

*Revista Electrónica Nova Scientia*

Sistema mecánico abre bolsas: un ejemplo práctico para la enseñanza  
Bag opener mechanical system: a practical example for teaching

**Ervin Alvarez-Sánchez<sup>1</sup>, Francisco Portilla-Hernández<sup>1,2</sup>,  
Andrés López-Velázquez<sup>1</sup> y Rosario Aldana-Franco<sup>1</sup>**

---

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Veracruzana, Xalapa

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias Químicas, Universidad Veracruzana, Xalapa

---

México

Ervin Alvarez-Sánchez. E-mail: [eralvarez@uv.mx](mailto:eralvarez@uv.mx)

## Resumen

En este artículo se presenta la manera de obtener un modelo matemático simplificado de un sistema mecánico abre bolsas, con la finalidad de exemplificar los conocimientos que se obtienen usualmente en el curso de dinámica de mecanismos, tales como: equilibrio dinámico de partículas, movimiento de proyectiles y fuerzas de fricción. Con la ayuda de este modelo, se puede llevar a cabo el diseño mecánico del sistema abre bolsas para que sea posteriormente implementado en una planta de reciclaje de residuos sólidos.

**Palabras Clave:** Modelo matemático, sistema mecánico, reciclaje, abridor de bolsas

*Recepción: 30-12-2014*

*Aceptación: 07-05-2015*

## Abstract

In this paper a simplified mathematical model for a bag opener mechanical system is obtained. This model can be used for illustrate the knowledge adquired during the dynamics of mechanisms course, such as: particle dynamic equilibrium, projectil motion and friction forces. Using this model, the bag opener mechanical design can be developed for its posterior implementation in a solid waste recycling plant.

**Keywords:** Mathematical model, mechanical system, recycling, bag opener.

## Introducción

Cuando un estudiante está iniciando el aprendizaje de cualquier tema, se topa con la dificultad de no entender completamente los conceptos abordados (Marques, 2011), debido a que no visualiza la aplicación que estos tendrán en un sistema real una vez que ha terminado su carrera. Lo anterior se debe a que la mayoría de los ejemplos vistos en clase, se inventan con fines didácticos y no tienen un sentido físico (Ferreira y Rodriguez, 2011), por lo que el conocimiento solo se queda plasmado en la forma de notas y no como aprendizaje en la propia memoria del individuo.

Una manera de solventar esta problemática de aprendizaje, es mediante el uso de sistemas que impactan directamente en sus vidas (Jinks, 1994), tal como lo son las plantas de reciclaje. Esto, debido a que hoy en día se ha incrementado el interés en la conservación del medio ambiente debido al alto índice de contaminación (Julander et al, 2014).

Dentro de una planta de reciclaje, existen diversos procesos que permiten llevar a cabo la separación de los residuos que llegan a ésta, para posteriormente ser reciclados (Elias, 2012). Aunque procesos tales como la separación de materiales ferrosos, la de los no ferrosos o la de vidrio pueden resultar bastante atractivas para estudiar, su análisis no es sencillo de entender para un estudiante que apenas comienza, debido a que la obtención de los modelos matemáticos puede requerir de conocimientos que no han sido adquiridos hasta el momento (Shao et al., 1996; Brozek, 1999; Karmazin, 2002).

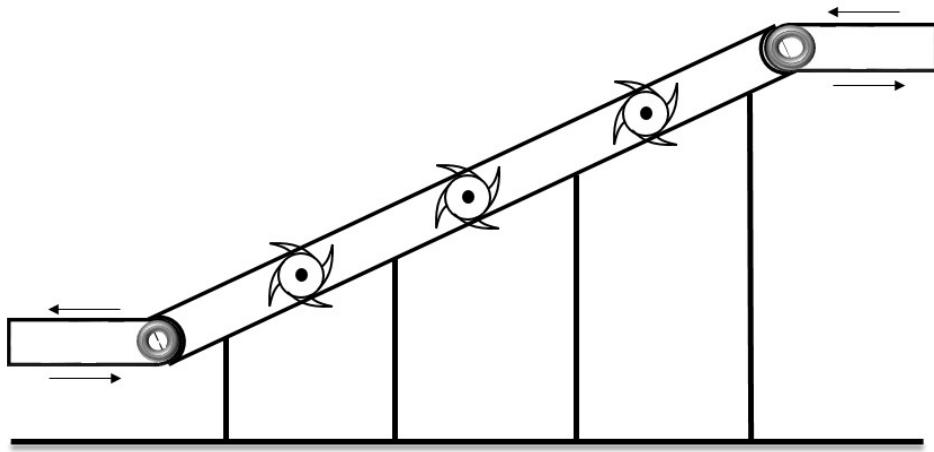
Lo anterior, motiva el estudio de uno de los primeros procesos que se debe realizar en una planta de reciclaje, es decir, el de abrir las bolsas plásticas que contienen los residuos para iniciar con el proceso de separación de residuos.

El objetivo principal de este trabajo es presentar la manera de aplicar los conocimientos adquiridos en el curso de dinámica tales como equilibrio estático, fricción, movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, suma vectorial de velocidades y tiro parabólico (Gross et al., 2011). Lo anterior, con la finalidad de obtener las ecuaciones matemáticas que describen las dimensiones que se requieren para diseñar el sistema abre bolsas.

## Análisis dinámico de un objeto

En este trabajo se considera que el módulo abre bolsas está constituido principalmente por una superficie inclinada, sobre la cual se pueden deslizar los residuos debido a la fuerza que ejerce la

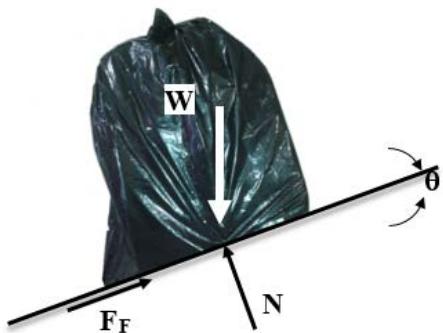
gravedad sobre los mismos. A lo largo de la distancia que deben recorrer los residuos, se encuentran tres cilindros cortadores giratorios, compuestos por un soporte circular y cuatro cuchillas. Los cilindros cortadores están dispuestos de tal manera que las bolsas sean rasgadas, permitiendo que los residuos se distribuyan sobre la superficie inclinada. En la figura 1, se muestra un bosquejo simplificado del sistema mecánico abre bolsas.



**Figura 1.** Bosquejo del sistema mecánico abre bolsas

#### **Angulo de inclinación límite**

El primer análisis que se debe llevar a cabo es el del ángulo de inclinación límite que se requiere para que la bolsa que contiene los residuos comience a deslizarse, para lo cual se utiliza el diagrama de fuerzas mostrado en la figura 2.



**Figura 2.** Fuerzas actuando en una bolsa de basura ubicada sobre un plano inclinado

En la figura 2 se muestra un plano inclinado un ángulo  $\theta$ , sobre el cual está localizado una bolsa de basura de peso  $W$ . Dicho bolsa, se encuentra sometida a varias fuerzas que no permiten que se desplace, de tal manera que permanece en equilibrio.

Estas fuerzas son: la fuerza de gravedad que provoca el peso de la bolsa, la fuerza normal  $N$  que se opone al movimiento del objeto en forma perpendicular al plano inclinado y la fuerza de fricción que se opone al movimiento del objeto en la dirección del plano inclinado.

Lo primero, es realizar la sumatoria de las fuerzas que actúan de manera perpendicular al plano inclinado, tal que se obtiene una expresión de la fuerza normal en función del ángulo de inclinación, es decir

$$N = W \cos \theta \quad (1)$$

La expresión para la fuerza fricción que se opone al movimiento de la partícula, se obtiene al realizar una sumatoria de fuerzas sobre el eje colineal al plano inclinado, tal que

$$F_F = W \sin \theta \quad (2)$$

mediante lo cual, se obtiene una expresión en función del ángulo de inclinación. Sin embargo, por definición se sabe que la fuerza de fricción puede escribirse como una función del coeficiente de fricción  $\mu_s$  y la fuerza normal

$$F_F = \mu N \quad (3)$$

Cabe aclarar, que se toma la suposición de que los residuos se encuentran distribuidos uniformemente dentro de la bolsa, por lo que el peso estaría también distribuido sobre la superficie de contacto, permitiendo analizar la bolsa como si fuese una partícula.

Utilizando (3), y sustituyendo en (2), se obtiene una expresión para el coeficiente de fricción estático  $\mu_s$

$$\mu_s = \frac{W \sin \theta}{N} \quad (4)$$

Sustituyendo (1) en (4), y despejando  $\theta$ , se obtiene

$$\theta = \tan^{-1}(\mu_s) \quad (5)$$

en donde se observa que el ángulo de inclinación límite depende exclusivamente del coeficiente de fricción, y no del peso de la bolsa de basura. Lo anterior implica que, de manera general, cualquier objeto que se encuentre sobre un plano inclinado que sobrepase esta restricción, no tendrá un equilibrio dinámico y por lo tanto, se desplazará hacia la parte inferior del plano.

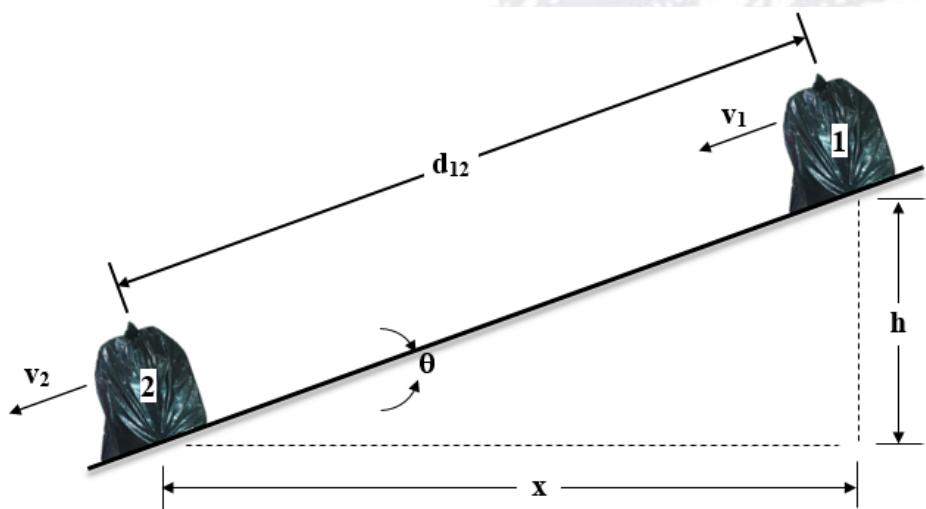
### **Bolsa de basura en movimiento acelerado**

Una vez que la bolsa comienza a desplazarse sobre el plano inclinado, ésta lo hace con una aceleración constante debido a la gravedad. Durante este movimiento, se tiene una fuerza de fricción que se opone al movimiento, la cual es una función del coeficiente de fricción dinámico  $\mu_k$ .

Realizando la sumatoria de fuerzas sobre el eje colineal al plano inclinado, se obtiene la aceleración de la bolsa

$$a = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta) \quad (6)$$

Se observa que esta aceleración, es una función de la magnitud de la aceleración de caída libre  $g$ , del ángulo de inclinación  $\theta$  y del coeficiente de fricción  $\mu_k$ , sin que se tenga que tomar en cuenta la masa del objeto. Debido a que el objeto se encuentra en movimiento sobre el plano inclinado y se mantiene dentro del mismo, se presenta un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, el cual puede analizarse utilizando la figura 3.



**Figura 3.** Bolsa de basura en movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

El objeto, se encuentra moviéndose desde el punto 1 con una velocidad  $v_1 \leq 0$ , por lo que recorrerá una distancia  $d_{12}$ , hasta alcanzar una velocidad  $v_2 < 0$ . La distancia sobre el plano inclinado puede calcularse al conocer la altura existente entre los puntos 1 y 2, así como la separación de forma horizontal que existe entre los mismos.

La velocidad a la que el objeto llega al punto 2 está dada como

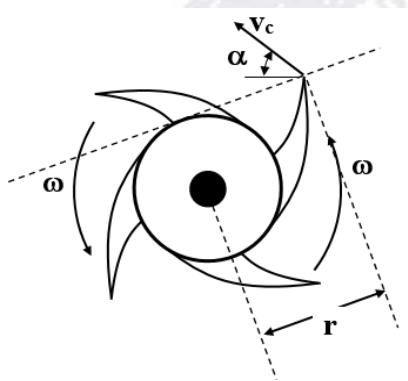
$$v_2^2 = v_1^2 + 2ad_{12} \quad (7)$$

Sustituyendo la aceleración encontrada en (5) en (6) se obtiene

$$v_2 = \pm \sqrt{v_1^2 + 2gd_{12}(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)} \quad (8)$$

### Cambio de velocidad lineal debido a giro de cuchillas

En el punto 2 del recorrido, se encuentra el primero de los cilindros con cuchillas, el cual está girando a una velocidad constante  $\omega$ , por lo que en la punta de la cuchilla se tendrá una velocidad lineal  $v_c = r\omega$ , la cual forma un ángulo  $\alpha$  respecto de la horizontal, como se muestra en la figura 4. Cabe mencionar que para este punto no se considera el efecto del impacto existente entre un objeto y la cuchilla, por lo que simplemente se realiza un análisis de velocidades.



**Figura 4.** Cilindro con cuchilla rotando a una velocidad angular  $\omega$

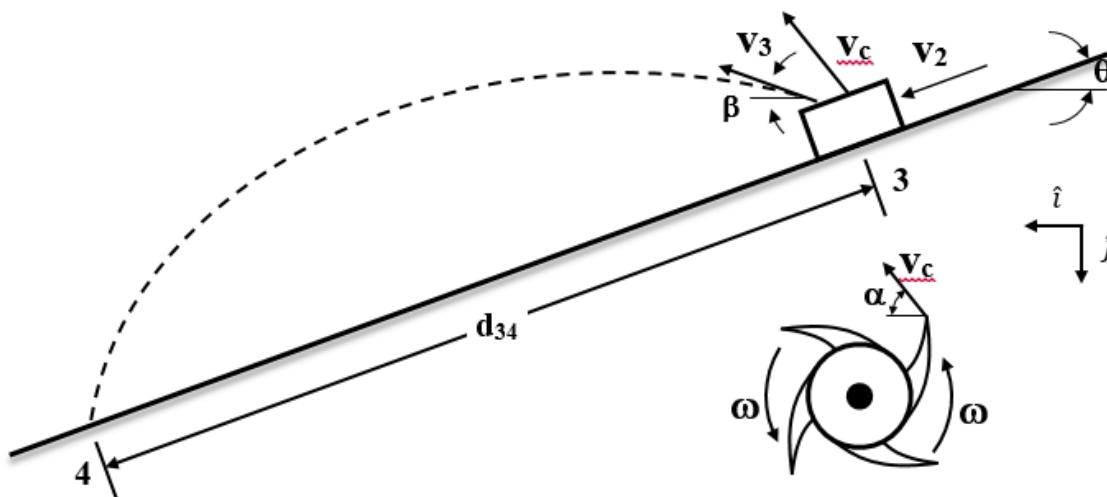
Debido a que la punta de la cuchilla, ubicada en el punto 3, coincide con el punto 2, el objeto bajo análisis adquirirá una velocidad  $v_3$ , la cual es la suma vectorial de la velocidad  $v_2$  y la velocidad  $v_c$ , es decir

$$v_3 = (r\omega \cos \alpha + v_2 \cos \theta)\hat{i} + (r\omega \sin \alpha - v_2 \sin \theta)\hat{j} \quad (9)$$

donde  $\hat{i}$  y  $\hat{j}$  son los vectores unitarios de los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente.

### Movimiento parabólico de un residuo

Cuando alguna de las cuchillas desgarra la bolsa, no se puede asegurar que todos los residuos continúen deslizándose sobre el plano inclinado, por lo que se requiere analizar que sucede si un residuo es atrapado por alguna de las cuchillas. Ya que todos los residuos dentro de la bolsa se deslizan a la misma velocidad de esta, se puede suponer que si un objeto es atrapado por la cuchilla, este será lanzado desde el punto 3 al punto 4, en forma de tiro parabólico con un ángulo inicial  $\beta$ , tal como se muestra en la figura 5.



**Figura 5.** Movimiento parabólico de un objeto

Ya que el objeto cambia de dirección, se debe descomponer su movimiento en un desplazamiento horizontal, denotado por  $d_x$ , y un movimiento vertical, denotado por  $d_y$ .

Tomando como condición inicial el punto 3, se tiene que el desplazamiento horizontal es un movimiento rectilíneo uniforme, por lo que se tiene que

$$(d_x)_f = (d_x)_i + v_{3x}t$$

$$d_{34} \cos \theta = v_3 (\cos \beta) t \quad (10)$$

en donde el subíndice  $f$  se refiere a la posición final mientras que el subíndice  $i$  es para la posición inicial y  $t$  es el tiempo.

Por otra parte, para el desplazamiento vertical, se tiene un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, por lo que se cumple que

$$(d_y)_f = (d_y)_i + v_{3y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-d_{34} \sin \theta = v_3 (\sin \beta) t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (11)$$

en donde  $g$  representa la aceleración de caída libre.

Para encontrar la distancia que recorre el objeto, en la dirección del plano inclinado una vez que es lanzado, se despeja  $t$  en (10) en la expresión (11)

$$d_{34} = \frac{2(\tan \theta + \tan \beta)v_3^2 \cos^2 \beta}{g \cos \theta} \quad (12)$$

### Modelo matemático para calcular distancias totales

Una vez que se han obtenido los análisis para los distintos movimientos presentes en el sistema abre bolsas, lo siguiente es obtener las máximas distancias que recorre el objeto, desde que inicia su movimiento hasta que toca el nivel del suelo.

La máxima distancia horizontal que recorre el objeto, está dada como la suma de las distancias horizontales del punto 1 al 2 y la del punto 3 al 4, tal que

$$d_h = d_{12} \cos \theta + d_{34} \cos \theta$$

$$d_h = d_{12} \cos \theta + \frac{2}{g}(\tan \theta + \tan \beta)v_3^2 \cos^2 \beta \quad (13)$$

Sumando las distancias verticales del 1 a 2 y de 3 a 4, se obtiene la distancia máxima vertical que recorrerá el objeto, es decir

$$d_v = d_{12} \sin \theta + d_{34} \sin \theta$$

$$d_v = d_{12} \sin \theta + \frac{2}{g} \tan \theta (\tan \theta + \tan \beta) v_3^2 \cos^2 \beta \quad (14)$$

Se observa, que en (13) y (14) se tiene una dependencia del ángulo  $\theta$  y de la velocidad  $v_3^2$ , por lo que utilizando las definiciones para las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente de un ángulo, junto con (9) se tiene que las distancias horizontal y vertical máximas pueden reescribirse como

$$\begin{aligned} d_h &= x + \frac{2}{g} \left( \frac{h}{x} + \tan \beta \right) \left[ r^2 \omega^2 + v_1^2 + 2g(h - \mu_k x) \right. \\ &\quad \left. + 2r\omega \cos(\alpha + \beta) \sqrt{v_1^2 + 2g(h - \mu_k x)} \right] \cos^2 \beta \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} d_v &= h + \frac{2h}{gx} \left( \frac{h}{x} + \tan \beta \right) \left[ r^2 \omega^2 + v_1^2 + 2g(h - \mu_k x) \right. \\ &\quad \left. + 2r\omega \cos(\alpha + \beta) \sqrt{v_1^2 + 2g(h - \mu_k x)} \right] \cos^2 \beta \end{aligned} \quad (16)$$

Mediante las ecuaciones (15) y (16) se describe el comportamiento dinámico de un objeto sobre el plano inclinado, por lo que se puede llevar cabo el diseño del sistema abre bolsas utilizando ambas ecuaciones.

Lo anterior, debido a que se pueden conocer la dimensiones requeridas de longitud y altura, en función de la velocidad de rotación  $\omega$  de los cilindros cortadores, el ángulo  $\alpha$  de las cuchillas, la distancia  $r$  entre el centro del cilindro y la punta de la cuchilla, de la velocidad inicial  $v_1$  del objeto, así como de las distancias  $x$  y  $h$  entre el inicio del objeto y la ubicación de la primera punta de la cuchilla.

Cabe recalcar, que también se tiene un ángulo  $\beta$ , sin embargo, este depende directamente del diseño y la forma de la cuchilla.

## Simulaciones

Con la finalidad de verificar el comportamiento dinámico descrito en (15) y (16), se utilizan los parámetros mostrados en la tabla 1

**Tabla 1.** Parámetros del sistema

Parámetro	Valor	Unidades
$\mu_s$	0.26	-
$\mu_k$	0.25	-
$v_1$	0	m/s
$r$	0.52	m
$\alpha$	51.5	°
$d_{12}$	0.87	m
$\omega$	10	rad/s
$g$	9.81	m/s <sup>2</sup>

Al sustituir el valor  $\mu_k$  en (5), se obtiene un ángulo límite de  $14.57^\circ$  para que la bolsa de residuos comience a deslizar sobre el plano inclinado, sin embargo, para asegurar que se dé el deslizamiento se toma un ángulo  $\theta=15^\circ$ .

Mediante el ángulo propuesto y los parámetros de la tabla 1 se obtienen los valores de la tabla 2.

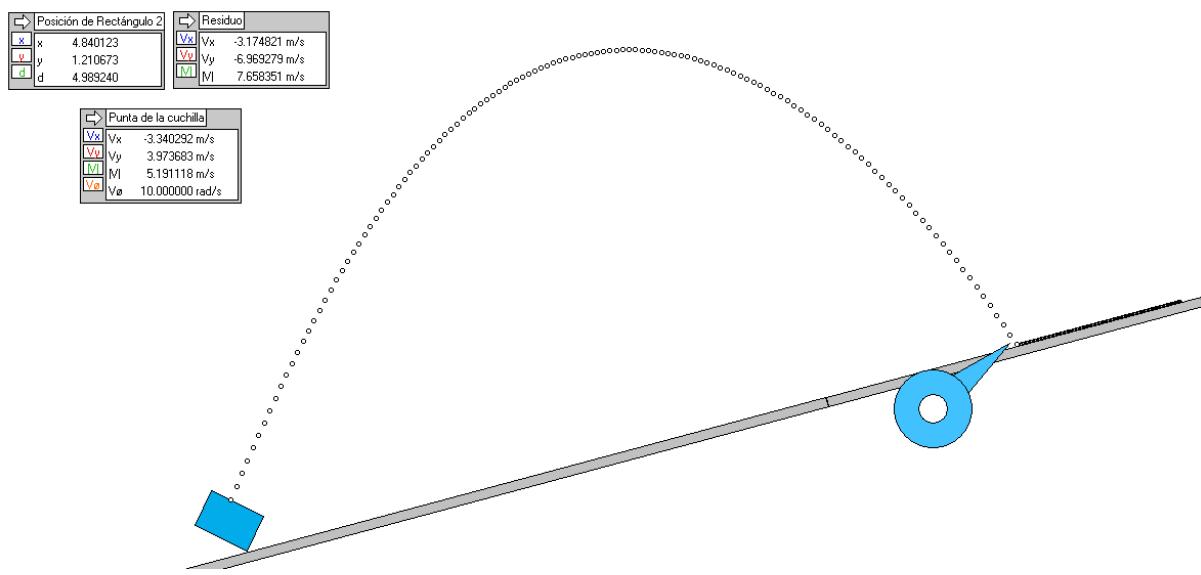
**Tabla 2.** Valores para el sistema

Parámetro	Valor	Unidades
$v_2$	0.544	m/s
$v_3$	$3.7611\hat{i} + 3.9288\hat{j}$	m/s
$\beta$	46.2493	°
$x$	0.5023	m
$h$	0.1346	m

Finalmente, utilizando (15) y (16) se obtiene que la distancia horizontal que recorre un residuo es  $d_h = 4.6257$  m, mientras que la distancia vertical es  $d_v = 1.2394$  m. Sin embargo, esto corresponde a la sustitución de valores, por lo que se procede a llevar a cabo la simulación mediante el software Working Model ®.

En este software lo que se hace es construir virtualmente una de las cuchillas y el plano inclinado, así como un bloque que representa uno de los residuos que se encuentran dentro de la bolsa y que es atrapado por la cuchilla.

La figura 6, muestra una captura de pantalla de la simulación del sistema, en donde se observan los medidores para la posición y velocidad lineal del residuo, así como la velocidad lineal y angular de la punta de la cuchilla.



**Figura 6.** Simulación del sistema mecánico rompebolsas: análisis dinámico de un residuo

En los medidores de la simulación, se tiene que la distancia horizontal que recorre el residuo es 4.840123 m, mientras que la distancia vertical es 1.210673 m. Lo anterior difiere de los resultados obtenidos previamente, ya el software simula un objeto y no una partícula, además de que toma en cuenta los coeficientes de elasticidad de los materiales.

El error que se tiene es de 0.214423 m horizontalmente y -0.028727 m verticalmente, lo que representa aproximadamente un 4.64% y 2.32%, respectivamente, respecto a los valores calculados numéricamente.

## Conclusiones

Mediante lo desarrollado en el artículo, se tiene un ejemplo claro de la aplicación de los conocimientos que un estudiante adquiere en el curso de dinámica, ya que se lleva a cabo el análisis de un objeto, visto como una partícula, desde que inicia hasta que termina su movimiento sobre un plano inclinado. Además, se presenta una oportunidad para los académicos de fomentar la participación de los estudiantes de manera práctica, ya que se deja como trabajo el llevar a cabo el diseño del cilindro de corte junto con la cuchilla, con la finalidad de obtener el ángulo que forma la velocidad lineal de la cuchilla con el plano inclinado.

Por otra parte, el cálculo realizado de forma simbólica es una ventaja, ya que tanto estudiantes como el catedrático pueden explorar distintos escenarios, variando desde la velocidad inicial de el objeto, hasta la velocidad de giro de el cilindro cortador.

Además, el uso de software especializado en simulación dinámica, permite que el alumno pueda visualizar el comportamiento de un objeto y corroborar lo propuesto matemáticamente.

## Agradecimientos

Al Fondo de Estímulos a la Innovación del CONACYT, a través de Convocatoria C003-UV-2014-01 Modalidad PROINNOVA, por el apoyo económico recibido para el desarrollo del proyecto titulado “Diseño y Construcción de Prototipo Funcional de Célula de Trabajo para la Clasificación de Residuos Sólidos Urbanos (RSU) V2.0” con folio número 217727.

Al Ing. Jonatan Rivera Landa, de la empresa Reintech Recycled Innovation and Technology, SA de CV, (REINTECH), por invitarnos a colaborar en este proyecto.

## Referencias

- Brozek, M. (1999). A Model of Multiple Magnetic Separation in the Continuous Process. *Magnetic and Electric Separation* vol. 9, no. 4, 213-232. doi:10.1155/1999/72646
- Elias, X. (2012). Reciclaje de residuos industriales. Residuos sólidos urbanos y fangos de depuradora. 2<sup>a</sup> ed. Diaz de Santos.
- Jinks, R. (1994). Developing experimental skills in engineering undergraduates. *Engineering Science and Education Journal* 3, 287-290. doi:10.1049/esej:19940610
- Ferreira, J. y Rodriguez, R. (2011). Efectividad de las actividades experimentales demostrativas como estrategia de enseñanza para la comprensión conceptual de la tercera ley de Newton en los estudiantes de fundamentos de Física del IPC. *Revista de Investigación* vol. 35, no.73, 61-84.
- Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W.A. and Govindjee, S. (2011). *Engineering Mechanics 3: Dynamics*. Springer.
- Julander, A., Lundgren, L., Skare, L., Grander, M., Palm, B. Vahter, M. and Liden, C. (2014). Formal recycling of e-waste leads to increase exposure to toxic materials: An occupational exposure study from Sweden. *Environment International* vol. 73, 243-251. doi:10.1016/j.envint.2014.07.006
- Karmazin, V.I., Karmazin, V.V., Bardovskiy, V.A. and Zamytskiy, O.V. (2002). Development of a Continuous Chamber High-Gradient Magnetic Separator with a Strong Field. *Magnetic and Electrical Separation*, vol. 11, no. 1-2, 93-105. doi:10.1080/07313630290002635
- Marques, J.M.M.C. (2011). Experimental, Numerical and Virtual Tools in Civil Engineering. IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON. April 4 - 6, 2011, Amman, Jordan. 1162-1165. doi:10.1109/EDUCON.2011.5773293
- Shao, Y., Veasey, T. J. and Rowson, N. A. (1996). Wet High Intensity Magnetic Separation of Iron Materials. *Magnetic and Electrical Separation* vol. 8, no. 1, 41-51. doi:10.1155/1996/34321