicultural treatments promote changes on their mensuration characteristics. The aim of this study was to evaluate the accuracy of seven form coefficients and five quotients to estimate the stem volume of standing trees of *Pinus montezumae* Lamb. It was carried out in forests of *Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro; Michoacán* where sections diameters and lengths of 245 trees were measured with a Biitterlich relaskope. Volumes of coefficients and quotients were compared to calculated values of one generated equation. Of all coefficients and quotients tested, only three forms achieved the precision required: the morphic coefficient of the bole (0.52 %), the morphic coefficient of the bole to the total height (0.85 %) and Pressler coefficient (1.18 %). Results shows that the use of morphic coefficients and form quotiemts depends on the conformation of the bole of the species as quotients make a better estimation of the conic and neiloidic shapes while coefficients do for the paraboloids.

Key words: Form quotients, form coefficients, *Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro*, mathematical models, *Pinus montezumae* Lamb., timber volume.

Fecha de recepción/Received date: 9 de noviembre de 2015; Fecha de aceptación/Accepted date: 6 de febrero de 2016.

[1] Facultad de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma de Nuevo León, México. Correo-e: Iyera_1623@hotmail.com
[2] Facultad de Agrobiología Presidente Juárez-Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, México.
[3] Campo Experimental Chetumal-INIFAP, México.
[4] Campo Experimental Uruapan-INIFAP, México.
[5] Colegio de Postgraduados, México.

Introducción

La precisión en el cálculo del volumen de madera en pie es indispensable para el aprovechamiento forestal sustentable, para lo cual se debe disponer de herramientas que permitan obtener tal información de un árbol o de la masa de forma rápida y confiable, mediante variables sencillas de medir como el diámetro normal (*dn*) o la altura total (*h*) (Barrio *et al.*, 2004).

La evolución de los rodales en sus características dasométricas resultantes del manejo silvícola, modifica de manera proporcional la forma de los árboles, la calidad de la madera y la distribución de sus productos (Uranga *et al.*, 2015), que están intrínsecamente relacionadas con las condiciones de los sitios, la densidad y la posición social de cada individuo (Harold y Hocker, 1984). Por lo tanto, es importante la generación de nuevas tablas de volumen y factores de forma (*ff*) para evitar errores en la estimación de las existencias maderables, lo que altera los programas anuales de corta y, en general, la planeación y ejecución del manejo de los bosques (Carrillo *et al.*, 2004).

Un coeficiente mórfico o factor de forma se define como el cociente entre el volumen real del tronco y el volumen de un modelo que se toma como referencia y se distingue con la letra *f*; por su parte, un cociente de forma es la expresión entre dos diámetros medidos a alturas diferentes del tronco, un diámetro de referencia y otro a una altura superior, y se denotan con la letra *k* (Diéguez *et al.*, 2003; Prodan *et al.*, 1997).

En la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, desde 1983 se ha aplicado el manejo silvícola al bosque, mismo que junto con otros factores han modificado las características de las masas arboladas a lo largo del tiempo, lo que a su vez ha impactado en la forma de los árboles y la distribución de sus productos, como en casos observados por Van Laar y Akça (2007), Picard *et al.* (2012) y Uranga *et al.* (2015). Por lo citado, y debido a que autores como Santiago *et al.* (2013) señalan cambios en la producción y rendimiento de las masas forestales de acuerdo a la edad, se considera importante realizar nuevos estudios para calcular el volumen maderable con herramientas actualizadas. En virtud de la necesidad de contar con esta información, el objetivo del presente estudio fue evaluar la precisión de los coeficientes y cocientes de forma para la estimación del volumen del tronco de árboles en pie de *Pinus montezumae* Lamb., en bosques de la población referida.

Introduction

The accuracy in calculating the volume of standing timber is essential for sustainable forestry, for which there must be tools to obtain such information from a tree or mass quickly and reliably, by measuring variables easy to get as the normal diameter (dn) or the total height (h) (Barrio *et al.*, 2004).

The evolution of forest stands in their mensuration characteristics resulting from silvicultural management modifies in proportionally the shape of the trees, the wood quality and the distribution of its products (Uranga *et al.*, 2015), which are inherently related to site conditions, density and status of each individual (Harold and Hocker, 1984). Therefore, it is important to generate new volume tables and form factors (FF) to avoid errors in estimating timber stocks, disrupting the annual cutting programs and, in general, the planning and execution of forest management (Carrillo *et al.*, 2004).

A morphic coefficient or form factor is defined as the quotient between the actual volume of the trunk and the volume of a model that is taken as a reference and is highlighted with the letter *f*; meanwhile a quotient so is the expression between two diameters measured at different heights of the trunk, one reference diameter and another at a higher height and are denoted with the letter *k* (Diéguez *et al.*, 2003; Prodan *et al.*, 1997).

In the *Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán* State, a silvicultural management of the forest has been applied since 1983, which, along with other factors, have changed the characteristics of tree stands over time, which in turn has impacted the shape of the trees and the distribution of its products as in situations observed by Van Laar and Akça (2007), Picard *et al.* (2012) and Uranga *et al.* (2015). As quoted before and, because authors like Santiago *et al.* (2013) indicate changes in the production and yield of forest stands according to age, it is considered important to carry out new studies to estimate the timber volume with updated tools. Under the need for this information, the objective of this study was to evaluate the accuracy of the coefficients and quotients as a means to make the calculations of the volume of the trunk of standing trees of *Pinus montezumae* Lamb., in forests of the population referred.

Materiales y Métodos

Descripción del área de estudio

El estudio se desarrolló en la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán que posee una superficie de 18 138 ha y se ubica entre los 19°34' y 19°25' norte y 102°17' y 102°00' oeste. El clima es templado húmedo de tipo C(w_2), la temperatura media anual es de 18 °C y oscila entre -3 y 18 °C en el mes más frío. El promedio anual de precipitación es de 1 600 mm que se distribuye de junio a octubre. Los suelos son de origen volcánico y se clasifican en los tipos Andosol, Regosol y Feozems. La vegetación es propia del clima templado y en el componente arbóreo destacan *Pinus michoacana* Martínez, *P. montezumae*, *P. douglasiana* Martínez, *P. leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham., *P. pseudostrobus* Lindl., *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. *et* Cham. y *Quercus* spp. (Aguilar, 2008).

Muestreo y toma de datos

Selección y tamaño de la muestra. Se eligieron árboles sanos, de fuste recto y limpio, que no estuvieran aislados ni a las orillas del rodal. Para conocer el intervalo de las categorías diamétricas existentes, se realizó un muestreo preliminar de la masa. En la literatura se sugiere utilizar de 23 a 229 árboles para obtener tablas locales y regionales o una ecuación de volumen, (Da Cunha y Guimarães, 2009; Honorato, 2011). En este estudio se seleccionaron entre 8 y 16 árboles de cada categoría diamétrica, que se denominaron "árboles tipo"; se trabajó con un total de 245 ejemplares, de los cuales se consideraron 161 para generar una ecuación de volumen y 84 muestras para calcular los coeficientes y cocientes de forma.

Medición de las variables. Los diámetros de la base, del tocón y a la altura de 1.3 m en el fuste se midieron con una forcípula (*Haglöf Mantax Blue* de 80 cm); la altura total y los diámetros a diferentes alturas, con el telerrelascopio de *Bitterlich*® (Pat. No. 172305). Los volúmenes por troza correspondientes a diferentes secciones del tronco se calcularon con la fórmula de *Smalian*, y la punta con la del cono (Cuadro 1). El volumen fustal (VFU), mediante la suma del volumen de todas las secciones del árbol.

Materials and Methods

Description of the study area

The area where the study was carried out belongs to the *Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán* State that has an area of 18 138 hectares and is located between 19°34' and 19°25' north and 102°17' and 102°00' west. The climate is of the temperate humid type C (w_2), the average annual temperature is 18 °C and ranges from -3 to 18 °C in the coldest month. The average annual rainfall is 1 600 mm distributed from June to October. Soils are of volcanic origin and are classified into the Andosol, Regosol and Feozems types. Vegetation is proper to the temperate climate and the tree component includes *Pinus michoacana* Martínez, *P. montezumae*, *P. douglasiana* Martínez, *P. leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham., *P. pseudostrobus* Lindl., *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. *et* Cham. and *Quercus* spp. (Aguilar, 2008).

Sampling and data collection

Choice and sample size. Healthy trees, with straight and clear bole were chosen, which were not isolated or on the edge of the stand. A preliminary sampling of the mass was performed to determine the range of the existing diametric categories. In literature it is suggested between 23 and 229 trees for local and regional tables or for an equation of volume (Da Cunha and Guimarães, 2009; Honorato, 2011). Between 8 and 16 trees in each diameter category were selected, which were referred to as "type trees"; a total of 245 trees were used, from which 161 were taken to generate an equation of volume and 84 samples to calculate the morphic coefficients and quotients.

Measurement of variables. The diameters of the base, stump height and 1.3 m in the shaft were measured with a caliper (Haglöf Mantax Blue 80 cm), the total height and diameters at different heights with a Bitterlich relascope™ (Pat. No. 172305). The volumes corresponding to different sections of the trunk were calculated with the Smalian formula and the tip with that of the cone (Table 1). The stem volume (VFU, from its acronym in Spanish), by adding the volume of all sections of the tree.

Cuadro 1. Expresiones para el cálculo del volumen de las secciones del tronco.

Sección	Ecuación
Volumen de tocón	$V_{tocón} = (ab_t) * 0.30$
Volumen por troza	$V_{sección} = \left(\frac{ab_0 + ab_1}{2}\right) LS$
Volumen de punta	$V_{punta} = \left(\frac{(ab_n)\, LP}{3}\right)$

Donde:

ab_t = Área basal del tocón (m^2)
ab_0 = Área basal de la sección mayor (m^2)
ab_1 = Área basal de la sección menor (m^2)
ab_n = Área de la base de la punta (m^2)
LS = Longitud de troza o sección (m)
LP = Longitud de punta (m)

Cálculo de los coeficientes mórficos (*f*) y cocientes de forma (*k*)

Para facilitar la identificación de las partes de los árboles se denominó "tronco" al eje central del árbol y "fuste" a la longitud del eje hasta la punta delgada de 10 cm (Diéguez *et al.*, 2003). Con el volumen de cada individuo se determinaron los coeficientes mórficos y los cocientes de forma, con las ecuaciones indicadas en el Cuadro 2.

Análisis estadístico

Detección de datos atípicos. Con el paquete *Statgraphics Centurion*® y la opción "Mejorar-Análisis de regresión-Varios factores-Regresión múltiple" (Statpoint, 2005), se detectaron los datos atípicos que influyeron negativamente en el ajuste de las ecuaciones. Se eliminaron las observaciones con residuos estudentizados > 2 en valor absoluto, con la expresión siguiente:

$$RStudent = r_i / (s(i)\sqrt{1-h_i}$$

Si *RStudent* ≤ 2, evaluar si es mayor a 2 y en su caso eliminar la observación.

Table 1. Expressions for calculating the volume of the trunk sections.

Section	Equation
Stump volume	$V_{stump} = (ab_t) * 0.30$
Log volumen	$V_{log} = \left(\frac{ab_0 + ab_1}{2}\right) LS$
Tip volume	$V_{tip} = \left(\frac{(ab_n)\, LP}{3}\right)$

Where:

ab_t = Basal area of the stump (m^2)
ab_0 = Basal area of the largest section (m^2)
ab_1 = Basal area of the smallest section (m^2)
ab_n = Area of the basis of the tip (m^2)
LS = Length of the log or section (m)
LP = Length of the tip (m)

Calculation of the morphic coeficients (*f*) and shape quotients (*k*)

In order to make the identification of the trees easier, the central axis was named "trunk" and "bole" the length of the axis up to the thin tip of 10 cm (Diéguez *et al.*, 2003). The calculation of the morphic coeficients and shape quotients was made with the volume of each tree with the equations shown in Table 2.

Statistical analysis

Detecting outliers. With the Statgraphics Centurion package and the "Improve-Regression Analysis Multiple Regression -Several factors" (StatPoint, 2005), outliers that negatively influenced the adjustment equations were detected. The comments were removed with Studentized >2 residues in absolute value, with the following expression:

$$RStudent = r_i / (s(i)\sqrt{1-h_i}$$

If RStudent ≤ 2, assess if it is greater than 2 and in such a case, eliminate observations.

Cuadro 2. Ecuaciones y notación de los coeficientes y cocientes de forma evaluados para estimar el volumen de árboles en pie de *Pinus montezumae* Lamb.

Coeficientes (*f*) y Cocientes de forma (*k*)	Ecuación	Notación
Coeficiente mórfico del tronco	$f = \frac{V}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h}$	d = Diámetro normal a 1.3 sobre el nivel del suelo (m)
Coeficiente mórfico del fuste a la altura total	$fx = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h}$	d_0 = Diámetro de la sección basal del árbol
Coeficiente mórfico del fuste a la altura del fuste	$fxhx = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot hx}$	$d_{0.1h}$ = Diámetro del tronco a un 10 % de la altura total
Coeficiente referido a la sección basal	$f_0 = \frac{V}{\frac{\pi}{4} \cdot d_0^2 \cdot h}$	$d_{0.3h}$ = Diámetro a 30 % de la altura total
Coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el tronco	$f_{0.1.h} = \frac{V}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{0.1h}^2 \cdot h}$	$d_{0.5h}$ = Diámetro a 50 % de la altura total
Coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el fuste a la altura total	$fx_{0.1.h} = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{0.1h}^2 \cdot h}$	d_5 = Diámetro a 5 m sobre el nivel del suelo
Coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el fuste a la altura del fuste	$fx_{0.1.Hhx} = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{0.1h}^2 \cdot hx}$	h = Altura total (m)
Coeficiente mórfico de *Pressler*	$fP = \frac{\frac{2}{3} \cdot hP}{h}$	hx = Altura del fuste en punta delgada (10 cm)
Cociente de forma normal de *Schiffel*	$K = \frac{d_{0.5h}}{d}$	hP = La altura de *Pressler* es la altura en la que se ubica el diámetro que corresponde a la mitad del diámetro normal
Cociente de forma normal de *Pollanschütz*	$K = \frac{d_{0.3h}}{d}$	Vx = Volumen del fuste hasta un determinado diámetro en punta delgada x (10 cm) (Prodan, 1997; Diéguez *et al.*, 2003)
Cociente de forma absoluto de *Johnson*	$K_j = \frac{d_{0.5(h-1.3)}}{d}$	
Cociente de forma de *Gierunszinski*	$K_{GIC} = \frac{(d_{0.5})^2}{d}$	
Cociente de forma de *Zimmerle*	$K_z = \frac{d_5}{d}$	

Table 2. Equations and notation of the coefficients and quotients evaluated to estimate the volume of standing *Pinus montezumae* Lamb. trees.

Morphic coefficients (*f*) and quotients (*k*)	Equation	Notation
Morphic coefficient of the trunk	$f = \frac{V}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h}$	d = Normal diameter at 1.3 over the ground (m)
Morphic coefficient of the bole at total height	$fx = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h}$	d_0 = Diameter of the basal section of the tree
Morphic coefficient of the bole at the height of the bole	$fxhx = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot hx}$	$d_{0.1h}$ = Diameter of the trunk at 10 % of the total height
Referred coefficient to the basal section	$f_0 = \frac{V}{\frac{\pi}{4} \cdot d_0^2 \cdot h}$	$d_{0.3h}$ = Diameter at 30 % of the total height
Hohendahl's morphic coefficient for the trunk	$f_{0.1.h} = \frac{V}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{0.1h}^2 \cdot h}$	$d_{0.5h}$ = Diameter at 50 % of the total height.
Hohendahl's morphic coefficient for the bole at total height	$fx_{0.1.h} = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{0.1h}^2 \cdot h}$	d_5 = Diameter at 5 m over the level of the ground
Hohendahl's morphic coefficient for the bole at the height of the bole	$fx_{0.1.hhx} = \frac{Vx}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{0.1h}^2 \cdot hx}$	h = Total height (m)
Pressler's morphic coefficient	$fP = \frac{\frac{2}{3} \cdot hP}{h}$	hx = Height of the bole at the thin tip (10 cm)
Schiffel's coefficient of normal shape	$K = \frac{d_{0.5h}}{d}$	hP = Pressler's height is the height of half of the normal diameter.
Pollanschütz's quotient of normal shape	$K = \frac{d_{0.3h}}{d}$	Vx = Volume of the bole up to certain diameter in an x thin tip (10 cm) (Prodan, 1997; Diéguez *et al.*, 2003)
Johnson's quotient of absolute shape	$K_j = \frac{d_{0.5(h-1.3)}}{d}$	
Gierunszinski's quotient of shape	$K_{GIC} = \frac{(d_{0.5})^2}{d}$	
Zimmerle's quotient of shape	$K_z = \frac{d_5}{d}$	

Cuadro 3. Modelos matemáticos empleados para estimar el volumen de *Pinus montezumae* Lamb.

Modelo	Forma no lineal	Forma lineal
Schumacher-Hall	$VFU = ad^b\ h^c$	$lnVFU = lna + b\ lnd + c\ ln\ h$
Thornber	$VFU = a\ (h/d)^b\ (d^2\ h)$	$lnVFU = ln\ a + b\ lnd(h/d) + ln(d^2h)$
Spurr con Variable Combinada Aritmética	$VFU = a\ (d^2h)^b$	$VFU = ln\ a + b\ ln(d^2h)$
Spurr con Variable Combinada Logarítmica	$VFU = a\ (d^2h)^b$	$VFU = ln\ a + b\ ln(d^2h)$
Korsun	$VFU = a\ (d+1)^b h^c$	$VFU = ln\ a + b\ ln(d+1) + c\ ln\ h$

Table 3. Mathematical models used to estimate the volume of *Pinus montezumae* Lamb.

Model	Non-linear form	Linear form
Schumacher-Hall	$VFU = ad^b\ h^c$	$lnVFU = lna + b\ lnd + c\ ln\ h$
Thornber	$VFU = a\ (h/d)^b\ (d^2\ h)$	$lnVFU = ln\ a + b\ lnd(h/d) + ln(d^2h)$
Spurr with Arithmetic Combined Variable	$VFU = a\ (d^2h)^b$	$VFU = ln\ a + b\ ln(d^2h)$
Spurr Logarithmic Combined Variable	$VFU = a\ (d^2h)^b$	$VFU = ln\ a + b\ ln(d^2h)$
Korsun	$VFU = a\ (d+1)^b h^c$	$VFU = ln\ a + b\ ln(d+1) + c\ ln\ h$

Análisis de correlación y regresión. Se ajustaron modelos matemáticos para predecir el volumen de los árboles en pie, con el paquete estadístico SAS v. 9 (SAS, 2009). En el ajuste se emplearon los modelos de *Schumacher-Hall*, *Thornber*, *Spurr* con Variable Combinada Aritmética, *Spurr* con Variable Combinada Logarítmica y *Korsun* (Cuadro 3); se compararon los estadísticos: cuadrado medio del error (CME), Coeficiente de determinación ajustado (R^2ajustado) y la significancia del modelo mediante F calculada y de los parámetros obtenidos. Además, se analizó de forma gráfica la dispersión de los residuales, la autocorrelación de los errores mediante la prueba de *Durbin-Watson* y la normalidad de los datos con la prueba de *Shapiro-Wilk*.

Correlation and regression analysis. Mathematical models were fitted to predict the volume of standing trees, with the SAS v. 9 statistical package (SAS, 2009). In the adjustment, the following models, Schumacher-Hall, Thornber, Spurr with Arithmetic Combined Variable, Spurr with Logarithmic Combined Variable and Korsun (Table 3) were used; these statistics were compared: mean error (CME) square, fitted coefficient of determination (fitted R^2) and the significance of the model by calculated F and the parameters obtained. In addition, the dispersion of the residuals, the autocorrelation of errors by the Durbin-Watson and data normality with Shapiro-Wilk test were graphically analyzed.

Los volúmenes calculados mediante la ecuación de mejor ajuste se contrastaron con los volúmenes obtenidos con cada uno de los coeficientes y/o cocientes de forma, y se evaluaron mediante las desviaciones expresadas en términos de la Diferencia Agregada (DA) en porcentaje. La regla de decisión planteada fue: el volumen determinado por los coeficientes y/o cocientes de forma con DA cercano a 1 % se pueden utilizar de modo confiable; asimismo, se consideró el intervalo y la desviación estándar de las observaciones. Con base en los trabajos de Romahn *et al.* (1994) y Fonseca *et al.* (2009), la expresión para la Desviación Agregada es:

$$DA\% = \frac{(\sum Vc - \sum Vr)}{\sum Vc} \times 100$$

Donde:

DA = Diferencia agregada en porcentaje
$\sum Vc$ = Sumatoria de los volúmenes calculados o estimados
$\sum Vr$ = Sumatoria de los volúmenes reales

The volumes that were calculated with the best fit equation were compared with the volumes obtained with each of the morphic coefficients and / or quotients of shape, and evaluated by the deviations expressed in terms of the Aggregate Difference (DA, for its acronym in Spanish) as a percentage. The decision rule was: the volume that came from the form coefficients or quotients with DA close to 1 % can be used reliably; also the range and standard deviation of the observations was considered. Based on the works of Romahn *et al.* (1994) and Fonseca *et al.* (2009), the expression to calculate the Aggregate Deviation is:

$$DA\% = \frac{(\sum Vc - \sum Vr)}{\sum Vc} \times 100$$

Where:

DA = Aggregate Difference in percentage
$\sum Vc$ = Sum of the calculated or estimated volumes
$\sum Vr$ = Sum of the real volumes

Resultados y Discusión

Tamaño de muestra. Para la ecuación de volumen, el tamaño final de la muestra después de eliminar los datos atípicos fue de 157 árboles y 84 para el cálculo de los coeficientes y cocientes de forma. Algunos autores emplean diferente número de muestras para la construcción de modelos de volumen, entre ellos García *et al.* (2012), quienes para *P. michoacana* y *P. michoacana* var. *cornuta* Martínez emplearon 207 y 220 árboles, respectivamente; Lores *et al.* (2010) trabajaron con 23 muestras de *Calophyllum brasilense* Cambess, y Montes de Oca *et al.* (2009) con 124 árboles de *Pinus duranguensis* Martínez. La muestra utilizada para generar, tanto la ecuación de volumen como los factores de forma cumple para obtener resultados confiables.

Análisis de regresión y correlación. Los modelos de *Schumacher-Hall* y *Thornber* presentaron valores bajos en el CME. El valor de probabilidad es significativo (Pr <0001) para todos los modelos, además la explicación de la muestra, por ellos, es superior a 99 %. El análisis de regresión y los indicadores estadísticos de bondad de ajuste se muestran en el Cuadro 4.

Results and Discussion

Sample size. For the volume equation, the final size of the sample after removing outliers, trees was 157 and for calculating the morphic coefficients and quotients 84 were used. Some authors take different number of samples for building volume models, including García *et al.* (2012) who used 207 *P. michoacana* and 220 *P. michoacana* var. *cornuta* Martínez; Lores *et al.* (2010) worked with 23 samples of *Calophyllum brasilense* Cambess and Montes de Oca *et al.* (2009) with 124 trees of *Pinus duranguensis* Martínez. The sample used to generate both, the volume equation as well as the form factors, complies to support reliable results.

Regression analysis and correlation. The Schumacher-Hall and Thornber models had low values in the mean squared error (MSE) (CME, for its acronym in Spanish). The probability value is significant (Pr <0001) for all models as well as the explanation of the sample by them that exceeds 99 %. The results of the regression analysis and statistical indicators of goodness of fit are presented in Table 4.

Cuadro 4. Resumen de resultados de los estadísticos de cada modelo probado.

Modelo	GL	CME	F calculada	Probabilidad	R^2 Ajustado
Schumacher-Hall	156	0.00048738	236450	0.0001	0.9997
Thornber	156	0.00048738	236450	0.0001	0.9997
Korsun	156	0.00048801	236142	0.0001	0.9997
Spurr con Variable Combinada Logarítmica	156	0.00052355	440216	0.0001	0.9996
Spurr con Variable Combinada Aritmética	156	0.00342	202255	0.0001	0.9992

GL = Grados de libertad; CME = Cuadrado medio del error.

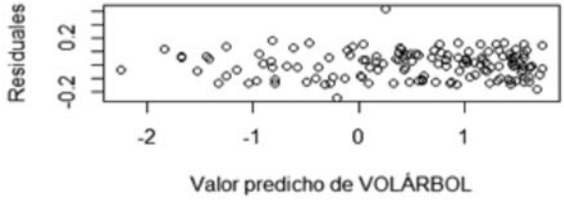
Table 4. Summary of statistical results of each tested model.

Model	GL	CME	Calculated F	Probability	Fitted R^2
Schumacher-Hall	156	0.00048738	236450	0.0001	0.9997
Thornber	156	0.00048738	236450	0.0001	0.9997
Korsun	156	0.00048801	236142	0.0001	0.9997
Spurr with Logarithmic Combined Variable	156	0.00052355	440216	0.0001	0.9996
Spurr with Arithmetic Combined Variable	156	0.00342	202255	0.0001	0.9992

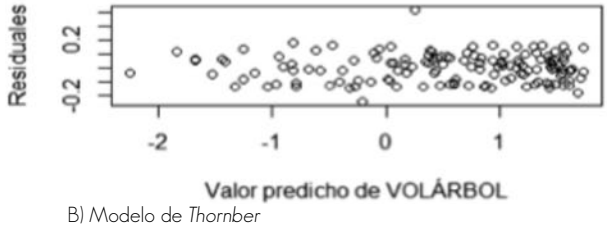
GL = Degrees of freedom; CME = Mean squared error.

Distribución gráfica de residuales. Se llevó a cabo el análisis de la distribución de los residuales de los mejores modelos, para determinar la no existencia de multicolinealidad; que los errores no estén correlacionados, que se distribuyan normalmente, y que el error tenga varianza uniforme (Alder, 1980; Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha y Guimarães, 2009); además de examinar, visualmente, la forma de las relaciones y corroborar su homocedasticidad o heterocedasticidad (Prodan *et al.*, 1997). El análisis resultó sin tendencias (Figura 1).

Graphical distribution of residuals. The analysis of distribution of the residuals of the best models to determine the nonexistence of collinearity was performed, that the errors are uncorrelated, that they are normally distributed and that error has a uniform variance (Alder, 1980; Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha and Guimarães, 2009); in addition to visually examine how relationships work and to corroborate their homocedasticity or heteroscedasticity (Prodan *et al.*, 1997); the analysis revealed no trends (Figure 1).



A) Modelo de *Schumacher-Hall*



B) Modelo de *Thornber*

Figura 1. Distribución de los residuales.
Figure 1. Distribution of residuals.

Los modelos de *Schumacher-Hall* y de *Thornber* revelaron resultados estadísticos y gráficas de residuales similares; se prefirió el primero por la parsimonia del mismo, mayor facilidad de cálculo y por ser el más empleado en bosques de coníferas.

The Schumacher-Hall and Thornber Models revealed statistical and graphical results of similar residuals; the first was preferred by the parsimony of it, easier calculations and for being the most used in coniferous forests.

Validación del modelo *Schumacher-Hall*. En el Cuadro 5 se reúnen los estadísticos de *Durbin-Watson* y de *Shapiro-Wilk*, así como la significancia de los parámetros β_0, β_1 y β_2 del ajuste estadístico.

Validation of the Schumacher-Hall model. In Table 5 are the results of the Durbin-Watson and Shapiro-Wilk statistics and the significance of the β_0, β_1 and β_2 parameters from the statistical fit.

Cuadro 5. Estadísticos de validación del modelo de *Schumacher-Hall*.

Durbin-Watson	*Shapiro-Wilk*	β_0			β_1			β_2		
		Coeficiente	Valor t	Probabilidad de t	Coeficiente	Valor t	Probabilidad de t	Coeficiente	Valor T	Probabilidad de t
1.956	0.995111	-9.74714	-615.31	<0.0001	1.96205	259.24	<0.0001	0.93483	96.82	<0.0001

Table 5. Validation statistics of the Schumacher-Hall model.

Durbin-Watson	Shapiro-Wilk	β_0			β_1			β_2		
		Coefficient	t Value	t Probability	Coefficient	t Value	t Probabilty	Coefficient	t Value	t Probability
1.956	0.995111	-9.74714	-615.31	<0.0001	1.96205	259.24	<0.0001	0.93483	96.82	<0.0001

El estadístico de *Durbin-Watson* (DW) señala que no existe autocorrelación de los errores, porque presenta un valor de 1.96, en el cual los residuos son independientes; el estadístico de *Shapiro-Wilk*, con 0.995111 indica que no se viola el supuesto de normalidad de los errores, ya que la probabilidad de rechazo es menor a 0.05 y es significativa (Martínez *et al.*, 2006; Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha y Guimarães, 2009); por lo que se asume que la muestra procede de una población que sigue una distribución normal; en el Cuadro 2 se observa que los coeficientes β_0, β_1 y β_2 son significativos ($p>F$ = <0.0001). La ecuación generada con el modelo de *Schumacher-Hall* fue la siguiente:

$$V=0.0000584616\ D^{1.96205}\ H^{0.93483}$$

Evaluación de los coeficientes y cocientes de forma. Con el volumen de los 84 árboles destinados *ex-professo* para calcular los coeficientes y cocientes de interés, se obtuvo un promedio, cuyos resultados se listan en el Cuadro 6.

The Durbin-Watson (DW) statistic points out that there is no autocorrelation of errors, because it has a value of 1.96 in which residues are independent; the Shapiro-Wilk statistic with 0.995111 indicates that the assumption of normality of errors is not violated because the probability of rejection is less than 0.05 and is significant (Martínez *et al.*, 2006; Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha and Guimarães, 2009) so it is assumed that the sample comes from a population that follows a normal distribution; Table 2 shows that the coefficients β_0, β_1 and β_2 are significant ($p>$ F = <0.0001). The equation generated with the model of Schumacher-Hall was:

$$V=0.0000584616\ D^{1.96205}\ H^{0.93483}$$

Assessment of the morphic coefficients and quotients. With the volume of the 84 trees set aside for in particular to make the calculation of the coefficients and quotients involved, an average resulted, which is ordered in Table 6.

Cuadro 6. Valores promedio de los coeficientes y cocientes de forma.

Coeficientes o cocientes de forma	Intervalo	Promedios
Coeficiente mórfico del tronco	0.458-0.629	0.525
Coeficiente mórfico del fuste a la altura total	0.353-0.561	0.557
Coeficiente mórfico del fuste a la altura del fuste	0.456-0.627	0.601
Coeficiente mórfico referido a la sección basal	0.362-0.465	0.460
Coeficiente mórfico *Hohendahl* para el tronco	0.497-0.653	0.561
Coeficiente mórfico *Hohendahl* para el fuste a la altura total	0.330-0.634	0.587
Coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el fuste a la altura del fuste	0.495-0.853	0.639
Coeficiente mórfico de *Pressler*	0.448-0.606	0.511
Cociente de forma de *Schiffel*	0.531-0.928	0.718

Continúa Cuadro 6...

Continúa Cuadro 6...

Coeficientes o cocientes de forma	Intervalo	Promedios
Cociente de forma de *Pollanschütz*	0.717-0.951	0.831
Cociente de forma de *Johnson*	0.551-0.964	0.736
Cociente de forma de *Zimmerle*	0.757-0.979	0.883
Cociente de forma de *Gieruszinski*	0.049-1.150	0.581

Table 6. Average values of the morphic coefficients and quotients.

Morphic coefficients and quotients	Range	Average
Morphic coefficient of the trunk	0.458-0.629	0.525
Morphic coefficient of the bole at total height	0.353-0.561	0.557
Morphic coefficient of the bole at the height of the bole	0.456-0.627	0.601
Referred coefficient to the basal section	0.362-0.465	0.460
Hohendahl's morphic coefficient for the trunk	0.497-0.653	0.561
Hohendahl's morphic coefficient for the bole at total height	0.330-0.634	0.587
Hohendahl's morphic coefficient for the bole at the height of the bole	0.495-0.853	0.639
Pressler's morphic coefficient	0.448-0.606	0.511
Schiffel's morphic quotient	0.531-0.928	0.718
Pollanschütz morphic quotient	0.717-0.951	0.831
Johnson's morphic quotient	0.551-0.964	0.736
Zimmerle's morphic quotient	0.757-0.979	0.883
Gieruszinski's morphic quotient	0.049-1.150	0.581

El valor del coeficiente mórfico del tronco varía entre 0 y 1, puesto que el volumen de cualquier tipo dendrométrico por si solo, o de una combinación de varios, es siempre menor o igual que el volumen del cilindro (Diéguez *et al.*, 2003). El valor obtenido en este estudio para *Pinus montezumae* fue de 0.525, sin embargo es superior al de Uranga *et al.* (2015), cuya cifra se ubicó en el intervalo de 0.44 a 0.50 para *P. patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. en tres regiones de México.

El coeficiente mórfico del fuste a la altura total es el más utilizado, cuando se pretende estimar el volumen fustal; el inconveniente es que su valor no tiene límite superior marcado; es decir, puede ser >1, porque se comparan los volúmenes de dos cuerpos de diferente altura, aunque en todo caso, siempre es < 1 para los tipos dendrométricos clásicos (Diéguez *et al.*, 2003); para *P. montezumae* el valor promedio fue de 0.557.

Para el coeficiente mórfico del fuste a la altura del fuste, se tiene la ventaja de que se contrastan los volúmenes de dos cuerpos de igual altura, por lo cual el valor límite superior = 1 (Diéguez *et al.*, 2003); el valor promedio en este estudio fue de 0.601.

The value of the morphic coefficient of the trunk varies between 0 and 1 as the volume of any dendrometric type alone, or a combination of several, is always less than or equal to the volume of the cylinder (Diéguez *et al.*, 2003). The value obtained in this study was 0.525 for *Pinus montezumae*, however it is higher than that of Uranga *et al.* (2015) whose value varied between 0.44 and 0.50 for *P. patula* Schiede ex Schltdl. & Cham. in three regions of Mexico.

The morphic coefficient of the bole at the total height is the most used when trying to estimate the stem volume; however, is that its value has no upper limit set, which is rather inconvenient; that is, it can be > 1, as the volumes of two bodies of different heights are compared, but in any case, it is always <1 for classic dendrometric types (Dieguez *et al.*, 2003); for *P. montezumae* the average value was 0.557.

For the morphic coefficient of the bole at the height of the bole, the advantage is that the volumes of two bodies of equal height, are compared, whereby the upper limit value = 1 (Diéguez *et al.*, 2003); the average value in this study was 0.601.

The morphic coefficient referred to the basal section is rarely used due to irregularities at the trunk base. Those corresponding

El coeficiente mórfico referido a la sección basal apenas se utiliza, debido a las irregularidades propias de la base del tronco. Los correspondientes a las secciones fijas tienen el inconveniente de que para árboles de igual forma; esto es, para árboles que disminuyen en igual proporción a lo largo del eje longitudinal, pueden dar valores distintos y viceversa; para individuos con forma irregular es factible que tengan el mismo valor del coeficiente mórfico (Diéguez *et al.*, 2003). El promedio calculado para *P. montezumae* fue de 0.460.

Los factores de forma falsos no son cabalmente comparables, porque no permiten una representación directa de la forma geométrica del fuste debido a su referencia al *d*, y contienen un elemento distorsionante (Prodan *et al.*, 1997).

Dos árboles con la misma forma tienen igual coeficiente mórfico referido a una sección relativa (no fija); por lo tanto, son más descriptivos de su forma que los coeficientes mórficos artificiales. Los valores para los coeficientes de *Hohendahl* para los tipos dendrométricos clásicos fueron: cilindro (1), paraboloide (0.556), cono (0.411) y neiloide (0.343) (Diéguez *et al.*, 2003). Sobresale el método de *Hohendahl* porque conduce a un factor de forma natural, a través de la medición de dos diámetros del fuste siempre en términos relativos, o que permite ser comparable en cualquiera de las condiciones dimensionales del tronco. El resultado del promedio del coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el tronco fue de 0.561, con el fuste a la altura total, 0.587 y el del fuste a la altura del mismo, 0.639; al contrastar estos tres valores con los sugeridos por el autor para los tipos dendrométricos mencionados anteriormente, la forma del tronco de *P. montezumae* se asemeja a un paraboloide.

Al aplicar la fórmula de *Pressler* para los tipos dendrométricos, los datos generados fueron los siguientes: paraboloide, 0.500; cono, 0.333 y neiloide, 0.247 (Diéguez *et al.*, 2003); el promedio en el presente trabajo es de 0.511, valor que confirma el tipo paraboloide del tronco de *P. montezumae*; en los primeros dos, se obtienen volúmenes exactos y en el caso del neiloide arroja valores ligeramente inferiores a los reales (98.6 %); sin embargo, se plantean dudas sobre su fiabilidad y aplicabilidad cuando se pasa del concepto de sólidos geométricos al de troncos reales de árboles (López, 2005).

El inconveniente de los cocientes de *Schiffel* y *Pollanchütz* es que carecen de un valor límite superior, por lo que es posible rebasar la cifra = 1, ya que, si la altura del árbol es inferior a 2.06 m o de 4.33 m respectivamente, la parte en la que se mide el diámetro del numerador está por debajo de la altura normal, y por lo tanto, el cociente puede ser >1. La desventaja frente al factor de forma normal de *Schiffel* radica en que no aporta información sobre el volumen bajo el diámetro normal (Diéguez *et al.*, 2003). El promedio del cociente de forma de *Schiffel* obtenido para *P. montezumae* fue de 0.718. Los valores de los cocientes de forma de *Pollanchütz* para los tipos dendrométricos

to the fixed sections have the disadvantage that for trees of equal shape, that is, trees which decrease in the same proportion along the longitudinal axis, can give different values and vice versa, trees with different shape can have the same morphic coefficient value (Diéguez *et al.*, 2003). The calculated average for *P. montezumae* is 0.460.

False morphic factors are not fully comparable as they do not allow a direct representation of the geometrical shape of the bole due to its reference to *d*, and contain a distorting element (Prodan *et al.*, 1997).

Two trees with the same shape have equal referred morphic coefficient to a relative (not fixed) section; therefore, they are more descriptive of their form than artificial coefficients. The values for Hohendahl's coefficients for classic dendrometric types were: cylinder (1), paraboloid (0.556), cone (0.411) and neiloide (0.343) (Diéguez *et al.*, 2003). Hohendahl's method outstands because it leads to a shape factor naturally by measuring two diameters of the bole always in relative terms, or allowing be comparable in any of the dimensional conditions of the trunk. The result of the average Hohendahl's morphic coefficient to the trunk was 0.561, with the bole to total height, 0.587 and of the bole to the height of it, 0.639; when comparing these three values with those suggested by this author for the dendrometric types mentioned above, the shape of the trunk of *P. montezumae* resembles a paraboloid.

When applying Pressler's formula for the dendrometric types, the generated data were the following: paraboloid, 0.500; cone, 0.333 and neiloide, 0.247 (Diéguez *et al.*, 2003); the average obtained in this work is 0.511, a value that confirms the type of paraboloid trunk of *P. montezumae*; in the first two, exact volumes are obtained and in the case of neiloide, it reveals slightly lower values than the real ones (98.6 %); however, doubts about their reliability and applicability arise when passing from the concept of geometric solids to real logs tree (López, 2005).

The handicap of Schiffel and Pollanchütz quotients is that they do not have an upper limit value, being able to exceed the cipher = 1, because if the tree height is less than 2.06 m or 4.33 m respectively, the part where the diameter of the numerator is measured is below the normal height, and therefore, the ratio can be > 1. The disadvantage compared to the normal Schiffel's form factor is that it does not provide information on the volume under the normal diameter (Diéguez *et al.*, 2003); the average form quotient of Schiffel obtained for *P. montezumae* was 0.718. The values from Pollanchütz morphic quotients for the dendrometric types were: paraboloid, 0.882: cone, 0.788, and neiloide, 0.686; in this study the average was 0.831, confirming the paraboloid shape of the trees (Prodan *et al.*, 1997).

fueron: paraboloide, 0.882: cono, 0.788 y neiloide, 0.686; en el presente trabajo el promedio fue de 0.831, lo que confirma la forma del arbolado tipo paraboloide (Prodan *et al.*, 1997).

El cociente de forma de *Johnson* representa de manera más precisa la forma del tronco que el cociente de forma normal de *Schiffel*, el cual tiene un valor máximo de uno que se alcanza cuando la altura del árbol es de 1.30 m, y en la mayoría de las especies su valor varía entre 0.6 y 0.8. Los valores del cociente de forma de *Johnson* para los tipos dendrométricos son: paraboloide (0.707), neiloide (0.354), cono (0.500) (Diéguez *et al.*, 2003), el promedio obtenido fue de 0.736 para *P. montezumae* que está dentro del intervalo de dominio de este cociente. El promedio del cociente de forma de *Gieruszinski* es de 0.581 y resultó ser el de menor valor de todos los cocientes evaluados.

Con *P. montezumae* de la región, se pierde la sensibilidad de los cocientes de forma debido al paraboloidismo de los troncos, el cual es más acentuado en árboles jóvenes. Los cocientes de forma utilizados fueron los denominados "falsos", que están referidos a una sección fija, los valores estimados fueron variados, ya que estos no están a un porcentaje de su altura total o maderable, con ello, se pierde la relación diámetro-altura.

Desviación agregada y Desviación estándar de los coeficientes mórficos

Desviación agregada (DA) y Desviación Estándar. El criterio de la DA establece que entre dos estimaciones no se debe exceder ± 1 % para mostrar una relación confiable (Romahn *et al.*, 1994; Prodan, 1997; Fonseca *et al.*, 2009), en el presente caso es entre los valores volumétricos estimados y los obtenidos con los coeficientes y cocientes de forma. La desviación estándar es el promedio de las desviaciones de las observaciones, respecto a su media expresados en las mismas unidades de la medición (Caballero, 1972); por lo que, el coeficiente o cociente de forma que registre el menor valor se ajustará más estrechamente al valor central y, por lo tanto, es más eficiente (cuadros 7 y 8).

Johnson's shape quotient represents more accurately the trunk form than the normal morphic quotient of Schiffel, which has a maximum value of one, which is reached when the tree has a height of 1.30 m and in most species its value varies between 0.6 and 0.8. Johnson's morphic quotient for the dendrometric types are: paraboloid (0.707), neiloide (0.354), cone (0.500) (Diéguez *et al.*, 2003), the average obtained was 0.736 for *P. montezumae* that is within domain range of this ratio. The average form quotient of Gieruszinski is 0.581 and found to be the lowest value of all the evaluated quotients.

With *P. montezumae* of the region, the sensitivity of the quotients is lost due to the paraboloidism of logs, which is more pronounced in young trees. The quotients so used were those called "false", which are referred to a fixed section; the values here obtained were varied as they are not at percentage of their total or timber height, thus the ratio diameter-height is lost.

Aggregate Deviation and Standard Deviation of morphic coefficients

Deviation aggregate (DA) and Standard Deviation. The criterion of the DA states that between two estimates the difference should not exceed ± 1 % to show a reliable relationship (Romahn *et al.*, 1994; Prodan, 1997; Fonseca *et al.*, 2009); in the present case, it refers to the estimated volume values and those obtained with the morphic coefficients and quotients. Standard deviation is the average deviations of the observations in regard to their mean expressed in the same units of measurement (Caballero, 1972) so that the form coefficient or quotient that records the lowest value is more closely aligned to the central value and therefore it is more efficient (tables 7 and 8).

With the morphic coefficient of the trunk (52 %) and the morphic coefficient of the bole to the total height (-0.85) se the percent premise of ± 1 % was achieved, the obtained coefficient with the Pressler formula reached a value rather close to one (1.18 %) and the rest of the coefficients were between 6.98 % (morphic coefficient for the bole at the height of the bole) and 15.18 % (Hohendahl's morphic coefficient for the bole at the height of the bole).

Cuadro 7. Desviación Agregada (%) y Desviación Estándar de los coeficientes mórficos.

Coeficientes Mórficos	Desviación Agregada (%)	Desviación Estándar (m^3)
Del tronco (normal)	0.52	2.2256
Del fuste a la altura del total	-0.85	2.2013
Del fuste a la altura del fuste	6.98	2.3245
Referido a una sección basal	-8.61	3.0903
Hohendahl para el tronco	9.39	2.4572
Hohendahl para el fuste a la altura total	8.06	2.4257
Hohendahl para el fuste a la altura del fuste	15.18	2.5631
Pressler	-1.18	2.2126

Table 7. Aggregated Deviation (%) and Standard Deviation of the morphic coefficients.

Morphic Coefficients	Aggregated Deviation (%)	Standard Deviation (m^3)
Of the trunk (normal)	0.52	2.2256
Of the bole to total height	-0.85	2.2013
Of the bole to the height of the bole	6.98	2.3245
Referred to a basal section	-8.61	3.0903
Hohendahl for the trunk	9.39	2.4572
Hohendahl for the bole to total height	8.06	2.4257
Hohendahl for the bole to the height of the bole	15.18	2.5631
Pressler	-1.18	2.2126

Con el coeficiente mórfico del tronco (0.52 %) y el coeficiente mórfico del fuste a la altura total (-0.85) se logró la premisa porcentual de ± 1%; el coeficiente obtenido con la fórmula de *Pressler* alcanzó un valor bastante aproximado a la unidad (1.18 %); y el resto de los coeficientes estuvieron entre 6.98 % (coeficiente mórfico para el fuste a la altura del fuste) y 15.18 % (coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el fuste a la altura del fuste).

Los coeficientes con menor desviación estándar fueron el del fuste a la altura total (2.2013) y el de *Pressler* (2.2126); los más altos, el referido a la sección basal (3.0903) y el de *Hohendahl* del fuste a la altura del fuste (2.5631).

The coefficients that had the smallest standard deviation were that of the bole at total height (2.2013) and that of Pressler (2.2126); the highest, the referred to the basal section (3.0903) and Hohendahl's morphic coefficient for the bole at the height of the bole (2.5631).

Aggregate Deviation and Standard Deviation of morphic quotients

The values in DA obtained by the shape quotients were significantly higher than those from the form coefficients as their numbers varied from 28.22 % (Schiffel) to 43.42 % (Zimmerle).

Desviación agregada (DA) y Desviación Estándar de los cocientes de forma

Los valores en DA obtenidos con los cocientes de forma fueron significativamente mayores que los mostrados con los coeficientes de forma ya que sus valores variaron de 28.22 % (*Schiffel*) a 43.42 % (*Zimmerle*).

Cuadro 8. Desviación Agregada y Desviación Estándar de los cocientes de forma.

Cocientes de forma	Desviación Agregada (%)	Desviación Estándar (m^3)
Schiffel	28.22	3.1905
Johnson	28.40	3.1250
Gieruszinski	39.28	4.8438
Pollanschütz	37.72	3.6140
Zimmerle	43.42	4.0540

La desviación estándar de los cocientes de forma que presentaron menor porcentaje fueron el de *Johnson*, *Schiffel* y *Pollanschütz*; los mayores fueron el *Zimmerle* y *Gieruszinski*. Aun cuando los coeficientes y cocientes de forma que utilizan el fuste en punta delgada tienen valores similares a los sugeridos por sus autores, es probable que su precisión aumente si el diámetro en punta delgada también lo hace de 10 a 20 cm o más, lo que puede variar con el tipo dendrométrico que mejor reprente al tronco de una especie en particular.

De todos los coeficientes y cocientes de forma, solamente tres lograron la precisión requerida para hacer estimaciones confiables del volumen de árboles en pie: el coeficiente mórfico del tronco y el coeficiente mórfico del fuste a la altura total, así como el coeficiente obtenido con la modificación en la fórmula de *Pressler*.

Comparación de los volúmenes calculados con la ecuación de volumen y los coeficientes de forma

En la Figura 2, se presentan las gráficas que ilustran la relación entre los volúmenes obtenidos con el modelo de *Schumacher - Hall* y los generados con los mejores coeficientes de forma.

Table 8. Aggregated Deviation (%) and Standard Deviation of the morphic quotients.

Morphic quotients	Aggregate Deviation (%)	Standard Deviation (m^3)
Schiffel	28.22	3.1905
Johnson	28.40	3.1250
Gieruszinski	39.28	4.8438
Pollanschütz	37.72	3.6140
Zimmerle	43.42	4.0540

The standard deviation of the morphic quotients that showed smaller percentage were Johnson's, Schiffel's and Pollanschütz's; they highest were those of Zimmerle and Gieruszinski. Even though the morphic coefficients and quotients that use the bole in thin tip are similar to those suggested by their authors, it is likely that its accuracy increases if the diameter in thin tip also makes it from 10 to 20 cm or more, which may vary with the dendrometric type that better assimilates the trunk of a particular species.

Of all the coefficients and quotients only three achieved the precision required to make reliable estimates of the volume of standing trees: the morphic coefficient of the trunk and the morphic coefficient of the bole to total height as well as the coefficient obtained with the adjustment in the Pressler formula.

Comparison of the calculated volumes with the equation of volume and form coefficients

In Figure 2, the graphs illustrating the relationship between the volumes obtained with Schumacher- Hall's model are presented as well as those resulting from the best shape coefficients.

In the first three cases there is broad agreement between the estimated values from the volume equation and those obtained with the indicated coefficients, demonstrating the feasibility of using them reliably to estimate the volume of *P. montezumae* standing trees growing in the forest of the *Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán*. Values from Hohendahl's morphic coefficient for the trunk and the bole overestimate volumes from 20 cm and 50 cm diameter classes, respectively.

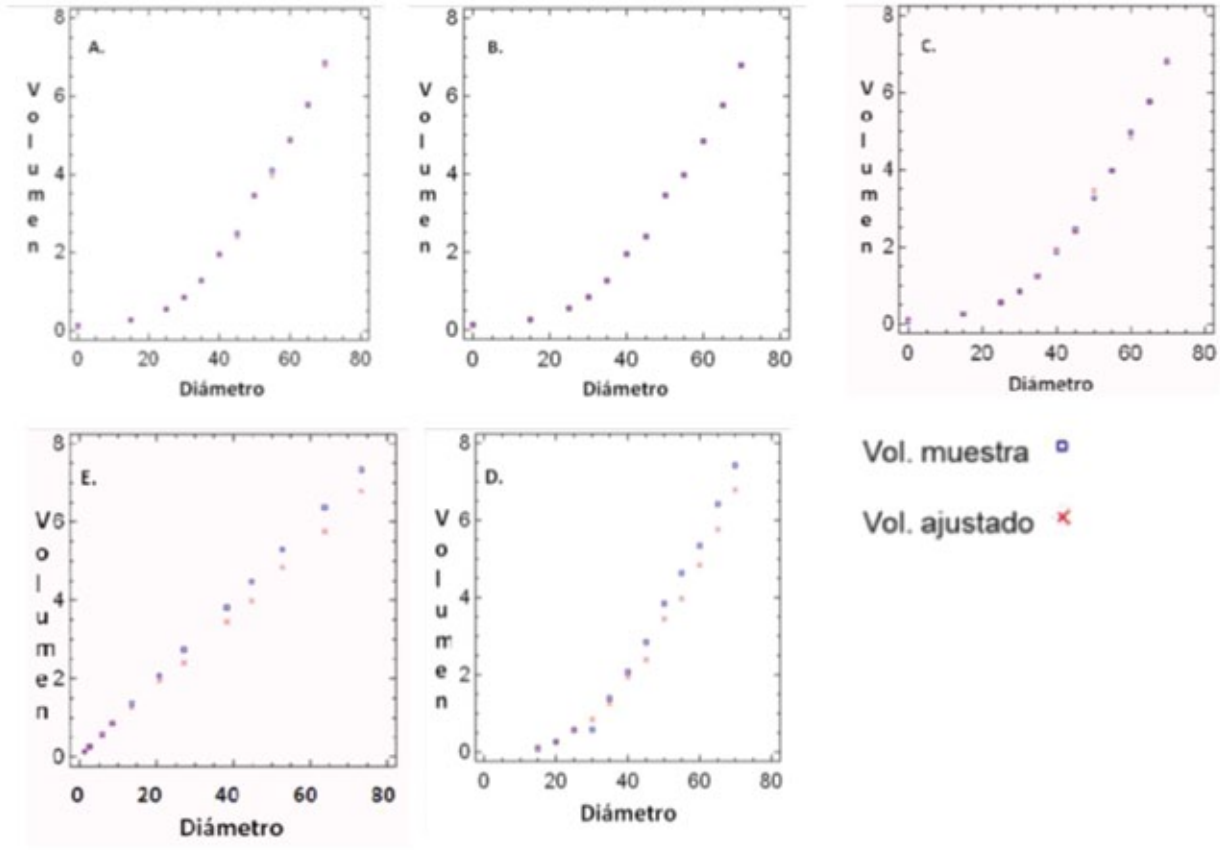


Figura 2. Comparación entre los volúmenes de los coeficientes y cocientes de forma y los de la ecuación de volumen. A. Coeficiente mórfico del tronco, B. Coeficiente mórfico a la altura total, C. Coeficiente mórfico de *Pressler*, D. Coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el tronco y E. Coeficiente mórfico de *Hohendahl* para el fuste a la altura total.

Figure 2. Comparison between the volumes of the form coefficients and quotients and the volume equation. A. Morphic of the trunk, B. Morphic coefficient of the total height, C. Pressler's morphic coefficient, D. Hohendahl's morphic coefficient for the trunk and E. Hohendahl's morphic coefficient for the bole at the total height.

En los tres primeros casos existe una amplia coincidencia entre los valores estimados con la ecuación de volumen y los obtenidos con los coeficientes indicados, lo que demuestra la factibilidad de usarlos con confianza para la estimación del volumen de árboles en pie de *P. montezumae* que crecen en los bosques de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Los valores de los coeficientes mórficos de *Hohendahl* para el tronco y para el fuste sobreestiman los volúmenes, a partir de la categoría diamétrica de 20 cm y de 50 cm, respectivamente.

Conclusiones

Los coeficientes mórficos y los cocientes de forma son una herramienta indispensable para una estimación rápida y precisa del volumen de árboles en pie y el empleo de alguno de ellos depende de la estructura de los troncos de las especies bajo evaluación. Los cocientes estiman mejor

Conclusions

Morphic coefficients and quotients are an essential tool for a quick and accurate estimate of the volume of standing trees and the use of one of them depends on the shape of the trunks of the species under evaluation; quotients provide a better estimation of the conic and neiloide shapes and coefficients associate in a closer way to the paraboloid. In addition, they are an alternative for building commercial volume tables for individuals of this species.

False morphic coefficients allow a more accurate estimation of volume from the paraboloidism of *Pinus montezumae*, while the real ones use the reference diameter in regard to the total height of the tree, which, in order to be more precise, require a sharper taper than that of the species.

las conformaciones cónicas y neiloidicas y los coeficientes se asocian mejor a las paraboloides. Además, representan una alternativa para la construcción de tablas o tarifas de volumen comercial en los individuos de esta especie.

Los coeficientes de forma falsos presentaron la ventaja de estimar con mayor precisión el volumen debido al paraboloidismo de los troncos de *Pinus montezumae*, mientras que los verdaderos utilizan un diámetro de referencia en relación con la altura total del árbol que para ser más precisos necesitan un ahusamiento más agudo que el que tiene *P. montezumae*.

Los valores promedio que se obtuvieron con los coeficientes mórficos de *Hohendahl* para el tronco y para el fuste a la altura total, se ubican dentro de los intervalos sugeridos por el mismo autor para el tipo dentrométrico paraboloide (0.566); sin embargo, al compararlos con los volúmenes reales se reconoce una sobreestimación.

Los coeficientes mórficos del tronco, del fuste a la altura total y el coeficiente mórfico de *Pressler*, fueron los que presentaron menores desviaciones entre los volúmenes estimados y los calculados, por lo que su uso es confiable en la estimación volumétrica del tronco de árboles de *Pinus montezumae*.

A partir de los resultados obtenidos, se concluye que es posible la predicción de la forma y volumen del tronco de *Pinus montezumae*, mediante los coeficientes mórficos y cocientes de forma que resultó en una forma paraboloide.

Agradecimientos

Los autores desean hacer patente su agradecimiento a las autoridades de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México por las facilidades prestadas para la realización del presente trabajo de investigación.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Contribución por autor

Guadalupe Geraldine García Espinoza: diseño de la investigación, toma de datos de campo, redacción y estructura del documento; José Jesús García Magaña: planeación, diseño y supervisión del trabajo de campo, redacción y estructura del documento, Jonathan Hernández Ramos: captura y análisis de la información y redacción del documento; Hipólito Jesús Muñoz Flores: capacitación en el manejo del Telerrelascopio de *Bitterlich* y revisión del documento; Xavier García Cuevas: asesoría estadística y revisión del documento; Adrián Hernández Ramos: procesamiento de los datos de campo y revisión del documento.

The average values from Hohendahl's morphic coefficient for the trunk and the bole at total height, are within the ranges suggested by this author for the paraboloid dendrometric type (0.566); however, when comparing them with the real volumes, an overstimation is found.

The morphic coefficients of the bole, of the bole at total height and Pressler's morphic coefficient were those with minor deviations between estimated and calculated volumes so its use is reliable in the volumetric estimation of tree trunks of *Pinus montezumae*.

From the results obtained it can be concluded that it is possible to predict the shape and volume of *Pinus montezumae* trunk by morphic coefficients and quotients resulting in a paraboloid shape.

Acknowledgements

The authors would like to express their gratitude to the authorities of the *Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México*, for the facilities provided to accomplish the actual research study.

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interests.

Contribution by author

Guadalupe Geraldine García Espinoza: formulation of the research study, field data collection, planning, writing and structuring of the manuscript; José Jesús García Magaña: planning, design and supervision of field work, writing and structuring of the document; Johnathan Hernández Ramos: data taking and analysis and writing of the document; Hipólito Jesús Muñoz Flores: training in handling Bitterlich's Telerelascope and review of the manuscript; Xavier García Cuevas: statistical advice and review of the manuscript; Adrián Hernández Ramos: field data analysis and review of the manuscript.

End of the English version

Referencias

Aguilar, S., D. 2008. Programa de manejo forestal persistente para el aprovechamiento de los recursos forestales maderables para el predio denominado Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Mich. San Juan Parangaricutiro, Mich., México. 271 p.

Alder, D. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 2. Predicción del rendimiento. Estudio FAO: Montes. Roma, Italia. 80 p.

Barrio A., M., G. J. Álvarez G. y I. J. Díaz-Maroto. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual. Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales 13(3): 506-517.

Caballero, D. M. 1972. Tablas y Tarifas de volúmenes. SAG, SFF, Inventario Nacional Forestal. Nota Técnica Núm. 7. Chapingo, Edo. de Méx., México. 30 p.

Carrillo A., F., M. Acosta M., G. Tenorio G. y F. Becerra L. 2004. Tabla de volumen para *Pinus patula* Schl. *et* Cham. en el estado de Hidalgo. INIFAP. Pachuca, Hgo., México. Folleto Técnico Núm 2. 15 p.

Da Cunha T., A. y C. A. Guimarães F. 2009. Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. *Kuru*. Revista Forestal 6(16): 1-15.

Diéguez A., U., M. Barrio A., F. Castedo D., A. D. Ruíz G., M. F. Álvarez T., J. G. Álvarez G. y A. Rojo A. 2003. Dendrometría. Editorial Mundi-Prensa. México. D.F., México. 327 p.

Fonseca G., W., F. Alice G. y J. M. Rey B. 2009. Modelos para estimar la biomasa de especies nativas en plantaciones y bosques secundarios en la zona Caribe de Costa Rica. Revista Bosque 30(1):36-47.

García M., J. J., J. C. Velarde R., J. Hernández R., X. García C., H. Jesús Muñoz F. y G. G. García E. 2012. Ecuaciones para determinar el volumen en pie para árboles de *Pinus michoacana* Mtz. y *Pinus michoacana* var. *cornuta* Martínez en dos municipios de Michoacán. Revista Ciencia Nicolaíta 58(2013): 67-89.

Harold, D. y J. Hocker. 1984. Introducción a la Biología Forestal. AGT Editor. México, D. F., México. 446 p.

Honorato S., J. A. 2011. Modelos volumétricos fustales para *Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn. en plantaciones agroforestales de la sierra norte de Puebla. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 2 (6): 55-71.

López P., C. 2005. Metodología para la elaboración de tarifas de cubicación específicas para cada área o masa forestal objeto de un inventario por muestreo. Mesa temática Núm. 5. Inventario y Ordenación de sistemas y recursos forestales. Comunicación IV Congreso Forestal Español. 26 al 30 de septiembre de 2005. Zaragoza, España. 7 p.

Lores P., Y., E. Aldana P. y G. Padilla T. 2010. Factores diamétricos y volumétricos de formas y tabla de volumen de la especie *Calophyllum brasilense* CAMB. var. *antillanum* (BRITT.) Standl. *In:* VI Simposio Internacional Sobre Manejo Sostenible de Recursos Forestales. 21 al 24 de abril de 2010. Pinar del Río, Cuba. 10 p.

Martínez G., M. A., A. Sánchez V. y J. Faulin F. 2006. Bioestadística amigable. Editorial Díaz de Santos. 2ª. Edición. Madrid, España. 919 p.

Montes de Oca C., E., S. Corral R. y J. A. Nájera L. 2009. Ajuste de ecuaciones de volumen en *Pinus duranguensis* en la Comunidad Las Flechas, Durango, México. Inter Sedes 19(17): 173-180.

Picard, N., L. Saint-André y M. Henry. 2012. Manual de construcción de ecuaciones alométricas para estimar el volumen y la biomasa de los árboles: del trabajo de campo a la predicción. Las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura y el Centre de Coopération Internationale en Recherche Agronomique pour le Développement. Montpellier, Francia. 223 p.

Prodan, M., R. Peters, F. Cox y P. Real. 1997. Mensura Forestal. Editorial IICA y la GTZ. San José, Costa Rica. 586 p.

Romahn De La V., C. F., H. Ramírez M. y J. L. Treviño G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, Edo. de Méx., México. 345 p.

Santiago-García W., H. M. De los Santos P., G. Ángeles-Pérez, J. R. Valdez-Lazalde y G. Ramírez-Valverde. 2013. Sistema compatible de crecimiento y rendimiento para rodales coetáneos de *Pinus patula*. Revista Fitotecnia Mexicana 36(2): 163-172.

Statistical Analysis Systems (SAS). 2009. SAS/STAT® 9.2 User's Guide. SAS Institute Inc. Raleigh, NC, USA. n/p.

Statpoint. 2005. Statgraphics Centurion XV.II Version. Statpoint Inc. http://www.statgraphics.com (15 de enero de 2013).

Uranga-Valencia L., P., H. M. De los Santos P., J. R. Valdez-Lazalde, J. López-Upton y H. Navarro-Garza. 2015. Volumen total y ahusamiento para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. *et* Cham. en tres condiciones de bosque. Agrociencia 49: 787-801.

Van Laar, A. and A. Akça. 2007. Forest mesuration. Springer. Dordrecht, Netherlands.384 p.

Velasco B., E., S. Madrigal H., I. Vázquez C., F. Moreno S. y A. González H. 2007. Tablas de volumen con corteza para *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus* del Sur Occidente de Michoacán. Ciencia Forestal en México 32(101): 93-116.