

*Revista Electrónica Nova Scientia*

**Modelo matemático para la descripción de la  
transferencia de calor para tierra vertida**  
**Mathematical model for the description of heat  
transfer for poured earth**

**Edgardo Jonathan Suárez-Domínguez<sup>1</sup>, Yolanda Guadalupe  
Aranda-Jiménez<sup>2</sup>, Arturo Palacio-Pérez<sup>3</sup> y Elena Izquierdo-  
Kulich<sup>4</sup>**

---

<sup>1</sup> Investigación y Desarrollo, Mexican Institute of Complex Systems, Ciudad Madero, Tamaulipas

<sup>2</sup> Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo. Universidad Autónoma de Tamaulipas, Campus Tampico-Madero

<sup>3</sup> Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México

<sup>4</sup> Departamento de Química-Física, Facultad de Química, Universidad de la Habana

---

**México - Cuba**

Suárez-Domínguez, E.J. E-mail: [jsd@mics.edu.mx](mailto:jsd@mics.edu.mx)

## Resumen

La arquitectura de tierra implica procesos constructivos sustentables ya que utiliza materiales vernáculos duraderos cuyos residuos son de bajo impacto al ambiente. La tierra vertida es una técnica a partir de la cual pueden tenerse muros resistentes dentro de la edificación de viviendas pero cuyas propiedades han sido poco evaluadas y representadas a partir de modelos. La transferencia de calor es una de las características más importantes cuando se edifica en zonas calurosas pues implica ciertos niveles de confort para los usuarios. El presente trabajo propone un modelo para determinar la difusividad térmica de tierra vertida con uso potencial para otras determinaciones a diversas temperaturas, algunas implicaciones también son presentadas. Se encontró que el coeficiente de difusividad térmica de muestras de tierra vertida fue de  $\alpha = 4.319 \times 10^{-8} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ , mientras que su calor específico es de  $1.1030 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

**Palabras clave:** Tierra vertida, coeficiente de transferencia de calor

Recepción: 18-12-2013

Aceptación: 31-03-2014

## Abstract

Earth architecture implies sustainable constructive processes as it uses vernacular and lasting materials whose waste are of low impact to the environment. Poured earth is a technique from which resistant walls can be obtained in the housing construction but whose properties have been researched very little and represented by models. Heat transference is one of the most important characteristics when building on hot areas because it implies certain levels of comfort for the user. The present word proposes a model to determine the transfer heat capacity of poured earth with potential use for other determinations on different temperatures. Some implications are also presented. It has been discovered that the coefficient of transfer heat of samples of poured earth was of  $\alpha = 4.319 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ , as its heat capacity is of  $1.1030 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

**Keywords:** Poured earth, coefficient of transfer of heat

## Introducción

Existen diversos sistemas constructivos para la arquitectura de tierra, entre los cuales se pueden citar: adobes, bahareque, bloques de tierra comprimida, tapial y terrón entre otros. La tierra vertida, se clasifica como un sistema de muros monolíticos, y ha sido poco estudiada, tanto en relación con sus características físico-químicas, como en sus propiedades que le permiten utilizarla como sistema constructivo.

La tierra vertida se define como suelo en forma de fluido plástico, que contiene agregados finos y gruesos, incluso hasta el punto de grava, y puede desempeñar la misma función que el concreto magro (Doat P. et.al. 1990; Cid, J. et.al. 2011). Webster, W.A. y colaboradores en 1988 ya habían realizado un estudio amplio comprobando las características de materiales obtenidos a partir de moldes pero apisonados, donde observaron una menor transferencia de calor en relación con otros materiales.

La tierra vertida en general no es muy conocida y son pocos los estudios teóricos y caracterizaciones desarrolladas (Suárez-Domínguez, E.J. et. al. 2013). La conductividad térmica es la constante de proporcionalidad que se establece entre el flujo de calor y el gradiente de temperatura asociado a este (Reactor Handbook, 1955). En el caso de las viviendas, el valor de conductividad térmica se encuentra estrechamente relacionado con el confort, ya que a medida que esta disminuye la diferencia de temperatura que se establece entre el interior y el exterior se incrementa, de tal manera que los efectos de los cambios ambientales se manifiestan con menor intensidad en el interior. En el caso de los materiales sólidos la conductividad térmica depende de numerosos factores relacionados con las características de este, como la composición química y la porosidad, por mencionar algunos, por lo que es muy difícil su estimación teórica (Maxwell J.C., 1998; Carslaw, 1959). Por esta razón la conductividad térmica  $k$  se determina experimentalmente, y para esto usualmente se calcula el coeficiente de difusividad térmica  $\alpha$ , que expresa la relación entre la conductividad y el producto de la densidad y el calor específico del material, es decir,  $\alpha = k/(\rho \cdot Cp)$  (Lide D.R., 2004). Por otra parte, los resultados de la caracterización térmica pueden relacionarse con otras propiedades del material y fortalecer así la percepción del uso de tierra vertida (Suárez-Domínguez E.J. & Aranda-Jiménez, Y.G. 2013).

Para realizar la caracterización térmica de la tierra vertida se tomaron las proporciones utilizadas en los muros de carga de una casa prototipo construido en la Facultad de Arquitectura de la Universidad Autónoma de Tamaulipas, los cuales se elaboraron de tierra vertida estabilizada al 6% con CPO. A partir de medir los perfiles temporales de temperatura que se establecen en presencia de un flujo de calor se estimó experimentalmente la difusividad térmica empleando para esto técnicas estadísticas de regresión no lineal.

## **Parte Experimental**

Se realizó un procedimiento térmico en sólido con el objetivo de registrar las modificaciones de temperatura con respecto a la distancia, medida discretamente, en un cilindro elaborado a partir de tierra vertida y corroborar el modelo teórico desarrollado. Las características experimentales se explican a continuación.

### **2.1. Preparación de la mezcla**

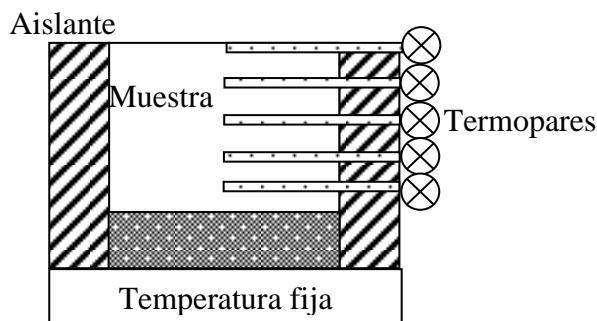
Se preparó una mezcla de tierra vertida a partir de Champayán, un suelo de la región encontrado en Tampico, Tamaulipas, estabilizada con 6% de cemento portlant CP30 y 10% de agua.

### **2.2. Preparación de cilindros**

Se elaboraron cilindros de tierra vertida y se curaron de acuerdo a la norma NMX-C-160-ONNCE-2004. Los cilindros fueron cortados con una altura de 10cm.

### **2.3. Procedimiento experimental**

Los cilindros obtenidos fueron recubiertos con poliestireno en sus paredes, que en este caso actúa como aislante, quedando solamente descubierta la parte inferior y superior, de tal forma que se garantice que la transferencia de calor por conducción ocurra en una sola dirección. En la parte inferior se colocó una fuente de 60 °C de temperatura durante 8 h y se monitoreó el cambio de temperatura en el tiempo con termopares localizados a una distancia de 2 cm entre sí los tres primeros y 3 cm el cuarto, quedando el primero de ellos a 1 cm del fondo de la muestra. La precisión de los sensores de temperatura es  $\pm 1$  °C. En la Figura 1 se muestra el esquema del sistema experimental.



**Fig.1.** Representación esquemática del sistema experimental utilizado.

Para la determinación del calor específico se utilizó un calorímetro fabricado en laboratorio a partir de dos recipientes cilíndricos concéntricos separados entre sí con poliestireno y tapas del mismo material de 1gal de capacidad; las mediciones se realizaron con un termómetro de mercurio de graduación -10 a 110°C y el fluido que se utilizó para transferencia de calor fue agua.

## Resultados y discusión

### 3.1. Resultados de los experimentos.

Los promedios de los resultados experimentales de los cambios de temperatura al interior de la muestra de suelo sometida a prueba se muestran en la tabla 1.

Tiempo (min)	Temperatura °C				
	Termopar 1 (1cm)	Termopar 2 (3cm)	Termopar 3 (5cm)	Termopar 4 (8cm)	Termopar 5 (superficie)
0	29	29	29	29	29
10	34	32	30	29	29
20	37	35	32	30	29
30	39	36	33	30	29
40	42	39	35	32	31
50	43	40	37	34	33
60	45	41	38	35	34
90	47	43	41	37	35
120	50	46	43	40	38
150	51	48	46	42	40
180	52	50	48	44	41
210	54	51	49	45	42
240	55	52	50	45	42
300	56	53	51	47	44
360	57	54	52	48	45

420	59	55	52	48	45
480	60	56	53	49	47

**Tabla 1.** Resultados experimentales de variación de la temperatura con respecto al tiempo.

### 3.2 Elaboración de modelo teórico

Para modelar el comportamiento del sistema se despreciaron las pérdidas de calor en la superficie circundante del cilindro y se supuso un movimiento unidireccional del calor; se partió de la ecuación de conservación de energía, la cual, de acuerdo a estos criterios, queda escrita en términos de temperatura en coordenadas cartesianas resultando (Bird R.B. et.al. 2002)

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \mu \Phi_v \quad \dots(1)$$

Como en este caso se trata de un sólido, los términos que contienen a los componentes de la velocidad,  $v(x, y, z)$ , y que aparecen en el lado izquierdo de la ec. (1), se igualan a cero, así como el último término del lado derecho, el cual se relaciona con la disipación viscosa. Como el transporte de calor se considera que tiene lugar solo en la dirección x, las segundas derivadas parciales que se encuentran en el lado derecho, y que involucran a las coordenadas y y z son cero, de tal manera que la ec. (1) queda entonces escrita de la forma:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \dots(2)$$

donde  $\rho$  es la densidad,  $C_p$  es el calor específico y  $k$  es el coeficiente de conductividad térmica. Definiendo el coeficiente de difusividad térmica:

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad \dots(3)$$

Donde  $\alpha$  tiene las dimensiones  $L^2 t^{-1}$  la ecuación anterior puede ser escrita de la forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \dots(4)$$

para resolver esta ecuación diferencial parcial se supone (Borrelli R.L. & Coleman C.S. 2005):

$$T(x,t) = g(x)f(t) \quad \dots(5)$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (4) y reescribiendo esta apropiadamente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(x)f(t)}{\partial t} &= \alpha \frac{\partial^2 g(x)f(t)}{\partial x^2} \\ g(x) \frac{\partial f(t)}{\partial t} &= \alpha f(t) \frac{\partial^2 g(x)}{\partial x^2} \\ \frac{1}{\alpha f(t)} \frac{\partial f(t)}{\partial t} &= \frac{1}{g(x)} \frac{\partial^2 g(x)}{\partial x^2} = -\lambda^2 \end{aligned} \quad \dots(6)$$

donde  $\lambda^2$  es una constante de integración que se determina tomando en cuenta la condición inicial y las condiciones de contorno del sistema. La ecuación diferencial parcial (6) puede entonces ser expresada a través de dos ecuaciones diferenciales ordinarias que involucran a la constante  $\lambda$ :

$$\frac{df}{dt} + \lambda^2 \alpha f = 0 \quad \dots(7)$$

$$\frac{d^2 g}{dx^2} + \lambda^2 g = 0 \quad \dots(8)$$

resolviendo ambas ecuaciones diferenciales de forma independiente se obtiene:

$$\begin{aligned} f(t) &= e^{-\lambda^2 \alpha t} C_1 \\ g(x) &= k_1 \cos \lambda x + k_2 \sin \lambda x \end{aligned} \quad \dots(9)$$

de tal manera que la solución del sistema anterior está dada por:

$$T(x,t) = \exp(-\lambda^2 \alpha t) (k_1 \cos \lambda x + k_2 \sin \lambda x) \quad \dots(10)$$

### 3.3 Ajuste del modelo dado por (10)

La ecuación del modelo (10) se ajustó estadísticamente con los valores experimentales obtenidos y mostrados en la Tabla 1. De tal manera que el modelo ajustado está dado por:

$$T(x,t) = \exp(0.00505866t)(33.2801\cos(-0.44181x) + 103.976\sin(-0.44181x)) \quad \dots(11)$$

Obteniéndose un valor de R<sup>2</sup> de 93,1925% lo que nos indica una alta correlación entre los resultados experimentales y el modelo teórico.

De acuerdo con este modelo se obtiene:

$$\begin{aligned} 0.00505866 &= -\lambda\alpha \\ -0.44181 &= \sqrt[2]{\lambda} \end{aligned} \quad \dots(12)$$

de donde despejando se obtiene el coeficiente de difusividad térmica:

$$\alpha = 2.5916 \times 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{min}^{-1} = 4.319 \times 10^{-8} \pm 0.093 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{s}^{-1} \quad \dots(13)$$

Los valores reportados en la literatura para materiales semejantes tales como tierra diatomea, arcilla y ladrillo, indican valores del coeficiente de difusividad del orden de 10<sup>-7</sup>, por lo que se predice que la tierra vertida tiene menor capacidad de transferir calor, y por tanto es más adecuada para la construcción en relación con el confort.

Los valores reportados en la literatura para materiales semejantes tales como el homigón, indican valores del coeficiente de difusividad del orden de 1.32 × 10<sup>-6</sup> (Gea, M. et.al. 2009). Esto nos da un indicio de la posibilidad que la tierra vertida aquí estudiada transferiría menor calor.

Por otro lado el sistema de ecuaciones (9) tiene una segunda solución matemática, dada por:

$$T(x,t) = k_1 \exp(\lambda\alpha t + \sqrt{\lambda}x) + k_2 \exp(\lambda\alpha t - \sqrt{\lambda}x) \quad \dots(14)$$

Sin embargo al aplicar las reglas estadísticas de regresión no lineal se obtiene un coeficiente de correlación del 56,3549% mucho menor que el obtenido con (10) por lo que se decidió aceptar el primer modelo.

### 3.4 Determinación del calor específico

Para la determinación del calor específico de la tierra vertida se utilizó parte de la primera ley de la termodinámica a partir de la cual se puede deducir:

$$m_1 C_{p1} \Delta T_1 = m_2 C_{p2} \Delta T_2 \quad \dots(15)$$

Donde a partir de la temperatura de equilibrio alcanzada después de que dos componentes de masas conocidas cuya temperatura inicial es distinta se determina fácilmente el calor específico de un componente a partir del calor específico conocida de otro componente (generalmente agua).

En el proceso experimental, se tuvo como resultado:

$$C_p = 1,103 \pm 48 \text{ Jkg}^{-1}K^{-1} \quad \dots(16)$$

Este valor de calor específico se corrigió de acuerdo a la temperatura ambiental sin embargo no se encontraron diferencias significativas con respecto a la consideración del calorímetro en condiciones adiabáticas.

Este valor es muy semejante al de la madera de pino (1,200 J/kg K) y al del ladrillo de Magnesita (1,130 J/Kg K), y 20% mayor que el de la tierra diatomea y la mayoría de las arcillas (879 J/kg K) (Perry, R.H. et.al. 1988 y Lira-Cortés et.al. 2008).

## Conclusiones

Se propuso un modelo estadístico de acuerdo a los datos experimentales obtenidos, a partir de los cuales se presenta un valor para el coeficiente de difusividad térmica.

Puede observarse que el valor de la difusividad es menor que el del hormigón común y el calor específico similar al de la madera. Esto podría deberse a las propiedades físicas como densidad

(que es más baja para la tierra vertida en comparación con el concreto) que implicarían posiblemente un valor mayor en ésta.

Es necesario ampliar los estudios a nivel piloto para relacionar los resultados en este trabajo con otras propiedades inherentes de la tierra vertida y elucubrar las razones de las diferencias con materiales similares.

## Agradecimientos

La presente investigación fue parcialmente auspiciada por la compañía mexicana Geo Estratos S.A. de C.V.

## Referencias

- Bird R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N. *Transport Phenomena*. Jonh Wiley & Sons, 2 Ed. New York, 2002.
- Borrelli R. L. Coleman C.S. *Ecuaciones diferenciales: una perspectiva de modelación*. Editorial Oxford: México 2005.
- Bui, Q., Morel, J., Venkatarama Reddy, B., and Ghayad, W. (2009). "Durability of rammed earth walls exposed for 20 years to natural weathering." *Building and Environment*, 44(5), 912-919.
- Carslaw H. S., Jeager J. C. *Conduction of Heat in Solids*; Clarendon Press; Oxford; 1959.
- Ciancio, D. Gibbings, J. (2012) Experimental investigation on the compressive strength of cored and molded cement-stabilized rammed earth samples. *Construction and Building Materials* 28: 294–304
- Costa Novella E.. Ingeniería Química, Vol 3: Flujo de fluidos.; Ed. Alhambra Universidad, 1<sup>a</sup>ed, 1985.
- Darby R. 1991. *Chemical Engineering Fluid Mechanics*. Marcel Dekker, 199
- Gea, M. Tilca, F. Placco, C. Caso, R. Machaca, A. Saravia, L. (2009) Acumulación térmica en hormigón de la energía solar captada por un concentrador tipo fresnel para la generación de vapor. *Avances en Energias Renovables y Medio Ambiente* 13:113-119.
- Houben, H., Guillard H. (1994) *Earth Construction. A comprehensive guide*. ITDG publishing. London. Great Britain.
- J. C. Maxwell. *A treatise on Electricity and Magnetism*. Oxford University Pres. (reprinted 1998).
- Lide D. R. (Ed.) *Handbook of Chemistry and Physics*. 84 edition. CRC Press. 2004
- Lira-Cortés, L.González Rodríguez, O. J. Méndez-Lango, E. (2008) *Medición de la Conductividad Térmica de Algunos Materiales Utilizados en Edificaciones*. Simposio de

- Metrología 2008 Santiago de Querétaro, México, 22 al 24 de Octubre En:  
[https://cenam.gob.mx/simposio2008/sm\\_2008/memorias/S4/SM2008-S4C2-1100.pdf](https://cenam.gob.mx/simposio2008/sm_2008/memorias/S4/SM2008-S4C2-1100.pdf)
- Lu S. Y., Kim S. (1990). Effective thermal conductivity of composites containing spheroidal inclusions AIChE Journal, 36, 927-938.
- NMX-C-160-ONNCE-2004. Norma Mexicana. Industria de la construcción – Concreto – Elaboración y curado en obra de especímenes de concreto.
- Perry, R.H; Green, D.W; Maloney, J.O. Perry's Chemical Engineer's Handbook ; McGraw Hill : New York , Tablas de conductividad térmica. 1984.
- Reactor Handbook, Vol 2. Atomic Energy Commission. AECD-3646 May 1955
- Revuelta J.D. , Et Al; Adobe As A Sustainable Material: A Thermal Performance; Journal Of Applied Sciences 2010 **10**:2211-2216.
- Salinas, C. Ananias, R. Alvear, M. 2004 Simulación del secado convencional de la madera. Maderas.Ciencia y tecnologia 6(1): 3-18.
- Suárez-Domínguez, E.J. Aranda-Jiménez (2013) Diferencia fractal en superficies de tierra vertida con suelo de Tamaulipas. Revista Contexto. En prensa
- Suárez-Domínguez, E.J. Aranda-Jiménez, Y.G. Roux-Gutiérrez, R.S. (2013) Tierra Vertida: Una descripción global. *Arquitectura y Humanidades*. Junio Disponible en: <http://www.architecthum.edu.mx/Architecthumtemp/colaboradores/dominguez.et.al/dominguez.et.al.htm>
- Webster, Frederick A. Reinforced poured adobe and its applicability to earthquake resistant construction. U.S. The National Science Foundation. Appropriate Technology International (ATI). Office of Foreign Disaster Assistance (OFDA). 24-28 May 1981. New Mexico. US.