

Imperfecciones en los mercados financieros y la regla óptima de tasas de interés

Alejandro Rodríguez Arana

(Recibido: octubre, 2019/Aceptado: marzo, 2020),

Resumen

Este trabajo presenta un modelo teórico útil para encontrar la regla de tasas de interés que minimiza una función que depende de la varianza del producto y la varianza de la inflación. En condiciones ideales esta regla respeta el principio de Taylor, por el cual la tasa nominal de interés de política se sobre ajusta a la inflación y sus expectativas. Sin embargo, en presencia de mercados imperfectos de crédito y/o de un numeroso grupo de personas excluido del sector financiero, la regla óptima puede no respetar el principio mencionado. Aun en estos casos, el modelo macroeconómico presenta trayectorias estables y definidas para la inflación y el producto.

Palabras clave: Regla de Taylor, tasa de interés óptima, causación acumulativa

Clasificación JEL: E40, E44, E52

* Profesor-investigador en la Universidad Iberoamericana, Ciudad de México, Prolongación Paseo de la Reforma 880, colonia, Lomas de Santa Fe, c. p. 01219, Ciudad de México, <alejandro.rodriguez@ibero.mx>.

Imperfections in the financial markets and the optimal interest rate rule

Abstract

This work presents a useful theoretical model to find the interest rate rule that minimizes a function that depends on the variance of the product and the variance of inflation. Ideally, this rule respects the Taylor principle, by which the nominal rate of Policy interest is over-adjusted for inflation and expectations. However, in the presence of imperfect credit markets and/or a large group of people excluded from the financial sector, the optimal rule may not respect the mentioned principle. Even in these cases, the Macroeconomic model presents stable and defined trajectories for inflation and output.

Key words: Taylor rule, optimal interest rate, cumulative causation.

JEL classification: E40, E44, E52.

1. Introducción

Hace más de 100 años, el gran economista sueco Knut Wicksell (1898) hizo una crítica a la política monetaria basada en el manejo de tasas de interés nominales. Cuando la institución responsable de fijar esa tasa decide bajar la inflación, va a aumentar la tasa de interés nominal. Si la demanda agregada depende negativamente de la tasa real de interés y la inflación está predeterminada, el aumento descrito va a propiciar un incremento inicial de la misma magnitud en la tasa real de interés, el cual, sin embargo, va a desatar un problema de causación acumulativa (*cummulative causation problem*).

La reducción de la demanda va a propiciar una caída de la inflación. Con una tasa nominal más elevada esto va a generar un aumento adicional de la tasa real de interés, una caída todavía mayor de la demanda y una nueva reducción de la inflación, lo que va a seguir aumentando las tasas reales al tiempo que se propicia una menor inflación y una mayor tasa real en un proceso inestable.

¿Cómo compatibilizar una política monetaria basada en tasas de interés con la estabilidad de la inflación? La respuesta la dio John B Taylor noventa

y cinco años después de la crítica de Wicksell (Taylor, 1993): con una regla que sobre ajuste la tasa nominal de interés a la inflación.

Si la inflación aumenta en un punto y la tasa de interés nominal utilizada como instrumento de política monetaria aumenta más de un punto, la tasa real de interés va a aumentar cuando se incremente la inflación. Igualmente, cuando la inflación caiga, la tasa real caerá, rompiéndose la correlación negativa entre la tasa real de interés y la inflación descrita por Wicksell (1898). Al sobre ajuste de la tasa nominal a la inflación se le conoce como el principio de Taylor. A la regla de tasas de interés señalada por este mismo autor se le ha dado el nombre de la regla de Taylor (ver Woodford (2001)).

Diversos artículos muestran que la regla de Taylor estabiliza tanto la inflación como el producto de una economía (Romer (2000), Taylor (2000), Koenig (2008)), o que, de hecho, en contextos donde la inflación se mueve libremente, genera soluciones únicas al equilibrio (McCallum y Nelson, 1999); (King, 2000), (Woodford, 2001); Koenig, 2008). Otros trabajos muestran que el principio de Taylor, y una regla similar a la originalmente propuesta por él mismo, pueden obtenerse de un programa de optimización del banco central. En dicho programa esta institución minimiza las variaciones de la inflación y el producto alrededor de ciertas metas establecidas con antelación para estas variables.¹

El principio de Taylor parece tener un respaldo empírico en Estados Unidos durante los años de la llamada gran moderación (Taylor, 2015a), aproximadamente entre el segundo lustro de la década de los ochenta y el 2000. Una regresión simple a nivel mensual entre la tasa nominal de fondos federales y un promedio de inflación anual, el cual busca capturar tanto la inflación observada como la esperada,² da por resultado, entre 1988 y 2000, un coeficiente de 1.24, lo que sugiere que si la inflación observada y/o sus expectativas aumentaban en un punto porcentual en esa época, la tasa de fondos federales aumentaba hasta en 1.24 puntos. La misma regresión entre 1988 y 2007, antes de la crisis financiera de varios países desarrollados, da un coeficiente todavía más elevado, de 1.53%, por lo cual a nivel observado el principio de Taylor parece cumplirse. Esto a pesar de la crítica del propio (Taylor, 2015a 2015b) de que el mecanismo se había roto entre 2003 y 2005.

¹ Ver por ejemplo Galí y Gertler (1999), Clarida, Galí y Gertler (1999), Carlin y Soskice (2006) y Galí (2008)

² Es un promedio del crecimiento de precios de ese mes y el mismo mes del año anterior y del crecimiento de precios de doce meses después en relación con el mes en cuestión.

Durante los años de la crisis, el principio de Taylor aparentemente deja de existir. Por ejemplo, la regresión descrita en el párrafo anterior entre 2008 y 2015 da un coeficiente de 0.17 con relativamente poca significancia. Cuando esta regresión se corre entre 2009 y 2015, el coeficiente es muy cercano a cero y sin ninguna significancia.

Una pregunta surge de estas observaciones ¿Romper el principio de Taylor implica que el banco central ha dejado de seguir una política óptima? Taylor (2015a 2015b) ha criticado el posible rompimiento de su regla y ha protagonizado una discusión con Ben Bernanke (2015) el Presidente del Banco de la Reserva Federal de Estados Unidos entre 2006 y 2014. En esta discusión Bernanke defiende el enunciado de que el fin justifica los medios. Los instrumentos se habrán de adaptar a los objetivos de la política monetaria. De modo que si se cumplen los objetivos, no importa mucho que le haya sucedido a los instrumentos. Taylor discrepa con esta propuesta y la llama discreción restringida (*constrained restriction*). Según él, la historia muestra que el seguir reglas monetarias propicia más estabilidad y crecimiento que no establecerlas.³

Basado en estas consideraciones, este trabajo pretende averiguar, a nivel teórico, si el principio de Taylor en la regla de tasas de interés surge como una condición necesaria para que la política monetaria basada en el manejo de tasas de interés sea óptima.

El resultado general del trabajo es que algunas imperfecciones del mercado financiero pueden generar una regla óptima de tasas de interés que no respete el principio de Taylor. En particular se investigan dos imperfecciones: una primera que surge de la idea general del modelo de Bernanke y Blinder (1988), por la cual hay un tipo de poder monopólico en el sistema bancario. La segunda imperfección es la que surge cuando hay una exclusión financiera de consideración y el ahorro de muchos agentes se da sólo en dinero en efectivo.

Dado que el origen de la crisis de 2008-2009 en Estados Unidos y otros países desarrollados fue financiero, es altamente probable que en los años

³ Taylor (2015b) cita un artículo de Nikolsko et al (2014), el cual hace un análisis de distintos períodos donde hay reglas de tasas de interés bastante definidas contra otros donde no hay esas reglas. El resultado, de acuerdo a estos autores, es que los períodos donde hay reglas definidas tienen menor inflación y mayor crecimiento, además de que tanto la inflación como el producto muestran una menor varianza. El problema con este trabajo sería el de si realmente es posible establecer que hubo reglas definidas en algunos periodos en relación con otros.

posteriores el poder monopólico de algunos bancos haya aumentado, al igual que la exclusión financiera, por lo que posiblemente era necesario un cambio en la regla óptima de política monetaria, la cual tal vez ya no ha requerido de instrumentar el principio de Taylor.

El artículo se divide en cuatro secciones: la primera sección describe el problema de optimización del banco central; la segunda establece la regla tasas de interés óptima cuando los mercados financieros funcionan competitivamente (el modelo estándar); la tercera sección hace lo mismo que la segunda cuando opera una situación como la descrita por Bernanke y Blinder (1988); la cuarta sección busca la política óptima cuando hay una exclusión financiera considerable.

2. El problema de optimización del banco central

Cuando hay objetivos de inflación, el banco central en general desea que el incremento de precios se sitúe lo más cerca posible de su meta. Al mismo tiempo, esta institución también tiene como objetivo acercar el producto lo más posible a su nivel potencial⁴ pues si la producción está variando fuertemente alrededor de ese nivel, propicia variaciones en el consumo que reducen el bienestar de la población.

En términos técnicos, el banco central busca minimizar una función de pérdida, la cual se establece como:

$$\xi_0(\pi_t - \pi^*)^2 + \xi_1(y_t - y^*)^2 \quad (1)$$

donde π es la tasa de inflación y π^* es la inflación objetivo del banco central. A su vez, “ y ” es el logaritmo del producto actual, al tiempo que y^* representa al producto potencial. Los parámetros ξ_0 y ξ_1 muestran la importancia relativa que el banco central le da a estabilizar la inflación en el valor objetivo π^* (ξ_0) y el producto en el potencial y^* (ξ_1). El mejor resultado para el banco central sería que la inflación tomara siempre el valor objetivo π^* y el producto el valor potencial y^* . En términos de bienestar, cualquier otro

⁴ El producto potencial se refiere a un nivel que, si el producto actual alcanza, entonces provoca estabilidad de la inflación. El producto potencial es la versión en el producto de la NAIRU (non accelerating rate of inflation unemployment) la tasa de desempleo que estabiliza la inflación.

resultado es inferior contra ese nivel mínimo que lleva a la función a tomar el valor de cero.

Una función muy similar a ésta fue propuesta originalmente por Barro y Gordon (1983). Más adelante Galí y Gertler (1999), Clarida, Galí y Gertler (1999), Carlin y Soskice (2006) y Galí (2008), entre otros, han usado una forma funcional también muy parecida.⁵

La minimización de la ecuación (1) tiene como restricción la llamada curva de Phillips, la cual, en un espíritu muy similar al de Barro y Gordon (1983), se especifica de la siguiente manera:

$$\pi_t = E_{t-1}(\pi_t) + \delta(y_t - y^*) + v_t \quad (2)$$

donde $E_{t-1}(\pi_t)$ son las expectativas de inflación que se generaron en el periodo inmediatamente anterior. El término v es un error aleatorio que en el caso más simple se supone normal con media cero y varianza constante.

La curva de Phillips muestra que la única manera de generar un producto por arriba del potencial ($y > y^*$) es engañar al público y propiciar una inflación superior a la que se esperaba el período anterior. Por otra parte, si la gente es muy pesimista y espera un incremento de precios muy alto, bajar la inflación tiene como costo principal es de crear una recesión ($y < y^*$). En el equilibrio de largo plazo, donde la inflación coincide con sus expectativas, el producto observado es igual al potencial.

La minimización de la ecuación (1) sujeta a la restricción (2) da como resultado

$$y_t = y^* - \frac{\delta \xi_0}{\xi_1} (\pi_t - \pi^*) \quad (3)$$

Esta función se conoce en la literatura como la demanda agregada (Galí y Gertler, 1999) y muestra una relación negativa entre la brecha del producto ($y - y^*$) y la brecha de la inflación ($\pi - \pi^*$). La idea intuitiva de esta función es que cuando la inflación está por arriba de su objetivo, el banco central debe

⁵ La función de pérdida de Barro y Gordon (1983) muestra que el banco central desea estabilizar la tasa de desempleo actual en un nivel inferior al de la NAIRU. Ese supuesto genera un sesgo inflacionario en el sistema, algo que no sucede cuando el banco central tiene como objetivo estabilizar la tasa de desempleo en la NAIRU. En el contexto de utilizar el producto en lugar de la tasa de desempleo, la función de pérdida de Barro y Gordon (1983) se escribiría como: $\xi_0(\pi_t - \pi^*)^2 + \xi_1(y_t - \hat{y}^*)^2$, donde $\hat{y} > 1$.

reaccionar para que el producto caiga por debajo de su nivel potencial y eventualmente eso haga que la inflación regreses a su meta. El instrumento por excelencia que tiene el banco central para lograr la estabilización del producto y la inflación es la tasa de interés.

2. La regla óptima de tasas de interés en un modelo estándar

Para lograr que el producto se comporte como señala la ecuación (3), el banco central debe establecer una regla de tasas de interés que propicie ese comportamiento. En un modelo estándar simple, la ecuación de equilibrio en el mercado de bienes, mejor conocida como la función *IS*, se especifica en una versión lineal logarítmica como:

$$y_t = H_t - b_0 r_t \quad (4)$$

que indica que la demanda del producto depende negativamente de la tasa real de interés r por el efecto que tiene ésta en el consumo y la inversión. En la concepción de la antigua función *IS*, H representa factores de política fiscal. Si el gasto en consumo público aumenta, H aumenta. Si los impuestos aumentan, H disminuye. En este mismo enfoque, H también puede representar otros factores, como el consumo autónomo del modelo keynesiano simple o incluso las exportaciones netas del país (Taylor, 2000) para un argumento similar).

En el enfoque de optimización dinámica del consumo H estaría relacionado con la expectativa presente del ingreso futuro, más un parámetro que representa el efecto de la tasa de descuento intertemporal. Así:

$$H_t = E_t(y_{t+1}) + b_0 \psi \quad (5)$$

donde ψ es la tasa de descuento intertemporal en el consumo.⁶

Para encontrar la tasa de interés real que optimiza el programa del banco central, simplemente hay que sustituir la demanda agregada (3) en la ecuación de la *IS* (4) y despejar r , lo que da como resultado:

⁶ La ecuación $y_t = E_t(y_{t+1}) - b_0 (r_t - \psi)$ que es una combinación entre las ecuaciones (4) y (5) en el enfoque de optimización dinámica del consumo, es una ecuación de Euler para el producto, la cual ha sido propuesta y utilizada por autores como McCallum y Nelson (1999), King (2000), Woodford (2001), Koenig (2008). En este enfoque b_0 representaría a la elasticidad de sustitución en el consumo.

$$r_t = \frac{H_t - y^* + \delta \left(\frac{\xi_0}{\xi_1} \right) (\pi_t - \pi^*)}{b_0} \quad (6)$$

esto implica que la tasa nominal de interés óptima de los bonos es:

$$i_t = r_t + E_t \pi_{t+1} = \frac{H_t - y^* + \delta \left(\frac{\xi_0}{\xi_1} \right) (\pi_t - \pi^*)}{b_0} + E_t \pi_{t+1} \quad (7)$$

donde i es la tasa nominal de interés y $E_t \pi_{t+1}$ es la expectativa en el periodo actual de la inflación futura.

Si la *IS* (4) es la ecuación de Euler en el producto, la tasa de interés real que optimiza el programa del banco central es:

$$r_t = \psi + \frac{E_t (y_{t+1}) - y^* + \delta \left(\frac{\xi_0}{\xi_1} \right) (\pi_t - \pi^*)}{b_0} \quad (8)$$

en este caso $E_t (y_{t+1}) - y^*$ es un tipo de brecha del producto y $\pi_t - \pi^*$ es la brecha de la inflación. Cuando ambas brechas son cero, la tasa real de interés es igual a la tasa de descuento intertemporal.

Cuando la inflación presente y la expectativa de la inflación futura aumentan en la misma magnitud, ($d\pi_t = dE_t (\pi_{t+1})$) y todo lo demás permanece constante, la diferencial de r en (6) y de i en (7) dan como resultado:

$$\frac{dr_t}{d\pi_t} = \frac{\delta \xi_0}{b_0 \xi_1} > 0 \quad (9)$$

$$\frac{di_t}{d\pi_t} = 1 + \frac{\delta \xi_0}{b_0 \xi_1} > 1 \quad (10)$$

bajo el supuesto de que ξ_0 y ξ_1 son parámetros siempre positivos, la tasa real de interés aumenta cuando la inflación y sus expectativas suben. A su vez, la tasa nominal no sólo aumenta, sino que el incremento es superior a la unidad. Por lo cual se cumple el principio de Taylor.

El sobre ajuste de la tasa nominal de interés está determinado, en buena medida, por la importancia relativa que el banco central le da a estabilizar la inflación en relación con el producto (el término ξ_0/ξ_1). Esto se debe a que si el banco central tiene un fuerte incentivo a que la inflación esté en su objetivo, cuando el incremento de precios aumenta va a subir fuertemente la tasa nominal de interés. Esto generará un incremento considerable de la tasa real que propiciará una fuerte recesión, la cual llevará más rápidamente la inflación a su meta.

Las ecuaciones (6) y (7) son formas bastante típicas de la llamada regla de Taylor (Taylor, 1993).

La solución del modelo macroeconómico con expectativas racionales para la inflación, el producto y la tasa de interés se obtiene sustituyendo la demanda agregada (3) en la curva de Phillips (2), lo que da una forma semi-reducida para la inflación:

$$\pi_t = h_0 E_{t-1} \pi_t + (1 - h_0) \pi^* + h_0 v_t \quad (11)$$

$$h_0 = \frac{1}{(1 + \frac{\delta^2 \xi_0}{\xi_1})}$$

en ausencia de choques estocásticos ($v=0$), la inflación es un promedio ponderado de sus expectativas y de la inflación objetivo. Sin embargo, esta forma no es exógena porque con expectativas racionales dichas expectativas son endógenas. Así que tomando el valor esperado condicional de la ecuación (11), utilizando la ley de expectativas iteradas ($E_{t-1} E_{t-1}(\pi_t) = E_{t-1}(\pi_t)$) y sabiendo que puesto que v es un proceso de ruido blanco ($E_{t-1}(v_t)=0$):

$$E_{t-1} \pi_t = \pi^* \quad (12)$$

luego entonces, la forma reducida para la inflación es:

$$\pi_t = \pi^* + h_0 v_t \quad (13)$$

Sustituyendo este valor en la demanda agregada (3) se encuentra la forma reducida del producto

$$y_t = y^* - \frac{h_0 \delta \xi_0}{\xi_1} v_t \quad (14)$$

La inflación va a coincidir con su nivel objetivo, y el producto con el potencial, siempre y cuando los choques de oferta (en la curva de Phillips) sean cero. Si los choques son negativos ($v>0$), la inflación va a subir por arriba de su objetivo y el producto va a ser menor al potencial y, viceversa en el caso de que los choques sean positivos ($v<0$). En el contexto que estamos presentando ese efecto durará sólo un periodo.

La forma reducida para la tasa real de interés en la ecuación (6) será:⁷

$$r_t = \frac{1}{b_0} (H_t - y^* + \frac{\delta \xi_0 h_0}{\xi_1} v_t) \quad (15)$$

en el caso de la ecuación de Euler en el producto:

$$r_t = \psi + \frac{\delta \xi_0 h_0}{\xi_1} v_t \quad (16)$$

los choques de oferta negativos ($v > 0$) implicarían un incremento de la tasa real de interés por arriba de su nivel normal, $(H - y^*/b_0)$ en el caso de la antigua curva de Phillips y la tasa de descuento intertemporal ψ en el caso de la nueva función IS.⁸

3. Imperfecciones en los mercados financieros: el canal de crédito de Bernanke y Blinder

Varios de los supuestos del modelo estándar son muy estrictos. En particular sólo hay una tasa de interés, la de los bonos, que además debe ser la misma que los bancos utilizan como tasa activa y como tasa pasiva. En la vida real esto no ocurre. Muchos depósitos a la vista de los bancos no rinden tasa de interés alguna. Asimismo, las tasas activas que cobran los bancos por sus créditos son superiores a las pasivas que los mismos bancos ofrecen en otros depósitos y a la de los bonos del gobierno.

Las razones por los que ocurren estos fenómenos son básicamente dos: los servicios de liquidez limitados de los bonos públicos y el hecho de que el gobierno, en lo general, es mucho más un deudor de la economía que un acreedor.⁹

En muchos lugares del mundo los bonos públicos son poco accesibles para muchas personas y, cuando lo son, tienen una liquidez limitada. Las

⁷ Siguiendo a la ecuación (14) en $y_{t+1} = y^* - \frac{h_0 \delta \xi_0}{\xi_1} v_{t+1}$, por lo cual $E_t(y_{t+1}) = y^*$.

⁸ No hemos modelado choques en la función IS porque no tienen ningún efecto sobre las formas reducidas de la inflación y el producto. La razón de este resultado es que en el programa óptimo del banco central no aparecen esos choques. Sin embargo, para que posibles choques en la IS no generen cambios en la inflación y en el producto final es necesario que la regla de tasas de interés sí los incorpore. Los choques de demanda terminarían aumentando las tasas de interés en las formas reducidas, aunque sólo de manera temporal.

⁹ Hay casos particulares en que el gobierno es un fuerte acreedor del sistema económico, por ejemplo en Noruega.

grandes corporaciones financieras pueden vender bonos en los mercados secundarios para hacerse de liquidez, pero una buena parte del público está imposibilitada para hacer estas transacciones. En cambio, los depósitos a la vista, aunque no rindan ningún interés, son completamente líquidos y de muy fácil acceso. Por esta razón, muchas personas componen sus portafolios tanto de bonos públicos como de depósitos a la vista. Además, si los bancos tienen poder monopólico, pueden ofrecer estos depósitos sin intereses y alguien estará dispuesto a adquirirlos.

Por otra parte, la mayoría de los gobiernos del mundo expiden bonos para allegarse de recursos, pero prestan al público mucho menos que lo que piden prestado. Esto implica que los mercados de crédito de los gobiernos, los cuales se realizan a través de la banca de desarrollo y otros mecanismos, no pueden competir con el sistema bancario en el otorgamiento de préstamos. Por esta razón, si los bancos tienen poder monopólico, pueden prestar a tasas superiores a las de los bonos públicos y de las pasivas que ellos mismos otorgan.

Estas ideas que hemos descrito están bastante bien expresadas en el modelo de Bernanke y Blinder (1988), para estos autores el mercado de crédito se puede especificar de una manera bastante simple. Los bancos reciben depósitos, parte de los cuales canalizan como crédito. A su vez, dichos bancos también utilizan los depósitos para comprar bonos públicos, por lo cual la tasa de interés de esos bonos tiene una influencia negativa en la oferta de crédito bancario. La interacción entre la oferta y la demanda de crédito determina la tasa activa de interés de los bancos.

A nivel macroeconómico, la función IS de la economía depende negativamente tanto de la tasa de interés de los bonos como de la tasa de interés activa de los bancos, por lo cual todo lo que sucede en el mercado de crédito se manifiesta, al final, en la determinación de la tasa de interés de los bonos, en el producto y en la inflación del sistema.

Un cambio importante de este trabajo en relación con el modelo original de Bernanke y Blinder es que nosotros consideramos la existencia de inflación, mientras que ellos suponen precios fijos. El mercado de crédito del modelo de Bernanke y Blinder (1988) puede describirse de la siguiente manera en términos de ecuaciones logarítmicas:

$$\log(D_t) = \alpha_0 y_t - \alpha_1 i_t \quad (17)$$

$$L_{st} = e^{\eta t} (1 - \theta) D_t \quad (18)$$

$$\eta_t = \beta_0 \rho_t - \beta_1 r_t \quad (19)$$

$$\log(L_{dt}) = j + \gamma_0 y_t - \gamma_1 \rho_t \quad (20)$$

La ecuación (17) representa la demanda de depósitos a la vista (D) por parte del público, la cual depende positivamente del ingreso (y) y negativamente de la tasa nominal de interés (i). Se supone que estos depósitos no rinden ningún tipo de interés, ni nominal ni real. Por esa razón la inflación esperada afecta negativamente el rendimiento real de tales depósitos. En este caso estamos haciendo el supuesto de que los bancos ofrecen sólo depósitos a la vista.

La ecuación (18) es la oferta de crédito, la cual es una fracción e^{η} ($1-\theta$) de los depósitos. Se supone $\eta_t < 1$ al igual que θ . Este último parámetro representa un coeficiente de reservas, el cual puede estar determinado por las autoridades financieras o por las políticas internas de los propios bancos. El término η en la ecuación (19) se supone una función positiva de la tasa de interés real activa que cobran los bancos (ρ) y negativa de la tasa de interés real de los bonos públicos (r). Esto último es así pues el banco puede obtener ganancias de la compra de los bonos del gobierno.

Por último, la ecuación (20) muestra la demanda de crédito, la cual es una función positiva del ingreso y negativa de la tasa activa de interés. Añadimos un efecto relativamente exógeno j que puede representar el optimismo o pesimismo de los agentes para demandar crédito.

El equilibrio del mercado de crédito, donde $L_s = L_d$ implica, por las ecuaciones anteriores:¹⁰

$$\rho_t = \frac{\beta_1 r_t + \theta + j + (\gamma_0 - \alpha_0) y_t + \alpha_1 i_t}{(\beta_0 + \gamma_1)} \quad (21)$$

la tasa activa de interés es una función positiva de la tasa de interés de los bonos, lo cual ocurre porque si dicha tasa aumenta, la oferta de crédito disminuye pues los bancos destinan más recursos a comprar bonos públicos. También está relacionada positivamente con el coeficiente de reservas de los bancos. Al aumentar dicho coeficiente se reduce la oferta de crédito. El

¹⁰ El logaritmo de la ecuación (2) dada la ecuación (3) resulta en: $\rho_t = \frac{\beta_1 r_t + \theta + j + (\gamma_0 - \alpha_0) y_t + \alpha_1 i_t}{(\beta_0 + \gamma_1)}$. Utilizando la ecuación (1) e igualando $\log(L_{dt}) = \log(L_{st})$ se llega a la expresión descrita en la ecuación (5)

efecto que ejerce el ingreso sobre la tasa activa es incierto. Si la elasticidad de la demanda de crédito al ingreso es mayor que la elasticidad de la demanda de depósitos a la misma variable, un aumento en el ingreso aumenta más la demanda de crédito que la oferta y la tasa activa de interés aumenta. Finalmente, la tasa de interés nominal ejerce una influencia positiva sobre la tasa de interés activa. Esto sucede porque al aumentar dicha tasa disminuye la demanda de depósitos bancarios, lo que en forma indirecta también reduce la oferta de crédito.

El modelo simple de Bernanke y Blinder (1988) se complementa con una función IS similar, pero no igual, a la ecuación (4) de la sección anterior, pues en este caso la tasa activa de interés ejerce una influencia negativa sobre la demanda de bienes y servicios. Aquellos consumidores e inversionistas que piden crédito a los bancos reducen su demanda cuando la tasa activa aumenta, aunque la de los bonos permanezca constante. De esta forma, la función IS se especifica como:

$$y_t = H_t - b_0 r_t - b_1 \rho_t \quad (22)$$

el parámetro b_1 representa el canal que va del mercado de crédito al mercado de bienes y servicios.

Al sustituir la ecuación (21) en la ecuación (22) y tomar en consideración que la tasa de interés real es la nominal más las expectativas de inflación:

La ecuación (22) se convierte en:

$$y_t = \frac{(\beta_0 + \gamma_1)H_t - ((\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1(\beta_1 + \alpha_1))r_t - b_1(\theta + j) - b_1\alpha_1 E_t(\pi_{t+1})}{(\beta_0 + \gamma_1) + b_1(\gamma_0 - \alpha_0)} \quad (23)$$

suponemos que el término $(\beta_0 + \gamma_1) + b_1(\gamma_0 - \alpha_0)$ es mayor a cero. Una condición suficiente –no necesaria– para que esto suceda es que la elasticidad de la demanda de crédito al ingreso sea mayor o igual que la elasticidad de la demanda de depósitos al mismo concepto ($\gamma_0 \geq \alpha_0$).

La ecuación (23) es una IS que considera equilibrio en el mercado de crédito. Bernanke y Blinder (1988) le llaman la CC. Dicha ecuación depende positivamente del parámetro H , lo que implica que la demanda aumenta cuando el gasto público también aumenta o cuando los impuestos disminuyen. La misma demanda depende negativamente de la tasa real de interés y de las expectativas de inflación a través del efecto que éstas tienen sobre la tasa nominal de interés, la cual, a su vez, incide positivamente sobre la tasa real

activa de interés. Cuando las expectativas de inflación aumentan, la tasa nominal de interés sube y la gente reduce su demanda por depósitos a la vista, lo que propicia una caída de la oferta de crédito, un aumento en la tasa real de interés activa y una reducción de la demanda de bienes y servicios.

Bernanke y Blinder (1988) cierran su modelo a través de una ecuación de equilibrio en el mercado de dinero (LM). En este caso, como ya lo hemos dichos, supondremos que el banco central controla la tasa de interés relevante de los bonos públicos con objeto de alcanzar objetivos tanto del producto total como de la inflación.

Para alcanzar la tasa real de interés óptima, es necesario sustituir la demanda agregada (3) en la ISC CC y despejar la tasa real de interés, lo cual da como resultado:

$$r_t = \frac{(\beta_0 + \gamma_1)H_t - b_1(\theta + j) - b_1\alpha_1 E_t(\pi_{t+1}) + ((\beta_0 + \gamma_1) + b_1(\gamma_0 - \alpha_0))\left(\delta \frac{\xi_0}{\xi_1}\right)(\pi_t - \pi^*) - y^*}{(\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1(\beta_1 + \alpha_1)} \quad (24)$$

los efectos de la inflación y sus expectativas sobre la tasa real óptima de interés son, de acuerdo a este trabajo, opuestos. Ante un incremento de la inflación presente sobre la inflación objetivo, el banco central tiene el incentivo planteado por (Taylor, 1993) y analizado ya en la sección anterior: subir la tasa de interés real para que ese hecho reduzca la demanda y acerque de nuevo la inflación a su objetivo. Sin embargo, en términos de las expectativas de inflación hay un efecto opuesto, pues cuando éstas aumentan la tasa nominal de interés también se incrementa, pero este hecho genera una reducción de la demanda de depósitos y una caída indirecta de la oferta de crédito con su consecuente incremento en la tasa real de interés activa, lo que reduce la demanda agregada. De aquí que el aumento en las expectativas de inflación propicie una reducción de la tasa real de interés de los bonos, la cual compensaría el incremento en la tasa de interés activa de los bancos.

Demostraremos ahora que, bajo ciertas circunstancias, sería óptimo violar el principio de Taylor y, al aumentar la inflación, aumentar en menos la tasa nominal de interés. Sin embargo, en esta versión del modelo de (Bernanke y Blinder, 1988) el aumento de la inflación siempre generará un incremento de la tasa nominal de interés como respuesta óptima del banco central.

Para mostrar lo anterior, diferenciamos la ecuación (24) suponiendo que sólo cambian la inflación (π_t) y sus expectativas ($E_t(\pi_{t+1})$) en la misma

magnitud, al tiempo que todos los demás determinantes de la tasa real de interés óptima permanecen constantes. De este modo, si $d\pi_t = dE_t(\pi_{t+1})$.

$$\frac{dr_t}{d\pi_t} = \frac{((\beta_0 + \gamma_1) + b_1(\gamma_0 - \alpha_0))\delta\left(\frac{\xi_0}{\xi_1}\right) - b_1\alpha_1}{(\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1(\beta_1 + \alpha_1)} >< 0 \quad (25)$$

No es claro es signo del resultado. Esto se debe a que el término $b_1\alpha_1$ entra con signo negativo y puede ser mayor al lado positivo si la semi elasticidad de la demanda de depósitos a la tasa nominal de interés (α_1) es alta. Luego entonces puede ser óptimo reducir la tasa de interés real de los bonos ante un aumento de la inflación y sus expectativas.

En relación con la tasa nominal de interés, el incremento de dicha variable cuando aumentan la inflación y sus expectativas es:

$$\frac{di_t}{d\pi_t} = \frac{dr_t}{d\pi_t} + 1 = \frac{((\beta_0 + \gamma_1) + b_1(\gamma_0 - \alpha_0))\delta\left(\frac{\xi_0}{\xi_1}\right) + (\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1\beta_1}{(\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1(\beta_1 + \alpha_1)} > 0 \quad (26)$$

este aumento, aunque es positivo, puede ser menor a la unidad. Por ejemplo, supóngase el caso en el cual la importancia que le da el banco central a reducir la inflación es tan pequeña que relativamente el término (ξ_0/ξ_1) se acerca a cero. En dicho caso:

$$\lim_{\left(\frac{\xi_0}{\xi_1}\right) \rightarrow 0} \frac{dr_t}{d\pi_t} = \frac{-b_1\alpha_1}{(\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1(\beta_1 + \alpha_1)} < 0 \quad (27)$$

$$0 < \lim_{\left(\frac{\xi_0}{\xi_1}\right) \rightarrow 0} \frac{di_t}{d\pi_t} = \frac{(\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1\beta_1}{(\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1(\beta_1 + \alpha_1)} < 1 \quad (28)$$

el principio de Taylor se viola por completo y aun así la política es óptima. No obstante, sigue siendo óptimo incrementar la tasa nominal de interés, aunque menos que el aumento en la inflación y sus expectativas.

La posible violación del principio de Taylor ocurre sólo cuando hay un canal de crédito.¹¹ Es más probable que suceda mientras más elevada sea la semi elasticidad de la demanda de depósitos a la tasa nominal de interés, y cuanta

¹¹ El lector puede observar que, si b_1 es cero, la solución óptima para la tasa de interés real es la misma que en la sección del modelo estándar.

menos importancia le otorgue el banco central a estabilizar la inflación en relación con la estabilización del producto (mientras más pequeña sea la razón (ξ_0/ξ_1)).

La razón intuitiva por la cual el canal de crédito puede generar una violación al principio de Taylor puede sustentarse al observar la función IS de la versión del modelo de Bernanke y Blinder (1988) planteada en la ecuación original (22), la cual se repite a continuación por conveniencia:

$$y_t = H_t - b_0 r_t - b_1 \rho_t \quad (29)$$

si no hay canal de crédito ($b_1=0$), un aumento en la inflación y sus expectativas propicia que el banco central reaccione reduciendo la demanda agregada para poder cumplir con su programa de optimización. Esto sólo lo puede lograr incrementando la tasa real de interés, lo cual logra siguiendo el principio de Taylor de sobre ajustar la tasa nominal al incremento de la inflación.

Cuando hay un canal de crédito ($b_1>0$), el aumento en la inflación y sus expectativas propicia un incremento en la tasa nominal de interés, el cual, a su vez, reduce la demanda de depósitos. Este hecho propicia una caída en la oferta de crédito y un consecuente aumento en la tasa de interés activa (ρ), lo que en forma directa tiene un efecto negativo sobre la demanda de bienes y servicios en la función IS (29). De esta manera ya no es claro que para reducir la demanda agregada el banco central tenga que incrementar la tasa real de interés de los bonos (r). Si el canal de crédito es elevado, lo óptimo puede ser reducir dicha tasa.

Un resultado muy interesante de toda esta discusión es que aun en presencia de estas imperfecciones en el mercado financiero, las formas semi-reducidas y reducidas para el producto y la inflación son las mismas que las presentadas en la sección anterior (ecuaciones (11) a (14)). Esto ocurre porque justamente el banco central modifica la regla de tasas de interés para que la demanda agregada (3) se mantenga en toda circunstancia. En el caso de esta versión modificada del modelo de Bernanke y Blinder (1988), la forma reducida para la tasa real de interés es:

$$r_t = \frac{(\beta_0 + \gamma_1)H_t - b_1(\theta + j) - b_1\alpha_1 E_t(\pi_{t+1}) + ((\beta_0 + \gamma_1) + b_1(\gamma_0 - \alpha_0))(\delta \frac{\xi_0}{\xi_1})h_0 v_t - y^*}{(\beta_0 + \gamma_1)b_0 + b_1(\beta_1 + \alpha_1)} \quad (30)$$

En esta sección trabajamos sólo con una versión modificada de la función IS tradicional. Escapa a las intenciones y posibilidades de este artículo

pretender expresar el modelo completo de (Bernanke y Blinder, 1988) en el contexto de un esquema de optimización dinámica general. En el futuro lograr este avance sería muy bienvenido.

4. Exclusión financiera y efectos inusuales en la política monetaria: el impuesto inflacionario

Otro posible canal en el cual la inflación actúa en forma inversa sobre la función IS es el del impuesto inflacionario. Para personas cuyo acceso está fuertemente limitado en el sector financiero, un aumento en la inflación va a generar, finalmente, una reducción de su consumo. El apéndice de este trabajo muestra un ejemplo donde en una economía donde el único depósito de valor es el dinero en efectivo –y en la que hay una restricción de efectivo por adelantado (*cash in advance*)– el consumo en el largo plazo depende del ingreso con una propensión marginal menor a la unidad. En este caso una mayor inflación deprime el consumo de manera gradual.¹²

Para los propósitos de este trabajo, y tomando en cuenta los resultados del apéndice, esta sección introduce el efecto de la tasa de inflación sobre la IS original con signo negativo, de modo que ahora dicha función se considera como:

$$y_t = H_t - b_0 r_t - b_2 \pi_t \quad (31)$$

como el banco central lleva a cabo el mismo proceso de optimización analizado en la sección I, encontrar la tasa de interés real óptima requiere igualar la demanda agregada (3) a la función IS propuesta en (31), lo cual da por resultado la regla de tasas de interés:

$$r_t = \frac{1}{b_0} (H - y^* + \left(\frac{\delta \xi_0}{\xi_1} - b_2\right) \pi_t - \frac{\delta \xi_0}{\xi_1} \pi^*) \quad (32)$$

Esta regla ya no muestra una relación necesariamente positiva entre la tasa de interés real y la inflación, pues:

¹² La restricción de efectivo por adelantado (*cash in advance*) fue originalmente propuesta por Clower (1967). A partir de ahí una gran cantidad de economistas la han utilizado: Por ejemplo, Calvo (1986) y Lucas y Stockey (1987).

$$\frac{dr_t}{d\pi_t} = \frac{1}{b_0} \left(\frac{\delta\xi_0}{\xi_1} - b_2 \right) >< 0 \quad (33)$$

Asimismo, cuando el aumento en la inflación es igual al aumento en las expectativas futuras de inflación ($d\pi_t = dE_t \pi_{t+1}$), la reacción de la tasa nominal de interés es:

$$\frac{di_t}{dt} = 1 + \frac{1}{b_0} \left(\frac{\delta\xi_0}{\xi_1} - b_2 \right) >< 0 \quad (34)$$

que también muestra que podría haber casos en los cuales, si el efecto del impuesto inflacionario sobre la IS es muy grande, no sólo podría ser óptimo reducir la tasa real de interés cuando sube la inflación, sino incluso podría ser óptimo reducir la tasa nominal de interés.

La razón de este posible resultado es la siguiente: si la inflación sube, el programa de optimización del banco central señala que debe reducirse la demanda agregada. Sin embargo, un aumento de la tasa de inflación reduce la IS por el efecto del impuesto inflacionario. Si este efecto fuera muy grande, el banco central podría incluso bajar tasas nominales de interés para mitigarlo un poco y propiciar la relación de demanda agregada óptima.

En este caso, como en el del modelo de Bernanke y Blinder (1988), la solución para las formas reducidas de la inflación y el producto es la misma que en el modelo estándar. El banco central modifica la regla de tasas para que los objetivos sigan siendo los mismos.

Las formas reducidas para la tasa real y la nominal de interés de esta sección son:

$$r_t = \frac{1}{b_0} (H - y^* + \frac{\delta\xi_0}{\xi_1} h_0 v_t - b_2 \pi^*) \quad (35)$$

$$i_t = \frac{1}{b_0} \left(H - y^* + \frac{\delta\xi_0}{\xi_1} h_0 v_t \right) + \left(1 - \frac{b_2}{b_0} \right) \pi^* \quad (36)$$

un objetivo de inflación más elevado, propicia, al final, una tasa real de interés más baja y teóricamente podría generar una tasa nominal también más baja si el efecto del impuesto inflacionario es alto $b_2 > b_0$, lo cual no parece factible que suceda en el mundo real.

5. Conclusiones

John B Taylor (1993) ideó una forma ingeniosa de romper el problema de causación acumulativa que Knut Wicksell planteó hace más de 100 años. Posteriormente, otros autores encontraron que la regla de Taylor no solamente generaba estabilidad en el sistema macroeconómico, sino que tanto en un modelo simple del tipo IS-LM, como en un modelo de optimización dinámica del consumo, la regla óptima de tasas de interés cumplía con el principio de Taylor.

El periodo de la gran moderación (mediados de los años ochenta hasta el 2000) dio pie a suponer que seguir una regla de tasas de interés que respetara el principio de Taylor generaba estabilidad de la inflación y el producto. Sin embargo, la crisis de 2008-2009 modificó la respuesta del banco central y desde ahí parecería ser que el establecimiento de tasas de interés no ha respetado el principio de Taylor en diversos países desarrollados, entre ellos Estados Unidos. El resultado de esta nueva política no ha sido una inestabilidad de la inflación y del producto como las que alguna vez pronosticara el propio (Wicksell, 1898), y que se encontraría en los modelos del tipo de (Romer, 2000); (Taylor, 2000); (Woodford, 2001) y (Koenig, 2008) entre otros.

Este trabajo encuentra que algunas imperfecciones del mercado financiero pueden ser causa de la ruptura del principio de Taylor en el establecimiento de una política óptima de tasas de interés. Por ejemplo, esto sucede cuando la tasa de interés activa es considerablemente más elevada que la tasa de interés de los bonos y hay depósitos bancarios a la vista que no rinden ningún interés.

La razón de este resultado es bastante indirecta: la oferta de crédito depende los depósitos a la vista de los ahorradores, cuya demanda está relacionada negativamente con la tasa de interés nominal de los bonos. Cuando las expectativas de inflación suben, la tasa nominal aumenta, lo que reduce tanto los depósitos a la vista como la oferta de crédito, generando un incremento en la tasa de interés activa y una caída de la demanda de bienes de consumo e inversión (modelo de Bernanke y Blinder, 1988).

Lo anterior indica que aun si la tasa real de interés de los bonos no se moviera, la demanda por bienes y servicios caería con un aumento de la inflación y sus expectativas, por lo cual ya no sería estrictamente necesario poner en marcha el principio de Taylor de sobre ajustar la tasa nominal de los bonos a la inflación y sus expectativas.

El trabajo también investiga el papel de la exclusión financiera en el establecimiento de la tasa de interés óptima. En un extremo, las personas que están totalmente excluidas del mercado financiero pueden ahorrar sólo a través de acumular dinero en efectivo. Un modelo de efectivo por adelantado (cash in advance) muestra que para estas personas un incremento en la tasa de inflación implica una reducción cuando menos paulatina de su demanda de consumo (ver apéndice).

Si el número de personas excluidas de los mercados financieros es elevado, la demanda total de bienes y servicios podría depender en forma negativa de la tasa de inflación, lo que constituye un efecto independiente de la tasa real de interés. Así, un incremento de la inflación con una tasa de interés real constante, podría reducir la demanda de bienes y servicios, con lo cual ya no sería necesario poner en marcha el principio de Taylor en el establecimiento de la tasa real de interés óptima.

Aunque el presente trabajo no lo investiga, es altamente probable que, después de la crisis de 2008-2009, en distintos países desarrollados se hayan exacerbado algunas imperfecciones de los mercados financieros. Muchas instituciones de banca de inversión que competían con los bancos tradicionales en el mercado de crédito quebraron, lo que tal vez redujo la competencia en el sistema bancario y pudo propiciar el surgimiento de un esquema similar al planteado por Bernanke y Blinder (1988). En este caso la regla de tasas de interés, la cual era óptima antes de la crisis, seguía siendo estabilizadora pero ya no era óptima después. Había que cambiarla o sufrir una recesión todavía mayor que la que se observó.

También es muy probable que la exclusión financiera haya aumentado después de la crisis, abriendo un canal considerable con efectos negativos de la tasa de inflación a la demanda de bienes y servicios, con lo cual haber aplicado una regla de Taylor tradicional hubiera propiciado una mayor recesión.

En la discusión de Bernanke (2015) y Taylor (2015_a, 2015_b), probablemente Bernanke tiene la razón. Los instrumentos deben ajustarse a los objetivos. Esto es válido particularmente en un mundo cambiante, donde las formas funcionales de la economía se modifican continuamente.¹³

¹³ Por ejemplo, la IS cambia si hay imperfecciones en el mercado financiero, lo que manteniendo la función de pérdida del banco central da lugar a una modificación de la regla óptima de tasas de interés.

Referencias

- Barro, R y D. Gordon (1983). "A Positive Theory of Inflation in a Natural Rate Model". *Journal of Political Economy*, 91, pp. 589-610.
- Bernanke, B. (2015). "The Taylor rule: A benchmark for monetary policy?" Blog de Brookings Papers of Economic Activity. Puede encontrarse en: <https://www.brookings.edu/blog/ben-bernanke/2015/04/28/the-taylor-rule-a-benchmark-for-monetary-policy/> Consultado en enero de 2017.
- Bernanke, B y A. Blinder (1988). "Credit, money and aggregate demand". *American Economic Review*, 78, pp. 435-439.
- Calvo, G. (1986). "Temporary Stabilization: Predetermined Exchange Rates". *Journal of Political Economy*, 94, 1319-1329.
- Carlin, W. y D. Soskice (2006). *Macroeconomics, Imperfections, Institutions and Policy*. Oxford University Press, Oxford.
- Clarida, R. J. Galí y M. Gertler (1999). "The science of monetary policy: A new Keynesian perspective". *Journal of Economic Literature*, 37, pp. 1661-1707.
- Clower, R. (1967). "A reconsideration of the microfoundations of monetary theory". *Western Economic Journal*, 6, pp. 1-9.
- Galí, J. (2008). *Monetary Policy, Inflation and the Business Cycle. An Introduction to the New Keynesian Perspective*. Princeton University Press. Princeton.
- Galí, J. y M. Gertler (1999). "Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis". *Journal of Monetary Economics*, 44, pp. 195-222.
- King, R. (2000). "The New IS-LM Model: Language, Logic and Limits". *Economic Quarterly*. Federal Reserve Bank of Richmond, 86/3, pp. 45-103.
- Koenig, E. (2008). "Keynesian economics without the IS and LM curves: A dynamic generalization of the Romer-Taylor model". *Research Department Working Paper 0813*. Federal Reserve Bank of Dallas.
- Lucas, R. y N. Stokey (1987). "Money and interest in a cash in advance economy". *Econometrica*, 55, pp. 491-513.
- McCallum, B. y E. Nelson (1999). "An Optimizing IS-LM Specification for Monetary Policy and Business Cycle Analysis". *Journal of Money, Credit and Banking*, 31, 3 pp. 296-316.
- Nikolsko, A.; D. H. Papell y R. Prodan (2014). "Deviations from rules-based policy and their effects". *Journal of Economics Dynamics and Control*, 49, pp. 4-17.
- Romer, D. (2000). "Keynesian Macroeconomics without the LM Curve". *Journal of Economic Perspectives*, 14, pp. 149-169.

- Taylor, J. (1993). "Discretion versus policy rules in practice". *Carnegie Rochester Conference Series in Public Policy*, 39. pp. 195-214.
- Taylor, J. (2000). "Teaching Modern Macroeconomics at the Principles Level". *American Economic Review*, 90-2, pp. 90-94.
- Taylor, J. (2015a). "A monetary policy for the future": artículo presentado para la conferencia del Fondo Monetario Internacional: Monetary Policy for the Future. Puede encontrarse en http://web.stanford.edu/~johntayl/2015_pdfs/A_Monetary_Policy_For_the_Future-4-15-15.pdf. Consultado en enero de 2017.
- Taylor, J. (2015b). "Bernanke says: the Fed has a rule. But it is only constrained discretion and it hasn't worked." Blog de John B Taylor. Puede encontrarse en: <https://economicsone.com/2015/03/25/bernanke-says-the-fed-has-a-rule-but-its-only-constrained-discretion-and-it-hasnt-worked>. Consultado en enero de 2017.
- Wicksell, K (1898) *Interest and Prices*. London, McMillan.
- Woodford, M.(2001) "The Taylor Rule and Optimal Monetary Policy". *American Economic Review*, 2, pp. 232-237.

Apéndice: exclusión financiera y efectos de la tasa de inflación sobre el consumo

La economía está compuesta por individuos que no tienen acceso a ningún mercado financiero. Su único depósito de valor es el dinero en efectivo. Se parte de una restricción de efectivo por adelantado en tiempo continuo, en una forma similar a la propuesta por Calvo (1986).

$$C_t = \phi m_t \quad (\text{A.1})$$

Donde C es el consumo en términos reales, m es la cantidad de dinero en circulación en los mismos términos y ϕ es un valor constante.

La restricción presupuestal del sector privado es:

$$Y_t - C_t = \frac{1}{P_t} \frac{dM_t}{dt} \quad (\text{A.2})$$

Donde Y es el ingreso, C el consumo, P el nivel de precios y M la cantidad nominal de dinero.

Como:

$$\frac{dm_t}{dt} = \frac{1}{P_t} \frac{dM_t}{dt} - \pi_t m_t \quad (\text{A.3})$$

La restricción presupuestal se transforma en:

$$Y_t - C_t - \pi_t m_t = \frac{dm_t}{dt} \quad (\text{A.4})$$

sustituyendo (A.1) en (A.4) y haciendo algunas manipulaciones se llega a:

$$\phi Y_t - (\phi + \pi_t) C_t = \frac{dC_t}{dt} \quad (\text{A.5})$$

la ecuación diferencial (A.5) será estable si y solo si $\phi + \pi > 0$. Esto sucede, sin ninguna duda, si la inflación es positiva. No obstante, también podría suceder en todos los casos en los cuales la deflación sea menor a ϕ . Para el sector privado la inflación y el ingreso están dados.¹⁴ Asimismo, como el dinero es el único depósito de valor de las personas, está predeterminado. Dada la restricción de efectivo por adelantado (A.1), el consumo también está predeterminado.

La solución analítica de esta ecuación diferencial es:

$$C_t = \left(C_0 - \frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_t)} \right) e^{-(\phi + \pi_t)t} + \frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_t)} \quad (\text{A.6})$$

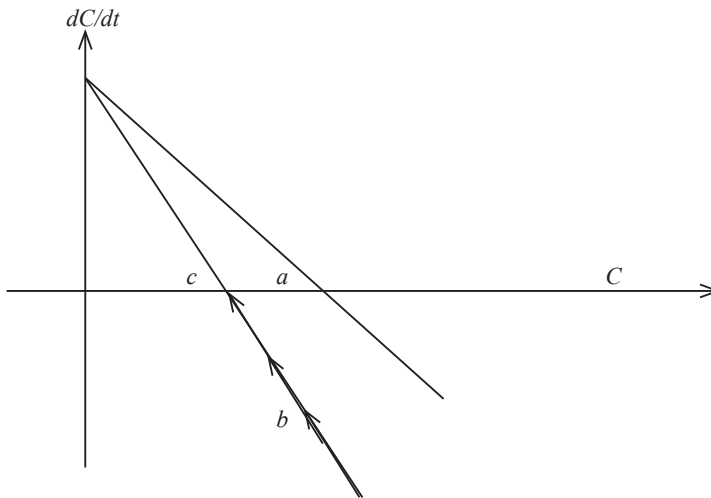
En un momento inicial ($t=0$) $C_t = C_0$. Asimismo $C_0 = \frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_0)}$. Si la inflación aumenta y todo lo demás permanece constante, el término $\frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_t)}$ cae y el valor $C_0 - \frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_t)}$ se vuelve positivo. Como $\phi + \pi_t > 0$ todo el término $\left(C_0 - \frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_t)} \right) e^{-(\phi + \pi_t)t}$ comienza a caer, al igual que el consumo. En el largo plazo, cuando $t \rightarrow \infty$ el consumo se estabiliza en:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C_t = \frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_t)} < \frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_0)} C_0 = C_0 \quad (\text{A.7})$$

El consumo de equilibrio depende positivamente del ingreso y negativamente de la inflación. El multiplicador del ingreso es $\frac{\phi}{(\phi + \pi_t)}$. Este término será un valor inferior a la unidad cuando la inflación sea estrictamente positiva.

Gráficamente, la ecuación diferencial (A.5) puede representarse en un plano donde en el eje vertical está el cambio en el consumo (dC/dt) y en el eje horizontal está el nivel de consumo C .

¹⁴ Puede suponerse que el ocio no es un bien y los individuos van a trabajar todo el tiempo posible para hacerlo, por lo cual su ingreso está dado.



La línea con pendiente negativa continua muestra la ecuación original (A.5). La ordenada al origen es el término $\frac{\phi Y_t}{(\phi + \pi_t)}$ y la pendiente es $-(\phi + \pi_t)$. El punto de equilibrio inicial es a .

Si la inflación sube, la línea original gira hacia abajo. La ordenada al origen se mantiene constante. En un primer momento el nivel del consumo permanece inalterado, pero el cambio en el consumo dC/dt cae drásticamente de un valor de cero en el punto "a" a un valor negativo en el punto b . Ahí el consumo comienza a caer lentamente de b hasta alcanzar el punto C (ver trayectoria de flechas), donde el valor final del consumo es menor. En ningún momento en este ejemplo tiene la inflación un efecto positivo sobre el consumo.