



# Ecuaciones generalizadas altura-diámetro para bosques de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México

## Generalized equations of height-diameter for *Pinus pseudostrobus* Lindl. forests in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico

Jonathan Hernández-Ramos<sup>1</sup>, J. Jesús García-Magaña<sup>2</sup>, Xavier García-Cuevas<sup>1</sup>, G. Geraldine García-Espinoza<sup>3\*</sup>, Adrián Hernández-Ramos<sup>4</sup>, H. Jesús Muñoz-Flores<sup>1</sup> y Martín Martínez-Salvador<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Chetumal. Xul-Ha, Quintana Roo, México.

<sup>3</sup> Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL). Facultad de Ciencias Forestales. San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México.

<sup>5</sup> Universidad Autónoma de Chihuahua. Chihuahua, Chihuahua, México.

<sup>2</sup> Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Facultad de Agrobiología "Presidente Juárez". Uruapan, Michoacán, México.

<sup>4</sup> Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Saltillo. Saltillo, Coahuila, México.

\*Autor de correspondencia.  
forestjonathanhdez@gmail.com

### RESUMEN

La estimación precisa de la altura total de los árboles es fundamental para el manejo forestal, pero la medición de todos los individuos en un inventario es prácticamente imposible por los tiempos y costos que genera. El objetivo de este trabajo fue ajustar una ecuación generalizada que estime la altura total como una función del diámetro normal ( $b-d$ ) para bosques de *Pinus pseudostrobus* Lindl., en la comunidad indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Con datos de 158 sitios de inventario forestal, se ajustaron 12 modelos generalizados de  $b-d$ . El modelo de Wang y Tang, que incluye el diámetro normal y la altura media dominante, fue el mejor por presentar parámetros significativos, los mínimos valores del cuadrado medio del error, la raíz del cuadrado medio del error y el coeficiente de determinación ajustado. El análisis de puntos de influencia de los residuales *estudentizados* varió entre 2.5 y -2.5, mientras que la distancia de Cook no mostró problemas. La distribución de residuales fue homocedástica, el valor en la prueba de Durbin-Watson fue de 1.7 y la prueba de Shapiro-Wilk de 0.97. El índice de curtosis fue de -2.35 y la tendencia en la campana de Gauss fue leptocúrtica. El sesgo fue de 0.004 m y la diferencia agregada fue de -0.017%. El modelo seleccionado resultó confiable al estimar la altura total hasta los 60 cm de diámetro y se puede ser empleado en los inventarios forestales para la especie.

PALABRAS CLAVE: alometría, inventario forestal, regresión no lineal, Wang y Tang.

### ABSTRACT

Precise estimation of total tree height is critical for proper forest management, however, measurement of all trees on an inventory site is virtually impossible for the time and costs it generates. Therefore, a study was carried out in order to adjust an equation representing the ratio of the total height with normal generalized diameter ( $b-d$ ) for forests of *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, Mexico. With data from 158 inventory sites, 12 generalized  $b-d$  models were adjusted. Wang and Tang model which includes normal diameter and dominant height, shows the better fit as indicated by significant parameters, the best values of mean square error sum, mean square error root and adjusted determination coefficient. Influence points analysis of studentized residuals was between 2.5 and -2.5, while Cook's distance does not show problems. The distribution of residuals was homocedastic, the value in the Durbin-Watson test was 1.7 and the Shapiro-Wilk test was 0.97. The kurtosis index was -2.35 and the trend in the Gaussian bell was Leptokurtic. The bias was 0.004 m and the aggregate difference was -0.017%. The selected model proved reliable when estimating the total height up to 60 cm in diameter and can be used in forest inventories for the species.

KEYWORDS: allometry, forest inventory, non-linear regression, Wang and Tang.

## INTRODUCCIÓN

La altura total ( $h$ ) de los árboles en un rodal es indispensable para caracterizar la estructura, estimar las existencias volumétricas y modelar el crecimiento y rendimiento de los bosques (Peng, 2001). Sin embargo, medir esta variable en todos los árboles en un inventario forestal es prácticamente imposible, debido a los tiempos empleados y al costo que esto genera (Prodan, Peters, Cox y Real, 1997). Por ello en la elaboración, ejecución y evaluación de las actividades de un plan de manejo forestal, lo más habitual es el uso de una sub-muestra de la altura de los árboles, seleccionada de manera aleatoria o por categorías diamétricas (Juárez *et al.*, 2007). Por otra parte, medir el diámetro normal ( $d$ ) resulta sencillo y menos costoso (Costas y Rodríguez, 2003), por lo que para los administradores forestales es útil estudiar la relación  $h$ - $d$  como una herramienta silvícola.

Las relaciones funcionales entre  $h$ - $d$  se representan mediante curvas de altura (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009) que pueden ser modeladas a través de expresiones matemáticas de tipo alométrico o locales que solo utilizan el diámetro normal (Schröder y Álvarez, 2001) o diámetro de tocón ( $dt$ ) (Quiñonez, Cruz, Vargas y Hernández, 2012; Martínez-López y Acosta-Ramos, 2014) como variables independientes. En su defecto, las relaciones generalizadas que incluyen variables del rodal como el diámetro cuadrático ( $Dq$ ), diámetro medio dominante de sitio ( $d_0$ ), altura media dominante del rodal ( $H_0$ ) o el número de árboles por unidad de superficie ( $N$ ) (Castedo-Dorado, Diéguez-Aranda, Barrio-Anta, Sánchez-Rodríguez y Gadow, 2006), entre otras variables, no generan algún costo adicional en la toma de datos de un inventario forestal (Diéguez-Aranda *et al.*, 2009).

Las ecuaciones locales de  $h$ - $d$  son más precisas en las estimaciones, sin embargo tienen el inconveniente de que solo pueden realizar estimaciones de un lugar, bosque, rodal o rodales específicos de donde se obtuvieron los datos (Schröder y Álvarez, 2001); mientras tanto, las ecuaciones generalizadas que representan esta relación son aplicables a superficies más amplias, regiones forestales o bosques con características semejantes, por considerar que la relación  $h$ - $d$  cambia con el tiempo, calidad de estación o densidad del rodal (Gómez-García, Crecente-Campo y Diéguez-Aranda, 2013).

Debido a la importancia que tiene conocer la relación entre la  $h$  y el  $d$  para cuantificar las existencias volumétricas (Pece,

Gaillard, De Galíndez y Ríos, 2002), o de biomasa en los rodales, caracterizar la estructura y su evolución a lo largo del tiempo de los bosques (Castedo-Dorado *et al.*, 2006), o bien para evaluar el índice de sitio de las áreas forestales y proponer diversos tratamientos silvícolas en los planes de manejo forestal sustentables, además de lograr un aprovechamiento sostenible de los recursos a largo plazo y a que para la especie en esta región solo existe una ecuación alométrica de aplicación local o específica (Hernández-Ramos *et al.*, 2018), es importante generar una ecuación de aplicación regional o que se pueda aplicar a diversidad de rodales en los bosques de *P. pseudostrobus*.

## OBJETIVO

Ajustar una ecuación generalizada que represente la relación de la altura total con el diámetro normal ( $h$ - $d$ ) para bosques de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en la comunidad indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en masas arboladas de *Pinus pseudostrobus* Lindl., de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México. La región está ubicada dentro del Eje Neovolcánico Transversal y el extremo sur-occidental de la Sierra Purhépecha, entre los 2200 m y los 2500 m snm. El clima es templado húmedo y corresponde a los tipos C(w<sub>2</sub>)(b) y C(w<sub>2</sub>)(w) (Fregoso, Velázquez y Cortéz, 2003).

Los datos se obtuvieron de 158 sitios de muestreo de 500 m<sup>2</sup>, distribuidos de forma sistemática en rodales puros de *Pinus pseudostrobus* Lindl., donde se consideraron masas con características que representan a la población en general, lejos de orillas, caminos o claros que pudieran afectar las estimaciones. Los rodales evaluados no presentaron plagas, enfermedades o algún tipo de disturbio natural o antropogénico.

En cada sitio se registró la siguiente información: Número de sitio ( $Ns$ ), número de árbol ( $n$ ), superficie del sitio en metros cuadrados ( $S$ ), diámetro normal en centímetros ( $d$ ), altura total en metros ( $h$ ); además se generaron variables de las masas, tales como: diámetro cuadrático en centímetros ( $Dq$ ), diámetro dominante en centímetros ( $d_0$ ), altura media en metros ( $h_m$ ), altura dominante en metros ( $H_0$ ), número de árboles por hectárea ( $N$ ) y área basal por hectárea en metros cuadrados por hectárea ( $G$ ).



Se seleccionaron 12 modelos no lineales generalizados para su ajuste (Cañadas, García y Montero, 1999; López, Gorgoso y Castedo, 2001; López *et al.*, 2003; Diéguez-Aranda, Barrio-Anta, Castedo-Dorado y Álvarez-González, 2004; Trincado y Leal,

2006). El modelo 8 fue modificado para estimar todos los coeficientes (Tabla 1). Estos modelos han demostrado ser adecuados para otras especies forestales ya que incluyen variables de los rodales (Trincado y Leal, 2006).

TABLA 1. Modelos generalizados de altura-diámetro ( $h$ - $d$ ) ajustados para *Pinus pseudostrobus*.

| Autor                                                     | Modelo                                                                                                                        | Identificador |
|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| Monnes (1982)                                             | $h = 1.3 + \beta_0 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1.3} \right)^{\beta_1} \beta_2$         | [1]           |
| Gaffrey (1988)                                            | $h = 1.3 + (h_0 - 1.3) e^{\beta_0 \left( 1 - \frac{d_0}{d} \right) + \beta_1 \left( \frac{1}{d_0} - \frac{1}{d} \right)}$     | [2]           |
| Hui y Gadow (1993)                                        | $h = 1.3 + \beta_0 H_0^{\beta_1} d^{\beta_2} H_0^{\beta_3}$                                                                   | [3]           |
| Harrison, Burk y Beck (1986)                              | $h = H_0 \left( 1 + \beta_0 e^{\beta_1 H_0} \right) \left( 1 - e^{-\frac{\beta_2 d}{H_0}} \right)$                            | [4]           |
| Mirkovich (1958)                                          | $h = 1.3 + (\beta_0 + \beta_1 H_0 - \beta_2 Dq) e^{-\beta_3 / d}$                                                             | [5]           |
| Gadow y Hui (1999)                                        | $h = 1.3 + (H_m - 1.3) e^{\beta_0 \left( 1 - \frac{d}{Dq} \right) + \beta_1 \left( \frac{d}{Dq} - \frac{1}{d} \right)}$       | [6]           |
| Wang y Tang (2002) citado por Barrio <i>et al.</i> (2004) | $h = 1.3 + \beta_0 H_0^{\beta_1} e^{\beta_2 / d}$                                                                             | [7]           |
| Monnes (1982)                                             | $h = 1.3 + \left( \beta_0 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1.3} \right)^{1/3} \right)^{-3}$ | [8]           |
| Cañadas <i>et al.</i> (1999)-1                            | $h = 1.3 + \left( \beta_0 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1.3} \right)^{1/2} \right)^{-2}$ | [9]           |
| Cañadas <i>et al.</i> (1999)-2                            | $h = 1.3 + \frac{d}{\frac{d_0}{H_0 - 1.3} + \beta_0 (d_0 - d)}$                                                               | [10]          |
| Cañadas <i>et al.</i> (1999)-3                            | $h = 1.3 + (H_0 - 1.3) \frac{1 - e^{\beta_0 d}}{1 - e^{\beta_0 d_0}}$                                                         | [11]          |
| Cañadas <i>et al.</i> (1999)-4                            | $h = 1.3 + (h_0 - 1.3) \left( \frac{d}{d_0} \right)^{\beta_0}$                                                                | [12]          |

Donde:  $d$  = diámetro normal;  $d_0$  = diámetro dominante;  $Dq$  = diámetro cuadrático;  $H_0$  = altura dominante;  $N$  = número de árboles por hectárea;  $\beta$ 's = parámetros a ser estimados.

El ajuste de los modelos se realizó con el paquete estadístico SAS 9.2 ®, procedimiento MODEL y la técnica de Máxima Verosimilitud (FILM) (Institute Inc. Statistical Analysis System, 2008). En la evaluación de los modelos se consideraron los menores valores en los estadísticos de la suma de cuadrados del error ( $SCE$ ), cuadrado medio del error ( $CME$ ), raíz del  $CME$  ( $RCME$ ), errores estándar aproximados de los parámetros ( $Eea$ ), mayores valores en el coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{aj}$ ) y significancia de los coeficientes ( $p > F$ ), de acuerdo con lo propuesto por Diéguez-Aranda *et al.* (2005), Trincado y Leal

(2006) y Pompa-García, De los Santos-Posadas, Zepeda-Bautista y Corral-Rivas (2011).

Una vez seleccionado el mejor modelo, se realizó un análisis de residuales, con el objeto de determinar valores atípicos con la prueba de Student ( $t_i$ ) y la distancia de Cook ( $D_i$ ) como lo propone Moret y Ruíz (1998).

Se verificaron los supuestos de homocedasticidad de forma gráfica (Institute Inc. Statistical Analysis System, 2008), normalidad en la distribución de los residuos con la prueba de Shapiro-Wilk ( $SW$ ) (Zaragoza *et al.*, 2014) y la tendencia con el

índice de curtosis ( $IC$ ) (Martínez-López y Acosta-Ramos, 2014); además de la autocorrelación con la prueba de Durbin-Watson ( $DW$ ) (Barrios, Álvarez, Díaz y López, 2014).

Para evaluar la exactitud de las estimaciones que generan los mejores modelos, se empleó el sesgo ( $\bar{E}$ ), la desviación agregada en porcentaje ( $DA$ , %) (Lencinas y Mohr-Bell, 2007) y el análisis gráfico de valores predichos - valores observados, donde se verificó si las estimaciones corresponden a los datos empleados (Huang, 2002).

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Después de la eliminación de los puntos atípicos de los datos de campo, se obtuvieron valores de  $R^2_{adj}$  entre 0.83 y 0.9; sin embargo, algunos parámetros en los modelos no fueron significativos a 95% de confiabilidad, presentaron errores estándar altos o las estimaciones fueron sesgadas, además de la presencia de heterocedasticidad. Se muestran solamente los valores de los parámetros de los cinco mejores modelos que obtuvieron una  $R^2_{adj}$  mayor a 0.88 y no presentaron los problemas citados (Tabla 2).

TABLA 2. Estadísticos de ajuste y valor de los parámetros de los cinco mejores modelos  $b-d$  generalizados para *Pinus pseudostrobus* en Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán.

| Modelo | SCE    | CME    | RCME   | $R^2_{aj}$ | Parámetro | Estimación | Eea     | Valor t | Pr >  t |
|--------|--------|--------|--------|------------|-----------|------------|---------|---------|---------|
| [1]    | 3570.2 | 7.7110 | 2.7769 | 0.89       | $B_0$     | 1.950869   | 0.2795  | 6.98    | <0.0001 |
|        |        |        |        |            | $B_1$     | 0.542248   | 0.1124  | 4.82    | <0.0001 |
|        |        |        |        |            | $B_2$     | -1.84145   | 0.3802  | -4.84   | <0.0001 |
| [4]    | 3108.1 | 6.7129 | 2.5909 | 0.91       | $B_0$     | 0.940421   | 0.1874  | 5.02    | <0.0001 |
|        |        |        |        |            | $B_1$     | -0.04107   | 0.00617 | -6.66   | <0.0001 |
|        |        |        |        |            | $B_2$     | 0.996704   | 0.0349  | 28.58   | <0.0001 |
| [7]    | 2866.8 | 6.1919 | 2.4884 | 0.91       | $B_0$     | 26.77618   | 4.2543  | 6.29    | <0.0001 |
|        |        |        |        |            | $B_1$     | 0.154914   | 0.0439  | 3.53    | 0.0005  |
|        |        |        |        |            | $B_2$     | -19.6951   | 0.3832  | -51.4   | <0.0001 |
| [8]    | 3613.6 | 7.7712 | 2.7877 | 0.89       | $B_0$     | 2.332967   | 0.0455  | 51.27   | <0.0001 |
| [9]    | 3579.0 | 7.6968 | 2.7743 | 0.89       | $B_0$     | 2.080891   | 0.0419  | 49.62   | <0.0001 |

SCE: suma de cuadrados del error. CME: cuadrado medio del error. RCME: raíz del CME. Eea: errores estándar aproximados de los parámetros.  $R^2_{aj}$ : coeficiente de determinación ajustado.  $p>F$ : significancia de los coeficientes.

Los modelos de Harrison *et al.* (1986) [4] y Wang y Tang (2002) [7] fueron estadísticamente mejores ya que presentaron los menores valores de SCE y RCME, además la mayor  $R^2_{adj}$ . Por esta razón, para estos dos modelos se analizó la influencia de cada punto en el ajuste; y donde la prueba de residuos *estudentizados* ( $t_i$ ) varió entre 2.5 y -2.5. Esta situación indica en ambos casos que los residuos se encuentran agrupados cerca de la media de los datos observados. Sin embargo, al analizar de forma gráfica la distribución de los residuales, el modelo de Harrison *et al.* (1986) [4] es menos estable que en el modelo de Wang y Tang (2002) [7] el cual no presenta algún tipo de patrón evidente (Fig. 1).

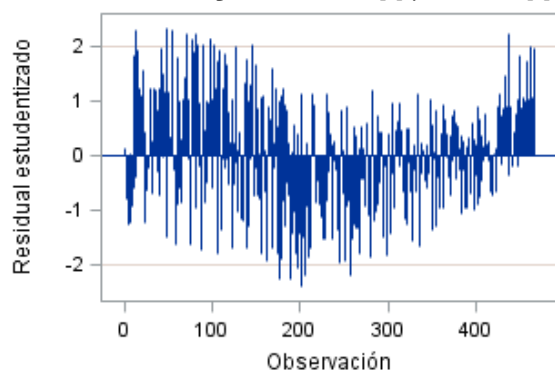
Al identificar los valores especialmente determinantes que pudiesen afectar de forma negativa las estimaciones de los parámetros en los modelos, el cálculo de la distancia de Cook señala que no existe la presencia de estos puntos (Fig. 2), debido a que los valores de la distancia calculada de la  $i$ -ésima observación y el valor entre los parámetros de los modelos no es mayor de uno (Arriaza *et al.*, 2013).

Los resultados de la prueba de independencia de la frecuencia de los residuos ( $DW$ ) demostraron que no existen problemas de autocorrelación en los dos modelos seleccionados, tal como lo mencionan Da Cunha y Guimarães (2009) al utilizar esta prueba para seleccionar un modelo de volumen y Rodríguez-

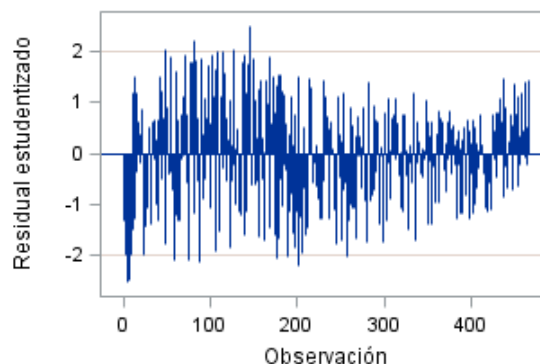


Shade *et al.*, (2010) al seleccionar modelos de crecimiento en diámetro normal y altura. Esta aseveración es debido a que los valores fueron de 1.5 para el modelo [4] y 1.7 en el [7], situación

que se ratificó mediante la gráfica de la función parcial de autocorrelación (PACF por sus siglas en inglés) (Fig. 3).

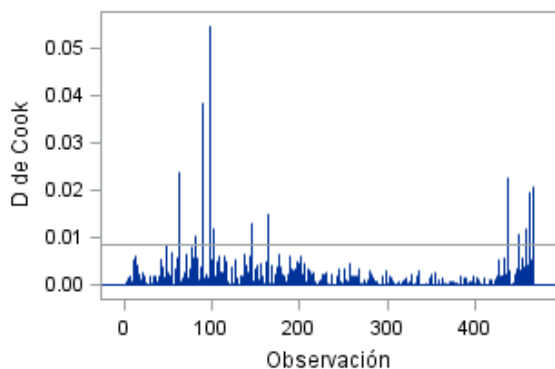


Modelo de Harrison *et al.* (1986) [4]

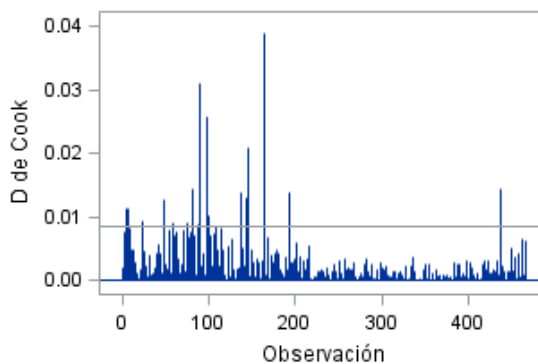


Modelo de Wang y Tang (2002) [7]

FIGURA 1. Residuos *estudentizados* de los modelos de Harrison *et al.* (1986) [4] y Wang y Tang (2002) [7].

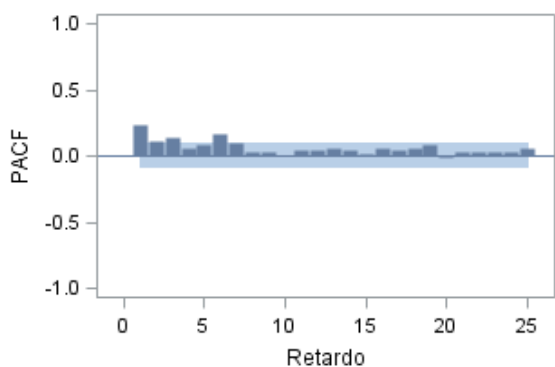


Modelo de Harrison *et al.* (1986) [4]

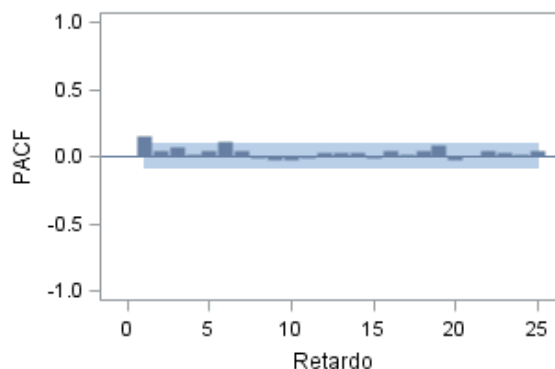


Modelo de Wang y Tang (2002) [7]

FIGURA 2. Distancia calculada de Cook para los modelos de Harrison *et al.* (1986) [4] y Wang y Tang (2002) [7].



Modelo de Harrison *et al.* (1986) [4]



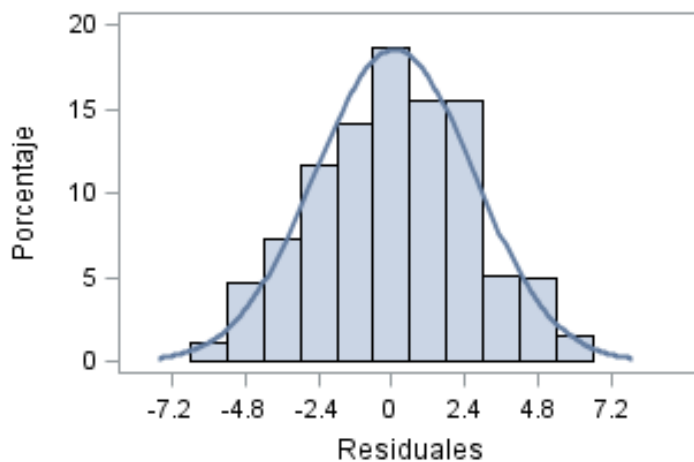
Modelo de Wang y Tang (2002) [7]

FIGURA 3. Función parcial de autocorrelación de los modelos de Harrison *et al.* (1986) [4] y Wang y Tang (2002) [7].

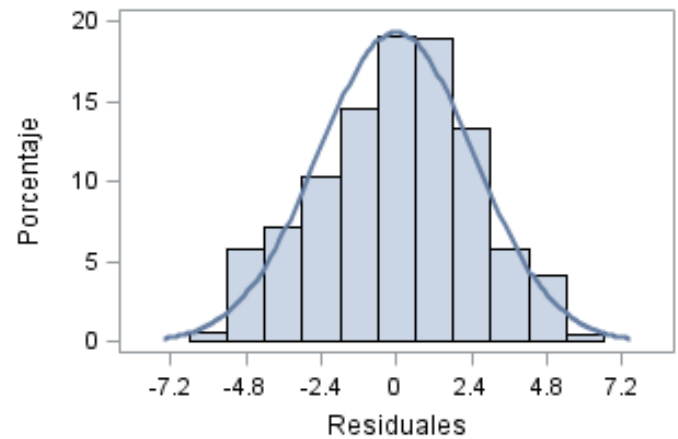
En la prueba de SW no se rechaza la hipótesis de normalidad de los residuos debido a que la frecuencia de estos tiene una distribución Gaussiana (Fig. 4), además el valor de la prueba en los dos casos fue  $SW = 0.97$ . Este valor es cercano a la unidad, por lo cual es adecuado, tal y como lo describen en la selección de los modelos que no violan los supuestos de regresión Balzarani *et al.* (2008) y Gaillard, Pece, Juárez y Acosta (2014), al aplicarlo

en la selección de una ecuación no lineal para biomasa aérea y otras relaciones dendrométricas.

El índice de curtosis para el modelo [4] fue de -2.0 y para el [7] de -2.35, lo que indica una distribución no desfasada de la normal a un nivel de significancia de 95%, tal y como lo señalan Solana, Jiménez y Merino (2005), sin embargo, la curva tendió a ser leptocurtica en ambos casos (Conesa, Arana y García, 2009).



Modelo de Harrison *et al.* (1986) [4]



Modelo de Wang y Tang (2002) [7]

FIGURA 4. Comparación del histograma de residuos contra distribución Gaussiana de los modelos de Harrison *et al.* (1986) [4] y Wang y Tang (2002) [7].

Los dos modelos son estadísticamente estables y no violan ninguno de los supuestos de la regresión; sin embargo, y con la premisa de que no siempre la ecuación de mejor ajuste estadístico es la que genera las mejores estimaciones en conjunto para la población o los sesgos más pequeños (Hair, Anderson, Tatham y Blach, 1999), se evaluó la exactitud de las estimaciones y la desviación general de las mismas, con la finalidad de seleccionar el modelo con mayor precisión.

La exactitud de las estimaciones se evaluó a través del sesgo, que indica que el modelo [4] tiende a sub-estimar en 0.022 m las alturas de los árboles, mientras que el modelo [7] sobreestima 0.004 m. La diferencia agregada en porcentaje indica que, de manera global para la muestra utilizada, se tienen desviaciones de 0.084 y -0.017 al utilizar los modelos de Harrison *et al.* (1986) [4] y Wang y Tang (2002) [7], respectivamente. Estos resultados concuerdan con los sesgos obtenidos por Trincado y Leal (2006)

para este tipo de ecuaciones, al comparar ecuaciones de *b-d* locales y generalizadas, y es semejante a las desviaciones obtenidas por Pece *et al.* (2002), al emplear ecuaciones locales.

El análisis gráfico de valores predichos - datos observados (Fig. 5), muestra que el modelo de Harrison *et al.* (1986) [4] tiende a subestimar en partes medias de la muestra y sobreestimar en los extremos de la información, mientras que el modelo de Wang y Tang (2002) [7] presenta un mejor ajuste de forma general. Sin embargo, se deberá tener cuidado en los diámetros mayores a 60 cm, ya que se sobreestima ligeramente la altura total de los árboles. Esta tendencia es similar a la obtenida por Juárez *et al.* (2006) al ajustar el modelo de Prodan (tipo hiperbólico) y a lo observado por Pece *et al.* (2002), al utilizar un modelo de tipo potencial y el propuesto por Henriksen; pero difiere con la tendencia del modelo de Petterson que proponen Juárez *et al.* (2007), la cual subestima en lo general.

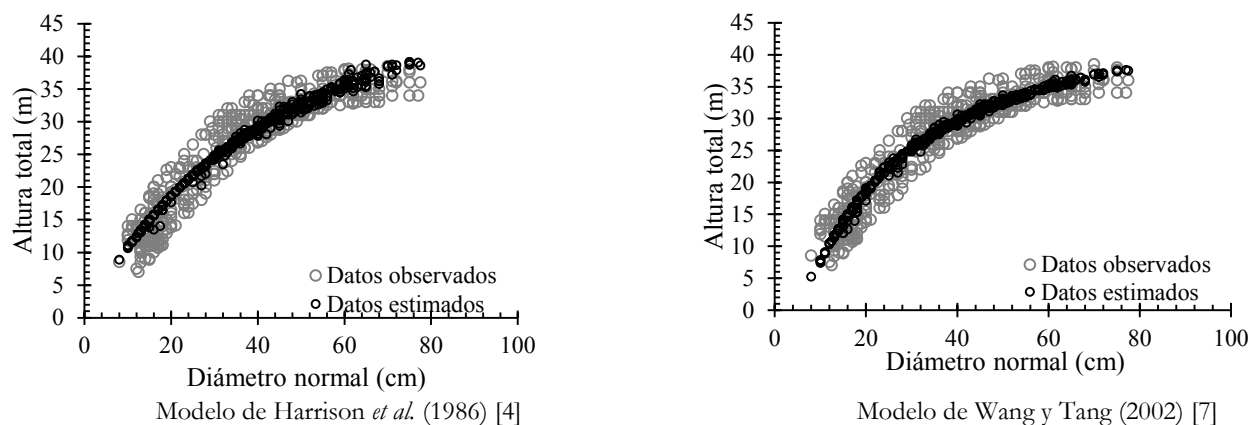


FIGURA 5. Comparación de valores predichos contra datos observados de los modelos de Harrison *et al.* (1986) [4] y Wang y Tang (2002) [7].

El modelo de Wang y Tang (2002) [7] fue elegido como el mejor para estimar la altura total de *P. pseudostrobus*, debido al principio de parsimonia y a que tiene una asíntota y límite de estimación de 26.77 m, además utiliza la altura dominante del sitio o rodal en interacción con el diámetro normal de los árboles para poder estimar la variable, sin necesidad de ocupar la interacción de otra variable de más difícil medición o interpretación.

El modelo seleccionado obtuvo ajustes estadísticos aceptables, semejantes a los que obtuvieron Barrio *et al.* (2004) en ecuaciones generalizadas para *Quercus robur* L. y Hernández *et al.* (2015) para *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. Además, concuerda con autores como Pienaar (1991) y Schröder y Álvarez (2001), quienes obtuvieron resultados aceptables al añadir dentro del modelo el diámetro cuadrático.

Al emplear este modelo en términos prácticos dentro de un inventario forestal, se podrá reducir el tiempo de ejecución y el costo que genera la toma de información de alturas en campo, como lo mencionan López *et al.* (2003) y Gómez-García *et al.* (2013). Además, la expresión de Wang y Tang (2002) [7] será una herramienta silvícola útil en la estimación de las existencias volumétricas por hectárea o en la modelación de la dinámica de crecimiento de los rodales evaluados como lo demostraron Trincado y Leal (2006) y Milena, Trincado, Barrios y Nieto (2013), al combinar este tipo de ecuaciones en la predicción de crecimiento y rendimiento de las masas forestales.

A pesar de los buenos resultados obtenidos con el modelo generalizado de Wang y Tang (2002) [7] para estimar la altura de los rodales puros de *P. pseudostrobus*, se puede ampliar la

aplicabilidad de la investigación, hacer las estimaciones más precisas y modelar de forma confiable la interacción de otras variables dentro del sitio, esto al emplear el enfoque de efectos mixtos como lo realizaron Calama y Montero (2004), Sharma y Parton (2007) y Vander-Schaaf (2013).

## CONCLUSIONES

El modelo generalizado de Wang y Tang (2002) resultó ser estadísticamente estable y bastante preciso en las estimaciones de la altura total a través de la relación del diámetro normal y la altura media dominante en rodales puros de *P. pseudostrobus*. Debido a los sesgos bajos y la diferencia agregada en porcentaje obtenida, el modelo de Wang y Tang (2002) puede ser incluido de forma confiable para la predicción de la altura total dentro de los sistemas de crecimiento y rendimiento utilizados para la planeación, ejecución y evaluación de las actividades de manejo forestal, aplicados en los bosques de la comunidad indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán, México.

La aplicabilidad práctica del modelo generalizado de Wang y Tang (2002), en términos de un inventario forestal, reducirá significativamente los tiempos y costos empleados en el levantamiento de la información de campo en estos bosques. Por otro lado, este modelo permitirá al administrador hacer simulaciones confiables de las existencias volumétricas en combinación con modelos de volumen para esta especie.

## RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen a la Comunidad Indígena de San Juan Nuevo Parangaricutiro por su apoyo para el uso de sus

instalaciones y su disposición técnica para colaborar en esta investigación.

## REFERENCIAS

- Arriaza G., A. J., Fernández P., F., López S., M. A., Muñoz M., M., Pérez P., S., & Sánchez N., A. (2013). *Estadística básica con R y R-Commander* (2a ed.). Cádiz, España: Universidad de Cádiz.
- Barrio A., M., Álvarez G., J. G., Díaz-Maroto, I. J., & López S., C. A. (2004). Relación altura diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 18, 141-146. doi: 10.31167/csef.v0i18.9451
- Barrios, A., López, A. M., & Nieto, V. (2014). Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal*, 17(2), 137-149. doi: 10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2014.2.a01
- Calama, R., & Montero, G. (2004). Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research*, 34(1), 150-163. doi: 10.1139/x03-199
- Cañadas, N., García, C., & Montero, G. (1999). *Relación altura-diámetro para Pinus pinea* L. en el Sistema Central. Congreso de Ordenación y Gestión Sostenible de Montes, Santiago de Compostela. Tomo I. pp. 139-153.
- Castedo-Dorado, F., Diéguez-Aranda, U., Barrio A., M., Sánchez R., M., & Gadow, K.v. (2006). Generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 229, 202-213. doi: 10.1016/j.foreco.2006.04.028
- Conesa G., C., Arana C., R. & García L., R. (2009). Variación granulométrica y mineralógica en profundidades de los sedimentos retenidos por diques. Estudio en cauces torrenciales semiáridos del sureste Peninsular. *Nimbus*, 23(24), 61-88.
- Costas, R. & Rodríguez, G. (2003). Relaciones hipsométricas promedios para *P. elliotti* Engl. En Misiones y Nordeste de Corrientes. *Revista Yviraretá*, 12, 19-25.
- Da Cunha, T. A. & Guimarães-Finger, C. A. (2009). Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. *Kuru: Revista Forestal*, 6(16). 15 p.
- Diéguez-Aranda, U., Barrio-Anta, M., Castedo-Dorado, F. & Álvarez-González, J. G. (2005). Relación altura-diámetro generalizada para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblación en el noroeste de España. *Investigación agraria: Sistemas y recursos forestales*, 14(2), 229-241. doi: 10.5424/srf/2005142-00886
- Diéguez-Aranda, U., Rojo A., A., Castedo-Dorado, F., Álvarez-González, J. G., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F., González-González, J. M., Pérez-Cruzado, C., Rodríguez-Soalleiro, R., López-Sánchez, C. A., Balboa-Murias, M. A., Gorgoso-Varela, J., & Sánchez-Rodríguez, F. (2009). *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia*. Lugo, España: Xunta de Galicia.
- Fregoso, A., Velázquez, A., Bocco & Cortéz, G. (2003). La vegetación, sus componentes y un análisis jerárquico del paisaje. En Velázquez, A. Torres, A. & Bocco G. (Comps.), *Las Enseñanzas de San Juan* (pp. 201-234). México, DF: INE-Semarnat.
- Gadow, K. & Hui, G. (1999). *Modeling forest development*. Groningen, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Gaffrey, D. (1988). *Forstamts- und standes individuelles Sortimentier ungs program als Mittel zur Planung, Ausbaltung und Simulation*. Diplomarbeit Forstliche Universität Göttingen. Göttingen, Deutschland.
- Gaillard B., C., Pece, M., Juárez de G., M. & Acosta, M. (2014). Modelaje de la biomasa aérea individual y otras relaciones dendrométricas de *Prosopis nigra* Gris. en la provincia de Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho*, 22(1), 17-29.
- Gómez-García, E., Crecente-Campo, F. & Diéguez-Aranda, U. (2013). Tarifas de biomasa aérea para abedul (*Betula pubescens* Ehrh.) y roble (*Quercus robur* L.) en el noroeste de España. *Madera y Bosques*, 19(1), 71-91. doi: 10.21829/myb.2013.191348
- Hair J., F., Anderson R., E., Tatham R., L. & Blach W., C. (1999). *Análisis multivariante* (5ª ed.). Madrid, España: Prentice Hall Iberia.
- Harrison, W. C., Burk, T. E. & Beck, D. E. (1986). Individual tree basal area increment and total height equations for Appalachian mixed hardwoods after thinning. *Southern Journal of Applied Forestry*, 10, 99-104.
- Hernández R., J., García C., X., Hernández R., A., García M., J. J., Muñoz F., H. J., Flores L., C. & García E., G. G. (2015). Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado de Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 6(3), 8-21. doi: https://doi.org/10.29298/rmcf.v6i3.192
- Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., García-Espinoza, G. G., Muñoz-Flores, H. J. & Sáenz-Reyes, J. T. 2018. Ecuaciones locales de altura-diámetro para *Pinus pseudostrobus* Lindl. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios*, 5(13), 15-23. doi: 10.19136/era.a5n13.1131
- Huang, S. (2002). *Validating and localizing growth and yield models: procedures, problems and prospects*. Proceedings of IUFRO Workshop on Reality, models and parameter estimation: The Forestry Scenario. Sesimbra, Portugal. Recuperado de [http://rd4.dfid.gov-uk/PDF/Outputs/Forestry/R6915BTOR\\_Sesimbra.pdf](http://rd4.dfid.gov-uk/PDF/Outputs/Forestry/R6915BTOR_Sesimbra.pdf)
- Hui, G. & Gadow, K. (1993). Zur Entwicklung von Einheitshohenkurven am Beispiel der Baumart Cunninhamia lanceolata. *Allgemeine Forstund Jagdzeitung*, 164(12), 218-220.
- Institute Inc. Statistical Analysis System (2008). *SAS/STAT® 9.2 User's Guide* (2a ed.). Raleigh, NC USA: SAS Institute Inc. Recuperado de



- <https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statugmcmc/63125/PDF/default/statugmcmc.pdf>
- Juárez de G., M., Pece, M. G., Gaillard de B., C., Sanguedolce, J., Mariot, V. & Mazzuco, R. (2006). Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol*, Griseb. en Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho*, 13, 36-43.
- Juárez de G., M., Pece, M. G., Gaillard de B., C., Sanguedolce, J., Mariot, V. & Mazzuco, R. (2007). Ecuaciones altura-diámetro en *Prosopis nigra* (Griseb) Hieron (Algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. *Foresta Veracruzana*, 9(1), 9-14.
- Lencinas, J. D. & Mohr-Bell, D. (2007). Estimación de clases de edad de las plantaciones de la provincia de Corrientes, Argentina, con base en datos satelitales Landsat. *Bosque*, 28(2), 106-118. doi: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002007000200003>
- López, C. A., Gorgoso, J. J., & Castedo, F. (2001). *Comparación de modelos altura-diámetro generalizados para Pinus radiata D. Don en Galicia*. Documento presentado en el III Congreso Forestal Español. Universidad de Santiago de Compostela, Lugo, España.
- López S., C. A., Gorgoso V., J., Castedo D., F., Rojo A., A., Rodríguez S., R., Álvarez G., J. G. & Sánchez R., F. (2003). A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science*, 60(3), 237-245. doi: <https://doi.org/10.1051/forest:2003015>
- Martínez-López, J. & Acosta-Ramos, A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina* en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques*, 20(1), 59-70. doi: 10.21829/myb.2014.201176
- Milena L., A., Trincado, G., Barrios, A. & Nieto, V. (2013). Modelos regionales de altura-diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. *Bosque*, 34(2), 233-241. doi: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002013000200012>
- Mirkovich, J. L. (1958). *Normale visinske krive za chrast kitnak I bukvu v NR Srbiji*. Zagreb. Glasnik sumarskog fakulteta. Cited in: Wenk, G., Antanaitis, V. & Smelko, S. 1990: Waldertragslehre. Deutscher Landwirtschaftsverlag, Berlin, Germany. 448 p.
- Mønness, E. N. (1982). Diameter distributions and height curves in even-aged stands of *Pinus sylvestris* L. As. *Norsk institutt for skogforskning*, 36, 1-43.
- Moret, A. Y. & Ruiz, P. (1998). Determinación de ecuaciones de volumen para Murello (*Erismia uncatum*) en la Unidad C4 de la Reserva Imataca, Bolívar-Venezuela. *Revista Forestal Venezolana*, 42(2), 187-197.
- Pece, M. G., Gaillard B., C., De Galíndez, M. J. & Ríos, N. A. (2002). Tabla de volumen de doble entrada para álamos de la zona de riego de Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho*, 9, 95-105.
- Peng, C. (2001). Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's boreal forest. *Northern Journal of Applied Forestry*, 18, 87-94. doi: <https://doi.org/10.1093/njaf/18.3.87>
- Pienaar, L. V. (1991). *PMRC Yield prediction system for slash pine plantations in the Atlantic Coast Flatwoods* (PMRC Technical Report). Athens, Georgia, USA.
- Pompa-García, M., De los Santos-Posadas, H. M., Zepeda-Bautista, M. E. & Corral-Rivas, J. J. (2011). Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia*, 45, 379-387.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F. & Real, P. (1997). *Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible*. IICA, BMZ/GTZ. San José, Costa Rica.
- Quiñonez, B. G., Cruz C., F., Vargas L., B. & Hernández F., J. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 3(9), 23-39.
- Rodríguez-Shade, L., Bravo-Iglesias, J. A., Torres-Cárdenas, V., Montalva-Guerrero, J. M., Álvarez-Góngora, Y. & Mogena-Navarro, O. (2010). Modelación matemática del crecimiento del diámetro y la altura de *Pinus maestrensis* Biss en la unidad silvícola Guisa. *Revista Forestal Baracoa*, 29(2), 33-41.
- Schröder, J. & Álvarez G., J. G. (2001). Comparing the performance of generalized diameter-height equations for maritime pine in Northwestern Spain. *Forstw Cbl*, 120, 18-23.
- Sharma, M. & Parton, J. (2007). Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management*, 249(3), 187-198. doi: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.05.006>
- Solana G., J., Jiménez D., R. & Merino M., S. (2005). Relación entre variables dasométricas e índices de textura extraídos de fotogramas en los hayedos del parque nacional del señorío de Bertiz (Navarra). *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 19, 193-203.
- Trincado, G. & Leal D., C. (2006). Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque*, 27(1), 23-34.
- Vander-Schaaf, C. L. (2013). Mixed-effects height-diameter models for commercially and ecologically important hardwoods in Minnesota. *Northern Journal of Applied Forestry*, 30(1), 37-42. doi: <https://doi.org/10.5849/njaf.12-018>
- Zaragoza H., A. Y., Cetina A., V. M., López L., M. A., Chacalo H., A., De la Isla B. M., L. & González R., H. (2014). Indicador de condición de copa y su aplicación en tres parques del Distrito Federal. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 5(25), 35-50. doi: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v5i25.302>

Manuscrito recibido el: 22 de mayo de 2016

Aceptado el: 21 de febrero de 2018

Publicado el: 22 de agosto de 2018

Este documento se debe citar como:

Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., García-Cuevas, J., García-Espinoza, G. G., Hernández-Ramos, A., Muñoz-Flores, H. J., & Martínez-

Salvador, M. (2018). Ecuaciones generalizadas altura-diámetro para bosques de *Pinus pseudostrobus* Lindl. en Michoacán, México. *Madera y Bosques*, 24(2), e242494. doi: 10.21829/myb.2018.242494



Madera y Bosques por Instituto de Ecología, A.C. se distribuye bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.