

PREDICCIÓN DE VOLÚMENES DE FUSTE TOTAL PARA PLANTACIONES DE *Pinus greggii* Engelm.

TOTAL STEM VOLUME PREDICTION FOR PLANTATIONS OF *Pinus greggii* Engelm.

H. Jesús Muñoz Flores¹, Juan Cosme Velarde Ramírez², J. Jesús García Magaña², J. Trinidad Sáenz Reyes¹,
Edgar Hugo Olvera Delgadillo², Jonathan Hernández Ramos¹

RESUMEN

En la región del Valle del Mezquital, Hidalgo, México, se inició la restauración de áreas forestales por medio de la reforestación con los géneros *Pinus* spp., *Cupressus* sp., *Casuarina* sp. y *Eucalyptus* sp. en la década de los años ochenta. Después de 25 años se lograron buenos resultados con *P. greggii*. Se ajustaron modelos para predecir el volumen total de fuste en individuos de esta especie procedentes de plantaciones establecidas en el ejido Fontezuelas, municipio Meztlán, Hidalgo. A partir de datos de análisis troncales, se procesó una muestra de 87 árboles en el intervalo de categorías diamétricas de 10 a 35 cm. Los modelos utilizados para el ajuste fueron Schumacher, Variable Combinada Logarítmica, Variable Combinada Aritmética y Meyer. De acuerdo con las pruebas estadísticas, gráficas y analíticas aplicadas, los cuatro modelos mostraron ser estadísticamente útiles para estimar el volumen en pie. Los más aptos por su ajuste y parsimonia fueron el de la Variable Combinada Logarítmica y el de Schumacher. Con base en las ecuaciones obtenidas mediante estos dos modelos se elaboraron sus respectivas tablas de doble entrada, que representan el volumen de fuste total sin corteza, expresado en m³, para plantaciones forestales de *P. greggii* con árboles de diferentes edades y un intervalo de valores del diámetro normal (DN) de 5 a 55 cm, las cuales son aplicables a las plantaciones de esta especie establecidas en el área de estudio. Los modelos permitirán estimar el volumen de fuste total en pie sin corteza, incluyendo el tocón.

Palabras clave: Modelos matemáticos, Modelo de Meyer, *Pinus greggii* Engelm., Schumacher, Variable Combinada Logarítmica, Variable Combinada Aritmética.

ABSTRACT

During the 80's, the restoration of forest areas with the *Pinus* spp., *Cupressus* sp., *Casuarina* sp. and *Eucalyptus* sp. was started in the Valle de Mezquital, Hidalgo state, Mexico. After 25 years, good results were accomplished with *P. greggii*. Models were fitted to predict the total stem volume for this species from plantations established in the ejido Fontezuelas, Meztlán municipality, Hidalgo, Mexico. From stem analysis, a sample of 87 trees was processed in the diameter range of categories from 10 to 35 cm. The models that were used for adjusting Schumacher, Combined Logarithmic Variable, Arithmetic Combined Variable and Meyer. According to the statistical and analytical graphics applied, the four models were shown to be statistically useful to estimate the standing volume. The fittest of the fit and parsimony were combined Variable Logarithmic and Schumacher. From the equations obtained from these two models, their corresponding two entry tables were designed, that stand for the total barkless stem volume, expressed in m³, for *P. greggii* forest plantations with trees of different age and a BHD between 5 and 55 cm, which can be applied to plantations of this species that are established in the study area. The models allow to estimate the volume of total standing barkless stem, including the stump.

Key words: Mathematical models, Meyer model, *Pinus greggii* Engelm., Schumacher, Logarithmic Combined Variable, Arithmetic Combined Variable.

Fecha de recepción: 26 de julio de 2010.

Fecha de aceptación: 23 de junio de 2012.

¹ CE. Uruapan, CIR Pacífico Centro-INIFAP. Correo-e: munoz.hipolitojesus@inifap.gob.mx

² Facultad de Agrobiología "Presidente Juárez", Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

INTRODUCCIÓN

Durante la década de los años ochenta, en el Valle del Mezquital, particularmente dentro de los límites del ejido Fontezuelas, con apoyo del programa federal Coordinación General del Plan Nacional de Zonas Deprimidas y Grupos Marginados (COPLAMAR) se inició la restauración de áreas forestales a través de la reforestación con especies como *Pinus greggii* Engelm., *P. cembroides* Zucc., *P. pseudostrobus* Lindl., *Cupressus* sp., *Casuarina* sp. y *Eucalyptus* sp. Los mejores resultados, después de 25 años, se lograron con *P. greggii* para un total de 65 ha, una edad promedio de 24 años y densidades de 336 hasta 745 árboles ha⁻¹. Dada la importancia del taxon en los programas de reforestación y las plantaciones forestales comerciales en esta región existe la necesidad de cuantificar sus volúmenes maderables, con la finalidad de que se lleve a cabo su manejo sustentable.

Las técnicas de regresión empleadas para determinar la relación entre variables (Romahn *et al.*, 1994) que permiten hacer predicciones mediante funciones matemáticas con el mejor ajuste a los datos observados (Callez, 1980; Romahn *et al.*, 1994; Infante y Zárate, 1996) constituyen el método más usado para obtener ecuaciones de volumen.

La mayoría de los modelos matemáticos se han aplicado a pinos y en menor proporción a latifoliadas; así, en el norte del país se han generado para *Pinus cembroides* (Navarro *et al.*, 2000), *P. herrerae* Martínez, *P. durangensis* Ehren., *P. ayacahuite* Ehren. y *P. arizonica* Engelm. (Rentería, 1995; Rentería y Meza, 2001; Quiñones *et al.*, 2001; Cumplido, 2002; Rentería, 2003; Armendáriz *et al.*, 2003a; Armendáriz *et al.*, 2003b). En la zona centro para *P. douglasiana* Martínez, *P. pseudostrobus*, *P. lawsonii* Roehl., *P. pringlei* Shaw., *P. patula* Schiede ex Schltdl. et Cham (Muñoz *et al.*, 2003; Tenorio, 2003; Madrigal y Vásquez, 2004; Velasco *et al.*, 2006; Velasco *et al.*, 2007) y *Eucalyptus camaldulensis* Dehn (Muñoz, 2000); y en el sureste del país se han elaborado para *Swietenia macrophylla* King (Rodríguez y García, 2008).

Ante la necesidad de manejo de plantaciones forestales y la falta de herramientas metodológicas, para la estimación de volúmenes de madera, el presente estudio se realizó con el objetivo de comparar la precisión de cuatro modelos matemáticos para la predicción del volumen de fuste total y elaboración de tablas de volumen para plantaciones de *Pinus greggii*.

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción del área de estudio

El trabajo de campo se hizo en el ejido Fontezuelas, municipio Mezquitlán, Hidalgo; situado a 98° 54' 22.68" de longitud oeste y 20° 29' 30.12" de latitud norte (Figura 1), en la cuenca hidrológica

INTRODUCTION

During the 80s, restoration of forest areas in the region of Valle del Mezquital, specifically within the limits of the ejido Fontezuelas, began with the reforestation with species such as *Pinus greggii* Engelm., *P. cembroides* Zucc., *P. pseudostrobus* Lindl., *Cupressus* sp., *Casuarina* sp. and *Eucalyptus* sp., given the support from the Coordinación General del Plan Nacional de Zonas Deprimidas y Grupos Marginados (COPLAMAR) national program. After 25 years, the best results were those of *P. greggii* in a 65 ha area; an average age of 24 years and densities that ranged from 336 to 745 trees ha⁻¹. Given the importance of this species in reforestation programs and commercial forest plantations in the region, there is a need to quantify the timber-yielding volumes, in order to handle them sustainably.

The regression techniques used for determining the relationship between variables (Romahn *et al.*, 1994) that allow predictions through mathematical functions adjusted as well as possible to the data observed (Callez, 1980; Romahn *et al.*, 1994; Infante and Zárate, 1996) are the method mostly used for obtaining volume equations.

Most mathematical models have been applied to pine species, and, at a smaller scale, to broad-leaves. Thus, in northern Mexico, models have been generated for studying *Pinus cembroides*, (Navarro *et al.*, 2000), *P. herrerae* Martínez, *P. durangensis* Ehren., *P. ayacahuite* Ehren. and *P. arizonica* Engelm. (Rentería, 1995; Rentería and Meza, 2001; Quiñones *et al.*, 2001; Cumplido, 2002; Rentería, 2003; Armendáriz *et al.*, 2003a; Armendáriz *et al.*, 2003b). In central Mexico, they have been generated for studying *P. douglasiana* Martínez, *P. pseudostrobus*, *P. lawsonii* Roehl., *P. pringlei* Shaw., *P. patula* Schltdl. et Cham (Muñoz *et al.*, 2003; Tenorio, 2003; Madrigal and Vásquez, 2004; Velasco *et al.*, 2006; Velasco *et al.*, 2007), and *Eucalyptus camaldulensis* Dehn (Muñoz, 2000). And in the southeast of the country, for *Swietenia macrophylla* King (Rodríguez and García, 2008).

Given the need for forest plantation handling and the lack of methodological tools for estimating wood volumes, this study was carried out with the purpose of comparing the precision of four mathematical models for predicting total stem volume and elaborating volume tables for plantations of *Pinus greggii*.

MATERIALS AND METHODS

Study area

Field work was carried out in Fontezuelas ejido at the municipality of Mezquitlán, Hidalgo stated, which is located at 98° 54' 22.68" west and at 20° 29' 30.12" north (Figure 1), in the RH26 hydrological basin of Pánuco river, in the Moctezuma sub-basin, and in the Hermosillo-Fontezuelas macrobasin (INEGI, 1985).

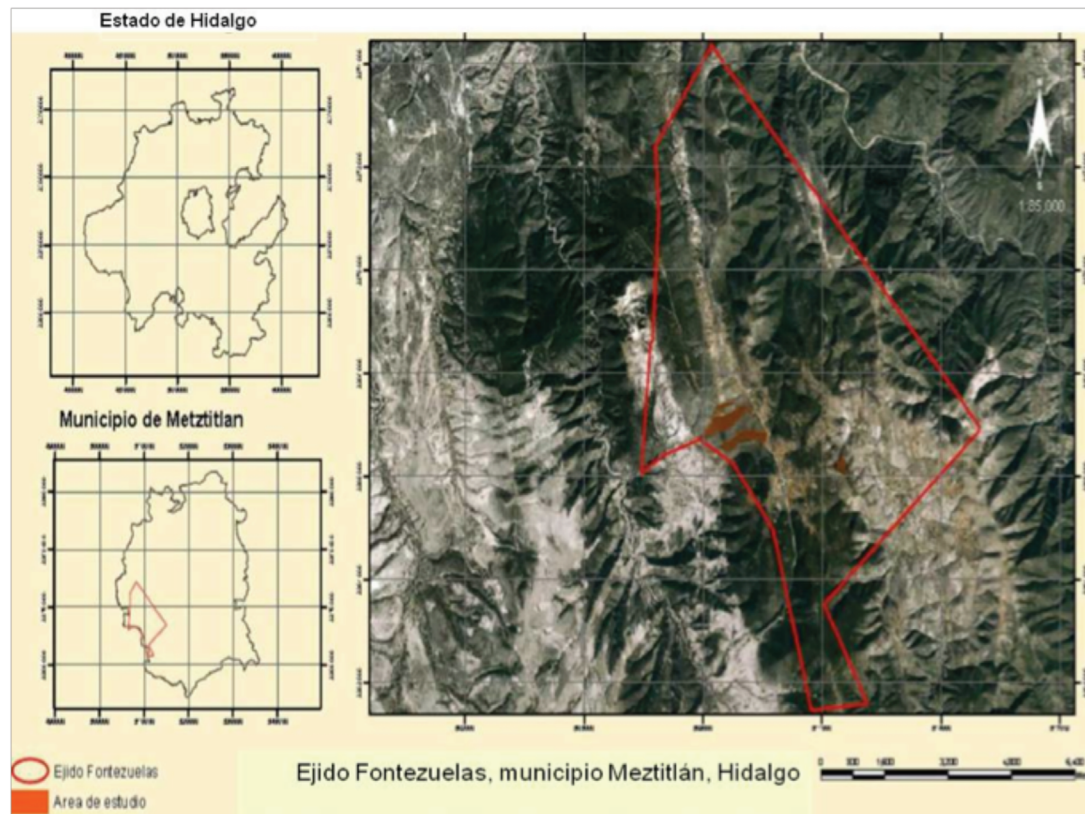


Figura 1. Ubicación del ejido Fontezuelas, municipio Meztlán, Hidalgo.

Figure 1. Location of Fontezuelas ejido, municipality of Meztlán, Hidalgo state.

RH26 del río Pánuco, subcuenca del río Moctezuma y macrocuenca Hermosillo-Fontezuelas (INEGI, 1985).

El ejido Fontezuelas pertenece a la provincia del Eje Neovolcánico y la subprovincia Carso Huasteco; el relieve se caracteriza por pequeñas cuencas que forman lomeríos moderados. El suelo es de origen sedimentario con predominancia de formas calcáreas y la geología corresponde a la unidad Ki (cz), la cual está constituida por rocas calcáreas marinas, de color gris claro del Cretácico inferior; la pedregosidad es muy abundante y dominan las masas compactas de caliche (INEGI, 1985).

De acuerdo con la clasificación climática de Köppen modificada por García (1988), el clima que prevalece en la región es del tipo BS₁ Kw; semiseco templado, con lluvias en verano, temperatura media anual es de 20 °C, precipitación media anual de 437 mm, en invierno se presentan heladas y la precipitación en los meses más secos (febrero y diciembre) es inferior a 3.8 mm. Sin embargo, el ejido tiene condiciones geográficas y orográficas favorables para la recepción de vientos húmedos en el invierno, que forman las neblinas, las cuales contribuyen a mejorar las condiciones de humedad en la zona (García, 1988).

En las zonas forestales dominadas por encinos y pinos piñoneros, los suelos son de tipo Feozem háplico y Regosol eútrico

The Fontezuelas ejido is part of the Eje Neovolcánico province and the Carso Huasteco sub-province; the relief is characterized by small basins that configure moderate hills. Soil has a sedimentary origin, with predominance of calcareous formations, and the geology corresponds to unit Ki (cz), which is constituted by light gray marine calcareous rocks from the Lower Cretaceous; rocks are quite abundant, and compact caliche masses prevail (INEGI, 1985).

According to Köppen climate classification, modified by García (1988), the prevailing regional climate is type BS₁ Kw; semi-dry and temperate, with summer rains, an annual average temperature of 20 °C, and an annual average rainfall of 437 mm; during winter, there are frosts, and, during the driest months (February and December), rainfall is below 3.8 mm. However, the ejido has geographic and orographic conditions that are favorable for receiving humid winds during winter, which produce mists that contribute to improving the humidity conditions of the area (García, 1988).

In forest areas dominated by holm oaks and stone pines, soils are type Haplic Feozem and Eutric Regosol (Hh+Re/2); the former are characterized by its dark, soft, and organically rich in nutrients surface layer. In most parts of the ejido, particularly in dry exposed land with scarce vegetation (south and east), Regosols

($Hh+Re/2$), los primeros se caracterizan por presentar una capa superficial oscura, suave, rica en materia orgánica y nutrimentos. En la mayor parte de los terrenos del ejido, sobre todo en las exposiciones secas (sur y este) con vegetación escasa, dominan los Regosoles: suelos claros que se parecen a la roca que los originó, muy delgados, poco fértiles y pedregosos (INEGI, 1985).

La altitud en el área de estudio varía de 2,200 a 2,500 m, con pendientes de 15, 35 y 45% y exposiciones noreste y suroeste. La vegetación, relativamente densa, crece en las zonas de mayor altitud, (superiores a 2,300 m) sobre todo en las exposiciones húmedas (norte y oeste), condición favorecida por las neblinas invernales.

En el estrato arbóreo la cobertura vegetal está integrada, principalmente, por *Pinus cembroides*, *P. pinceana* Gordon, *P. greggii*, *P. pseudostrobus*, *Quercus eduardii* Trel., *Q. rugosa* Née, *Juniperus flaccida* Schltdl. y *Arbutus xalapensis* Kunth; en las barrancas sombreadas, ubicadas en el sureste del ejido, existen pequeños bosquetes de *P. pinceana* cohabitando con especies características del matorral xerófilo.

Tamaño de la muestra. A partir de la premisa que establece "... para una especie dada, si se mantiene un diámetro constante, el volumen variará de acuerdo a su altura, modificando su coeficiente métrico (López, 1983)", se puede afirmar que el principal problema para la determinación del número de árboles que se deben medir por cada categoría diamétrica y para el modelo que se utilizará en la construcción de la tabla de volúmenes dependerá directamente de la variabilidad de la altura respecto al diámetro. En el presente estudio se utilizó la metodología propuesta por López (1983). El tamaño de muestra se estableció siguiendo las recomendaciones de Caballero (1972); este se definió con base en los resultados de los análisis troncales. La variabilidad de las alturas en cada categoría diamétrica se determinó con la información consignada en los cuadros 1 y 2.

are predominant: they are clear soils that resemble the rock that produced them, very thin, not very fertile and quite stony (INEGI, 1985).

The altitude of the area of study ranges from 2,200 to 2,500 m, with slopes of 15, 35 and 45%, and northeast and southeast exposures. The vegetation is relatively dense and grows in the highest altitude areas (above 2,300 m), especially in humid exposures (north and east); this condition is favored by winter mists.

In the tree stratum, vegetation cover is mainly integrated by *Pinus cembroides*, *P. pinceana* Gordon, *P. greggii*, *P. pseudostrobus*, *Quercus eduardii* Trel., *Q. rugosa* Née, *Juniperus flaccida* Schltdl. and *Arbutus xalapensis* Kunth; in shady slopes, located southeast of the ejido, there are small *P. pinceana* forests that coexist with species characteristic of xeric shrublands.

Sample size. Considering the premise that states that "...for a given species, if there is a constant diameter, the volume will vary according to height, modifying their form factor (López, 1983)", it can be declared that the main problem for determining the number of trees that need to be measured for each diametric category and for the model used in the creation of the volume table will depend directly on the height variability related to diameter. In the current study, the methodology used was that proposed by López (1983). The sample size was determined based on Caballero's recommendations (Caballero, 1972).

Considering the results of trunk analyses, it was then determined the height variability for each diametric category, and the sample size was determined using this data, as registered in tables 1 and 2.

Previously, a stratification of slope variations and exposure for each type of soil was made, in order to guarantee that the sample actually represents the population. The criteria used were:

Cuadro 1. Variabilidad de la altura por categoría diamétrica para un nivel significativo ($\alpha = 1\%$).

Table 1. Height variability according to diametric category for a significant level ($\alpha = 1\%$).

Error de estimación	Potencia	Intervalos de altura por categoría diamétrica (m)										
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	80	3	6	10	18	29	43	61	89	120	162	217
	85	3	7	12	20	32	47	68	98	132	178	238
	90	3	8	13	23	36	53	77	110	149	200	368
	95	4	9	16	27	42	63	90	135	175	236	315
2	80	2	3	5	8	13	18	28	40	54	73	97
	85	2	3	5	9	14	20	30	42	58	78	103
	90	2	4	6	10	16	23	34	49	67	91	119
	95	3	5	8	13	19	28	41	59	81	109	143

Fuente: López (1983).

*Probabilidad de rechazar una hipótesis falsa; α = la probabilidad de rechazar una hipótesis cierta.

Source: López (1983).

*Probability to reject a false hypothesis; α = probability to reject a true hypothesis.

Cuadro 2. Variabilidad de la altura por categoría diamétrica para un nivel significativo ($\alpha = 5\%$).Table 2. Height variability according to diametric category for a significant level ($\alpha = 5\%$).

Error de estimación	Potencia	Intervalos de altura por categoría diamétrica (m)										
		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	80	2	4	6	10	17	25	36	52	71	95	128
	85	2	4	7	10	19	28	41	59	80	108	144
	90	3	5	8	14	22	33	48	69	93	125	168
	95	3	6	10	17	28	41	59	85	115	154	205
2	80	3	4	5	8	11	16	23	32	43	57	74
	85	3	4	6	9	13	19	27	37	49	65	84
	90	3	4	7	11	15	22	32	42	57	75	98
	95	4	4	9	13	19	27	38	52	70	92	120

Fuente: López (1983).

1 Para detectar con un error de ± 1 m en la altura media de esa categoría diamétrica.2 Para detectar con un error de ± 1.5 m en la altura media de esa categoría diamétrica.

Source: López (1983).

1 To detect an ± 1 m error of the average height of this diametric category.2 To detect an ± 1.5 m error of the average height of this diametric category.

Previamente, se realizó una estratificación en función de las variaciones de pendiente y exposición presentes en cada tipo de suelo, lo anterior para garantizar que la muestra fuera representativa de la población. Los criterios que se utilizaron fueron:

Exposición. Cambios de exposición en un intervalo de 45° : exposición norte (E1), sur (E2), este (E3) y oeste (E4).

Pendiente. Intervalos de 0-20% (P1), 21-40% (P2), mayor a 41% (P3).

Los árboles seleccionados se identificaron con una clave; por ejemplo, el árbol 14, especie *P. greggii*, de la exposición sur, con pendiente alta le correspondió la clave E2P3.14.

El área de distribución de la muestra se hizo coincidir con la de la población, mediante la inclusión en el muestreo de todas las combinaciones presentes en el área de estudio. Una vez hecha la estratificación, se eligieron los árboles que cumplieran con las siguientes características: árbol dominante, vigoroso, sano y bien conformado, sin nudos ni bifurcado, de las máximas dimensiones y libre de competencia.

Al árbol derribado se le eliminaron las ramas para dejar el fuste visible, se marcaron las alturas de 0.30 y 1.30 m y consecutivamente las longitudes comerciales de 2.54 m ($8\frac{1}{4}$ " o menores, en función de su altura, hasta el fuste comercial de 1.10 m, el fuste restante, así como la longitud de la punta. El diámetro sin corteza a lo largo del fuste se midió con una regla graduada.

Para el cálculo del volumen por periodo, con base en la altura alcanzada, los diámetros de cada árbol de las diferentes secciones se transformaron en área basal con las fórmulas:

Exposure. Exposure changes in a 45° interval: northern (E1), southern (E2), eastern (E3), and western exposures.

Slope. Intervals ranging from 0 to 20% (P1), 21-40% (P2), above 41% (P3).

The selected trees were identified using a code; for instance, tree 14, species *P. greggii*, southern exposure, with high slope, was assigned code E2P3.14.

The sample distribution area intentionally matched the population area, through the inclusion in the sampling of all the combinations present in the study area.

Once the stratification was done, the trees with the following characteristics were chosen: dominant, vigorous, healthy and well conformed, knotless and unbranched, with the highest dimensions, and competition free.

After felling the tree, the branches were removed to expose the stem, 0.30 and 1.30 m heights, as well as commercial lengths of 2.54 m ($8\frac{1}{4}$ " or less were marked depending on height, up to the commercial stem measuring 1.10 m, the remaining stem, and the length of top of tree. The diameter without bark was measured all along the stem using a graded ruler.

In order to calculate the volume by period, based on reached height, the diameters of the different sections of each tree were transformed into basal area using the following formulas:

$$\text{Stump volume} = AB * 0.30$$

$$\text{Volumen del tocón} = AB * 0.30$$

Donde:

AB = Área basal del tocón

$$\text{Volúmen de cada sección} = \frac{(AB_1 + AB_2)}{2} \text{ Longitud de sección}$$

Donde:

AB_1 = Área de la sección mayor

AB_2 = Área de la sección menor

$$\text{Volúmen de la punta } V = \frac{AB}{2} \text{ Longitud de la punta}$$

Donde:

AB =Área de la sección

El volumen total del fuste se obtuvo de la suma de los volúmenes de todas las secciones del árbol, cubados con la fórmula de Smalian, más el volumen de la punta.

$$BFT \text{ m}^3 = \sum_{i=1}^n V_i + V_p$$

Análisis estadístico

Los volúmenes de todas la muestras se sometieron a un análisis de regresión.

Modelos de regresión. De acuerdo al comportamiento de la relación diámetro - volumen y altura - volumen se propusieron cuatro modelos de regresión:

1. Modelo de Schumacher $V = a (D)^b (H)^c$
2. Modelo de la Variable Combinada Logarítmica $V = a (D^2 H)^b$
3. Modelo de la Variable Combinada Aritmética $V = a + b (D^2 H)$
4. Modelo de Meyer $V = a (D)^b (D^2 H)^c$

Método gráfico. Representación gráfica de los volúmenes reales en la cual se observó la dispersión de los valores de los volúmenes reales con respecto a los volúmenes calculados, en cuanto a la sobrestimación o subestimación de los mismos en todas las categorías diamétricas.

Métodos analíticos. Permiten cuantificar el grado de ajuste o variabilidad de los modelos probados, lo que hace posible elegir el mejor modelo de regresión. En el presente trabajo se aplicaron los tres que a continuación se describen:

Coefficiente de determinación múltiple. Evalúa el porcentaje de la variabilidad total de la variable dependiente (Velarde, 2002); aunque se ha detectado que no siempre es un buen indicador

Where:

AB = Basal area of stump

$$\text{Volume of each section} = \frac{(AB_1 + AB_2)}{2} \text{ Length of the section}$$

Where:

AB_1 = Area of the larger section

AB_2 = Area of the shorter section

$$\text{Volume of top } V = \frac{AB}{2} \text{ Length of the tip}$$

Where:

AB = Area of section

The total stem volume was obtained by adding up the volumes of all tree sections, cubed with Smalian's formula, plus the volume of tree top.

$$BFT \text{ m}^3 = \sum_{i=1}^n V_i + V_p$$

Statistical analysis

The volumes of all samples were subjected to a regression analysis.

Regression models. Depending on the behavior of the relationship between diameter and volume, and height and volume, four regression models suggested:

1. Schumacher's Model $V = a (D)^b (H)^c$
2. Logarithmic Combined Variable Model $V = a (D^2 H)^b$
3. Arithmetic Combined Variable Model $V = a + b (D^2 H)$
4. Meyer's Model $V = a (D)^b (D^2 H)^c$

Graphic method. The real volumes were graphically represented, which showed the dispersion of real volume values in contrast with calculated volumes, regarding their over or underestimation in all diametric categories.

Analytical methods. They are used to quantify the adjustment or variability degrees of the models studied, which makes it possible to choose the best regression model. In the current study, we applied the following three:

Multiple Determination Quotient. It evaluates the total variability percentage of the dependent variable (Velarde, 2002); however, it has been noted that it is not always a good indicator of model adjustment, since it does not show the residual deviation, but only shows the general adjustment percentage of all observations.

Variance analysis. It determines if the estimated regression is significant at a previously determined reliability level. Once the

de ajuste de los modelos, pues no se evidencian las desviaciones de los residuales; solo muestra el porcentaje de ajuste general de todas las observaciones.

Análisis de varianza. Determina si la regresión estimada es significativa a un nivel de confiabilidad previamente definido. El valor calculado de F se compara con el tabular para aceptar o rechazar la hipótesis nula. Cuando el valor del cuadrado medio del error es pequeño, indica un buen ajuste.

Desviación Agregada. Es la diferencia de la suma de los volúmenes reales con respecto de los estimados, expresada en porcentaje.

$$DA = \frac{\sum V_c - \sum V_r}{\sum V_c} * (100)$$

RESULTADOS

Tamaño de muestra. De acuerdo al método propuesto se utilizaron las variaciones de la altura y la categoría diamétrica con una significancia del 0.05%, una potencia de 90 y un error de estimación de ± 2.0 m (Cuadro 3).

Cuadro 3. Determinación del tamaño de muestra con base en la altura de los árboles y la categoría diamétrica.

Intervalo de altura	Categoría diamétrica	Nivel de significación	Error de estimación	Potencia	Número de árboles
(m)	(cm)	(%)	(m)		
4	10	5	± 2.0	90	3
11	15	5	± 2.0	90	32
9	20	5	± 2.0	90	15
7	25	5	± 2.0	90	7
0	30	5	± 2.0	90	0
0	35	5	± 2.0	90	0
Total					57

El mayor número de individuos de la muestra correspondió a los individuos de 15 a 20 cm de diámetro (Cuadro 3). No obstante que se obtuvo un tamaño de muestra de 57 árboles, se tomó la decisión de incluir 87 individuos con categorías diamétricas similares a fin de garantizar más precisión en los resultados.

Análisis estadístico. Las pruebas de correlación entre las variables diámetro y altura para *P. greggii* se presentan en el Cuadro 4.

value of F is calculated, it is compared with the tabular value in order to accept or reject the null hypothesis. When the root mean square error is little, the adjustment is considered to be good.

Aggregated variance. It is the difference of the sum of all real volumes against the estimated volumes, expressed in percentage terms.

$$DA = \frac{\sum V_c - \sum V_r}{\sum V_c} * (100)$$

RESULTS

Sample size. Following the suggested method, the height and diametric category variations with a significance value of 0.05%, a potency value of 90, and an estimation error of ± 2.0 m were used (Table 3).

The largest amount of individuals from the sample corresponded to those with diameters ranging from 15 to 20 cm (Table 3). Although we obtained a sample size of 57 trees, we decided to include 87 individuals with similar diametric categories in order to guarantee a higher precision of results.

Statistical analysis. Correlation tests between the diameter and height variables for *P. greggii* are presented in Table 4.

Cuadro 4. Pruebas de correlación entre variables para *Pinus greggii* Engelm.

Table 4. Correlation tests between variables for *Pinus greggii* Engelm.

Relación	Coefficiente de Correlación
Diámetro - Altura	0.829364
Diámetro - Volumen	0.903116
Altura - Volumen	0.837474



Los coeficientes de correlación muestran un alto grado de asociación entre las variables. Destacan la combinación de variables diámetro-volumen, por lo que se concluyó que es posible elaborar una tabla de volúmenes.

Modelo de Schumacher

$$V = a (D)^b (H)^c$$

$$V = 0.000137940 (D)^{1.671395792} (H)^{0.916603698}$$

Modelo de la Variable Combinada Logarítmica

$$V = a (D^2 H)^b$$

$$V = 0.382849697 (D^2 H)^{0.866278861}$$

Modelo de la Variable Combinada Aritmética

$$V = a + b (D^2 H)$$

$$V = 0.009272147 + 0.404765598 (D^2 H)$$

Modelo de Meyer

$$V = a (D)^b (D^2 H)^c$$

$$V = 0.000137940 (D)^{-0.161811604} (D^2 H)^{0.916603698}$$

Donde:

V = Volumen
a = Constante a estimar
H = Altura
D = Diámetro normal (a 1.30 m)

Elección de los modelos de regresión. El modelo matemático se eligió por los índices obtenidos en las pruebas estadísticas, por lo que no fue necesario probar la bondad de otro modelo (Cuadro 5).

Correlation coefficients show a high degree of association between variables. The combination of diameter-volume is outstanding, since it helped to conclude that it is possible to make a table of volume.

Schumacher's Model

$$V = a (D)^b (H)^c$$

$$V = 0.000137940 (D)^{1.671395792} (H)^{0.916603698}$$

Logarithmic Combined Variable Model

$$V = a (D^2 H)^b$$

$$V = 0.382849697 (D^2 H)^{0.866278861}$$

Arithmetic Combined Variable Model

$$V = a + b (D^2 H)$$

$$V = 0.009272147 + 0.404765598 (D^2 H)$$

Meyer's Model

$$V = a (D)^b (D^2 H)^c$$

$$V = 0.000137940 (D)^{-0.161811604} (D^2 H)^{0.916603698}$$

Where:

V = Volume
a = Fixed value to estimate
H = Height
D = Diameter at breast height (1.30 m)

Selection of regression models. The mathematical model was chosen according to the rates obtained in statistic tests, which made it unnecessary to test the goodness of another model (Table 5).

Cuadro 5. Resultados de las pruebas estadísticas en los modelos utilizados.

Table 5. Statistic test results of the models used.

Número de modelo	Modelo	R	R ²	DMA	CME	F Cal	Error Estándar
1	Schumacher	0.9918	0.9837	-2.02%	0.0293	2529.84	0.0190
2	Variable Combinada Logarítmica	0.9675	0.9834	-1.85%	0.0296	5003.76	0.01868
3	Variable Combinada Aritmética	0.9894	0.9790	-4.61%	0.0002	3929.40	0.0174
4	Meyer	0.9918	0.9837	-2.02%	0.0293	2529.84	0.0190

R = Coeficiente de correlación; R² = Coeficiente de determinación; CME = Cuadrado Medio del Error; DMA = Desviación agregada; F Cal = Valor de F calculado.
R = Correlation quotient; R² = Determination quotient; CME = Square Mean Error; DMA = Standard Deviation Added; F Cal = Calculated F value.



Los modelos Schumacher y Meyer presentaron un mayor coeficiente de determinación (R^2). De acuerdo a los valores de la desviación agregada (DMA), el modelo 2 resultó el mejor; en segundo lugar con diferencia no significativa los modelos 1 y 4. El modelo 3 se descarta, con base en este criterio de elección.

Al analizar los valores del cuadrado medio del error (CME), el modelo seleccionado sería el 3; aunque los resultados de los modelos 1, 2 y 4 también son satisfactorios. Los valores de F calculada muestran que los cuatro modelos tienen un buen ajuste para la predicción de los volúmenes, con un nivel significativo del 1%. Respecto al error estándar, los cuatro modelos son elegibles. En la Figura 2 se observa el comportamiento de los cuatro modelos, con base en las diferencias relativas a los valores ajustados y muestrales.

Tanto en la representación gráfica, como en los valores R^2 , error estándar y DMA los modelos de Schumacher, Meyer y Variable Combinada Logarítmica tuvieron un buen ajuste; sin embargo, por su mayor facilidad de cálculo se recomienda el modelo de Schumacher. La Variable Combinada Aritmética presenta un ajuste aceptable, pero con desviaciones significativas de sobreestimación en las categorías diamétricas inferiores (desde los 10 hasta los 15 cm), lo que limita su aplicación.

Tablas de volumen. Para las ecuaciones obtenidas a partir de los modelos de Schumacher y Variable Combinada Logarítmica se elaboraron dos tablas de doble entrada, que representan el volumen de fuste total sin corteza, expresado en m^3 , para plantaciones forestales de *Pinus greggii* con árboles de diferentes edades y un intervalo de valores del diámetro normal (DN) de 5 a 55 cm (cuadros 6 y 7).

Con el modelo de Meyer se obtienen valores idénticos a los de Schumacher, ya que al final ambos producen la misma estructura matemática.

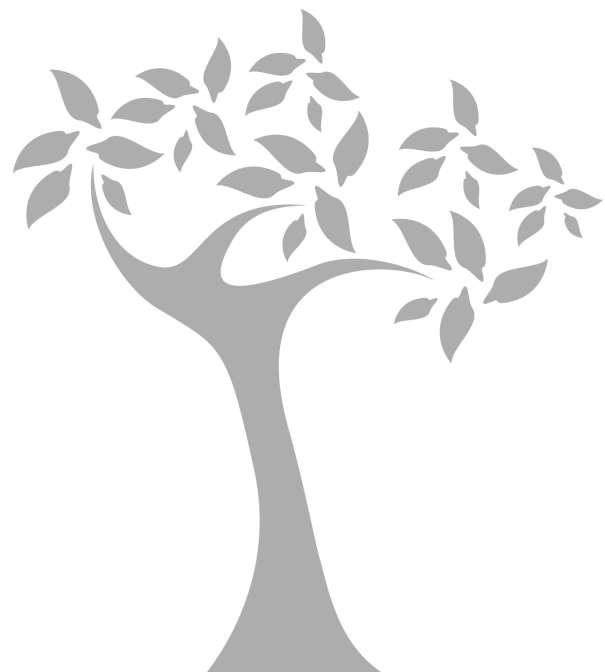
Shumacher and Meyer models showed a higher determination quotient (R^2). According to the aggregated variance values (DMA), model 2 was the best; models 1 and 4 came second, with a non-significant difference. Model 3 was ruled out, based on this selection criterion.

When the root mean square error (CME) was analyzed, the model of choice is 3, although the results of models 1, 2, and 4 were also satisfying. The values of calculated F show that all four models are properly adjusted for volume prediction, with a significance level of 1%. Regarding standard error, all four models are eligible. Figure 2 shows the behavior of the four models, based on the relative differences to adjusted and sampling values.

Both in the graphic representation, as well as in R^2 , standard error and DMA values, the Schumacher, Meyer and Logarithmic Combined Variable models showed good adjustment; however, the Schumacher model is recommended for its ease of calculation. The Arithmetic Combined Variable model shows an acceptable adjustment, but the significant overestimation variances in the lower diameter categories (from 10 to 15 cm) limit its application.

Volume tables. For the equations obtained from the Schumacher and Logarithmic Combined Variable models, we elaborated two double entry tables, which represent the total stem volume without bark, in m^3 , for forest plantations of *Pinus greggii* with trees of diverse ages and a value interval of normal diameter (DN) ranging from 5 to 55 cm (tables 6 and 7).

The results obtained with the Meyer model are identical to those obtained using the Schumacher model, since both ultimately produce the same mathematical structure.



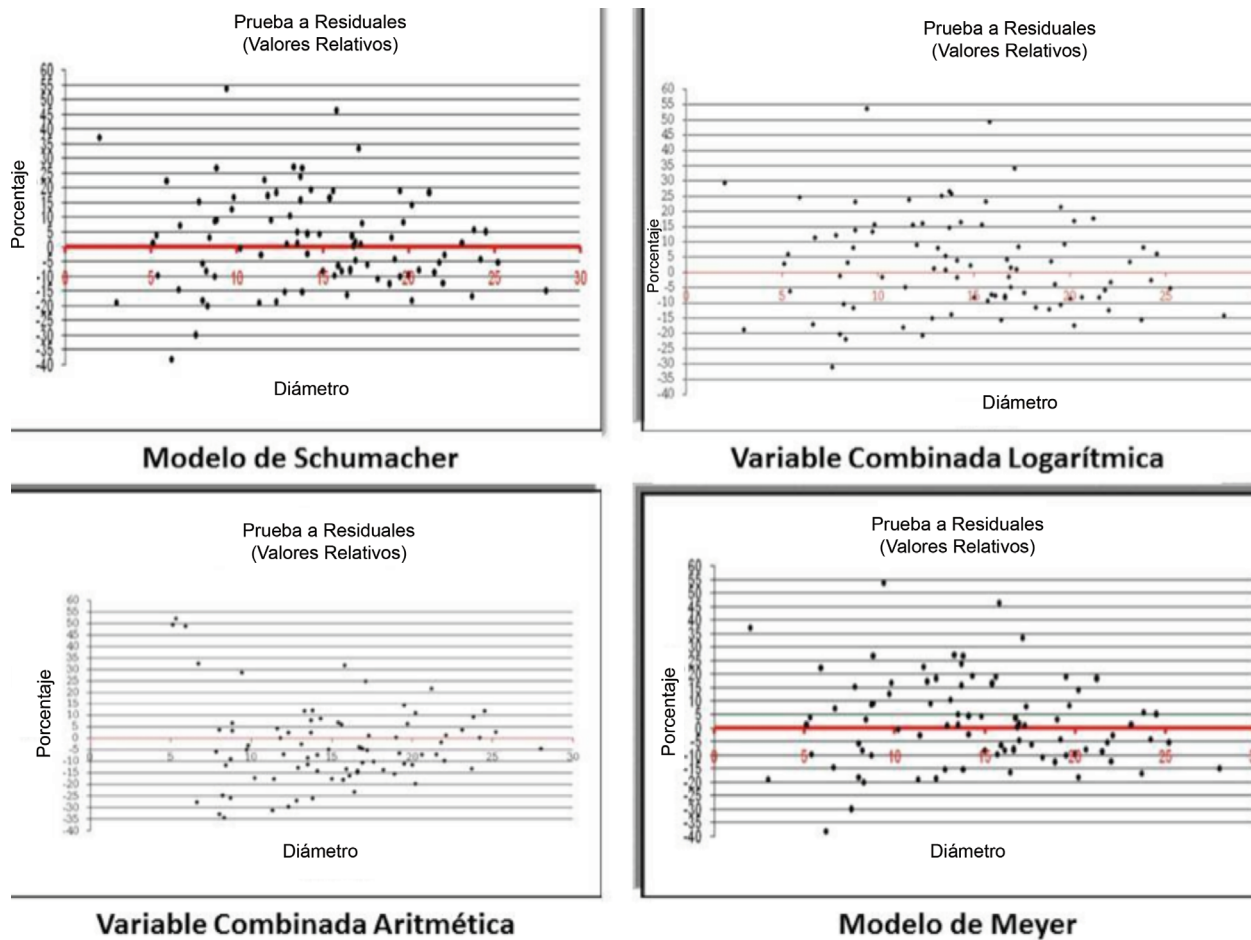


Figura 2. Valores relativos de diferencias (prueba a residuales) de los cuatro modelos probados.
Figure 2. Relative values of differences (residual test) of the four tested models.

Cuadro 6. Tabla de volúmenes para plantaciones forestales de *Pinus greggii* Engelm. obtenida a partir del modelo de Schumacher ($V= 0.000137940$ (D) 1.671395792 (H) 0.916603698).
Table 6. Volume table for forest plantations of *Pinus greggii* Engelm. obtained from the application of the Schumacher model ($V= 0.000137940$ (D) 1.671395792 (H) 0.916603698).

Categoría	Altura (m)													
diamétrica														
(cm)	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
5	0.009	0.011	0.012	0.014	0.015	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017	0.017
10	0.028	0.033	0.039	0.044	0.049	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053	0.053
15	0.056	0.066	0.076	0.086	0.096	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105	0.105
20	0.090	0.107	0.123	0.139	0.154	0.170	0.170	0.170	0.170	0.170	0.170	0.170	0.170	0.170
25	0.131	0.155	0.178	0.201	0.224	0.247	0.247	0.247	0.247	0.247	0.247	0.247	0.247	0.247
30	0.178	0.210	0.242	0.273	0.304	0.335	0.335	0.335	0.335	0.335	0.335	0.335	0.335	0.335
35	0.230	0.271	0.313	0.353	0.394	0.434	0.434	0.434	0.434	0.434	0.434	0.434	0.434	0.434
40	0.287	0.339	0.391	0.442	0.492	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542
45	0.350	0.413	0.476	0.538	0.599	0.660	0.660	0.660	0.660	0.660	0.660	0.660	0.660	0.660
50	0.417	0.493	0.567	0.641	0.714	0.787	0.787	0.787	0.787	0.787	0.787	0.787	0.787	0.787
55	0.489	0.578	0.665	0.752	0.838	0.923	0.923	0.923	0.923	0.923	0.923	0.923	0.923	0.923

Cuadro 7. Tabla de volúmenes para plantaciones forestales de *Pinus greggii* Engelm. obtenida a partir del modelo de la Variable Combinada Logarítmica ($V = 0.382849697 (D^2H)^{0.866278861}$).

Table 7. Volume table for forest plantations of *Pinus greggii* Engelm. obtained from the application of the Logarithmic Combined Variable model ($V = 0.382849697 (D^2H)^{0.866278861}$).

Categoría diamétrica (cm)	Altura (m)													
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
15	0.009	0.010	0.012	0.013	0.014	0.016	0.017	0.018	0.020	0.021	0.022	0.024	0.025	0.026
10	0.029	0.033	0.038	0.043	0.048	0.052	0.057	0.061	0.065	0.070	0.074	0.078	0.082	0.087
15	0.058	0.068	0.077	0.087	0.096	0.105	0.114	0.123	0.132	0.141	0.149	0.158	0.167	0.175
20	0.095	0.111	0.127	0.143	0.158	0.173	0.188	0.203	0.217	0.232	0.246	0.260	0.274	0.288
25	0.140	0.164	0.187	0.210	0.233	0.255	0.277	0.298	0.320	0.341	0.362	0.383	0.403	0.424
30	0.192	0.224	0.257	0.288	0.319	0.349	0.380	0.409	0.439	0.468	0.497	0.525	0.553	0.581
35	0.250	0.293	0.335	0.376	0.417	0.456	0.496	0.535	0.573	0.611	0.649	0.686	0.723	0.759
40	0.316	0.370	0.422	0.474	0.525	0.575	0.625	0.674	0.722	0.770	0.817	0.864	0.911	0.957
45	0.387	0.453	0.518	0.581	0.644	0.705	0.766	0.826	0.885	0.944	1.002	1.060	1.117	1.174
50	0.464	0.544	0.622	0.698	0.773	0.847	0.920	0.992	1.063	1.133	1.203	1.272	1.341	1.409
55	0.548	0.642	0.733	0.823	0.912	0.999	1.085	1.170	1.254	1.337	1.419	1.501	1.582	1.662

CONCLUSIONES

Se observó un alto grado de asociación entre las variables estudiadas. Destaca una mayor correlación entre diámetro-volumen. Los coeficientes de correlación fueron altamente significativos, lo que indica un grado de asociación entre las variables propuestas; por lo tanto es posible elaborar una tabla de volúmenes.

Con base en las pruebas estadísticas gráficas y analíticas que se aplicaron, los cuatro modelos mostraron un alto nivel significativo en la predicción de los volúmenes; sin embargo, se observó una mayor eficiencia en los modelos Variable Combinada Logarítmica y de Schumacher, este último con resultados similares a los del modelo de Meyer.

En la elección de los modelos más eficientes para la determinación de volúmenes, el método gráfico resultó de gran utilidad, pues muestra las desviaciones expresadas en porcentaje, de los volúmenes estimados en relación con los valores reales. El análisis de influencia de cada observación sobre el modelo ajustado, la dispersión de los residuales y la distribución de frecuencia de los residuales permitió comprobar que no se violaron los supuestos de la regresión.

El modelo de la Variable Combinada Logarítmica también fue eficiente en la estimación de volúmenes, aunque con menor precisión.

Los modelos y las tablas generadas solo son aplicables a las plantaciones de *Pinus greggii* establecidas en el municipio de Mezitlán, Hidalgo.

CONCLUSIONS

A high association degree among the studied variables was observed. A higher correlation between diameter and volume is notable. The correlation coefficients were highly significant, which indicates a certain degree of association between proposed variables. Therefore, it is possible to elaborate a volume table.

Based on the graphic and analytic statistical tests applied, the four models showed a high significance level in volume prediction. However, a greater efficiency was observed in the Logarithmic Combined Variable and Schumacher models; the results of the latter were similar to those obtained from the Meyer model.

When choosing the most efficient models for volume calculation, the graphic method was considerably useful, since it shows the deviations, in percentages, of estimated volumes in relation to real values. The influence analysis of each observation of the adjusted model, the dispersion of residuals, and the distribution of residual frequency, helped us demonstrate that the regression suppositions were not transgressed.

The Logarithmic Combined Variable model was also efficient for estimating volumes, although not as precise.

The models and tables generated in this study are only applicable to plantations of *Pinus greggii* established in the municipality of Mezitlán, Hidalgo state.

End of the English version

REFERENCIAS

- Armendáriz O., R. A. Quiñones Ch., M. Cano R., P. Juárez T., H. O. Rubio A. y J. Rentería A. 2003a. Tablas de volúmenes para *Pinus herrerae* y *Pinus durangensis* en el ejido Monteverde, municipio de Guazapares, Chihuahua. SAGARPA. Gobierno del estado de Chihuahua. CONAFOR. Fundación Produce Chihuahua. INIFAP. Campo Experimental Madera. Folleto técnico No. 21. Chihuahua, Chih. México. 20 p.
- Armendáriz O., R. A. Quiñones Ch., M. Cano R., P. Juárez T., H. O. Rubio A. y J. Rentería A. 2003b. Tablas de volúmenes para *Pinus arizonica* y *Pinus durangensis* en el ejido Madera, municipio de Madera, Chihuahua. SAGARPA. Gobierno del estado de Chihuahua. CONAFOR. Fundación Produce Chihuahua. INIFAP. Campo Experimental "Madera". Folleto técnico No. 23. Chihuahua, Chih. México. 19 p.
- Caillez, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento. Vol. I. Estimación del volumen. Estudio FAO Montes Roma, Italia. 91 p.
- Caballero D., M. 1972. Tablas y tarifas de volúmenes. SAG. DGINF. México, D. F. México. 55 p.
- Cumplido O., R. 2002. Tablas de volúmenes y de incrementos para tres especies del género *Pinus* de tres predios del estado de Chihuahua, México. Tesis de licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. México. 114 p.
- García, E. 1988. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen (para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana). Offset Larios. 3ª ed. México, D. F. México. 217 p.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). 1985. Cartas topográficas y edafológicas. INEGI. SPP. México, D.F. México.
- Infante G., S. y G. P. Zarate de L. 1984. Métodos Estadísticos. Edit. Trillas. México, D.F. México, pp. 513- 515.
- López E., H. A. 1983. Toma de datos, elección de modelos de regresión y pruebas de residuales para elaborar tablas de volúmenes. Tesis Profesional. Facultad de Agrobiología "Presidente Juárez", UMSNH. Uruapan, Mich. México. 58 p.
- Madrigal H., S. e I. Vázquez C. 2004. Ecuaciones de predicción volumétrica para tres especies de *Pinus* spp. en la región oriente de Michoacán. Ciencia Nicolaita. Revista Científica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Vol. 39: 189-206.
- Muñoz F., H. J. 2000. Tablas de volumen para *Eucalyptus camaldulensis* Dehnh. Rev. Cien. For. en Méx. 25 (88): 75-92.
- Muñoz F., H. J., S. Madrigal H., M. Aguilar R., J. J. García M. y M. Lara R. 2003. Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roetzl. y *P. pringlei* Shaw., en el oriente de Michoacán. Rev. Cien. For. en Méx. 8 (94): 81-100.
- Navarro M., S. A., L. M. Torres E., A. Cano P., S. Valencia M. y E. H. Cornejo O. 2000. Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus cembroides* Zucc., en el sureste de Coahuila. Foresta-AN. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Nota Técnica No. 3. Saltillo, Coah. México. 16 p.
- Quiñones Ch., A., P. Alvarado M. y R. Trujillo R. 2001. Elaboración de una tabla de volúmenes para *Pinus cooperi* Blanco mediante análisis troncales en Durango. Resumen. In: Memorias de Congreso Mexicano de Recursos Forestales. Noviembre 7-9 de 2001. Guadalajara, Jalisco. México. 65 p.
- Rentería A., J. B. 1995. Sistema de cubicación para *Pinus cooperi* Blanco, mediante ecuaciones de ahusamiento en Durango. Tesis de Maestría en Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. México. 77 p.
- Rentería A., J. B. y S. Meza M. 2001. Elaboración de una tabla de volúmenes regional para *Pinus durangensis* Martínez y *Pinus engelmannii* Carr. en Durango. In: Memorias del V Congreso Mexicano de Recursos Forestales. Noviembre 7-9 de 2001. Guadalajara, Jalisco, México. 67 p.
- Rentería A., J. B. 2003. Tablas de volúmenes para *Pinus herrerae* y *Pinus durangensis* en el ejido Monteverde, municipio de Guazapares, Chihuahua. INIFAP. Campo Experimental Madera. Folleto Técnico No. 21. Chihuahua, Chih. México. 20 p.
- Rodríguez B., S. y X. García C. 2008. Cubicación de árboles jóvenes en plantaciones de Caoba. Trópico Rural. Revista de Ciencias Agropecuarias, Forestales y Acuáticas. Chetumal, Q. R. México. 1 (7): 26-30.
- Romahn De La V., C. F., H. Ramírez M. y J. L. Treviño G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, Edo. de Méx. México. 345 p.
- Tenorio G., G. 2003. Tabla de volumen para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en el estado de Hidalgo. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. División de Ciencias Forestales. Chapingo, Edo. de Méx. México. 62 p.
- Velarde R., J. C. 2002. Estudio de crecimiento y elaboración de tablas de volumen para *Pinus lawsonii* y *Pinus oocarpa*. Ensayo presentado en el diplomado "Aprovechamiento, Conservación y Restauración de Recursos Forestales". Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. México. 81p.
- Velasco B., E., S. Madrigal H., I. Vázquez C., A. González H. y F. Moreno S. 2006. Manual para la elaboración de tablas de volumen fustal en pinos. CONACYT, CONAFOR, CENID-COMEF, INIFAP. Libro Técnico No.1. México, D. F. México. 34 p.
- Velasco B., E., S. Madrigal H., I. Vázquez C., F. Moreno S., y A. González H. 2007. Tablas de volumen con corteza para *Pinus douglasiana* y *Pinus pseudostrobus* del Sur-Occidente de Michoacán. Rev. Cien. For. en Méx. 32 (101): 93-116.