



# Ahusamiento y volumen comercial

## de tres procedencias de pinos tropicales en plantaciones forestales de Veracruz, México

Stem taper and merchantable volume of three provenances of tropical pines in forest plantations of Veracruz, México

Dora Torres Ávila<sup>1</sup>, Héctor Manuel de los Santos Posadas<sup>1\*</sup>, Alejandro Velázquez Martínez<sup>1</sup> y Juan Carlos Tamarit Urias<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Colegio de Postgraduados. Campus Montecillo. Texcoco, Estado de México, México  
dora.torres.i890@gmail.com, alejvela@colpos.mx

<sup>2</sup> Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental San Martinito. Santa Rita Tlahuapan, Puebla, México.  
tamarit.juan@inifap.gob.mx

\* Autor de correspondencia. hmsantos@colpos.mx

## RESUMEN

En los últimos años, en el sureste de México se han establecido plantaciones forestales de *Pinus caribaea*, que tienen como propósito la extracción de resina y la producción de madera. Ambas variables se han correlacionado positivamente con características morfológicas como la forma del fuste. Generalmente, para la descripción del perfil fustal se utilizan dos expresiones: factor de forma y ahusamiento. En este sentido, el objetivo del presente estudio fue construir un sistema de cubicación para estimar el ahusamiento y el volumen comercial de tres progenies de pinos tropicales establecidos en una plantación forestal en las Choapas, Veracruz, México, así como evaluar sus diferencias en la geometría del fuste a través de enfoque de variables indicadoras. Por medio del modelo de la variable combinada lineal y la utilización de variables indicadoras, se analizó el efecto de la procedencia en el factor de forma, encontrándose que el híbrido entre *Pinus caribaea* y *Pinus elliottii* presenta una geometría cercana al paraboloid. Se probaron diferentes modelos de ahusamiento, de los cuales, el de Demaerschalk presentó el mejor ajuste y, a partir de su integración matemática, se derivó una ecuación de volumen comercial variable, que se ajustó de manera simultánea con la de ahusamiento para generar un sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial. Los resultados indican que el híbrido es superior en la geometría del fuste y en el volumen comercial maderable frente a las otras dos procedencias de *Pinus caribaea*.

PALABRAS CLAVE: factor de forma, perfil fustal, *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, *Pinus elliottii* var. *elliottii*, sistema compatible, variables indicadoras.

## ABSTRACT

In recent years in southeastern Mexico, forest plantations of *Pinus caribaea* have been established, whose purpose is resin extraction and wood production. Both variables have been positively correlated with morphological characteristics such as the shaft shape. Generally, two expressions are used for the description of the stem profile: form factor and taper. In this sense, the objective of the present study was to build a set equations to estimate the stem taper and merchantable volume of three progenies of tropical pines established in a forest plantation in Las Choapas, Veracruz, as well as assess their differences in the stem profile through the approach of dummy variables. Through the model of the linear combined variable and the use of dummy variables, the effect of the provenances on the form factor was analyzed, finding that the hybrid between *Pinus caribaea* and *Pinus elliottii* presents a geometry close to the paraboloid. For taper modelling the Demaerschalk model presented the best performance among the tested structures. The mathematical integration of the Demaerschalk model produces a merchantable volume equation that was simultaneously fitted with the taper expression to generate a compatible taper-volume system. The results indicate that the hybrid is superior in the geometry of the bole and in merchantable volume compared to the other two provenances of *Pinus caribaea*.

KEYWORDS: form factor, stem profile, *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, *Pinus elliottii* var. *elliottii*, compatible system, dummy variables.

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años la producción de resina en México proveniente de bosques naturales ha disminuido drásticamente, entre 2000 y 2009 esta se redujo de 36 000 t a 19 500 t (Comisión Nacional Forestal [Conafor], 2012). Como respuesta a esta situación, se ha propuesto incentivar el establecimiento de plantaciones forestales comerciales (PFC) para la extracción de resina en el sureste del país. Algunas empresas forestales han retomado esta tarea y, desde 2011, han empezado a establecer PFC en la región de las Choapas, Veracruz, con dos especies que muestran un gran potencial para la producción de resina: *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (Sénécl.) W.H. Barrett & Golfari y *Pinus elliottii* var. *elliottii* Engelm.

Además de la extracción de resina, se pretende comercializar la producción de madera, una vez que los árboles alcancen el tamaño adecuado para su aprovechamiento. En este sentido, el objetivo del programa de mejoramiento genético (PMG) es dual ya que busca especies de pinos con altos rendimientos de resina y que además tengan un rendimiento en madera aceptable. Por lo anterior, el aumento de producción de ambos productos es la principal característica por considerar en las primeras etapas del PMG.

En un PMG enfocado a la producción de resina resulta de importancia identificar los rasgos morfológicos y de crecimiento que conduzcan a un incremento en el rendimiento de la resina. Generalmente la mejora genética de la producción de resina se combina con la investigación para mejorar la calidad de la madera (Tadesse, Nanos, Aufion, Alia y Gil, 2001).

Roberds et al. (2003) indican que la selección direccional para mejorar el crecimiento también dará una mayor producción de resina. Algunas características morfológicas que se han correlacionado significativamente con la producción de resina son grosor de corteza, diámetro y tamaño de copa (Lai et al., 2017; Liu, Zhou, Fan y Liu, 2013). Otra característica a considerar es la forma del fuste, la cual determina de manera parcial el rendimiento y la

calidad del volumen maderable (Sierra-De-Grado, Moulia, Fournier, Alía y Díez-Barra, 1997).

La forma del fuste está dada por la reducción del diámetro desde la base hasta la punta, a esta variación en el diámetro se le conoce como ahusamiento. Generalmente para la descripción del perfil fustal se utilizan dos expresiones: factor de forma y ahusamiento (Kershaw, Ducey, Beers y Husch, 2016). Cabe resaltar que árboles más cilíndricos (menos ahusados) tendrán una mayor cantidad y largo de caras de resinación.

El ahusamiento se puede modelar mediante una expresión matemática que describe la geometría del fuste, la cual, al integrarse desde cero hasta la altura total, estima el volumen total maderable (Prodan, 1997). Por otro lado, cuando la ecuación se integra utilizando la altura comercial, entonces se estima el volumen comercial maderable.

Dada la importancia que tiene la forma del árbol en la estimación del volumen maderable y la potencial producción de resina, es necesario desarrollar modelos de ahusamiento y volumen comercial en plantaciones forestales para apoyar las decisiones en el PMG de plantaciones, así como generar herramientas para apoyar las decisiones en el manejo forestal.

## OBJETIVOS

Modelar el ahusamiento y volumen comercial de tres procedencias *Pinus caribaea* var. *hondurensis* (Sénécl.) W.H. Barrett & Golfari y *Pinus elliottii* var. *elliottii* Engelm en plantaciones forestales de las Choapas, Veracruz, México, así como evaluar las diferencias entre estas a través del enfoque de variables indicadoras.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Datos de volumen y ahusamiento

El estudio se realizó en una plantación forestal comercial con fines de producción de resina, ubicada en el municipio de las Choapas, Veracruz ( $17^{\circ}49'50.59''N$ ,  $94^{\circ} 6'11.84''O$ ). El clima es cálido húmedo, con precipitación que va desde



2400 mm hasta 3100 mm, temperatura mínima promedio de 22 °C y máxima de 28 °C. La fisiografía es principalmente de llanuras aluviales con lomerío y el suelo dominante es luvisol (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [Inegi], 2009).

La información se obtuvo de una muestra de 200 árboles de diferentes edades y procedencias, distribuidos en toda la plantación (Tabla 1).

Los datos se obtuvieron de los árboles muestra, los cuales fueron derribados y seccionados; las variables medidas fueron diámetro normal (cm), altura total (m), diámetro con corteza a diferentes alturas del fuste (cm) y alturas para cada sección, con respecto al suelo (m). La primera medición se realizó a la altura del tocón, las mediciones subsecuentes se hicieron a 50 cm, 1 m, 1.30 m y después a cada metro, hasta llegar a un diámetro mínimo de 5 cm. En total se tuvieron 2049 pares de observaciones diámetro-altura, distribuidas a lo largo de los fustes. Las estadísticas descriptivas de las variables analizadas se presentan en la tabla 2.

Para estimar el volumen de cada una de las trozas se utilizó la fórmula de Newton y el método del centroide

(Wiant, Wood y Furnival, 1992); en el caso de la punta del fuste, se empleó la fórmula del cono. El volumen total del fuste de cada individuo se determinó mediante el método de trozas traslapadas, propuesto por Bailey (1995).

### Comparación de procedencias en el factor de forma

Del modelo de volumen de la variable combinada dado por la función  $V = \alpha + \beta \cdot D^2 \cdot H$  (Bruce y Schumacher, 1942), donde  $D$  representa el diámetro normal (cm),  $H$  la altura (m) y  $V$  el volumen maderable con corteza ( $m^3$ ), el intercepto  $\alpha$  es el volumen mínimo inventariado, mientras que  $\beta$  es el factor de forma implícito. Dado que

$$\beta = \alpha \cdot \frac{\pi}{40000},$$

el factor de forma respecto al cilindro es

$$\alpha = \beta / \left( \frac{\pi}{40000} \right).$$

TABLA 1. Características de las procedencias utilizadas para el estudio.

Procedencia	Especie	Origen	Edad	Árboles
L1	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	Brasil	4	66
L4	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i>	Australia	6	66
L5	<i>Pinus caribaea</i> var. <i>hondurensis</i> X <i>Pinus elliotti</i> var <i>elliotti</i>	Australia	4	67

TABLA 2. Estadísticos de las variables medidas en los árboles.

Variable	Diámetro normal con corteza (cm)	Altura total (m)	Volumen ( $m^3$ )	Altura del tocón (m)
Máximo	29.3	14.37	0.44	0.37
Promedio	15.44	9.03	0.11	0.09
Mínimo	5	3.73	0.01	0.04
Desviación estándar	5.82	2.64	0.09	0.03

Para detectar diferencias de factor de forma entre procedencias, se utilizaron variables indicadoras (dummy) en el análisis de regresión del modelo. Las variables indicadoras pueden tomar los valores de cero o uno, dependiendo de si una observación pertenece o no a alguna procedencia. A partir de dicho método se puede construir un modelo de regresión único para las tres procedencias que permita probar la hipótesis de igualdad del factor de forma entre ellas. Por lo tanto, el modelo con variables indicadoras se expresa de la siguiente manera:

$$v = \alpha + (\beta_0 + \beta_1 Z_1 + \beta_2 Z_2) D^2 H$$

Donde:

$$Z_1 = \begin{cases} 1, & \text{si pertenece a la procedencia L1} \\ 0, & \text{de otro modo} \end{cases}$$

$$Z_2 = \begin{cases} 1, & \text{si pertenece a la procedencia L4} \\ 0, & \text{de otro modo} \end{cases}$$

En este caso, la procedencia L5 es la que se toma como referencia en el análisis de regresión, por ello no aparece expresada con variables indicadoras. Las diferencias de factores de forma entre procedencias consideraron la hipótesis homogeneidad entre ellas, es decir que:

$$H_0 : \beta_1 = 0 \quad o \quad \beta_2 = 0 \quad o \quad \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_a : \beta_1 \neq 0 \quad o \quad \beta_2 \neq 0$$

### Modelos de ahusamiento

Para modelar el perfil fustal de los árboles se probaron diferentes funciones citadas en la literatura, cuyas expresiones corresponden a ecuaciones lineales y no lineales (Tabla 3).

TABLA 3. Modelos de ahusamiento ajustados.

Modelo	Expresión	Autor
Demaerschalk (M1)	$\left(\frac{d}{D}\right)^2 = \beta_0 \left(\frac{1}{D^2 H}\right) X^{\beta_1} + \beta_2 X^{\beta_3} \text{ donde}$ $X = \frac{H - M}{H}$	Demaerschalk (1972)
Clutter (M2)	$d = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2} (H - M)^{\beta_3}$	Clutter (1980)
Fang y Bailey general (M3)	$d = \left\{ \frac{\frac{(\beta_1 - 2)k}{(\beta_1 - 2\beta_2)\beta_0}}{\times \left[ h^{1-\frac{2\beta_2}{\beta_1}} - H^{1-\frac{2\beta_2}{\beta_1}} \right]} \right\}^{\frac{1}{\beta_1 - 2}}$ $+ (\alpha_0 D^{\alpha_1} H^{\alpha_2} / \beta_0)^{1-2/\beta_1}$	Fang y Bailey (1999)
Fang y Bailey Caso 1-a (M4)	$d = \sqrt{\frac{\alpha_0}{\beta_0}} D^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_0}} h^{\frac{k - \beta_0}{\beta_0}}$	Fang y Bailey (1999)

d = diámetro con corteza (cm) de la i-ésima sección a la altura M (m); M = altura de la i-ésima sección a partir del suelo (m); D = diámetro normal (cm); H = altura total del árbol (m);  $\beta_i$  = coeficientes de regresión.



A partir de los resultados estadísticos de cada modelo, se compararon y seleccionó el de mejor ajuste, utilizando criterios estadísticos como: el coeficiente de determinación ajustado  $R^2_{Adj}$  que mide el porcentaje de variabilidad explicada por el modelo; la suma de cuadrados del error (SCE), que se refiere a la sumatoria de las diferencias al cuadrado entre los valores observados y los predichos por el modelo; el cuadrado medio del error (CME), que estima el promedio del error. Estos estadísticos se calcularon con las expresiones:

$$R^2_{Adj} = 1 - \left[ \frac{(n-p) \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-p) \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right]$$

$$SCE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$CME = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}$$

Donde:

$y_i$ ,  $\hat{y}_i$  y  $\bar{y}$  = valor observado de la variable respuesta, predicho y medio, respectivamente

**n** = número de observaciones

$p$  = número de parámetros en el sistema

## Comparación de procedencias en el ahusamiento

Para conocer las diferencias en el ahusamiento entre procedencias se tomó como base el modelo de Demaerschalk (1972), el cual fue seleccionado por su bondad de ajuste. De dicho modelo se tiene que los parámetros de mayor influencia en el ahusamiento son  $\beta_2$  y  $\beta_3$ , por lo tanto, se replantearon en función de las variables indicadoras, de tal manera que

$$\beta_2 = \beta_{20} + Z_1\beta_{21} + Z_2\beta_{22} \text{ y } \beta_3 = \beta_{30} + Z_1\beta_{31} + Z_2\beta_{32}.$$

Donde:

$$Z_1 = \begin{cases} 1, & \text{si pertenece a la procedencia L1} \\ 0, & \text{de otro modo} \end{cases}$$

$$Z_2 = \begin{cases} 1, & \text{si pertenece a la procedencia L4} \\ 0, & \text{de otro modo} \end{cases}$$

Las diferencias estadísticas en el ahusamiento entre procedencias se contrastaron utilizando la hipótesis de homogeneidad entre ellas, es decir que:

$$H_0: \beta_{21} = 0, \beta_{22} = 0, \beta_{31} = 0, \beta_{32} = 0$$

$$H_a: \beta_{21} \neq 0, \beta_{22} \neq 0, \beta_{31} \neq 0, \beta_{32} \neq 0$$

Modelos compatibles ahusamiento-volumen comercial

El ahusamiento y el volumen comercial son variables que dependen matemáticamente una de la otra, por lo cual deben analizarse como un sistema de ecuaciones. Además, es deseable la compatibilidad en el sistema, es decir que el volumen calculado a partir de la integración de la ecuación de ahusamiento sea igual al obtenido por una función de volumen total.

Para generar el sistema compatible de ahusamiento-volumen se consideró el modelo de Demaerschalk, el cual se integró a lo largo de la sección deseada como un sólido de revolución, mediante la expresión:

$$V_{troza} = k \int_{h_1}^{h_2} d^2 \partial h \dots \dots \quad \dots \dots (1)$$

Donde:

$k = \frac{\pi}{40000}$  es la constante volumétrica cuando  $d$  está expresado en centímetros y la longitud de la troza en metros

Usando la definición de  $d^2$  del modelo M1 y sustituyendo en la ecuación 1, se tiene:

$$V_{\text{troza}} = k D^2 \int_{h_1}^{h_2} \beta_0 \left( \frac{1}{D^2 H} \right) \left( \frac{H - h}{H} \right)^{\beta_1} dh + \beta_2 \left( \frac{H - h}{H} \right)^{\beta_3} dh \dots \dots \dots (2)$$

Así, integrando la expresión anterior, el volumen de una troza ( $V_{\text{troza}}$ ) definido entre dos alturas de fuste  $h_1$  y  $h_2$  es:

$$V_{\text{troza}} = k \left( -\frac{\beta_0 \left( \frac{H - h}{H} \right)^{\beta_1 + 1}}{\beta_1 + 1} - \frac{\beta_2 D^2 H \left( \frac{H - h}{H} \right)^{\beta_3 + 1}}{\beta_3 + 1} \right) \Big|_{h_1}^{h_2} \dots \dots \dots (3)$$

Siguiendo el desarrollo, el volumen del tocón a la punta (volumen total) está dado por:

$$V_{\text{fuste}} = k \left( -\frac{\beta_0 \left( \frac{H - h}{H} \right)^{\beta_1 + 1}}{\beta_1 + 1} - \frac{\beta_2 D^2 H \left( \frac{H - h}{H} \right)^{\beta_3 + 1}}{\beta_3 + 1} \right) \Big|_{h_1=0}^{h_2=H} = \frac{k \beta_0}{\beta_1 + 1} + \frac{k \beta_2}{\beta_3 + 1} D^2 H \dots \dots \dots (4)$$

Cabe señalar que la ecuación 5, derivada del modelo de ahusamiento de Demaerschalk (1973), es una aproximación indirecta vía el ahusamiento al modelo de volumen total de la variable combinada.

De manera similar, la ecuación del  $V_{\text{troza}}$  es modificable a una expresión de volumen comercial acumulado ( $V_{\text{comercial}}$ ), definiendo los límites de integración de la siguiente forma:

$$V_{\text{comercial}} = k \left( -\frac{\beta_0}{\beta_1 + 1} \left( \left( \frac{H - h_c}{H} \right)^{\beta_1 + 1} - \left( \frac{H - h_t}{H} \right)^{\beta_1 + 1} \right) - \frac{\beta_2 D^2 H}{\beta_3 + 1} \left( \left( \frac{H - h_c}{H} \right)^{\beta_3 + 1} - \left( \frac{H - h_t}{H} \right)^{\beta_3 + 1} \right) \right) \dots \dots \dots (5)$$

Donde:

$h_c$  = altura sobre el tocón a la que se da el  $V_{\text{comercial}}$  (m)

$h_t$  = altura del tocón (m)

Las ecuaciones de volumen comercial y ahusamiento de Demaerschalk conformaron un sistema compatible definido por los mismos parámetros y una estructura geométrica común. En el sistema compatible también se utilizaron variables indicadoras en los parámetros antes mencionados del modelo y en la ecuación 5, con la finalidad de determinar el efecto de la procedencia tanto en el ahusamiento como en el volumen.

Otro elemento que se debe considerar en el sistema es la estimación de la altura a cierto diámetro comercial. Muchas ecuaciones complejas de ahusamiento no permiten

obtener de manera explícita una ecuación del tipo  $h = f(D, H, d, \beta)$ . Tal es el caso del modelo de Demaerschalk, en el que no hay una solución para  $h$ , por lo que obtener su valor a cierto diámetro implicaría realizar cálculo numérico para cada árbol. No obstante, la solución parcial que se presenta a continuación permite partir de un valor inicial, obtener el valor aproximado de  $h$ . Al despejar  $X$  del modelo Demaerschalk se tiene que una solución parcial posible es:

$$X_i = \left( \frac{\left( \frac{d}{D} \right)^2 - \frac{\beta_0 X_0^{\beta_1}}{D^2 H}}{\beta_2} \right)^{\frac{1}{\beta_3}} \dots \dots \dots (6)$$



A partir de la ecuación 6 se puede generar iterativamente una serie de valores, comenzando con un valor inicial  $X_0$  entre cero y uno. Después de probar la ecuación 6 en individuos de diferentes tamaños se encontró que, a partir de la segunda iteración,  $X_i$  converge en una solución con una precisión de más dos decimales. Considerando que la exactitud con la que se mide la altura está dada en centímetros, este valor es apropiado para la estimación de altura comercial, dado por la función siguiente,

$$M = H (1 - X_i) \dots \quad (7)$$

### Estrategia de ajuste

El método de estimación de los parámetros de los modelos de ahusamiento fue por mínimos cuadrados ordinarios con el procedimiento Model de SAS/ETS® (SAS Institute Inc, 2004). En el caso del ajuste del sistema, se utilizó máxima verosimilitud con información completa (FIML), técnica que estima los parámetros maximizando la función de verosimilitud sujeta a las restricciones del sistema.

Un aspecto que se debe considerar en el análisis de regresión es el cumplimiento de los supuestos de heterocedasticidad y autocorrelación. El primero se refiere a que la varianza del error sea constante, mientras que el segundo, a que no exista correlación entre los términos de error (Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez-González y Rojo, 2006). Es común que los modelos de ahusamiento violen estos supuestos, debido a que la variación en el volumen es mayor en árboles grandes (Torres y Magaña, 2001). Por otro lado, en los modelos de ahusamiento se usan varias medidas de un solo árbol, por lo que los términos de error están correlacionados en serie (Burkhart y Tomé, 2012).

TABLA 4. Resultados del modelo de la variable combinada con el factor de forma directo, utilizando variables indicadoras.

Procedencia	Parámetro	Valor	Factor de forma	Error estándar	Valor de t	Pr> t
Intercepción común	$\alpha$	0.005867	-	0.00106	5.53	<.0001
L5	$\beta_0$	0.000038	0.48	8.07 x 10 <sup>-7</sup>	46.55	<.0001
L1	$\beta_1$	-0.000003	0.45	8.94 x 10 <sup>-7</sup>	-3.21	0.0015
L4	$\beta_2$	-0.000004	0.44	7.39 x 10 <sup>-7</sup>	-5.11	<.0001

$\alpha, \beta_0$  = parámetros de regresión de la procedencia base;  $\beta_1$  y  $\beta_2$  = parámetros de las variables indicadoras debido a la procedencia.

Una vez elegido el modelo de mejor ajuste se verificó el cumplimiento de estos supuestos mediante el análisis gráfico de residuos y correlogramas. Los problemas de heterocedasticidad se corrigieron mediante una función lineal (Residual/D<sup>0.5</sup>) que pondera la varianza del error. En el caso de la autocorrelación, se incluyó una estructura autorregresiva de primer orden (AR1) tanto en ahusamiento como en volumen comercial, la cual está dada por la expresión siguiente (Zimmerman y Núñez-Antón, 2001):

$$e_{ij} = d_1 \rho_1^{h_{ij} - h_{ij-1}} e_{ij-1} + \varepsilon_{ij}$$

Donde  $e_{ij}$  es el j-ésimo residual en el i-ésimo individuo (es decir, la diferencia entre el diámetro observado y estimado),  $d_1 = 1$  para  $j > 1$  y  $d_1 = 0$  para  $j = 1$ ,  $\rho_1$  es el parámetro autoregresivo de primer orden a ser estimado y  $h_{ij} - h_{ij-1}$  es el distancia que separa la j de la j - 1 observaciones dentro de cada árbol,  $h_{ij} > h_{ij-1}$ .

## RESULTADOS

### Comparación de procedencias en el factor de forma

La comparación de la forma del árbol entre procedencias de las especies bajo estudio (Tabla 4) sugiere que la procedencia L5 es la menos esbelta, con una forma cercana al paraboloide ( $ff = 0.48$ ), mientras que las procedencias L1 y L4 tienden a ser más cónicas ( $ff = 0.45$  y  $ff = 0.44$ ) pero también cercanas al factor 0.5. El factor de forma entre las procedencias es estadísticamente diferente al de la procedencia L5 con una probabilidad de rechazo mayor a 1%.

## Modelos de ahusamiento

En la Tabla 5 se presentan los resultados del ajuste de los diferentes modelos de ahusamiento, el modelo con mejor ajuste fue el de Demaerschalk (1973), con el valor más alto de  $R^2$  ajustada, lo cual indica que explica un mayor porcentaje de la variabilidad en el ahusamiento, además, todos los parámetros fueron significativos y se obtuvo la menor SCE. Seguido de este, se encuentran ambos modelos de Fang y Bailey (1999) con un coeficiente de determinación ajustado de 0.97 y finalmente Clutter (1980).

El comportamiento de los residuales a lo largo del fuste se presenta en la Figura 1; este comportamiento indica

que, para alturas relativas entre 0% y 20% los modelos tienden a sobreestimar el diámetro, este es un fenómeno común en el desarrollo de modelos de ahusamiento (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Rojo, Perales, Sánchez-Rodríguez, Álvarez-González y von Gadow, 2005; Brooks, Jiang y Ozçelik, 2008). Desde esta sección y hasta la punta del árbol, el error en la predicción disminuye y su distribución tiende a ser normal. Sin embargo, esta parte del fuste acumula menos volumen, por lo que la mejora en la precisión podría no generar gran impacto (Crecente, Rojo y Diéguez, 2009).

TABLA 5. Estadísticos de ajuste de los modelos de ahusamiento evaluados.

Modelo	$R^2$ ajustada	SCE	CME	RCME	Parámetro	Valor	Error estándar	Prob  t <0.05
Demaerschalk	0.98	2626.10	1.28	1.13	$\beta_0$	1814.017	185.600	<.0001
					$\beta_1$	105.615	9.199	<.0001
					$\beta_2$	1.412	0.008	<.0001
					$\beta_3$	1.894	0.013	<.0001
Clutter	0.97	2870.40	1.40	1.18	$\beta_0$	1.851	0.032	<.0001
					$\beta_1$	0.940	0.010	<.0001
					$\beta_2$	-1.097	0.014	<.0001
					$\beta_3$	0.994	0.007	<.0001
Fang general	0.97	2848.10	1.39	1.18	$\alpha_0$	0.000	0.000	<.0001
					$\alpha_1$	1.826	0.021	<.0001
					$\alpha_2$	0.811	0.025	<.0001
					$\beta_0$	0.000	0.000	<.0001
					$\beta_1$	1.917	0.023	<.0001
					$\beta_2$	0.991	0.025	<.0001
Fang caso 1-a	0.97	2870.3	1.40	1.18	$\alpha_0$	0.000	0.000	<.0001
					$\alpha_1$	1.880	0.020	<.0001
					$\alpha_2$	0.793	0.024	<.0001
					$\beta_0$	2.60E-05	0.000	<.0001

$R^2$ = coeficiente de determinación ajustado; SCE= suma de cuadrados del error; CME= cuadrado medio del error; RCME = raíz del cuadrado medio del error;  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  = parámetros de regresión.

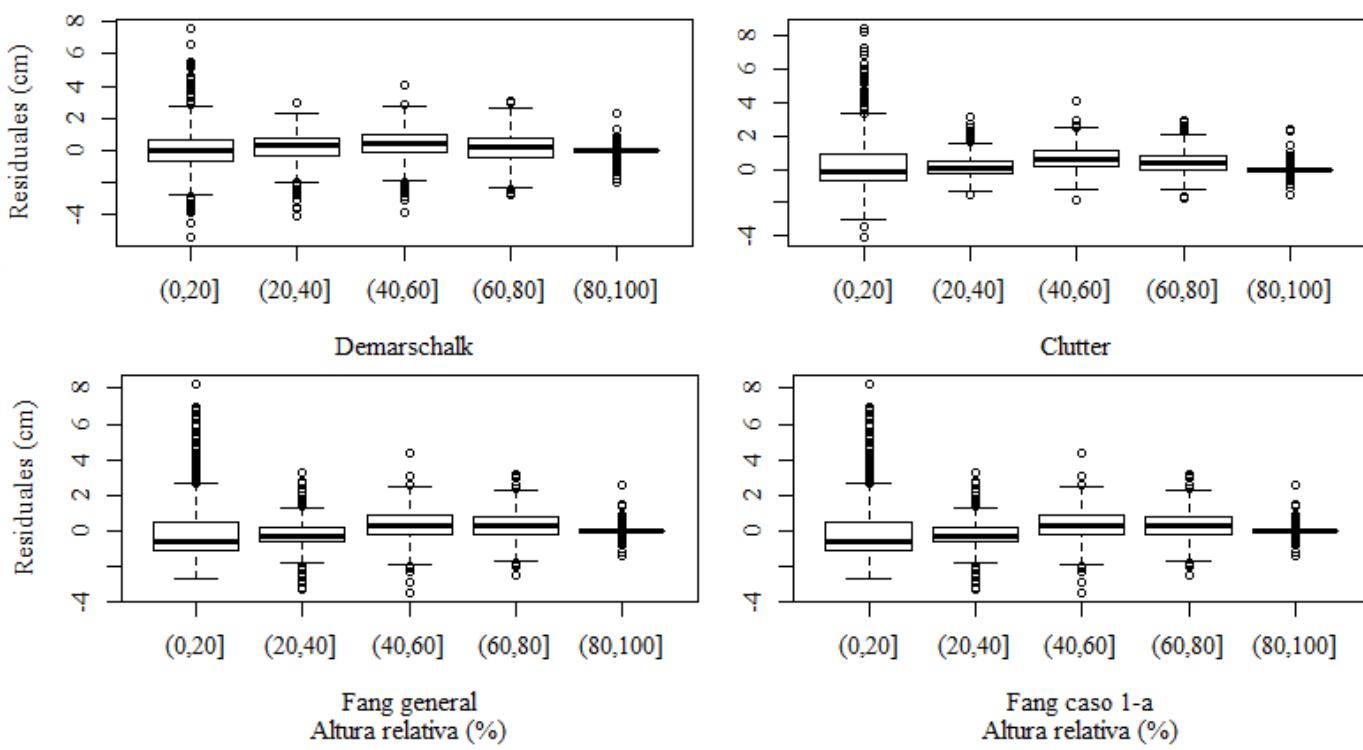


FIGURA 1. Distribución del error en la predicción del diámetro respecto a la altura relativa.

### Comparación entre procedencias en el ahusamiento

En cuanto al análisis del efecto que tienen las procedencias en el perfil fustal con el modelo de Demaerschalk, los resultados indican que al menos la procedencia L4 presenta una forma de fuste diferente al grupo base (Tabla 6), debido a que ambos parámetros son estadísticamente significativos ( $p < 0.001$ ).

En la Figura 2 se observa que la procedencia L5 presenta un mejor comportamiento en la geometría del fuste y, por lo tanto, un mayor rendimiento maderable; mientras que la procedencia L4, que es la de mayor ahusamiento, presenta un menor volumen maderable. Por su parte, L1 tiene un comportamiento intermedio, hacia la base muestra una menor tasa de reducción en el diámetro,

mientras que de la parte intermedia hacia la punta esta aumenta hasta presentar un patrón similar a L4.

### Sistema ahusamiento-volumen comercial

Los resultados del ajuste del sistema a partir del modelo de Demaerschalk se presentan en la tabla 7, se determinó que, de manera similar al ahusamiento, el volumen comercial de la procedencia L4 es estadísticamente diferente al de la procedencia base. Por su parte, L1 presentó un parámetro no significativo que puede ser caracterizado por L5.

Con base en modelo de volumen comercial, en la Figura 3 se presenta el comportamiento del volumen, con respecto a la categoría diamétrica, donde se puede notar que este tiende a sobreestimarse en árboles grandes.

TABLA 6. Resultados del ahusamiento con variables indicadoras en modelo de ahusamiento Demaerschalk

Procedencia	Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Pr> t	SCE	CME	R <sup>2</sup> ajus
L5	$\beta_0$	1353.086	162.100	8.350	<.0001	2271.6	1.113	0.97
	$\beta_1$	100.969	9.907	10.190	<.0001			
L1	$\beta_{20}$	1.522	0.013	118.140	<.0001	2271.6	1.113	0.97
	$\beta_{30}$	1.744	0.020	89.280	<.0001			
L4	$\beta_{31}$	0.189	0.023	8.320	<.0001	2271.6	1.113	0.97
	$\beta_{22}$	-0.152	0.017	-9.040	<.0001			
	$\beta_{32}$	0.130	0.024	5.370	<.0001			

R<sup>2</sup>= coeficiente de determinación ajustado; SCE= suma de cuadrados del error; CME= cuadrado medio del error;  $\beta_{20}, \beta_{30}$ = parámetros de regresión de la procedencia base;  $\beta_{31}, \beta_{22}, \beta_{32}$  = parámetros de las variables indicadoras que evalúan el efecto de la procedencia.

TABLA 7. Estadísticos del ajuste sistema ahusamiento-volumen comercial con variables indicadoras.

Proce-dencia	Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor de t	Pr> t	Variable	SCE	CME	R <sup>2</sup> ajus
L5	$\beta_0$	1388.488	84.608	16.410	<.0001	Ahusa-miento	2309.60	1.13	0.98
	$\beta_1$	92.030	5.503	16.720	<.0001				
L1	$\beta_{20}$	1.479	0.008	185.910	<.0001	Volumen comercial	0.0677	3.3E-05	0.994
	$\beta_{30}$	1.768	0.015	114.920	<.0001				
L4	$\beta_{31}$	0.193	0.020	9.790	<.0001				
	$\beta_{22}$	-0.181	0.008	-21.930	<.0001				
	$\beta_{32}$	0.125	0.017	7.250	<.0001				

R<sup>2</sup>= coeficiente de determinación ajustado; SCE= suma de cuadrados del error; CME= cuadrado medio del error;  $\beta_{20}, \beta_{30}$ = parámetros de regresión de la procedencia base;  $\beta_{31}, \beta_{22}, \beta_{32}$  = parámetros de las variables indicadoras que evalúan el efecto de la procedencia.

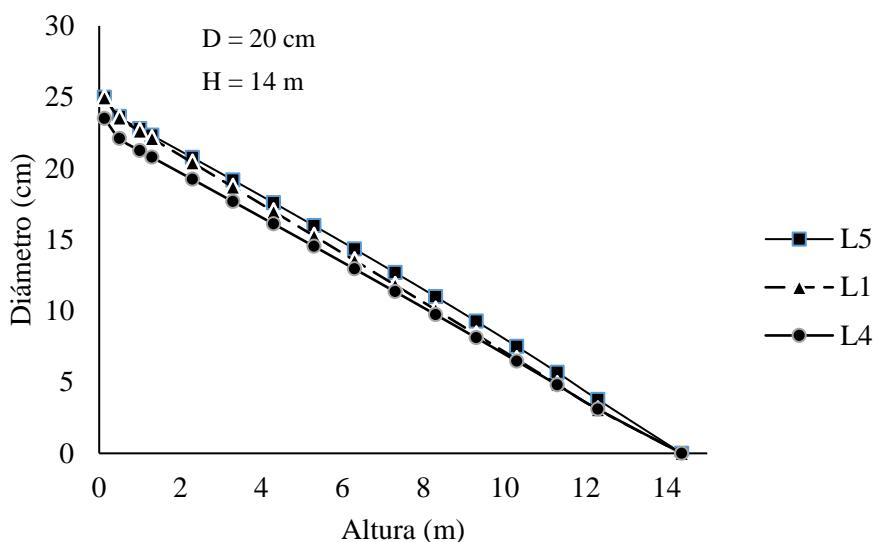


FIGURA 2. Comportamiento del ahusamiento en las diferentes procedencias

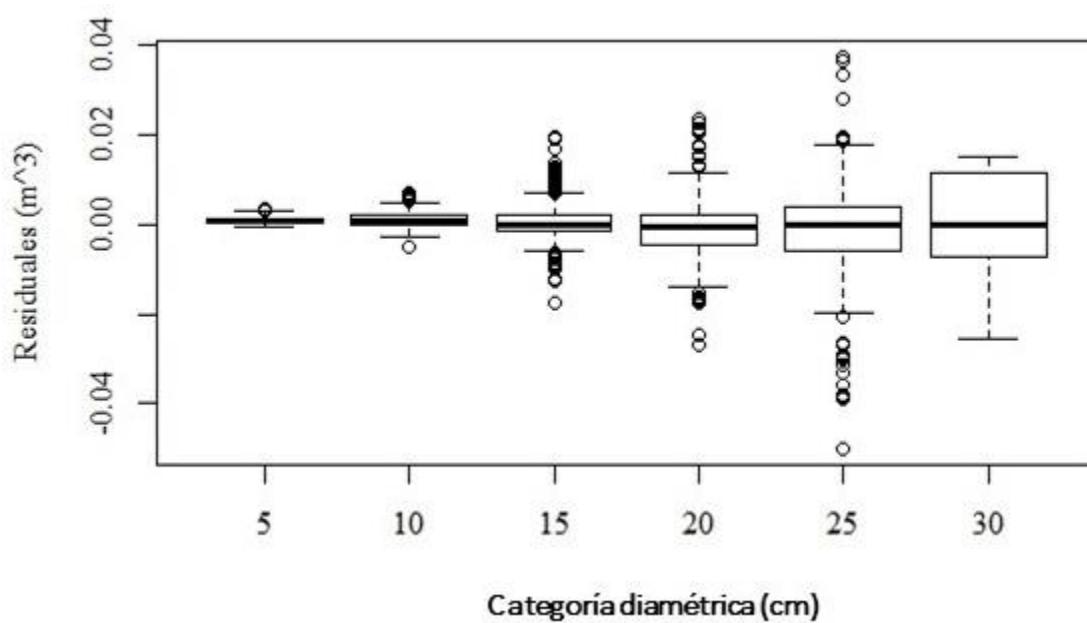


FIGURA 3. Distribución del error en la predicción del volumen por categoría diamétrica.

## DISCUSIÓN

### Comparación de procedencias en el factor de forma

La procedencia L5, que corresponde al híbrido entre *Pinus caribaea* var. *hondurensis* X *Pinus elliotti* var. *elliotti*, resultó ser la que tiene el fuste más esbelto, esto coincide con lo encontrado en plantaciones forestales de Argentina, donde también se ha presentado menor ahusamiento en el fuste con respecto a sus progenitores (Cappa, Marcó, Garth Nikles y Last, 2013; Schenone y Pezzutti, 2003); esta es una característica deseable en cualquier especie maderable, debido a que fustes más rectos proporcionan más opciones de procesamiento y una mayor cantidad de madera aserrada. Con respecto a *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, Allen (1993) encontró que para árboles con un volumen menor o igual a  $0.5\text{ m}^3$  la forma del fuste es cercana al paraboloide, en este estudio, esta especie también presenta una forma cercana a este sólido ( $ff = 0.45$  y  $ff = 0.44$ ), con un valor máximo registrado de volumen de  $0.4\text{ m}^3$ . En otro estudio realizado por Souza (2015) para esta especie en

Brasil, se observó un factor de forma de 0.45, valor similar al encontrado en este estudio.

Aunque la forma del fuste es un carácter con una alta heredabilidad, también existen factores morfológicos y ambientales que lo influencian positiva o negativamente, como el tamaño de copa y la densidad de plantación (Larson, 1963), por lo que la forma en las diferentes procedencias puede ser mejorada mediante tratamientos silvicolos como podas y aclareos. Por ejemplo, Rebottaro y Cabrelli (2007) registraron fustes más cilíndricos en *Pinus elliottii* a densidades de 17 000 árboles por hectárea, comparado con una densidad de 800 árboles por hectárea. Este comportamiento se asoció a una respuesta fisiológica frente a situaciones de estrés por la competencia.

### Modelos de ahusamiento

Del conjunto de modelos ajustados, Demaerschalk mostró una mayor capacidad predictiva respecto a los demás. Este modelo también fue utilizado por Shoröder, Costa, Felipe y dos Santos (2015) para describir ahusamiento en *Pinus elliottii* Engelm; estos autores encontraron un

comportamiento similar del error en la base del árbol, sin embargo, el error disminuyó en la siguiente sección y posteriormente aumentó hacia la punta. Asimismo, Da Silva, Dalla y Sanquetta, (2011) observaron un bajo desempeño de este modelo en *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, atribuyéndoselo a su poca flexibilidad, en su caso, el modelo de mejor ajuste fue el de potencias fraccionarias de Hradetzky (1976).

Aunque el modelo de Demaerschalk tiende a tener un sesgo mayor en la base del árbol, Ter- Mikaelian, Zakrzewski, MacDonald y Weingartner (2004) sugieren la utilización de modelos simples con pocos parámetros en plantaciones jóvenes, debido a que la segmentación del perfil del fuste es menos pronunciada. Este comportamiento en el ahusamiento también ha sido señalado por Souza (2015) y Drescher, Schneider, Guimarães y Corrêa (2001), quienes observaron una disminución del factor de forma en *Pinus elliotti* y *Pinus caribaea* a medida que la edad aumenta.

La utilización de modelos simples ha sido observada por Allen (1993), quien describió el perfil del fuste en árboles pequeños de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* empleando una función polinomial de segundo grado con un parámetro menos. En estudios en plantaciones forestales de Brasil y Nueva Zelanda, la tendencia ha sido utilizar modelos simples polinomiales (Allen, 1991; Allen, 1993a; Allen, 1993b; Da Silva et al., 2011; Shoröder et al., 2015; Téo et al., 2013; Scolforo, Rios, Donizette, Mello y Maestri, 1998; Alves et al., 2018). En este caso, dado que la forma del fuste de las procedencias es muy cercana al paraboloides, Demaerschalk es un modelo adecuado para describir el perfil de fuste de las especies de estudio.

### Comparación de ahusamiento entre procedencias

El ahusamiento, a diferencia del factor de forma, utiliza un mayor número de datos, por lo que es más sensible a las pruebas de hipótesis en los parámetros (Tlaxcala, de los Santos, de la Rosa y López, 2016). Además, el enfoque de variables indicadoras incrementa los grados de libertad y, por lo tanto, mejora la precisión relativa de los parámetros estimados permitiendo evaluar con mayor precisión la

diferencias entre procedencias. En este caso, a partir del modelo de Demaerschalk y del enfoque de variables indicadoras, se encontró que el híbrido presenta un mejor comportamiento en el ahusamiento respecto a las otras dos procedencias.

Allen (1993b), utilizando un modelo polinomial, también encontró diferencias estadísticamente significativas entre el híbrido de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* X *Pinus elliotti* var *elliotti* y sus progenitores, aunque en términos prácticos el perfil promedio para ambos taxones fue igual. La superioridad del híbrido frente a sus progenitores también ha sido documentada por Dieters y Brawner (2007) en Australia. Sin embargo, este comportamiento se vio modificado en lugares con períodos de estrés hídrico, donde su progenitor *Pinus caribaea* se adaptó mejor.

### Sistema ahusamiento-volumen comercial

A partir de la ecuación de volumen comercial derivada del modelo de Demaerschalk y de la utilización de variables indicadoras, se encontró que la procedencia L5 tiene un mayor rendimiento en volumen comercial maderable, comparada con las otras dos procedencias. Esta característica permite la obtención de una mayor cantidad y calidad de volumen aserrado.

Respecto a la capacidad predictiva del modelo, el sesgo en categorías diámetricas mayores es un fenómeno que también fue observado en *Pinus elliotti* por Shoröder et al. (2015) con este mismo modelo, atribuyéndoselo a la variabilidad de condiciones de sitio y competencia. A pesar del sesgo en la predicción del volumen comercial en árboles grandes, la distribución del error tiende a ser homogénea, por lo que el sistema generado a partir del modelo de Demaerschalk es la mejor alternativa para la estimación de esta variable.

### CONCLUSIONES

Se determinó que el híbrido procedente de *Pinus caribaea* y *Pinus elliottii* presenta una forma muy cercana al paraboloides, un mejor comportamiento en la geometría del fuste y por lo tanto un mayor rendimiento de volumen comercial



maderable, por lo que esta procedencia es la mejor opción para considerar dentro del programa de mejoramiento genético de la plantación. El enfoque de variables indicadoras en las ecuaciones de ahusamiento y volumen comercial no solo permitió establecer diferencias en estas variables entre procedencias, sino que fue posible generar un sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial diferenciado por procedencias que puede ser utilizado en la actualización del inventario forestal. Otra de las ventajas de este sistema es que permite estimar la distribución de productos forestales maderables por procedencia y, al utilizarse en conjunto con un sistema de crecimiento, es posible proyectar el rendimiento maderable futuro en la plantación.

## REFERENCIAS

- Allen, P. J. (1991). Polynomial taper equation for *Pinus caribaea*. *New Zealand Journal of Forestry Science*, 21(2–3), 194–205.
- Allen, P. J. (1993a). Average relative stem profile comparisons for three size classes of Caribbean pine. *Canadian Journal of Forest Research*, 23, 2594–2598. doi: 10.1139/x93-321
- Allen, P. J. (1993b). Stem profile and form factor comparisons for *Pinus elliottii*, *P. caribaea* and their F1 hybrid. *Australian Forestry*, 56(2), 140–144. doi: 10.1080/00049158.1993.10674600
- Alves, S., Smaniotti, L., Moreira, D., Lansanova, L. R., Djeson, R., Dalmolin, L., & Yoshihiro, N. (2018). Funções de afilamento para *Pinus elliottii* engelm. proveniente de condução de regeneração natural. *Biofix Scientific Journal*, 3(1), 130–136. doi: 10.5380/biofix.v3i1.57782
- Bailey, R. (1995). Upper stem volumes from stem analysis data, an overlapping bolts method. *Canadian Journal of Forest Research*, 25, 170–173. doi: 10.1139/x95-020
- Brooks, J. R., Jiang, L., & Ozcelik, R. (2008). Compatible stem volume and taper equations for Brutian pine, Cedar of Lebanon, and Cilicica fir in Turkey. *Forest Ecology and Management*, 256(1–2), 147–151. doi: 10.1016/j.foreco.2008.04.018
- Bruce, D. & Schumacher, F. (1942). *Forest mensuration*. New York, USA: McGraw-Hill Book Company, Inc.
- Burkhart, H. & Tomé, M. (2012). *Modeling forest trees and stands*. New York London: Springer Dordrecht Heidelberg. doi: 10.1007/978-90-481-3170-9
- Cappa, E. P., Marcó, M., Garth Nikles, D., & Last, I. S. (2013). Performance of *Pinus elliottii*, *Pinus caribaea*, their F1, F2 and backcross hybrids and *Pinus taeda* to 10 years in the Mesopotamia region, Argentina. *New Forests*, 44(2), 197–218. doi: 10.1007/s11056-012-9311-2
- Comisión Nacional Forestal [Conafor] (2012). *La producción de resina de pino en México*. Guadalajara, México.
- Crecente, F., Rojo, A., & Diéguez, U. (2009). A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. *Annals of Forest Science*, 66, 808–808. doi: 10.1051/forest/2009078
- Da Silva, F., Dalla, A. P., & Sanquetta, C. R. (2011). Equações de afilamento para descrever o volume total do fuste de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na região do Triângulo Mineiro. *Scientia Forestalis*, 39(91), 367–376.
- Demaerschalk, J. P. (1972). Converting volume equations to compatible taper equations. *Forest Science*, 18(3), 241–245. doi: 10.1093/forestscience/18.3.241
- Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., & Rojo, A. (2006). Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 36(5), 1190–1205. doi: 10.1139/x06-008
- Dieters, M. & Brawnner, J. (2007). Productivity of *Pinus elliottii*, *P. caribaea* and their F1 and F2 hybrids to 15 years in Queensland, Australia. *Annals of Forest Science*, 64, 691–698. doi: 10.1051/forest:2007049
- Drescher, R., Schneider, P. R., Guimarães, C. A., & Corrêa, F. (2001). Fator de forma artificial de *Pinus elliottii* Engelm para região da serra do sudeste do Estado do Rio Grande do Sul. *Ciência Rural*, 31(1), 37–42. doi: 10.1590/S0103-84782001000100006
- Fang, Z. & Bailey, R. (1999). Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. *Forest Science*, 45(1), 85–100. doi: 10.1093/forestscience/45.1.85
- Hradetzky, J. (1976). Analyse und interpretation statistischer abräanger Keiten. *Württemberg Mitteilungen Der FVA*, 76.
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía [Inegi] (2009). *Prontuario de información geográfica municipal de los Estados Unidos Mexicanos*. México D.F.
- Kershaw, J. A., Ducey, M. J., Beers, T. W., & Husch, B. (2016). *Forest mensuration* (5th ed.). Wiley-Blackwell. doi: 10.1002/9781118902028
- Lai, M., Dong, L., Yi, M., Sun, S., Zhang, Y., Fu, L., ... Zhang, L. (2017). Genetic variation, heritability and genotype × environment interactions of resin yield, growth traits and morphologic traits for

- Pinus elliottii at three progeny trials. *Forests*, 8(11), 409–425. doi: 10.3390/f8110409
- Larson, P. (1963). Stem form development of forest trees. *Forest Science*, 9(suppl\_2,1), 47. doi: 10.1093/forestscience/9.s2.a0001
- Liu, Q., Zhou, Z., Fan, H., & Liu, Y. (2013). Genetic variation and correlation among resin yield, growth, and morphologic traits of *Pinus massoniana*. *Silvae Genetica*, 62(1–2), 38–44. doi: 10.1515/sge-2013-0005
- Prodan, M. (1997). *Mensura Forestal*. San José, Costa Rica: Instituto interamericano de cooperación para la agricultura.
- Rebottaro, S. L. & Cabrelli, D. A. (2007). Crecimiento y rendimiento comercial de *Pinus elliottii* en plantación y en regeneración natural manejada con raleos en Entre Ríos, Argentina. *Bosque*, 28(2), 152–161. doi: 10.4067/S00717-92002007000200008
- Roberds, J. H., Strom, B. L., Hain, F. P., Gwaze, D. P., McKeand, S. E., & Lott, L. H. (2003). Estimates of genetic parameters for oleoresin and growth traits in juvenile loblolly pine. *Canadian Journal of Forest Research*, 33(12), 2469–2476. doi: 10.1139/x03-186
- Rojo, A., Perales, X., Sánchez-Rodríguez, F., Álvarez-González, J. G., & von Gadow, K. (2005). Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). *European Journal of Forest Research*, 124(3), 177–186. doi: 10.1007/s10342-005-0066-6
- SAS Institute Inc. (2004). SAS/ETS 9.1 User's Guide. Cary, NC.
- Schenone, R. & Pezzutti, R. (2003). Productividad de progenies de *Pinus elliottii* × *Pinus caribaea* var. hondurensis. In *XII World Forestry Congress*. Quebec, Canada.
- Scolforo, J. R., Rios, M. S., Donizette, A., Mello, J. M. de, & Maestri, R. (1998). Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. *Cerne*, 4(1), 100–122.
- Shoröder, T., Costa, E. A., Felipe, A., & dos Santos, G. (2015). Taper equations for *Pinus elliottii* Engelm. in southern Paraná, Brazil. *Forest Science*, 61(2), 311–319. doi: 10.5849/forsci.14-054
- Sierra-De-Grado, R., Moulia, B., Fournier, M., Alía, R., & Díez-Barra, R. (1997). Genetic control of stem form in *Pinus pinaster* ait. seedlings exposed to lateral light. *Trees - Structure and Function*, 11(8), 455–461. doi: 10.1007/PL00009686
- Souza, A. (2015). *Fator de forma e afilamento para poroamentos não desbastados de Pinus caribaea var. caribaea na região Centro-Sul de Mato Grosso*. Universidade Federal de Mato Grosso.
- Tadesse, W., Nanos, N., Aufion, F. J., Alia, R., & Gil, L. (2001). Evaluation of high resin yielders of *Pinus pinaster* Ait. *Forest Genetics*, 8(4), 271–278.
- Téo, S. J., Marcon, A., Ehlers, T., Bianchi, J. C., Peloso, A., Nava, P. R., & Hoinacki, R. (2013). Modelos de afilamento para *Pinus elliottii* em diferentes idades, na região de Caçador, SC. *Floresta*, 43(3), 439–452. doi: 10.5380/rf.v43i3.30320.
- Ter-Mikaelian, M. T., Zakrzewski, W., MacDonald, G. B., & Weingartner, D. H. (2004). Stem profile equations for young trembling aspen in northern Ontario. *Annals of Forest Science*, 61, 109–115. doi: 10.1051/forest:2004001
- Tlaxcala, R., de los Santos, H., de la Rosa, P., & López, J. (2016). Variación del factor de forma y el ahusamiento en procedencias de cedro rojo (*Cedrela odorata* L.). *Agrociencia*, 50, 89–105.
- Torres, J. M. & Magaña, O. M. (2001). *Evaluación de Plantaciones Forestales* (1a ed.). México D.F: Centro de Investigación y Docencia Económicas, A.C.
- Wiant, H. V., Wood, G. B., & Furnival, G. . (1992). Estimating log volume using the centroid position. *Forest Science*, 38(1), 187–191.
- Zimmerman, D. & Núñez-Antón, V. (2001). Parametric modelling of growth curve data: An overview. *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa*, 10(1), 1–73. doi: 10.1007/BF02595823.

Manuscrito recibido el 30 de noviembre de 2018

Aceptado el 4 de febrero de 2020

Publicado el 30 de octubre de 2020

Este documento se debe citar como:

Torres Á. D., de los Santos P., H. M. Velázquez M. A. & Tamarit U., J. C. (2020). Ahusamiento y volumen comercial de tres procedencias de pinos tropicales en plantaciones forestales de Veracruz, México. *Madera y Bosques*, 26(3), e2631890. doi: 10.21829/myb.20202631890



Madera y Bosques por Instituto de Ecología, A.C. se distribuye bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercialCompartirIgual 4.0 Internacional.