

Revista Electrónica Nova Scientia

Identificación de fallas mecánicas utilizando la Transformada Wavelet y Labview Mechanical fault identification using Wavelet Transform and Labview

D. Seuret-Jiménez¹, P. Stahl² y O. Terminel³

¹CIICAp, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Cuernavaca

²Engineering Department, Reutlingen University, Baden-Württemberg

³Ingeniería Mecatrónica, ITESM-CSN, Hermosillo. Sonora

México- Alemania

Diego Seuret Jiménez. E-mail: dseuret@uaem.mx

Resumen

Se pretende validar, con dos ejemplos, el uso de la Transformada Wavelet en la detección de fallas mecánicas. El primero de ellos, un engrane con un diente roto es sometido a rotación en una máquina de pruebas, de donde se extraen las señales de vibración por medio de una red de acelerómetros. El último es una barra de aluminio con una fractura. Las señales son procesadas y se analizan en el dominio de la frecuencia y del tiempo por medio de la Transformada Rápida de Fourier (solo en el primer caso) y la transformada Wavelet respectivamente, mismas que han sido programadas en una aplicación en LabVIEW. En el análisis se obtiene claramente los resultados predichos según un análisis mecánico de los componentes de la máquina.

Palabras clave: Frecuencia fundamental; armónicos; Transformada wavelet; Transformada Rápida de Fourier; espectro de energía; detección de fallas, engranes

Recepción: 26-08-2014

Aceptación: 05-03-2015

Abstract

It is intended to validate, two examples, the use of the wavelet transform to detect mechanical failures. The first, a gear with a broken tooth is subjected to a rotation testing machine, where the vibration signals are extracted by means of a network of accelerometers. The latter one is an aluminum bar with a fracture. The signals are processed and analyzed in the frequency domain and time by means of the Fast Fourier Transform (only in the first case) and wavelet transform respectively, which have been programmed into an application in LabVIEW. In analyzing the predicted results are clearly obtained according to a mechanical analysis of the components of the machine.

Keywords: Fundamental frequency; harmonics; Wavelet transform; Fast Fourier Transform; energy spectrum; fault detection, gear

Introducción

Varios han sido los trabajos donde se hace uso de la Transformada Wavelet (TW) para detectar fallas y donde además se hace uso del ambiente de programación Labview. [Alvares Flores A. (2009)], [Rodrigo Criollo y Marcelo Matute (2014)], [Javier Romero et. al. (2011)], [González Cruz Claudia Aide, et. al (2013)], [Gómez Víctor, Moreno Ricardo (2013)], [Cuevas Alejandro (2008)], pero ellos se presentan como herramientas independientes y no se aprovecha la posibilidad que presenta el ambiente de desarrollo para integrar adquisición de señal, procesamiento y presentación. No se hace mención tampoco a fallas de fracturas en vigas, la principal atención está centrada en los motores y los rodamientos.

La Transformada Wavelet, se aplica sobre señales donde la información de interés se encuentra confinada a espacios de tiempo finitos, mientras que la técnica de Fourier se aplica para distribuciones de energía ilimitadas en el tiempo. Por este motivo se ha encontrado que las aplicaciones con TW son particularmente útiles para señales aperiódicas, tales como ruido, intermitencia, transiente, etc. Es, por lo cual, una propiedad de la TW poder detectar discontinuidades o cambios abruptos de señales en el tiempo. Esto es debido a la posibilidad de cambiar su localización, así como su dilatación. Las TW son de hecho como filtros de banda pasante, o sea que sólo dejan pasar señales con componentes de frecuencia en un rango delimitado y en proporción caracterizada por el espectro de energía de la wavelet.

Dentro de los defectos que ocurren en una mecanismo, la falla en los engranes son los que toman la mayor proporción. Según estadísticas de nuestro laboratorio de manufacturas las fallas comunes en engranes se pueden contabilizar de la siguiente forma: dientes rotos (41 %), picaduras (31 %), ralladura (10 %), desgaste (10%) y otras (8%). Una de las técnicas más utilizadas para la detección de falla es el análisis de vibraciones. Existen en el mercado muchos dispositivos capaces de adquirir los datos de vibración, y analizarlos mediante la FFT.

Detectar las fallas en los engranes no es una tarea sencilla, dado que las vibraciones debidas a estos tienen que atravesar una serie de obstáculos antes de llegar al dispositivo de medición, entre estos obstáculos se encuentran los mismos engranes, las flechas y los rodamientos, además de la estructura misma de la caja de engranes. Un resultado negativo de lo anterior es que las componentes de alta frecuencia se pierden durante el proceso de transmisión.

Los métodos tradicionales como los que utilizan el dominio de la frecuencia o dominio del tiempo pueden detectar las fallas distribuidas en los engranes de una manera muy efectiva. Pero lo anterior no es válido para engranes que muestran una falla parcial, como suele ser el caso de un diente roto. El problema se presenta cuando el engrane empieza a acoplarse con otro engrane (mesh), y es ahí cuando aparece en la señal de vibración un pulso de vibración diferente como indicando un golpe, volviendo a la señal completa en una señal de tipo no estacionaria; dada la situación anterior, los métodos convencionales no pueden representar correctamente señales con componentes que varían a lo largo del tiempo. Por el contrario, si se utiliza el análisis con Wavelet, se puede resolver el problema en cuestión [Ribrant Johan and Margareta Lina. (2007)].

Este problema es más común de lo pudiera parecer, por ejemplo para estudiar los golpes de biela en un motor de combustión interna, para estudiar fracturas en barras, o sonido en molinos de bolas.

En la literatura encontramos muchos trabajos dedicados a este tema y que han empleado las más diversas plataformas para calcular o presentar la TW [G. Dalpiaz, A. Rivola and R. Rubin. (1998)], [Farag K. Omar and A.M. Gaouda. (2009)], [Praneethchandran, M.Lokesha, M.C.Majumder, K.P.Ramachandran. (2013)], entre otros. En este trabajo se pretende unir esta nueva herramienta, la TW, con un ambiente de desarrollo idóneo para el trabajo de control y adquisición de datos. Se trata de poner en la misma cuerda dos herramientas que unidas pueden ser de un enorme potencial para la detección de fallas, la TW y el ambiente de desarrollo LabView.

Transformada Wavelet

En esta sección se presenta superficialmente el concepto de la Transformada Wavelet [Benítez, R. and Bolós, V.J. (2010)]. Esta técnica es ampliamente reconocida como efectiva para el diagnóstico de fallas utilizando señales de vibración, tanto para señales estacionarias como transitorias.

Para hacer uso de un buen tiempo de resolución para transitorios de alta frecuencia y buena resolución de frecuencia para de baja frecuencia, [Morlet (1982)] introdujo por primera vez la

idea de wavelets como una familia de funciones construidas a partir de la translación y dilatación de una única función llamada “wavelet madre” $\psi(t)$. La cual esta definida como sigue:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \quad (1)$$

Donde “ a ” es el llamado parámetro de escala, el cual mide el grado de compresión o escala, y “ b ” un parámetro de traslación, el cual determina la ubicación de la wavelet. Si $|a| < 1$, la wavelet (ecuación 1) es una versión comprimida de la wavelet madre y corresponde principalmente a altas frecuencias. Por otro lado, cuando $|a| > 1$, $\psi_{a,b}(t)$ tiene un ancho en el tiempo más grande que $\psi(t)$ y corresponde a frecuencias más bajas. Esta es la razón principal del éxito de las wavelets de Morlet en el procesamiento de señales y el análisis de señales en tiempo-frecuencia.

En las transformadas de wavelet continua, una señal dada, de energía finita se proyecta en una familia de bandas de frecuencias continua (o sub-espacios). Por ejemplo, la señal se puede representar en cada banda de frecuencia de la forma $[f, 2f]$ para todas las frecuencias positivas $f > 0$. Entonces, la señal original puede ser reconstruida por una integración adecuada sobre todos los componentes de frecuencia resultantes.

Las bandas de frecuencia o sub-espacios (sub-bandas) son versiones escaladas de un sub-espacio a escala 1. Este sub-espacio a su vez es, en la mayoría de las situaciones generado por los cambios de una de función ψ .

La proyección de una función $x(t)$ en un sub-espacio de escala “ a ” tiene la forma:

$$x_a(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} WT_{\psi}\{x\}(a,b) * \psi_{a,b}(t) db \quad (2)$$

Con coeficientes wavelet.

$$WT_{\psi}\{x\}(a,b) = \langle x, \psi_{a,b} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi_{a,b}(t)dt \quad (2a)$$

La Transformada Wavelet Continua CWT_{ψ} de una señal $x(t)$ se obtiene al multiplicar dicha función por un conjunto de wavelet, en el caso de una Transformada Continua Wavelet (CWT, en inglés) es un número infinito de ellas. Así la wavelet queda distribuida en todo el dominio del tiempo y un nuevo sistema de funciones se ha generado, como se muestra en la ecuación (2a).

Dado que la wavelet de Morlet es una función compleja, la transformada wavelet de Morlet también está evaluada de manera compleja. Esto permite obtener a partir de la transformada, la amplitud y modulación de fase de la señal $x(t)$ a través de toda la escala de tiempo del plano. Por otro lado, el cuadrado del módulo de $WT_{\psi}\{x\}(a,b)$ representa la densidad de energía de la función, la cual es la contribución de la energía de la señal respecto el parámetro específico de escala "a" y la ubicación del parámetro "b", como se puede apreciar en la ecuación (3), que representa una cantidad que puede ser analizada en un escalograma (gráfico escala vs tiempo), de donde se pueden deducir en qué instante del tiempo la señal concentra mayor energía.

$$S_{C_f}(a,b) = |WT_{\psi}\{x\}(a,b)|^2 = \frac{1}{|a|} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \right|^2 \quad (3)$$

De esta manera se pueden diagnosticar fallas en elementos mecánicos, analizando los puntos de mayor densidad de energía en el escalograma.

Implementación de la Transformada Wavelet usando LabView:

Se presenta un esquema integrador que hace uso del ambiente de programación para presentar toda la tarea de detección de fallas como un proceso unificado.

El sistema de adquisición de datos esta realizado con una arquitectura de Hardware que usa nativamente a LabView como ambiente de desarrollo. Este ambiente proporciona una colección de "VIs" (Instrumentos Virtuales) para Adquisición de señales, Análisis de Wavelet y presentación de resultados. Así es posible utilizar "VIs" para Wavelet Continua, Wavelet

Discretas. Puede utilizar “VIs” para eliminar el ruido de una señal. También puede utilizar estas “VIs” para detectar los picos y los bordes de una señal [Advanced Signal Processing Toolkit Help]. Las herramientas para el Análisis de Wavelet proporcionan una pequeña colección de ondas continuas de uso común, tales como Sombrero Mexicano, Meyer y Morlet, y una colección de wavelets discretas de uso común, tales como la Daubechies, Haar, Coiflet y wavelets biortogonales.

Las herramientas para el análisis de Wavelet contienen “VI Express” que proporcionan interfaces para el procesamiento de señales y análisis. Estos “VIs Express” le permiten especificar parámetros y valores para un análisis y ver los resultados inmediatamente. Por ejemplo, el “Wavelet Denoise VI Express” representa gráficamente tanto las señales originales como sin ruido. Se puede ver la señal sin ruido de inmediato a medida que selecciona un tipo onda.

Para realizar de un modo eficiente y concentrado el análisis de vibración se usó un conjunto de ficheros que forman una **Estructura de Programación** que se muestran en la figura 1. Ellos son entradas (input), eliminación de ruido (denoising), transformada wavelet, coeficientes de acumulación y localización de picos, este algoritmo permite una detección más eficiente de los picos. A la salida de cada paso se van mostrando los resultados que en la figura se muestra en colores diferentes al azul.

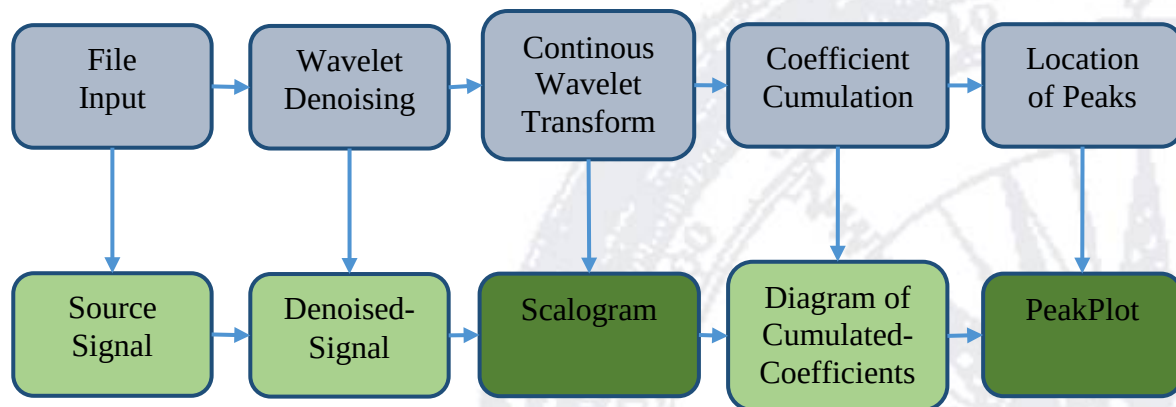


Figura 1. Estructura de programación en LabView.

Para una definición más detallada de cada uno de ellos se puede consultar [Introduction to Wavelet Signal Processing]. Se han mantenido los nombres en idioma inglés para encontrarlos más fácil en la literatura especializada.

Desarrollo Experimental.

Descripción del experimento

La máquina de pruebas de engranes que se analiza en este estudio se muestra en la figura 2. Se utilizan un engrane conductor y dos engranes conducidos (intercambiables) de igual tamaño en donde el engrane conductor cuenta con un total de 28 dientes y los engranes conducidos con 25. De tal manera que la relación de transmisión es 28/25, lo que significa que se tiene un aumento en la velocidad angular de la flecha de salida. A un engrane conducido de 25 dientes se le ha quitado un diente por completo, con la intención de luego detectar dicha falla por los métodos que se mencionan. La flecha de entrada es conducida por un motor de corriente alterna monofásica que tiene una velocidad angular w_{in} de 921.5 rpm (15.36 Hz), según indica un tacómetro laser fijo que mide la velocidad angular de la flecha de entrada, por lo tanto se esperaría tener una frecuencia de rotación en la flecha de salida f_{out} según lo indica la siguiente expresión:

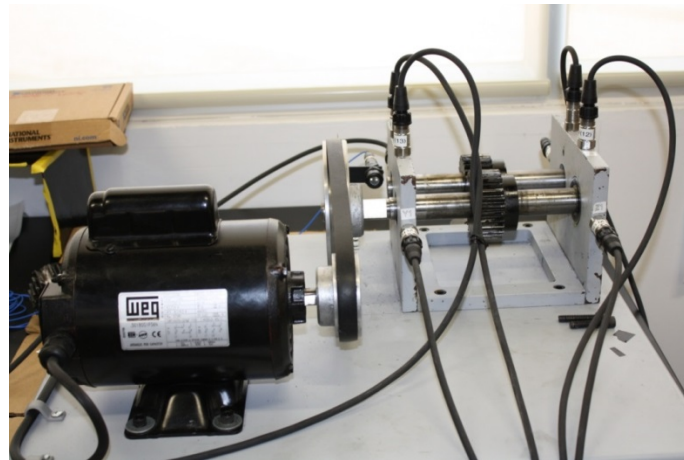


Figura 2. Máquina de prueba de engranes

$$f_{out} = \frac{28 * 1 \text{ min}}{25 * 60s} w_{in} = 17.201 \text{ Hz}$$

Sin embargo, midiendo con un tacómetro laser móvil en la flecha conducida se obtiene que la frecuencia de rotación real de esta es $f_R = 16.358 \text{ Hz}$, lo que significa que la eficiencia en transmisión de potencia de la caja de engranes es del 95.099 %. Haciendo esta última consideración, se obtiene que una frecuencia de acople entre dientes de $25 * f_R = 408.950 \text{ Hz}$. El monitoreo de la máquina en cuestión se hizo con 8 acelerómetros piezoeléctricos modelo 603C01 con resolución de 1 Hz a 10 KHz, una tarjeta de adquisición de datos cDAQ-9172 donde se acoplan 3 módulos NI 9234, además de un tacómetro laser fijo y uno móvil, para sincronizar todo el hardware se desarrolló una aplicación en LabVIEW para la adquisición y el análisis de los datos.

Resultados Experimentales

Detección de fallas basado en la transformada wavelet y la transformada rápida de Fourier.

La señal, filtrada del ruido, que se ha obtenido en la máquina y que presenta la falla inducida se muestra en la figura 3, en la cual claramente se aprecia que hay impactos periódicos; pero no es completamente definitivo que dichas pulsaciones (dentro del cuadro blanco) se deban a la falla en el engrane, es necesario un análisis más minucioso al respecto. En la figura 4 se muestra el Espectro de Potencia de la señal mostrada en la figura 3, donde se aprecian las componentes de 408.9 Hz y 817.9 Hz, (marcados con flechas de color rojo) las cuales corresponden al primero y segundo armónico, este espectro por si sólo permite localizar las frecuencias debidas al acoplamiento entre dientes, para que este resultado proporcione un valor útil es necesario comparar este Espectro con el de la señal que proporcionaría un engrane que no esté dañado, dicho espectro se muestra en la Figura 5.

Haciendo la comparación entre los dos espectros de las señales medidas con el engrane con falla y el engrane sin falla respectivamente, se observa que la señal del engrane al que se la ha inducido la falla produce un espectro con amplitudes mucho mayores en el primer y segundo armónico que la del engrane sin falla. Se debe enfatizar que los armónicos mencionados deben de aparecer aún y cuando la maquina sea probada con el engrane sin falla, debido a que estos se refieren a la frecuencia con la que cada diente está ejerciendo una fuerza en contra del otro engrane, de tal manera que el principal indicador de falla es que la amplitud de dichos armónicos se incremente. Otro indicador es la banda de frecuencias que aparece junto al segundo armónico.

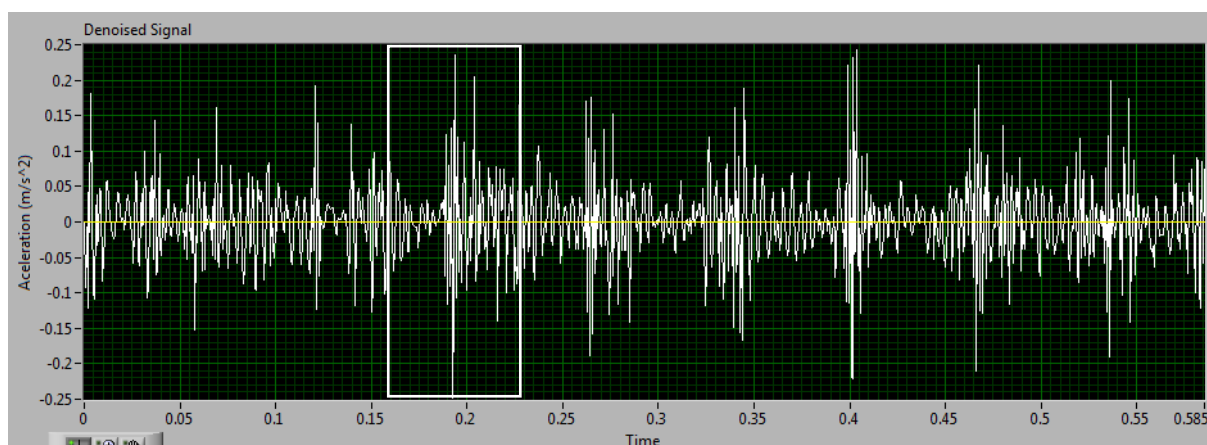
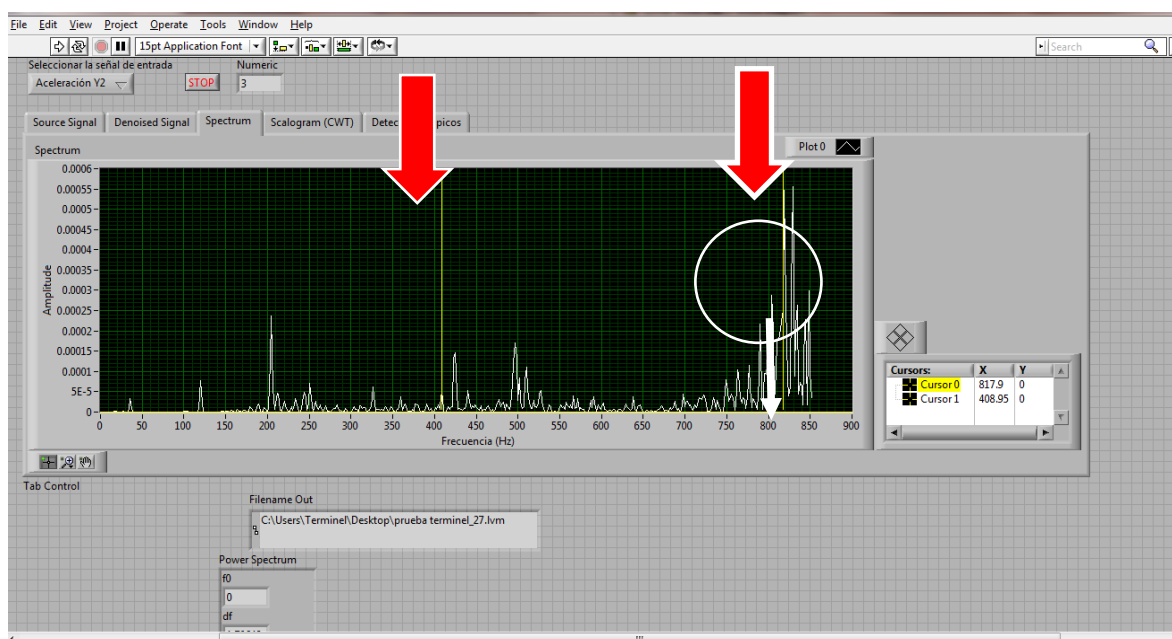


Figura 3.- La señal (aceleración vs tiempo), filtrada de ruido, que se ha obtenido en la máquina y que presenta la falla en el engrane.



Banda lateral

Figura 4.- Espectro de potencia de la señal con el diente faltante en el engrane.

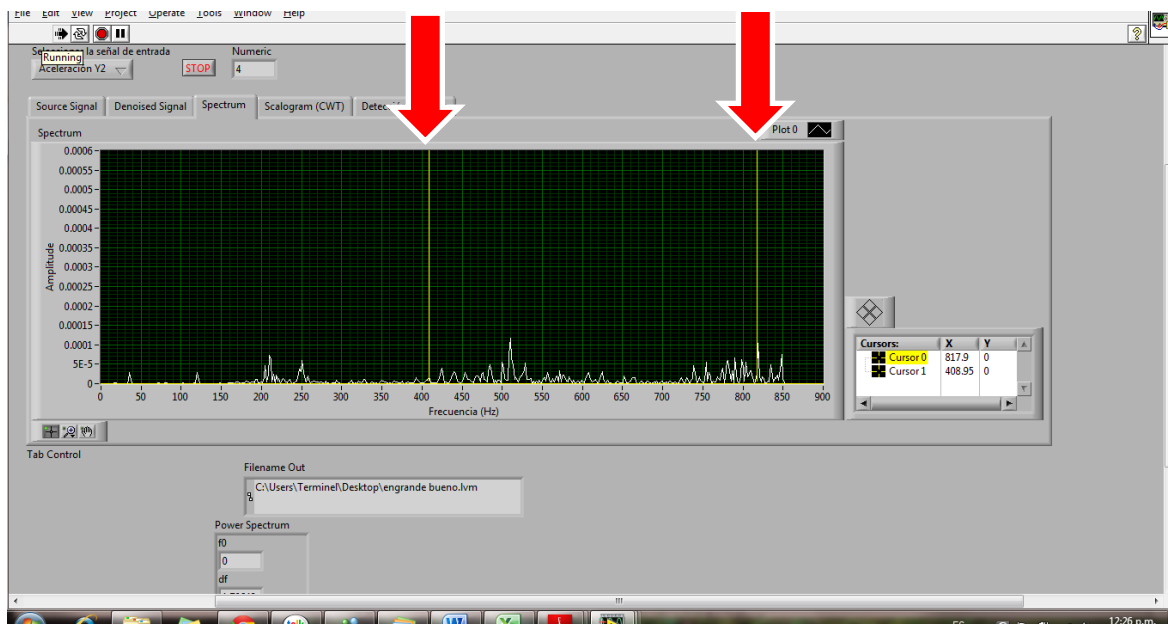


Figura 5.-Espectro de potencia de la señal con el engrane sin falla.

La figura 6 muestra un escalograma de la señal con fallas a la cual se ha aplicado una TW del tipo Daubechies 2. En el eje vertical el escalograma muestra en sus partes más alta los valores menores de "a" y por tanto las mayores frecuencias. Es en esta zona de alta frecuencia donde concentran las mayores energías o sea la energía debida a los golpes por falta de un diente. [Visualize Wavelets with Scalogram Functionality].

Las posiciones de las zonas más claras que representan las más altas energías se pueden marcar mediante los cursores y con ellos medir que sus posiciones son: 0.424 s y 0.363 s, con una separación entre ellos o sea con un periodo de $0.061s \approx \frac{1}{f_R}$, que es el inverso de la frecuencia calculada anteriormente.

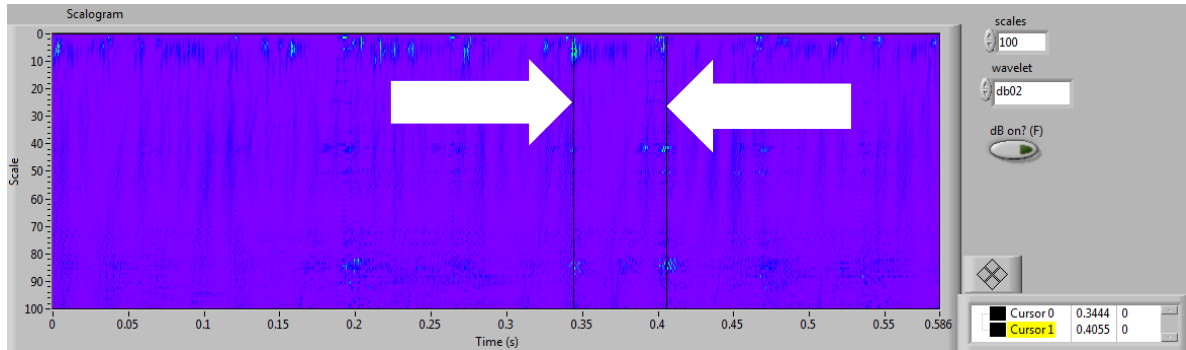


Figura 6.- Escalograma de la señal con el engrane con falla. $\Delta t = 0.40s - 0.34s = 0.06s$. Distancia en tiempo entre las líneas de color negro.

Experimento 2

Se tomó una barra de aluminio a la cual se le provocó una fractura. Esta barra se golpeó, con una frecuencia de 2-3 Hz. Para provocar este golpeo se hizo uso de un cilindro excéntrico y un taladro comercial. Tal y como se muestra en la figura 7. Las señales de vibración se midieron con el mismo equipo descrito anteriormente.

Cilindro que rota



Sensor de vibración

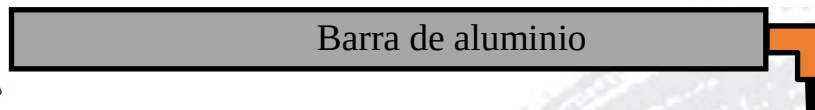


Figura 7. Barra de aluminio que se usa como prueba para detectar una fractura.

El espectro de vibración resultante se muestra en la figura 8, donde se pueden apreciar los picos de una manera insignificante. La señal tiene superpuesto ruido, por lo cual procedemos a eliminar dicho ruido (denoising), la señal obtenida se muestra en la figura 9. Posteriormente se aplica la transformada wavelet y el resultado se muestra en la figura 10, en este gráfico los picos se muestran ya más definidos.

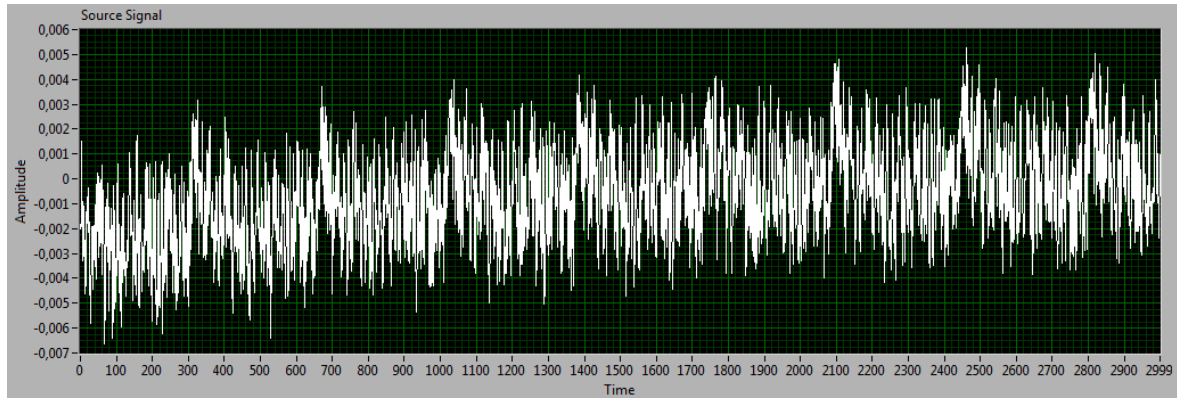


Figura 8. Señal en el tiempo sin filtrar.

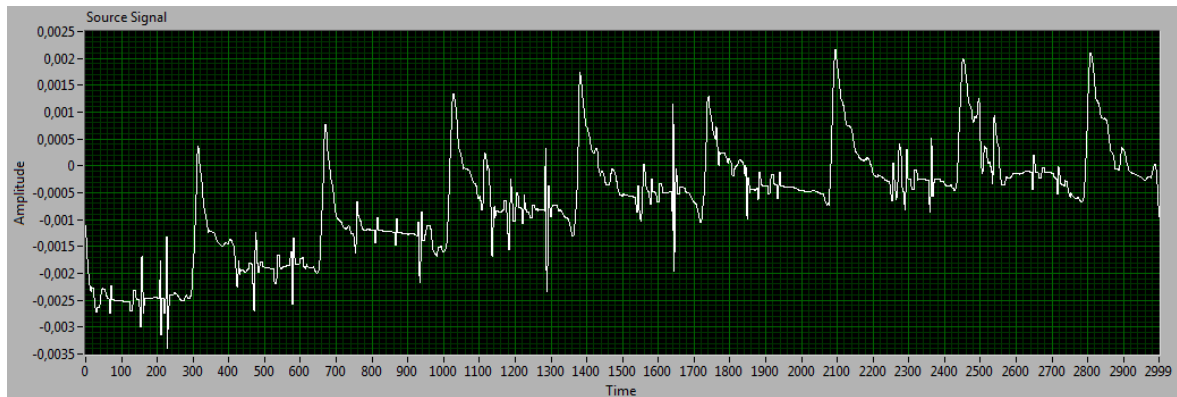


Figura 9. Señal filtrada. (denoising). Eje x calibrado en milisegundos.

En la figura 10 se muestra el scalograma producto de aplicar la transformada wavelet a la señal de la figura 9.

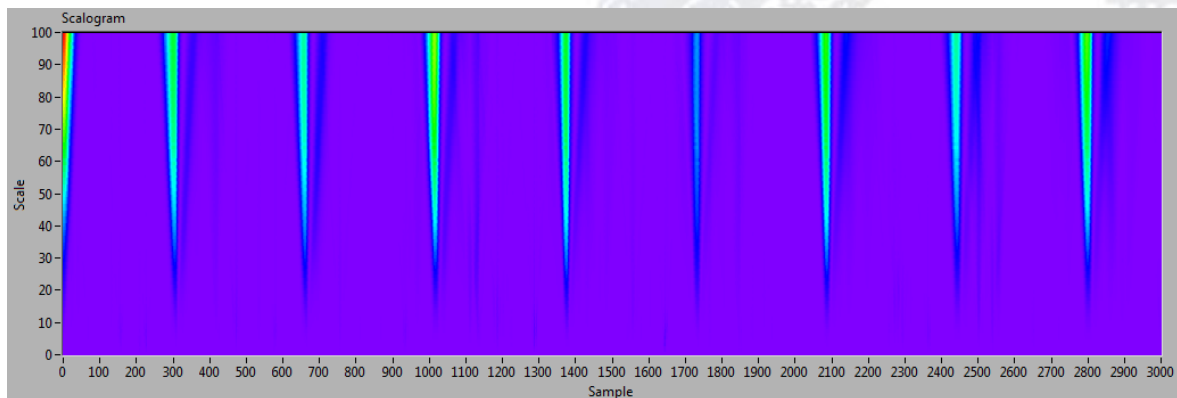


Figura 10. Transformada wavelet de la señal mostrada en la figura 9.

Para determinar con mayor precisión donde están los picos apliquemos el algoritmo de los Coeficientes de Acumulación cuyos resultados se muestran en la figura 11.

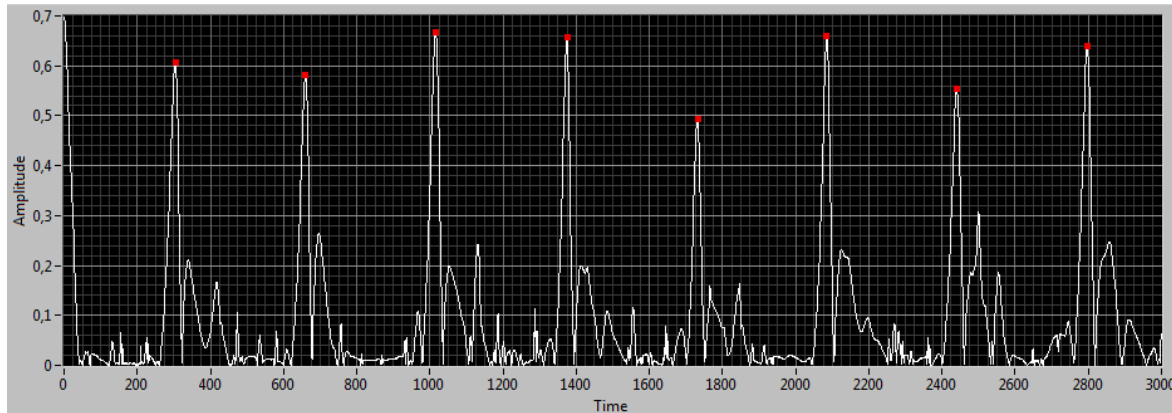


Figura 11. Coeficientes de acumulación del escalograma mostrado en la figura 10. Eje x calibrado en ms.

Se puede apreciar una concentración de energía distribución uniforme tanto en el escalograma como en los coeficientes de acumulación. La separación de 0.37 s que corresponde con la frecuencia a que fue golpeado el cilindro.

Conclusión.

Se ha mostrado con estos dos ejemplos como el ambiente LabView es una herramienta cómoda y de fácil manejo para la interpretación de los resultados usando la TW.

Se ha corroborado que para los casos analizados en el presente trabajo, la herramienta es apropiada para este tipo de medición. Ya que los resultados obtenidos usando la TW se corresponden con aquellos usando la FFT.

Ahora en el caso de una barra de aluminio a la cual se le practicó una rajadura para identificarla, se demuestra que los picos se pueden identificar con elevada claridad y precisión.

Por otro lado la combinación con el ambiente de desarrollo LabView, permitió una programación rápida, estructurada y con facilidad de múltiples salidas para analizar los resultados en cada paso.

La FFT ha demostrado ser una herramienta excelente para el análisis de vibraciones, pero cuando se trata del análisis de discontinuidades y pico muy abruptos en el tiempo entonces se requiere

una gran cantidad de funciones senos y cosenos para la transformación, esto provoca que se incrementen los tiempos de computación y las complicaciones de análisis. Por este motivo ya se realizan TF con ventanas, pero queda el problema de que ventana tomar. En el caso de TW la ventana se ajusta automáticamente en ancho y posición, por lo cual nos permite concluir que es una excelente herramienta para el tratamiento de este tipo de datos.

Este análisis sólo ha tenido en cuenta fallas específicas. Serán necesario trabajos futuros para comprobar o no la eficacia de la herramienta en todo tipo de falla, aunque es de esperar desde el punto de vista físico que acumulaciones de energía en fallas de otro tipo también puedan ser detectadas por esta herramienta.

Referencias

1. Advanced Signal Processing Toolkit Help, [http://zone.ni.com/reference/en-XX/help/372656B-01/\[3\]](http://zone.ni.com/reference/en-XX/help/372656B-01/[3])
2. Alvarez Flores Alvaro (2009). Base de datos de vibraciones para analisis de fallas en rodamientos de bolas.
https://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CB0QFjAA&url=http%3A%2F%2Frepository.upb.edu.co%3A8080%2Fjspui%2Fbitstream%2F123456789%2F508%2F1%2Fdigital_17293.pdf&ei=gnL4VPbPGoqHyATy84HwAQ&usg=AFQjCNEaRAERgyhx60xRtDAAfipjeM1swg&sig2=SnLC1cBjTcxIU1EkU_G9g
3. Benitez, R. and Bolós, V. J. (2010). A wavelet-based tool for studying non-periodicity. Comput. Math. Appl. (60) no 3, pp 634-641.
4. Criollo Rodrigo y Matute Marcelo (2014). Diagnostico de fallos en la combustión para motores de combustión interna alternativos diésel por analisis de vibraciones.
https://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=6&ved=0CD0QFjAF&url=http%3A%2F%2Fdspace.ups.edu.ec%2Fbitstream%2F123456789%2F6288%2F1%2FUP_SCT002847.pdf&ei=gnL4VPbPGoqHyATy84HwAQ&usg=AFQjCNETIYyS41iPxTG1Wwb9Dt_i0O22JBQ&sig2=lW2tQJJ5ZMUdhGrCyoLd_A
5. Cuevas Alejandro (2008). Sistema para el diagnostico incipiente de fallas en motores de inducción.
<http://www.saber.cic.ipn.mx/cake/SABERsvn/trunk/Repositorios/webVerArchivo/414/2>
6. Farag K. Omar and A.M. Gaouda. Gearbox Diagnostics Using Wavelet-Based Windowing Technique. http://iopscience.iop.org/1742-6596/181/1/012089/pdf/1742-6596_181_1_012089.pdf

7. G. Dalpiaz, A. Rivola and R. Rubini. Gear Fault Monitoring: Comparison of Vibration Analysis Techniques. <http://diem1.ing.unibo.it/mechmach/rivola/pub13.pdf>
8. Gómez Víctor Gómez, Moreno Ricardo. (2013). Clasificador neuronal de fallos en rodamientos utilizando entradas basadas en transformadas wavelet packet y de Fourier. <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingenieria/article/viewFile/16316/14140>.
9. González Cruz Claudia Aide, et. al. (2013). Determinación de los parámetros dinámicos de una transmisión mecánica automotriz. http://somim.org.mx/articulos2010/memorias/memorias2013/pdfs/A1/A1_270.pdf
10. Introduction to Wavelet Signal Processing. http://zone.ni.com/reference/en-XX/help/372656B-01/lvasptconcepts/wa_intro/
11. Morlet, J. Arens, G. Fourgeau, E. and Glard, D. GEOFHYSICS, Vol 47, No. 2, 1982: pp 203-221. DOI: 10.1190/1.1441328
12. Praneethchandran, M.Lokesha, M.C.Majumder, K.P.Ramachandran. Laplace and Morlet Wavelet Analysis for Gear. Fault Diagnosis: A Comparative Study. <http://www.ijitee.org/attachments/File/v3i1/A0887063113.pdf>
13. Ribrant Johan and Margareta Lina. (2007). Failures in Wind Power Systems With Focus on Swedish Wind Power Plants During Survey of 1997-2005. IEEE Trans. Energy Conversion (22) no. 1, pp.1-8.
14. Romero Javier et. al. (2011). Herramientas para la adquisición procesamiento y monitorización de señales. Detección de fallas en ejes y rodamientos mecánicos. https://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=9&ved=0CEsQFjAI&url=http%3A%2F%2Fe-archivo.uc3m.es%2Fbitstream%2Fhandle%2F10016%2F13035%2FProyecto_final-Javier%2520Romero%2520Carrasco.pdf%3Fsequence%3D1&ei=gnL4VPbPGoqHyATy84HwAQ&usg=AFQjCNHBKMKI45CSM-wjnwWSsEclnt_otw&sig2=b6fGTsaKyzmqYbYndQNVqA
15. Visualize Wavelets with Scalogram Functionality. <http://reference.wolfram.com/mathematica/example/VisualizeWaveletsWithScalogramFunctionality.html>.