

## **Dependencia en mercados financieros latinoamericanos: enfoque basado en cópulas vine**

Arturo Lorenzo-Valdes\*

(Recibido: noviembre, 2019/Aceptado: marzo, 2020)

### **Resumen**

Este estudio aplica una metodología de cópulas vine regulares para evaluar el nivel de dependencia entre los mercados financieros de seis países latinoamericanos (Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Perú) de enero de 2006 a septiembre de 2013. Se parte la muestra en tres periodos: antes, durante y después de la crisis de 2008. El comportamiento de las distribuciones marginales se describe mediante modelos AR(1)-TGARCH que resultan modelos adecuados para describir el comportamiento de los rendimientos y su volatilidad.

Encontramos que los mercados de valores latinoamericanos presentan una mayor probabilidad de pérdidas extremas que de ganancias extremas y que la estructura de dependencia entre ellos se fortalece más en los periodos de crisis.

*Palabras clave:* cópulas vine, TGARCH, dependencia.

*Clasificación JEL:* C22, C32, C51, E44.

---

\* Profesor-investigador en la Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla <arturo.lorenzo@upaep.mx>.

## Latin American financial markets dependencies: a vine copula approach

### Abstract

This study applies a methodology of regular vine copulas to evaluate the level of dependence between the financial markets of six Latin American countries (Argentina, Brazil, Chile, Colombia, Mexico and Peru) from January 2006 to September 2013. The sample is split into three periods: before, during and after 2008 crisis. The behavior of marginal distributions is described by AR(1)-TGARCH models, which are adequate to model returns and their volatility.

We find that Latin American stock markets have a probability of extreme losses greater than a probability of extreme profits and that the dependence measure increase in crisis periods.

*Keywords:* vine copulas, TGARCH, dependence.

*JEL classification:* C22, C32, C51, E44.

### 1. Introducción

La inserción de América Latina al sistema financiero internacional ha estado plagada de turbulencia y crisis, sin embargo, la crisis financiera global iniciada en 2008 tuvo aparentemente un menor impacto negativo sobre la región. Bajo la perspectiva de los modelos de crisis, ésta es de cuarta generación y son factores clave los precios de otros activos además del tipo de cambio.

Bajo estas condiciones, resulta relevante analizar esta crisis bajo la perspectiva de los inversionistas. La diversificación de portafolios es un factor clave para los inversionistas. Ahora bien, cuando los mercados tienen mucha interdependencia, es muy difícil diversificar las inversiones además que esa dependencia entre los mercados financieros facilita el contagio en periodos de crisis. Más aún, las crisis financieras pueden afectar a otros sectores y a la economía en su conjunto. Lo anterior despertó el interés de estudiar la conexión entre los mercados financieros, así como en otros sectores aplicando el método de cópulas como una forma de medir tal relación que podría llevar al contagio, así como determinar qué tipo de dependencia existe.

Existen muchas propuestas de análisis que han empleado diferentes herramientas estadísticas y econométricas para describir la dependencia y los movimientos conjuntos entre diferentes variables económicas y financieras. La medida más utilizada es la correlación de Pearson que calcula la dependencia lineal entre dos variables cuantitativas. El gran inconveniente de este método es que si la distribución de los datos no presenta un comportamiento lineal la dependencia entre las variables no se explica adecuadamente, por ejemplo, la correlación lineal no explica la dependencia no lineal o la dependencia en las colas de la distribución, que mediría relación entre rendimientos extremos. Una de las herramientas que está teniendo mucho auge en su aplicación es el método de cópulas ya que permiten comprender la dependencia a un nivel más profundo.

El estudio mediante cópulas, en lugar de un estudio de correlación simple, permite describir en forma separada la dependencia entre variables aleatorias y sus respectivas funciones de distribución marginales. Más aún, las cópulas permiten describir la dependencia de los cambios extremos en los rendimientos financieros (Chollete, Heinen y Valdesogo, 2008) conocido este hecho como dependencia en las colas. Otro beneficio es que la adaptación de los procesos de Monte Carlo para realizar las simulaciones requeridas por la técnica se puede hacer de manera relativamente fácil.

Autores como Costinot, Roncalli y Teiletche (2000) señalan que la estructura de dependencia, particularmente en periodos de crisis y entre mercados financieros, se describe de mejor manera a través de herramientas como las cópulas en lugar de un simple análisis de correlación. Considerando la dependencia extrema observada entre los mercados internacionales de renta variable, estos métodos resultan mucho más efectivos para explicar los eventos de crisis.

Como las cópulas permiten describir el comportamiento conjunto de las series de tiempo financieras, se pueden modelar las relaciones observadas en los mercados internacionales y observar, como lo mencionan Longin y Solnik (1995), que la dependencia es más fuerte durante los períodos de alta volatilidad.

Por lo tanto, el comportamiento individual de los rendimientos de los índices accionarios y su volatilidad pueden describirse con modelos de la familia ARCH como el TGARCH y el EGARCH.

Un método que permite calcular una distribución multivariada como el producto de las combinaciones de cópulas bivariadas es el propuesto por

Joe (1997), conocido como cópulas por pares, por medio de construcción de cópulas vine. Estos métodos utilizan estructuras flexibles para modelar la dependencia mediante teoría de gráficas. Las formas de las diferentes gráficas proporcionan la máxima dependencia por pares de las variables financieras. Entre estas estructuras se encuentran los modelos C-Vine y D-Vine que son casos particulares de las cópulas vine regulares.

En este documento se emplean las técnicas de cópulas vine para encontrar la estructura de contagio entre los seis mercados latinoamericanos.

El resto de este documento se divide de la siguiente manera: en la segunda sección se presenta una revisión breve de la literatura de cópulas en mercados financieros; en la siguiente sección se discute el concepto de cópula y sus medidas de dependencia. Posteriormente se discuten las cópulas vine para describir la estructura entre varias variables financieras mediante una gráfica que las relaciona en forma bivariada. La quinta parte explica el comportamiento de las marginales como modelos del tipo GARCH y la metodología utilizada en el documento; los datos y los resultados se muestran en la sexta sección para terminar por último con las conclusiones sobre el asunto.

## 2. Revisión de la literatura

Entre los autores que han realizado estudios de relación entre los índices accionarios latinoamericanos se encuentran Choudry (1997) quien encuentra relaciones de largo plazo entre los índices accionarios de seis países latinoamericanos mediante modelos de corrección de error.

Christofi y Pericli (1999) quienes estiman un vector autorregresivo (VAR) con volatilidades estimadas con modelos de tipo GARCH entre cinco mercados accionarios latinoamericanos y encuentran dependencia lineal y cuadrática entre sus rendimientos.

Arouri, Bellah, y Nguyen (2010) quienes emplearon modelos GARCH para estimar correlaciones dinámicas en diferentes periodos. Encontraron que la relación se incrementa significativamente desde 1994 y en momentos de crisis.

Entre los autores que emplearon la metodología de análisis con cópulas se encuentran Canela y Pedreira (2012), Rodríguez (2007) y Okimoto (2008) quienes realizan trabajos similares a éste, pero claramente no incluyen la crisis surgida a partir de 2008.

Los primeros aplicaron cópulas bidimensionales con el fin de estudiar las estructuras de dependencia por pares de los rendimientos diarios de Argentina, Brasil, Chile, México, Perú y Venezuela. Llegaron a la conclusión de que la dependencia entre mercados de valores de América Latina presenta una mayor probabilidad de pérdidas extremas, por lo que podemos esperar que la estructura de dependencia entre ellos se fortalezca más en los períodos de crisis que en los de calma y estabilidad.

Rodríguez (2007) utilizó los rendimientos diarios en los índices bursátiles de Tailandia, Malasia, Indonesia, Corea y Filipinas, durante la crisis asiática, y México, Argentina, Brasil y Chile durante la crisis mexicana.

Okimoto (2008) se centró en los índices bursátiles de Estados Unidos y el Reino Unido. Los dos últimos estudios utilizaron cópulas de cambio de régimen para encontrar evidencia de cambios en la estructura de dependencia durante los períodos de crisis.

En estos estudios llegaron a la conclusión de que las dependencias entre los mercados bursátiles presentan mayor probabilidad de pérdidas extremas, por lo tanto, podemos esperar que la estructura de dependencia se fortalezca en los períodos de crisis. Lorenzo y Massa (2013) estudiaron la dependencia entre México y Brasil con tres tipos de cópulas diferentes y en distintos periodos encontrando también un aumento de dependencia en periodos de crisis.

Bucio, De Jesús y Cabello (2016) identifican cómo varían los patrones de las pérdidas potenciales entre los mercados accionarios de México y Estados Unidos mediante la medición del valor en riesgo (VaR) por medio de cópulas elípticas.

Ortiz, Bucio y Cabello (2016) quienes aplican modelos de cópulas para estimar el grado de dependencia entre siete mercados latinoamericanos, Canadá y Estados Unidos sí como evaluarlos mediante el VaR. Los autores sugieren que la teoría de cópulas conduce a estimaciones más realistas que las metodologías tradicionales, en la estimación de los grados de dependencia, así como en la estimación del Valor en Riesgo.

El comportamiento en las colas superior e inferior puede diferir. Esto sucede generalmente en los períodos de crisis financieras y se puede estudiar en el análisis de cópulas midiendo los cambios en la dependencia de la distribución de las colas, para ello la cópula debe variar en el tiempo.

Patton (2001) introdujo el concepto de cópula condicional que permite llevar a cabo el análisis mediante la inclusión de la densidad condicional

(dependiente del tiempo) para cada variable individual, además de la dependencia condicional entre ellas. En su trabajo estudia las asimetrías en la estructura de dependencia del marco alemán y del yen japonés en relación con el dólar americano. En trabajos posteriores, Patton (2006) desarrolló un modelo bivariado empleando la cópula de Joe-Clayton simétrica aunado a un modelo GARCH para describir la evolución de las varianzas condicionales de los rendimientos. Este modelo permitió a los parámetros de la cópula ser funciones del tiempo y describir la dependencia entre ellos durante los eventos extremos.

Lorenzo (2016) sigue a Patton y estudia la dependencia condicional de los mercados accionarios de México y Estados Unidos. Emplea para las distribuciones marginales se proponen modelos AR-TGARCH y AR-EGARCH y encuentra alta dependencia en colas en periodos de alta volatilidad.

De igual manera, Johansson (2011) utilizó dependencia condicional y la aplicó a los mercados financieros de Europa y Asia del Este en el contexto de la crisis de 2008 y concluyó que la volatilidad regional y los movimientos comunes fueron más altos durante la crisis de 2008 que durante la crisis financiera asiática de los años 90. Más recientemente, Czapkiewicz y Majdosz (2014) emplearon cópulas para encontrar la interdependencia dinámica y similitudes entre mercados europeos, americanos y asiáticos.

Es decir, en lugar de centrarse en cópulas particulares entre los países, analiza la dependencia regional de la cola. Su principal hallazgo es que la volatilidad regional y los movimientos conjuntos en Europa y Asia oriental fueron mayores durante la crisis financiera mundial de 2008 que durante toda la crisis financiera asiática. Sin embargo, el efecto sobre Europa es mayor.

Santillán, Gurrola, Venegas y Jiménez (2018) obtienen medidas del nivel de dependencia bivariada en colas entre el índice accionario mexicano y tres índices accionarios latinoamericanos. Los autores emplean la metodología de análisis de cópulas.

Con respecto a las cópulas vine, Loaiza, Gómez y Melo (2015) implementan una metodología de cópulas vine regulares para evaluar el nivel de contagio entre los tipos de cambio de seis países latinoamericanos en términos de coeficientes de dependencia de la cola.

También con respecto al tipo de cambio, Yuan y Tang (2018) utilizan el modelo de cópulas vine para analizar el impacto de la volatilidad del tipo de cambio en exportaciones.

Allen, McAleer y Singh (2017) presentan el uso de las cópulas vine regulares en un análisis de las codependencias de diez mercados bursátiles europeos y

encuentra que las dependencias cambian de una manera compleja y están sujetas a cambios en diferentes circunstancias económicas.

Stübinger, et al. (2018) desarrollan una estrategia de arbitraje multivariada en el mercado de Estados Unidos y modelan la dependencia de cola superior e inferior variando en el tiempo.

Gurgul y Machno (2016) estudian la estructura de dependencia entre doce mercados europeos y lo comparan con doce mercados de Asia-Pacífico. Emplean un modelo de cambio de régimen de dos estados y la dependencia mediante una cópula vine regular. En su estudio confirman la existencia de dependencias asimétricas y colas pesadas, así como el hecho de que el mercado europeo ha demostrado estar más fuertemente conectado que el mercado de Asia-Pacífico.

Por último, Arreola, et al. (2017) utilizan cópulas vine regulares para examinar el riesgo mediante medidas de dependencia de tres portafolios diferentes. Concluyen que medidas de dependencia pueden emplearse para desarrollar estrategias de riesgo, inversión y cobertura que den resultados más adecuados.

### 3. Cópulas y medidas de dependencia

La estructura de dependencia entre las variables puede modelarse mediante un mecanismo que exprese la función de distribución acumulada (FDA) a partir de las funciones de distribución marginal (FDM). Una cópula  $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$  es una FDA para  $n$  variables uniformes sobre el intervalo unitario. El teorema de Sklar (1959) dice que si tomamos  $u_j = F_j(x_j)$  para  $j = 1, \dots, n$  como la FDA de una variable aleatoria continua univariada  $X_j$ , entonces  $C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n))$  es una función de distribución multivariada para  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  con distribuciones marginales  $F_j, j = 1, \dots, n$ . Inversamente, si  $F$  es una FDA continua multivariada con marginales univariadas  $F_j, j=1, \dots, n$ , entonces existe una única cópula multivariada  $C$  tal que  $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n))$ .

Lo anterior permite el estudio de la dependencia de las variables aleatorias a partir de sus distribuciones marginales. Las propiedades de las cópulas han sido estudiadas por varios autores, destacando el trabajo de Nelsen (1999). La primera de ellas es que son invariantes ante transformaciones estrictamente

positivas de variables aleatorias. La segunda propiedad es la consistencia entre el cálculo de las medidas de concordancia y los parámetros de las cópulas. Finalmente, la tercera propiedad, consiste en el tratamiento que puede darse a la dependencia asintótica en las colas.

Si consideramos el caso bivariado nos interesa medir la dependencia entre dos mercados financieros. Dos puntos  $(x_1, x_1)$   $(y_2, y_2)$  se dice que son concordantes si  $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) > 0$  y discordantes si  $(x_1 - y_1)(x_2 - y_2) < 0$ . En forma similar, dos vectores aleatorios  $(X_1, X_2)$ ,  $(Y_1, Y_2)$  son concordantes si la probabilidad  $P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) > 0]$  es mayor que la probabilidad  $P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) < 0]$ ; es decir, si  $X_1$  tiende a crecer con  $X_2$  por lo que la concordancia es una relación de dependencia. De igual forma, dos vectores son discordantes si pasa lo contrario. La tau de Kendall mide las diferencias en probabilidad por lo que es una medida de concordancia:

$$\tau(X_1, X_2) = P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) > 0] - P[(X_1 - Y_1)(X_2 - Y_2) < 0] \quad (1)$$

Al trabajar con cópulas, se tiene como ventaja la posibilidad de asociarlas con la tau de Kendall por medio de la siguiente relación:

$$\tau(X_1, X_2) = 4 \int \int C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1 \quad (2)$$

Adicional a la estimación de la tau de Kendall, el presente trabajo busca evidencia de dependencia asintótica en las colas de la distribución. Es decir, la medición del comportamiento de las variables aleatorias durante eventos extremos. En concreto, se emplean medidas que indican la probabilidad de que se observe un incremento (decremento) extremo en los rendimientos de el índice accionario de un país, dado que hay un incremento (decremento) extremo en el índice accionario de otro país. Es así que, se definen los coeficientes de dependencia en colas inferior  $\lambda_l$  y superior  $\lambda_s$  como:

$$\begin{aligned} \lambda_l &= \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} P(X_2 < F_2^{-1}(\alpha) | X_1 < F_1^{-1}(\alpha)) = \lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \frac{C(\alpha, \alpha)}{\alpha}, \\ \lambda_s &= \lim_{\alpha \rightarrow 1^-} P(X_2 > F_2^{-1}(\alpha) | X_1 > F_1^{-1}(\alpha)) = \lim_{\alpha \rightarrow 1^-} \frac{1 - 2\alpha + C(\alpha, \alpha)}{1 - \alpha} \end{aligned} \quad (3)$$

Existe independencia en las colas si los valores en (3) son cero, dependencia si los valores están entre cero y uno y dependencia perfecta si son iguales a uno.



#### 4. Cópulas vine

Las cópulas vine es una forma flexible de describir las cópulas multivariadas usando las cópulas bivariadas.

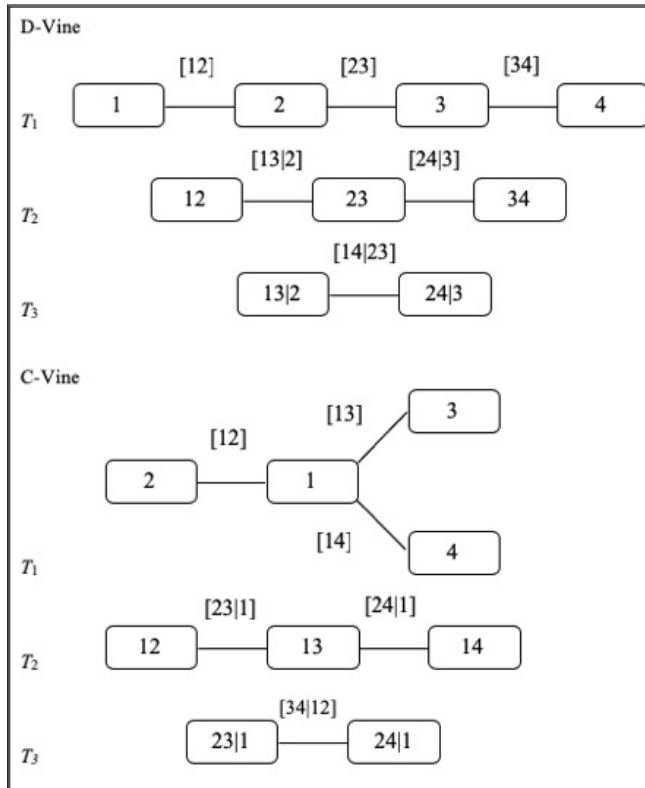
Esta técnica originalmente desarrollada por Joe (1997) consiste en la descomposición de la densidad  $n$ -dimensional en pares bivariados. En las cópulas vine se tienen entonces  $\frac{n(n-1)}{2}$  pares de cópulas arregladas en un árbol con  $n$  vértices lo que nos permite formular varias cópulas bivariadas considerando varios mercados financieros.

De acuerdo a Bedford y Cook (2001)  $V$  es una cópula vine regular de tamaño  $n$  con  $E(V) = \bigcup_{i=1}^n E_i$  que denota el conjunto de aristas en  $V$  si:

1. consiste de  $n-1$  árboles, es decir,  $V = \{ T_1, \dots, T_{n-1} \}$ ;
2. el árbol  $T_1$  es conexo con vértices  $T_1 = \{1, \dots, n-1\}$  y aristas  $E_1$  y para  $j = 2, \dots, n-1$   $N_j = E_{j-1}$  (las aristas del árbol  $j$  se convierten en vértices del árbol  $j+1$ );
3. (proximidad) para  $j = 2, \dots, n-1$ , la arista  $\{a, b\} \in E_j$  con  $\#(a\Delta b) = 2$  donde  $\#$  denota cardinalidad y  $\Delta$  diferencia simétrica (sólo una arista une dos vértices).

Se pueden tener diferentes estructuras de cópulas vine regulares en las que no se impone la forma del árbol ni la cópula utilizada en cada arista y cada modelo específica la forma de descomponer la distribución. Existen dos clases canónicas de cópulas vine presentados por Aas *et al.* (2009) a saber, las cópulas D-Vine en las que la cardinalidad de todo vértice no puede ser mayor de dos y las cópulas vine canónicas (C-Vine) en las que cada árbol  $T_j$  tiene un único vértice de grado  $n-j$ . Para ejemplificar supongamos que queremos explicar la dependencia entre mercados financieros de cuatro países. La figura 1 muestra una D-Vine y una C-Vine en el que se tienen cuatro variables. En el caso de la D-Vine, el primer árbol describe la dependencia, mediante cópulas bivariadas entre el mercado 1 y el 2, el 2 con el 3 y el 3 con el cuatro; el segundo árbol describe la dependencia, mediante cópulas entre el mercado 1 y 3 pero condicionado al comportamiento del mercado 2 [13|2] y la dependencia entre el mercado 2 y el mercado 4 condicionada al comportamiento del mercado 3. Por último, el tercer árbol mide la dependencia entre los mercados 1 y 4 condicionada al

comportamiento de los mercados 2 y 3. Es decir, se asume que tendremos cópulas bivariadas para cada arista. Para una C-Vine, se selecciona un vértice raíz en cada árbol y todas las dependencias por pares con respecto a este vértice se modelan condicionadas en todos los vértices raíz anteriores. Cada estructura ya sea D-Vine o C-Vine se ensambla seleccionando un orden específico de las variables.



Fuente: elaboracion propia

Figura 1  
Ejemplo de D-Vine y C-Vine para cuatro mercados

Luego, en el primer árbol, la dependencia de la primera y la segunda variable, de la segunda y la tercera, de la tercera y la cuarta, y así sucesivamente, se modela utilizando cópulas bivariadas.

Habiendo utilizado construcciones de cópula por pares, la densidad de la cópula para las  $n$  variables se puede expresar como un producto de las cópulas condicionales.

Para la selección de los órdenes de variables en los árboles se sigue el principio de Brechmann y Schepsmeier (2013). Este principio se basa en una selección secuencial de árboles con reglas empíricas de optimización. La regla para la selección del primer árbol indica un orden de las variables que pretende capturar la mayor dependencia posible. El vértice raíz se elige cuando se maximiza la suma de los valores absolutos de la Tau de Kendall de todas las parejas. La idea es que el primer árbol debe contener las copulas bivariadas con la dependencia más fuerte. Hay que considerar que las cópulas en cada arista pueden ser diferentes. Por lo tanto, se deben seguir dos pasos: 1) estimar los parámetros de la cópula y 2) validar la elección de la cópula. Este último proceso consiste en realizar una prueba de bondad de ajuste basada en la maximización de la Tau de Kendall seguida del empleo de criterios de información como el de Akaike (AIC) para elegir la cópula D-Vine o C-Vine.

## 5. Comportamiento de las distribuciones marginales

Para evaluar la dependencia entre los mercados financieros de 1) Argentina, 2) Brasil, 3) Chile, 4) Colombia, 5) México y 6) Perú se calculan los rendimientos continuos por periodo:

$$r_{it} = \ln P_{it} - P_{it-1} \quad (4)$$

En estas seis series de datos se tomarán las de tasas continuas de crecimiento en los mercados financiero como las dos variables a medir su dependencia. El modelo que describe el comportamiento para las distribuciones marginales es un modelo AR(1)-TGARCH (1,1).

$$\begin{aligned} r_{it} &= \phi_{i0} + \phi_{i1}r_{it-1} + u_{it} \\ u_{it} &= \sigma_{it}\varepsilon_{it} \\ \sigma_{it}^2 &= \alpha_{i0} + \alpha_{i1}u_{it-1}^2 + \beta_i\sigma_{it-1}^2 + \gamma_i I(u_{it-1} < 0) \end{aligned} \quad (5)$$

Las perturbaciones  $\varepsilon_{it}$  se distribuyen como una  $t$  de *student* estandarizada asimétrica y se estiman los grados de libertad ( $\nu$ ).

Esta función de probabilidad asimétrica se construye siguiendo la metodología de Fernández y Steel (1998). La relevancia de esta metodología es que permite transformar distribuciones simétricas en asimétricas de una manera muy sencilla, para lo que solamente se requiere usar un escalador  $\zeta$ , i.e., un parámetro de asimetría, para hacer dicha transformación. Particularmente aquí se usa la misma para transformar una distribución de densidad  $t$  de *student* en una distribución “ $t$  de *student* asimétrica”.

Matemáticamente se plantea la transformación propuesta considerando la función de densidad  $t$  de *student* con media cero, varianza uno y grados de libertad  $\nu$ , donde  $\nu > 2$ .

La metodología propuesta introduce asimetría en las distribuciones de densidad mediante factores de escala inversos en los valores positivos y negativos de las perturbaciones. Estos factores se definen con el escalador  $\zeta > 0$  (parámetro de asimetría). De manera específica, si este escalador es fijo, la función de densidad para una variable  $x_t$  que se distribuye siguiendo una distribución de densidad  $t$  de *student* asimétrica queda definida como:

$$f(x_t | \xi) = \frac{2}{(\xi + 1/\xi)} \left\{ f\left(\frac{x_t}{\xi}\right) I_{[0, \infty)}(x_t) + f\left(\frac{x_t}{\xi}\right) I_{(-\infty, 0)}(x_t) \right\} \quad (6)$$

donde:  $I_A = \begin{cases} 1 & \text{si sucede } A \\ 0 & \text{no sucede } A \end{cases}$

La función (6) generaliza la distribución de densidad  $t$  de *student* con base en el parámetro de asimetría  $\zeta$  (escalador). Si  $\zeta = 1$ , la función resultante es la distribución de densidad  $t$  de *student* simétrica. Si  $\zeta \neq 1$ , la función resultante es la distribución de densidad  $t$  de *student* asimétrica. Particularmente, si  $\zeta < 1$ , la función es una distribución sesgada a la izquierda y si  $\zeta > 1$ , la función es una distribución sesgada a la derecha. Por tanto, el sesgo de la función (6) depende de los valores de  $\zeta$ .

El modelo (5) presenta una ecuación para los rendimientos que, en este caso, se define como un proceso autorregresivo de orden uno al depender los rendimientos del periodo de los mismos rendimientos en el periodo anterior y una ecuación para la varianza (volatilidad al cuadrado) que sirve para describir la dispersión de los rendimientos continuos (en logaritmos).

Como se menciona en Tsay (2005) la inclusión de la volatilidad en los modelos permite describir ciertas características típicas de las series de

tiempo financieras como son: *i*) la probabilidad de tener rendimientos extremos superiores a los que se tendría si se supone una distribución normal, es decir, la distribución de probabilidades de los rendimientos presenta colas más anchas que una distribución normal, conocido como exceso de curtosis; *ii*) el efecto apalancamiento, cuando existe una correlación negativa entre el rendimiento y la volatilidad en el sentido de que cuando el rendimiento baja la volatilidad aumenta y *iii*) la relación temporal de la volatilidad que forma *clusters* (*volatility clusters*), es decir, la volatilidad en un periodo depende de la volatilidad en periodos anteriores. Para capturar dichas características es que se emplea para la estimación de la ecuación de la volatilidad, un modelo TGARCH (*Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) introducido por Zakoian (1994) y por Glosten, Jagannathan, Runkle (1993), como una extensión a los modelos ARCH, desarrollados inicialmente por Engle (1982) y generalizados por Bollerslev (1986).

## 6. Datos y resultados

Los datos del estudio consisten en precios de cierre diarios de los índices accionarios de 1) Argentina, 2) Brasil, 3) Chile, 4) Colombia, 5) México y 6) Perú del 2 de enero de 2006 al 5 de septiembre de 2013. La muestra se divide en tres partes: la primera, antes de la crisis del 2008 va del 2 de enero del 2006 al 31 de julio de 2007; la segunda, para analizar el periodo de crisis va del primero de agosto del 2007 al 31 de julio de 2009, y la tercera, que representa el periodo posterior a la crisis va del 3 de agosto de 2009 al 5 de septiembre de 2013.

Se calculan los rendimientos continuos diarios como en (4) y se muestra en la figura 2 los rendimientos accionarios para los seis países de la muestra total.

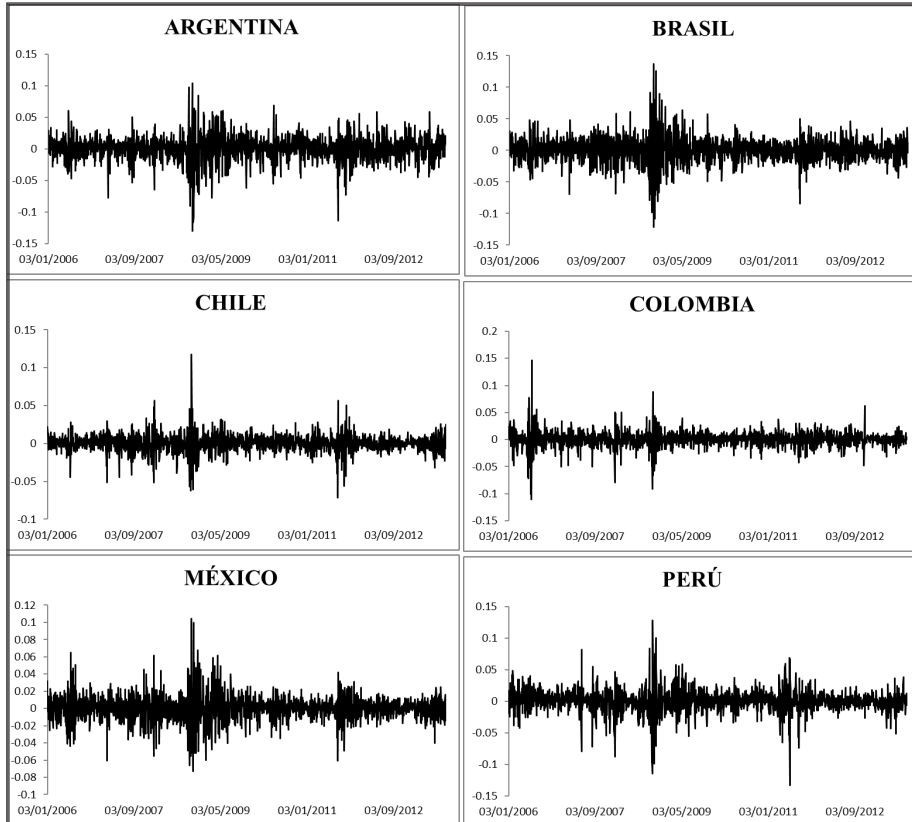


Figura 2  
Rendimientos de los índices accionarios de los seis países latinoamericanos para toda la muestra

En el cuadro 1 se presentan las estadísticas descriptivas para los tres periodos: antes de la crisis, durante la crisis y posterior a la crisis. La media de los rendimientos decrece y en todos los casos (excepto Brasil) pasa de rendimiento promedio positivo a negativo, para volver a regresar a rendimiento positivo después de la crisis. De la misma manera, la volatilidad se incrementa en el periodo de crisis para decrecer posteriormente. La curtosis, que mide las colas anchas en las distribuciones de los rendimientos, es decir, la probabilidad de tener rendimientos extremos (positivos o negativos) también son superiores en el periodo de crisis. Se observa que en todos los casos se rechaza, mediante la prueba de Jarque-Bera, que los rendimientos continuos tengan una distribución normal.

**Cuadro 1**  
**Estadísticas descriptivas Panel superior periodo del primero de enero del 2006 al 31 de julio de 2007. Panel central del primero de agosto de 2007 al 31 de julio de 2009 y panel inferior del primero de agosto de 2009 al 5 de septiembre de 2013**

	Argentina	Brasil	Chile	Colombia	México	Perú
media	0.0008212	0.0011693	0.0013227	0.0004438	0.0012059	0.0038523
máximo	0.0608604	0.0484562	0.0295978	0.1468812	0.0651014	0.0820498
mínimo	-0.0778662	-0.0685648	-0.0509856	-0.1105207	-0.0597751	-0.0789286
desviación estandar	0.0136778	0.0149226	0.0088394	0.0203438	0.0133480	0.018874
coeficiente asimetría	-0.62000800	-0.2954133	-1.1440003	-0.1249557	-0.1274557	-0.1121243
curtosis	6.7951890	4.8127560	9.0397180	14.5642900	6.0494918	6.8931539
Jarque-Bera	277.5234	63.76484	724.1613443	2319.514	163.47	264.93
<i>p</i> -value	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
media	-0.0004535	0.0000205	-0.0000665	-0.0001388	-0.0002400	-0.00009711
máximo	0.1043164	0.1367942	0.1178472	0.0879522	0.1044071	0.1281556
mínimo	-0.1295163	-0.1209605	-0.0621462	-0.0908494	-0.0726612	-0.1144087
desviación estandar	0.0249240	0.0270907	0.0154095	0.0154608	0.0203362	0.0247513
coeficiente asimetría	-0.5487811	0.0972563	0.4210526	-0.5383368	0.3510730	-0.1584303
curtosis	7.1817590	6.7407250	10.9366600	9.7493310	6.2578130	7.2747390
Jarque Bera	412.5119	309.9898	1402.758	1029.122	245.51	405.62
<i>p</i> -value	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
media	0.0008298	-0.0000422	0.0001307	0.00002715	0.0003588	0.0001626
máximo	0.0691830	0.0574576	0.0566885	0.0626225	0.0416717	0.0691630
mínimo	-0.1135213	-0.0843075	-0.0717304	-0.0482635	-0.0606203	-0.1329076
desviación estandar	0.0164736	0.0137134	0.0092946	0.0099123	0.0098516	0.0139532
coeficiente asimetría	-0.4523559	-0.2746112	-0.4429836	-0.1325479	-0.4792113	-0.9354313
curtosis	6.6146620	5.2347250	10.4624800	6.2848440	5.9337580	14.2090500
Jarque-Bera	622.5291	237.8711	2528.572	487.2043	427.31	5779.29
<i>p</i> -value	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Fuente: elaboración propia.

Se calculan la correlación y la tau de Kendall empíricas y se presentan en el cuadro 2.

## Cuadro 2

Tau de Kendall empírica (diagonal superior) y correlaciones (diagonal inferior) panel superior periodo: 1 de enero, 2006julio, 2007; panel central del 1de agosto, 2007- julio 31, 2009 y panel inferior del 1 de agosto, 2009- septiembre 5, 2013

	ARGENTINA	BRASIL	CHILE	COLOMBIA	MÉXICO	PERÚ
ARGENTINA		0.4589712	0.2729154	0.1998275	0.3559691	0.2042217
BRASIL	0.6985867		0.3288035	0.1932260	0.5181526	0.1693819
CHILE	0.4652612	0.5104210		0.2279215	0.3504701	0.1113600
COLOMBIA	0.4735920	0.3838022	0.4031627		0.1984700	0.1355494
MÉXICO	0.6127795	0.7322809	0.5441609	0.4572384		0.1556516
PERÚ	0.2590107	0.2037488	0.1711150	0.2182975	0.1750764	
ARGENTINA		0.5099748	0.4176463	0.3151891	0.4290568	0.3985081
BRASIL	0.7234229		0.4263117	0.2912620	0.5447232	0.3798173
CHILE	0.5818530	0.6653791		0.2970721	0.4434349	0.3553026
COLOMBIA	0.5531217	0.5038686	0.5051167		0.3029657	0.3355301
MÉXICO	0.6597211	0.8048536	0.6754021	0.4745447		0.3687971
PERÚ	0.6254531	0.6094151	0.6191566	0.5883173	0.5886430	
ARGENTINA		0.3687651	0.2787904	0.2449861	0.3564489	0.3127571
BRASIL	0.5888823		0.3153062	0.2444983	0.3894446	0.3095548
CHILE	0.4732233	0.5326069		0.2514549	0.3164661	0.2813963
COLOMBIA	0.4022482	0.4310179	0.4139811		0.2459946	0.2413235
MÉXICO	0.5355355	0.6301236	0.5451357	0.4321378		0.2934387
PERÚ	0.4300696	0.4809801	0.4325591	0.3428164	0.4496457	

Se muestran tres situaciones: antes de la crisis, durante la crisis y después de la crisis. Cada matriz presenta en la parte inferior de la diagonal las correlaciones entre los diferentes países y en la parte superior de la diagonal la Tau de Kendall. Para los tres casos, la correlación y la Tau de Kendall toman valores positivos por lo que podemos decir que existe una relación positiva entre los rendimientos de los índices accionarios de los países.

Es decir, en el caso de la correlación lineal, cuando el rendimiento del índice accionario de un país sube (baja), el del otro país también. En el caso de la Tau de Kendal, existe una concordancia entre las variables.

Se puede observar que la máxima relación lineal, medida por la correlación se encuentra entre los mercados de Brasil y México seguidos de Brasil y Argentina para los tres periodos.

Con respecto a la medida de correspondencia, que indica que valores “grandes” de un mercado tienden a asociarse con valores “grandes” del otro mercado financiero y valores “pequeños” se asocian con valores



“pequeños” del otro mercado, se encuentra que la mayor dependencia es nuevamente entre Brasil y México seguido de Argentina y México.

Hay que notar que en todos los casos las medidas de dependencia son mayores en el periodo de crisis, es decir existe una mayor dependencia en los mercados accionarios latinoamericanos en el periodo de crisis lo que puede llevar al contagio entre los mercados financieros. En los cuadros 3, 4 y 5 se presentan para cada uno de los periodos estudiados, los resultados de la estimación del comportamiento de los rendimientos de las marginales suponiendo un modelo AR(1)-TGARCH(1,1) como en (5).

Se muestra la estimación de los diferentes parámetros, así como su  $p$ -value para los tres periodos.

En los tres cuadros se presentan cuatro paneles para cada país. El primer panel muestra las estimaciones de la ecuación de la media (de los rendimientos) para el modelo AR(1). Puede observarse que, como en el caso de las estadísticas descriptivas, la constante  $\phi_0$ , es significativamente positiva para los seis países pasando a ser no significativa en el periodo de crisis, lo anterior se interpreta como que hay un decrecimiento promedio en los rendimientos accionarios.

### Cuadro 3

Parámetros estimados y los  $p$ -value para el modelo AR(1)-TGARCH con distribución  $t$  asimétrica estandarizada para el periodo del primero de enero del 2006 al 31 de julio de 2007. Q1 y Q2 son el estadístico de Ljung-Box para los residuales estandarizados y residuales estandarizados del modelo de orden 12

	ARGENTINA		BRASIL		CHILE		COLOMBIA		MÉXICO		PERÚ	
	Coef.	$p$ -value	Coef.	$p$ -value	Coef.	$p$ -value	Coef.	$p$ -value	Coef.	$p$ -value	Coef.	$p$ -value
$\phi_0$	0.0011353	(0.0624)	0.0013735	(0.0363)	0.0012550	(0.0012)	0.0003870	(0.5877)	0.0010516	(0.0570)	0.0038258	(0.0000)
$\phi_1$	-0.0004008	(0.9935)	-0.0413089	(0.4104)	0.1173301	(0.0296)	0.1729690	(0.0025)	0.0681859	(0.1568)	0.1844658	(0.0006)
$\alpha_0$	0.0000199	(0.0148)	0.0000211	(0.0432)	0.0000090	(0.0000)	0.0000179	(0.0800)	0.0000081	(0.0000)	0.0000212	(0.0008)
$\alpha_1$	0.0000000	(1.0000)	0.0000000	(1.0000)	0.0438863	(0.0697)	0.1138955	(0.0939)	0.0000000	(1.0000)	0.2881690	(0.0006)
$\beta$	0.8009139	(0.0000)	0.8022182	(0.0000)	0.6720606	(0.0000)	0.6733533	(0.0000)	0.8364990	(0.0000)	0.5913118	(0.0000)
$\gamma$	0.1665251	(0.0570)	0.2054862	(0.0159)	0.3141855	(0.0055)	0.3197592	(0.0406)	0.2433028	(0.0014)	0.0696970	(0.5261)
$\xi$	0.8594287	(0.0000)	0.9445105	(0.0000)	0.8976347	(0.0000)	0.8929370	(0.0000)	0.8500816	(0.0000)	1.0258950	(0.0000)
$\nu$	4.9861280	(0.0000)	6.5815910	(0.0024)	8.7797780	(0.0014)	7.5293560	(0.0138)	8.0490590	(0.0081)	30.3046600	(0.5205)
LLH	1224.65		1174.92		1422.53		1181.38		1244.94		1209.45	
Akaike	-5.92045		-5.67843		-6.88337		-5.70988		-6.01916		-5.84646	
Q1	4.94870	(0.9597)	4.83250	(0.9633)	21.82900	(0.3948)	9.11560	(0.6930)	11.70700	(0.4695)	7.47610	(0.8246)
Q2	3.53330	(0.9905)	12.09500	(0.4381)	18.09300	(0.1129)	4.46640	(0.9735)	8.67300	(0.7306)	16.16800	(0.1837)

En el segundo panel se encuentra la ecuación para la varianza condicional. Los parámetros  $\beta$ , principalmente y  $\alpha_1$  miden el efecto de clusters, es decir el agrupamiento de la volatilidad en el tiempo. En este caso, nuevamente el efecto es más pronunciado en los periodos de crisis que en los periodos anteriores y posteriores.

Cuadro 4

Parámetros estimados y los p-value para el modelo AR(1)-TGARCH con distribución t asimétrica estandarizada para el periodo del primero de agosto del 2007 al 31 de julio de 2009. Q1 y Q2 son el estadístico de Ljung-Box para los residuales estandarizados y residuales estandarizados del modelo de orden 12

	ARGENTINA		BRASIL		CHILE		COLOMBIA		MÉXICO		PERÚ	
	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value
$\phi_0$	-0.0009069	(0.2755)	-0.0000092	(0.9916)	-0.0000323	(0.9576)	0.0000482	(0.9323)	-0.0009864	(0.1844)	-0.0011858	(0.1484)
$\phi_1$	-0.0064543	(0.8761)	-0.0506549	(0.2453)	0.1675393	(0.0002)	0.0838244	(0.0609)	0.0535119	(0.2026)	0.1702115	(0.0002)
$\alpha_0$	0.0000073	(0.2560)	0.0000159	(0.0003)	0.0000132	(0.0000)	0.0000207	(0.0030)	0.0000028	(0.6474)	0.0000083	(0.1571)
$\alpha_1$	0.0354710	(0.2273)	0.0000002	(0.9999)	0.0335555	(0.0593)	0.0378331	(0.3778)	0.0024064	(0.9091)	0.1225924	(0.0013)
$\beta$	0.9109765	(0.0000)	0.9064041	(0.0000)	0.7859957	(0.0000)	0.7259033	(0.0000)	0.9305018	(0.0000)	0.7936316	(0.0000)
$\gamma$	0.0977976	(0.0340)	0.1336173	(0.0003)	0.2286900	(0.0005)	0.2582726	(0.0056)	0.1330678	(0.0007)	0.1669628	(0.0080)
$\xi$	0.8725827	(0.0000)	0.9360567	(0.0000)	0.9408162	(0.0000)	0.9669927	(0.0000)	0.9212920	(0.0000)	0.9769898	(0.0000)
$\nu$	4.2467290	(0.0000)	8.9103250	(0.0089)	7.5981280	(0.0031)	5.4726690	(0.0001)	6.2493500	(0.0058)	8.2747770	(0.0036)
LLH	1304.46		1232.23		1547.20		1562.86		1377.02		1329.80	
Akaike	-4.95779		-4.68155		-5.88603		-5.94594		-5.23528		-5.05469	
Q1	12.55200	(0.4047)	8.55550	(0.7404)	7.08140	(0.8522)	14.75200	(0.2553)	3.50100	(0.9909)	16.58000	(0.1661)
Q2	19.47000	(0.0778)	13.57800	(0.3285)	11.98900	(0.4465)	5.27510	(0.9482)	14.38800	(0.2766)	7.59040	(0.8163)

En el tercer panel se presenta el estimador de los grados de libertad de la distribución t-estandarizada asimétrica y el parámetro que mide dicha asimetría. Los grados de libertad son significativos y no son grandes por lo que podemos descartar la distribución normal para las perturbaciones.

En el caso del parámetro que mide la asimetría de la distribución, se encuentra que no se puede rechazar que el valor del parámetro sea igual a uno lo que indica que los índices accionarios, como se supone en los hechos estilizados, tienen una distribución simétrica a diferencia de las acciones.

## Cuadro 5

Parámetros estimados y los p-value para el modelo AR(1)-TGARCH con distribución t asimétrica estandarizada para el periodo del 3 de agosto del 2009 al 5 de septiembre de 2013. Q1 y Q2 son el estadístico de Ljun-Box para los residuales estandarizados y residuales estandarizados del modelo de orden 12

	ARGENTINA		BRASIL		CHILE		COLOMBIA		MÉXICO		PERÚ	
	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value	Coef.	p-value
$\phi_0$	0.0008785	(0.0951)	-0.0003907	(0.3030)	0.0000997	(0.7078)	0.0003518	(0.2165)	0.0002091	(0.2275)	0.0002237	(0.5773)
$\phi_1$	0.0894426	(0.0046)	0.0001854	(0.9952)	0.1920971	(0.0000)	0.0432855	(0.1539)	0.0325123	(0.0769)	0.1566123	(0.0000)
$\alpha_0$	0.0000379	(0.0399)	0.0000078	(0.0000)	0.0000028	(0.0000)	0.0000138	(0.0000)	0.0000016	(0.8999)	0.0000168	(0.0004)
$\alpha_1$	0.0581331	(0.0798)	0.0000005	(1.0000)	0.0000027	(0.9995)	0.0419848	(0.0198)	0.0000092	(0.9999)	0.1062885	(0.0127)
$\beta$	0.7578865	(0.0000)	0.8857730	(0.0000)	0.8623561	(0.0000)	0.7210921	(0.0000)	0.9212229	(0.0000)	0.7233020	(0.0000)
$\gamma$	0.0955105	(0.1189)	0.1444696	(0.0000)	0.1992956	(0.0000)	0.2459905	(0.0002)	0.1195180	(0.6644)	0.1608953	(0.0262)
$\xi$	0.9709894	(0.0000)	0.9085209	(0.0000)	0.9655792	(0.0000)	0.9665775	(0.0000)	0.8615422	(0.0000)	0.9820805	(0.0000)
$\nu$	4.7608000	(0.0000)	13.2413700	(0.0066)	9.1260380	(0.0002)	4.1651030	(0.0000)	9.0849800	(0.0000)	4.7496970	(0.0000)
LLH	2955.96		3143.19		3699.99		3520.81		3549.45		3267.41	
Akaïke	-5.51535		-5.86565		-6.90738		-6.57214		-6.62572		-6.09805	
Q1	17.03800	(0.1482)	5.76900	(0.9273)	13.93100	(0.3052)	6.97750	(0.8591)	6.04730	(0.9137)	12.06500	(0.4404)
Q2	20.38100	(0.0602)	5.28780	(0.9477)	11.08100	(0.5220)	5.17830	(0.9518)	13.51100	(0.3330)	13.22600	(0.3528)

El ajuste de los modelos se realiza revisando los correlogramas de los residuales y de los residuales al cuadrado que tienen que comportarse como ruido blanco y se cumple en todos los casos. Lo anterior se muestra en los Cuadros 3, 4 y 5 con la presentación de los estadísticos de Ljung-Box de orden 12 de los residuales estandarizados (Q1) y de los residuales estandarizados al cuadrado (Q2) con sus respectivos p-values comprobando que no se rellaza que las autocorrelaciones hasta orden 12 son cero.

En general se confirma el efecto apalancamiento, medido por el parámetro  $\gamma$ , para todos los índices accionarios al ser estadísticamente positivo. También se verifica el agrupamiento de la volatilidad (volatility clustering) de los hechos estilizados de la volatilidad.

En los cuadros 6, 7 y 8 se presenta la estimación de la cópula vine con las cópulas por pares óptimas en cada arista para los tres periodos respectivamente.

## Cuadro 6

Estimación de resultados de la cópula vine para el periodo del primero de enero del 2006 al 31 de julio de 2007

	Copula	Parámetro 1	Err. Std.	Parámetro 2	Err. Std.	$\tau$	$\lambda_I$	$\lambda_S$
16	Frank	2.140404	0.30575	-	-	0.227707	0.000000	0.000000
21	SGumbel	1.801190	0.07052	-	-	0.444811	0.530639	0.000000
34	SBB8	3.386248	2.23279	0.533758	0.30340	0.214587	0.000000	0.000000
52	SBB1	0.265428	0.10033	1.741237	0.09805	0.492984	0.511041	0.223184
53	t	0.477922	0.03619	9.034168	4.50203	0.317219	0.089025	0.089025
26 1	Tawn tipo 2	1.315013	0.17030	0.182975	0.09590	0.079668	0.000000	0.102487
51 2	Gumbel	1.081479	0.03393	-	-	0.075340	0.000000	0.101764
54 3	t	0.177449	0.05405	4.258360	1.15067	0.113569	0.110577	0.110577
32 5	BB8	1.868537	0.72712	0.742265	0.24885	0.149379	0.000000	0.000000
56 21	t	0.004501	0.05326	9.313039	4.22218	0.002865	0.009187	0.009187
31 52	Frank	0.580208	0.30304	-	-	0.064252	0.000000	0.000000
24 53	Frank	0.608258	0.29782	-	-	0.067336	0.000000	0.000000
36 521	Independencia	-	-	-	-	-	0.000000	0.000000
41 352	Clayton	0.140032	0.06488	-	-	0.065435	0.007084	0.000000
46 3521	Tawn tipo 1 180	1.430141	0.33858	0.062949	0.06939	0.041393	0.049591	0.000000

Cada cuadro presenta la relación que existe entre cada mercado, por ejemplo 16 es la relación entre Argentina (1) y Perú (6), 51|2 es la relación entre Argentina (1) y México (5) condicionado al rendimiento en el mercado de Brasil (2). Se presenta la cópula óptima obtenida, los parámetros estimados de la cópula y sus errores estándar, así como la tau de Kendall y los coeficientes de dependencia en colas superior e inferior.

Cuadro 7  
Estimación de resultados de la cópula vine para el periodo  
del primero de agosto del 2007 al 31 de julio de 2009

	Copula	Parámetro 1	Err. Std.	Parámetro 2	Err. Std.	$\tau$	$\lambda_1$	$\lambda_S$
53	BB1	0.540843	0.09609	1.393788	0.06707	0.435251	0.398713	0.355705
25	BB1	0.649483	0.10514	1.618591	0.08232	0.533629	0.517184	0.465444
12	SBB1	0.251132	0.08316	1.879029	0.09172	0.527180	0.553877	0.230180
61	BB1	0.669449	0.10130	1.212352	0.05641	0.382012	0.425691	0.228657
64	SBB1	0.161894	0.07742	1.339316	0.05945	0.309263	0.322108	0.040894
23 5	Gumbel	1.222333	0.03949	-	-	0.181892	0.000000	0.236908
15 2	BB7	1.075429	0.03916	0.170259	0.05678	0.113648	0.017058	0.094907
62 1	Gaussian	0.231376	0.03956	-	-	0.148646	0.000000	0.000000
41 6	BB8	1.828859	0.46989	0.805107	0.15525	0.170355	0.000000	0.000000
13 25	SBB7	1.130926	0.04593	0.176552	0.06015	0.139968	0.154219	0.019722
65 12	t	0.103470	0.04629	10.381471	5.00783	0.065989	0.010833	0.010833
42 61	SGumbel	1.079270	0.03050	-	-	0.073448	0.099272	0.000000
63 125	SGumbel	1.066063	0.02847	-	-	0.061969	0.084088	0.000000
45 612	SClayton	0.087168	0.04863	-	-	0.041764	0.000000	0.000352
43 6125	Clayton	0.121747	0.05151	-	-	0.057381	0.003368	0.000000

Las cópulas consideradas para este estudio son la normal, Clayton, Gumbel, Frank y Joe determinadas por un parámetro y las cópulas BB1, BB6, BB7, BB8, y Twans de tipo 1 y 2, que están determinadas por dos parámetros.

La cópula Gaussian y  $t$  representan las cópulas elípticas normal y  $t$  de student. Si se le antepone una  $S$  es la cópula rotada 180 grados.

Cuadro 8

Estimación de resultados de la cópula vine para el periodo del 3 de agosto del 2009 al 5 de septiembre de 2013

	Copula	Parámetro 1	Err. Std.	Parámetro 2	Err. Std.	$\tau$	$\lambda_I$	$\lambda_S$
16	BB1	0.418691	0.06281	1.192459	0.03722	0.306564	0.249495	0.211682
21	SBB1	0.377247	0.06342	1.309859	0.04351	0.357710	0.302466	0.245924
52	SBB1	0.240274	0.05585	1.435133	0.04556	0.377934	0.379095	0.133970
53	BB1	0.381929	0.05822	1.197510	0.03549	0.298832	0.219693	0.216062
54	BB1	0.270543	0.05296	1.162174	0.03338	0.242070	0.110301	0.184387
26 1	BB1	0.128534	0.05258	1.169114	0.03432	0.196303	0.009926	0.190804
51 2	BB8	3.242831	1.41443	0.534762	0.20208	0.203573	0.000000	0.000000
32 5	Frank	1.736095	0.19164	-	-	0.187367	0.000000	0.000000
43 5	Frank	1.349543	0.19084	-	-	0.147300	0.000000	0.000000
56 21	Twan tipo 1 180	1.192538	0.06702	0.431125	0.17284	0.098892	0.131689	0.000000
31 52	SBB8	1.831338	0.67609	0.660932	0.25344	0.114637	0.000000	0.000000
42 35	BB1	0.122743	0.04515	1.038709	0.02340	0.092934	0.004354	0.051000
36 521	Frank	1.171122	0.19249	-	-	0.128381	0.000000	0.000000
41 352	SBB8	1.505512	0.39999	0.765120	0.22096	0.096144	0.000000	0.000000
46 3521	Frank	0.752939	0.19154	-	-	0.083190	0.000000	0.000000

Hay que notar que las medidas de dependencia son mayores en el periodo de crisis y en este caso la medida de dependencia condicional en la cola inferior es más grande que en la cola superior. Lo anterior indica que en periodo de crisis hay una mayor probabilidad de tener rendimientos extremos negativos en un mercado accionario debido a rendimientos extremos negativos en otro mercado accionario.

Para el periodo anterior a la crisis encontramos que la mayor dependencia, medida por la tau de Kendall se da entre el mercado accionario mexicano y el brasileño, sin embargo, la mayor probabilidad de tener rendimientos extremos negativos en un mercado dado rendimientos extremos negativos en otro se da entre Argentina y Brasil seguida entre Brasil y México, por lo tanto, la ruta de contagio se da entre estos tres países. Los demás países tienen una probabilidad de cero o cercana a cero. Esto también se refuerza en que las probabilidades son nulas si consideramos a los mercados condicionados al comportamiento de un tercer o cuarto mercado.

Para el periodo de crisis nos encontramos con que las medidas de dependencia crecen y en el caso de la dependencia en colas inferior, nuevamente la relación de la caída extrema de precios en un mercado debido a

la caída de precios en otro es mayor entre Argentina y Brasil, seguida de Brasil y México. A diferencia del periodo anterior a la crisis, estas medidas toman en el periodo de crisis un valor alto positivo con los demás mercados financieros por lo que el contagio se da de manera más pronunciada. En este periodo también aumentan las dependencias condicionales en colas de dos mercados sujetos al comportamiento de otros mercados. Por ejemplo, la probabilidad de un decremento extremo en los rendimientos de Argentina debido a una caída extrema en los rendimientos de Chile o viceversa, sujeto al comportamiento de los mercados de Brasil y México es mayor al 15% y esto apresura el contagio en los mercados.

En periodo de ajuste posterior a la crisis, las medidas de dependencia entre los mercados se reducen, pero permanecen en el caso de la dependencia en colas, positiva indicando que los mercados siguen interconectados y con posibilidad de contagiarse nuevamente.

## 7. Conclusiones y discusión

En este documento, estimamos el grado de dependencia en seis mercados de valores latinoamericanos, Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Perú. Se consideran tres periodos de estudio: antes, durante y después de la crisis.

El comportamiento marginal de los rendimientos de los índices accionario latinoamericanos se modela mediante un proceso AR(1)-TGARCH(1,1) dando buenos resultados de ajuste estadístico que cumplen con los supuestos estilizados para los índices accionarios. Se encuentra que en el periodo de crisis los rendimientos decrecen y la volatilidad aumenta dando fuerza al efecto aplancamiento.

Lo anterior nos lleva a afirmar que la modelación del comportamiento de las distribuciones marginales para los rendimientos demuestra, desde el punto de vista metodológico, la conveniencia de usar modelos de varianza condicional para describir el comportamiento de la volatilidad como son los modelos TGARCH. Estos modelos estimados describen en todos los casos, las características típicas de las series de tiempo financieras y su volatilidad como son el agrupamiento de la volatilidad, el efecto apalancamiento, el exceso de curtosis y la posibilidad de considerar el efecto asimétrico mediante el uso de una distribución  $t$  asimétrica estandarizada para las perturbaciones.

Por otro lado, el comportamiento conjunto se modeló mediante el análisis de cópulas vine regulares obteniéndose resultados estadísticos adecuados. El grado de dependencia se mide mediante la tau de Kendall y la dependencia en colas condicionales.

Los hallazgos proporcionaron evidencia de que la dependencia entre los rendimientos de los mercados latinoamericanos es mayor en el periodo de crisis y deja efectos en el periodo posterior a la crisis financiera de 2008.

Además, la dependencia en los periodos de crisis es mayor cuando los mercados van a la baja ya que hay una mayor probabilidad de tener rendimientos extremos negativos en un mercado accionario debido a rendimientos extremos negativos en otro mercado accionario.

Las relaciones más fuertes entre los mercados se dan entre México y Brasil para el periodo anterior a la crisis, sin embargo, la mayor probabilidad de tener rendimientos extremos negativos en un mercado dado rendimientos extremos negativos en otro se da entre Argentina y Brasil seguida entre Brasil y México, por lo tanto, la ruta de contagio se da entre estos tres países.

Para el periodo de crisis la dependencia crece entre los seis mercados latinoamericanos nos lleva a una relación entre ellos más pronunciada siguiendo siempre a los mercados más grandes: Brasil y México.

Por último, en el periodo de ajuste posterior a la crisis, las rutas de contagio permanecen, pero con un grado de dependencia menor motivando la posible diversificación aunque con posibilidad de contagiarse nuevamente.

Existe una evolución de la estructura de dependencia que fue captada por el enfoque de la cópula y lleva a un efecto o ruta de contagio. Como se discutió, los mercados de valores latinoamericanos presentan una mayor probabilidad de pérdidas extremas, por lo que la estructura de dependencia entre ellos se fortalece más en los periodos de crisis. Esto implica que, en tiempos de crisis, aumenta la dificultad de diversificar las carteras de inversión en la región.

La modelación de los rendimientos accionarios y su dependencia es una herramienta útil para la toma de decisiones de administración de riesgos, de inversión y de valuación de activos. Además, el incluir las cópulas y considerar los parámetros de dependencia en las colas permite describir de mejor manera el comportamiento conjunto de los rendimientos que tienen implicaciones para la teoría de portafolios y el análisis de riesgos.

Finalmente, para posibles estudios posteriores, se destaca la posibilidad de extender el estudio y considerar otros mercados o variables económicas



para medir la dependencia entre ellos, así como considerar otro tipo de distribuciones, ya sean simétricas o asimétricas, para las perturbaciones y modelos distintos para la volatilidad de los rendimientos o considerar efectos de calendario.

## Referencias

- Aas, K.; C. Czado; A. Frigessi and H. Bakken (2009). Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance: Mathematics and Economics*, 44(2), pp. 182-198.
- Allen, D.; M. McAleer and A. K. Singh (2017). Risk Measurement and Risk Modelling Using Applications of Vine Copulas, *Sustainability*, 9(10), pp. 1-34.
- Arouri, M. E. H.; M. Bellalah and D. K. Nguyen (2010). The Comovements in International Stock Markets: New Evidence from Latin American Emerging Countries. *Applied Economics*, 17(13), pp. 1323-1328.
- Arreola, J.; S. Hammoudeh; D. Khuong and M. Al Janabi (2017). Global financial crisis and dependence risk analysis of sector portfolios: a vine copula approach. *Applied Economics*, 49 (25) pp. 2409-2427.
- Bedford, T. and R. M. Cooke (2001). Probability density decomposition for conditionally dependent random variables modeled by vines. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 32, pp. 245-268.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), pp. 307-327.
- Brechmann, E. and U. Schepsmeier (2013). Modeling Dependence with C- and D-Vine Copulas: The R Package CDVine. *Journal of Statistical Software*, 52(3), pp. 1-27.
- Bucio, C.; R. De Jesús y A. Cabello (2016). Valor en riesgo anual de los mercados accionarios de México y Estados Unidos: VaR tradicional vs VaR cópulas elípticas. *Estocástica: finanzas y riesgo*, 6(1), pp. 83-114.
- Canela, M. and E. Pedreira (2012). Modeling Dependence in Latin American Markets Using Copula Functions. *Journal of Emerging Market Finance*, 11 (3), pp. 231-270.
- Chollete, L.; A. Heinen and A. Valdesogo (2009). Modeling International Financial Returns with a Multivariate Regime Switching Copula. *Journal of Financial Econometrics*, 7(4), pp. 437-480.

- Choudry, T. (1997). Stochastic Trends in Stock Prices: Evidence from Latin American Markets. *Journal of Macroeconomics*, 19(2), pp. 285-304.
- Costinot, A., T. Roncalli, and J. Teïletche (2000). Revisiting the Dependence Between Financial Markets with Copulas. Available at: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1032535>.
- Christofi, A. and A. Pericli (1999). Correlation in Price Changes and Volatility of Major Latin American Stock Markets. *Journal of Multinational Financial Management*, 9(1), pp. 79-93.
- Czapkiewicz, A. and P. Majdosz (2014). Grouping Stock Markets with Time-Varying Copula-GARCH Model. *Czech Journal of Economics and Finance*, 64 (2), pp. 144-159.
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), pp. 987-1007.
- Fernández, C. and M. Steel (1998). On Bayesian modeling of fat tails and skewness. *Journal of the American Statistical Association*, 93(441), 359-371.
- Glosten, L.; R. Jagannathan, and D. Runkle (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*, 48(5), pp. 1779-1801.
- Gurgul, H. and A. Machno (2016). Modeling dependence structure among European markets and among Asian-Pacific markets: a regime switching regular vine copula approach. *Central European Journal of Operations Research*, 24(3) pp. 763-786.
- Joe, H. (1997). *Multivariate models and dependence concepts*. London: Chapman and Hall.
- Johansson, A. (2011). Financial Markets in East Asia and Europe during the Global Financial Crisis. *The World Economy*, 34(7), pp. 1088-1105.
- Loaiza, R.; J. Gómez and L. Melo (2015). Latin American exchange rate dependencies: a regular vine copula approach. *Contemporary Economic Policy*, 33(3), pp. 535-549.
- Longin, F. and B. Solnik (2001). Extreme Correlation of International Equity Markets. *Journal of Finance*, 56(2), pp. 649-76.
- Lorenzo, A. and R. Massa (2013). Measuring Dependence in Financial Crisis: a Copula Approach for Mexico and Brazil. *Economía Mexicana Nueva Época*, 22(2), pp. 341-355.
- Lorenzo, A. (2016). Dependencia condicional entre los mercados bursátiles de México y Estados Unidos. *Revista de Análisis Económico*, 31(1) pp. 3-14.
- Nelsen, R. (1999). *An Introduction to Copulas*. Springer-Verlag, New York.

- Okimoto, T. (2008). New Evidence of Asymmetric Dependence Structures in International Equity Markets. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 43(3), pp. 787-815.
- Ortiz, E.; C. Bucio y A. Cabello (2016). Dependence and Value at Risk in the Stock Markets from the Americas: A Copula Approach. *Journal of Research in Business, Economics and Management*, 5(5), pp. 761-780.
- Patton, A. (2001). Estimation of Copula Models for Time Series of Possible Different Lengths, Working Paper, Available at: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.293423>.
- Patton, A. (2006). Estimation of Multivariate Models for Time Series of Possibly Different Lengths. *Journal of Applied Econometrics*, 21(2), pp. 143-173.
- Patton, A. (2006), Modeling Asymmetric Exchange Rate Dependence. *International Economic Review*, 47(2), pp. 527-555.
- Rodríguez, J. (2007). Measuring Financial Contagion: A Copula Approach. *Journal of Empirical Finance*, 14(3), pp. 401-423.
- Santillán, R. J.; C. Gurrola; F. Venegas y A. L. Jiménez (2018). La dependencia del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores (IPC) con respecto a los principales índices bursátiles latinoamericanos. *Contaduría y Administración*, 63 (4), pp. 1-20.
- Sklar, A. (1959). Fonctions de repartition à n dimensions e leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 8, pp. 229-231.
- Stübinger, T.; B. Mangold and C. Krauss (2018). Statistical arbitrage with vine copulas. *Quantitative Finance*, 18(11), pp. 1831-1849.
- Tsay, R. (2005). *Analysis of financial time series*. 2nd ed. Hoboken, New Jersey: Wiley-Interscience.
- Yuan, X. and J. Tang (2018). The Impact of Exchange Rate's Volatility on Yunnan's Export to Four Lancang-Mekong Cooperation Countries: A Vine Copula Model Approach. *International Journal of Intelligent Technologies and Applied Statistics*, 11(4), pp. 289-300.
- Zakoian, J. (1994). Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), pp. 931-955.

