

Hydraulic analysis of a long-throated flume for sediment-laden flow using CFD

Análisis hidráulico de una estructura aforadora de garganta larga para flujo con sedimentos utilizando CFD

Juan Gabriel Brigido-Morales¹; Mauricio Carrillo-García^{1*};
Jorge Víctor Prado-Hernández¹; Jorge Flores-Velázquez²

¹Universidad Autónoma Chapingo, Posgrado de Ingeniería Agrícola y Uso Integral del Agua, Carretera México-Texcoco km 38.5, Chapingo, Estado de México, C. P. 56230, MÉXICO.

²Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo. Carretera México-Texcoco km 36.5, Montecillo, Texcoco, Estado de México, C. P. 56230, MÉXICO.

*Corresponding author: mauricio@correo.chapingo.mx, tel. (+52) 55 2782 0066.

Abstract

Introduction: There are many flumes available, but few have been designed for flow measurement in natural streams, where natural erosion leads to increased sediment levels, causing erroneous readings.

Objective: Analyzing the hydraulic behavior of a modified long-throated flume to determine the optimal location for taking readings in the presence of excessive sediment, using the programs HEC-RAS® v.5.0.7, Iber® v.2.5.2 and ANSYS® CFX® v.2020 R2.

Methodology: In this study, a long-throated flume was designed and analyzed for a maximum flow rate of 50 L·s⁻¹ using the WinFlume® v.1.0.6 program. Four structures were constructed, each equipped with a steeper slope of 5 %, 10 %, 20 %, and 30 %, and an additional four variants were implemented with a reduction in the hydraulic area at the throat inlet. Five measurement locations were chosen starting from the beginning of the steeper slope for a hydraulic analysis in one, two, and three dimensions.

Result: The optimal location for plotting flow (Q) vs. flow depth (h) curves is located at 2/5 parts at the start of the steeper slope, with a slope of 10 % and a coefficient of determination (R²) of 0.99986.

Limitations of the study: The geometric models of the proposed flume have only been analyzed numerically, so a second stage at the laboratory level must be carried out.

Originality: There is a limited number of studies dedicated to the analysis of long-throated flumes operating under conditions with sediment-laden flows

Conclusions: A long-throated flume with a steeper slope proves to be a practical solution for decision-making concerning water management, aiming to enhance its efficiency.

Keywords: design, water measurement, supercritical flow, numerical analysis, sediment-laden flow.

Resumen

Introducción: Existen numerosas estructuras de aforo, pero pocas se han diseñado para la medición de caudales en cauces naturales, donde la erosión natural incrementa los sedimentos, los cuales ocasionan lecturas erróneas.

Objetivo: Analizar el comportamiento hidráulico de un aforador de garganta larga con modificación, para localizar el sitio óptimo para la toma de lecturas cuando existen sedimentos en exceso, utilizando los programas HEC-RAS® v.5.0.7, Iber® v.2.5.2 y ANSYS® CFX® v.2020 R2.

Metodología: Se diseñó y analizó un aforador de garganta larga para un caudal máximo de 50 L·s⁻¹ utilizando el programa WinFlume® v.1.0.6. Se generaron cuatro estructuras provistas de una rápida para pendientes de 5, 10, 20 y 30 %, y cuatro variantes con reducción del área hidráulica en la entrada de la garganta. Se seleccionaron cinco sitios de medición a partir del inicio de la rápida propuesta para un análisis hidráulico en una, dos y tres dimensiones.

Resultados: El sitio idóneo para construir las curvas caudal (Q) vs. profundidad de flujo (h) está situado a 2/5 partes del inicio de la rápida, con pendiente de 10 % y coeficiente de determinación (R²) de 0.99986.

Limitaciones del estudio: Los modelos geométricos del aforador propuesto solo se han analizado numéricamente, por lo que se debe realizar una segunda etapa a nivel laboratorio.

Originalidad: Existen pocos estudios enfocados en el análisis de aforadores de régimen crítico con flujos que transportan sedimentos.

Conclusiones: Un aforador de garganta larga con una rápida es una solución viable para la toma de decisiones respecto a la administración del agua con propósitos de eficientar su uso.

Palabras clave: diseño, medición de agua, flujo supercrítico, análisis numérico, flujo con sedimentos.



Introduction

Mexico has a land area of about 1959 million km², where topography has given many watersheds, ranging in size from 200 to 20000 km². However, it only has 815 operational hydrometric stations (National Water Commission [CONAGUA], 2019), which makes it impossible to monitor runoff volumes in all watersheds, especially in those that are difficult to access.

Having records of river and stream flow is crucial for understanding water availability, its temporal and spatial variations, and its utilization in the planning, management, operation, and design of projects related to surface water (World Meteorological Organization [WMO], 2010). When actual runoff data is lacking, reliance is placed on the inference through hydrological models. However, these models, developed in other parts of the world, may not be suitable due to variations in how basins respond to precipitation (Gupta et al., 2008; Hrachowitz et al., 2013).

Although there is currently abundant research focused on the precise quantification of water volumes, especially concerning the design of flow meters for water measurement in the agricultural sector, most studies have been conducted with clean water (Replogle, 1970; Replogle & Clemmens, 1981; Clemmens et al., 1984; Clemmens et al., 1987; Bos, 1989; Clemmens & Bos, 1992; Clemmens et al., 2001; Cox et al., 2013). There is a smaller proportion of research on flume for sediment-laden flow (Wilm et al., 1938; Gwinn, 1964; Smith et al., 1981; Göğüş & Altinbilek, 1994; Castro-Orgaz & Mateos, 2014).

Thanks to the conducted research, Wahl et al. (1999) developed WinFlume®, a computer program that facilitates the design and calibration of long-throated flumes and broad-crested weirs for flow measurement, with errors of approximately 2 %, as detailed by Clemmens et al. (2001). Traditionally, measurements are taken through a stilling well located in the inlet section of the structure; however, sediment transport promotes blockage of the entry conduits to the measurement wells, hindering measurements and resulting in the loss of temporal flow evolution. To address this issue, Replogle suggested adding a steeper slope to long-throated flumes in natural basins and installing an additional stilling well in this section. Thus, flow measurements during the rising limb of the hydrograph can be taken in the original well, and when it fails due to sediment accumulation, information can be complemented with data collected from the well located in the steeper slope (Wahl et al., 2000).

The WinFlume® program does not include hydraulic analysis in the steeper slope, so it is necessary to turn

Introducción

México cuenta con una superficie aproximada de 1959 millones de km², donde el relieve ha dado lugar a un gran número de cuencas hidrológicas, con superficies que van desde 200 hasta 20000 km². No obstante, solo cuenta con 815 estaciones hidrométricas en operación (Comisión Nacional del Agua [CONAGUA], 2019), lo cual imposibilita el monitoreo de los volúmenes de escurrimiento en todas las cuencas, principalmente en cuencas de difícil acceso.

La importancia de contar con registros de caudales en ríos y arroyos reside en conocer la disponibilidad de agua, su variación en el tiempo y el espacio, así como su uso en la planificación, gestión, operación y diseño de proyectos relacionados con las aguas superficiales (World Meteorological Organization [WMO], 2010). Ante la ausencia de datos de escurrimiento medidos, se recurre a su inferencia mediante modelos hidrológicos; sin embargo, éstos se han desarrollado en otras partes del mundo y pudieran no ser adecuados por la forma en que las cuencas responden a la precipitación (Gupta et al., 2008; Hrachowitz et al., 2013).

Aunque en la actualidad existe abundante investigación enfocada en la cuantificación precisa de los volúmenes de agua, sobre todo respecto al diseño de aforadores para la medición del agua en el sector agrícola, la mayoría de los estudios se han realizado con agua limpia (Replogle, 1970; Replogle & Clemmens, 1981; Clemmens et al., 1984; Clemmens et al., 1987; Bos, 1989; Clemmens & Bos, 1992; Clemmens et al., 2001; Cox et al., 2013) y existen, en menor proporción, investigaciones sobre aforos en flujos con sedimentos (Wilm et al., 1938; Gwinn, 1964; Smith et al., 1981; Göğüş & Altinbilek, 1994; Castro-Orgaz & Mateos, 2014).

Gracias a las investigaciones realizadas, Wahl et al. (1999) desarrollaron WinFlume®, un programa computacional que permite el diseño y la calibración de aforadores de garganta larga y vertedores de cresta ancha para la medición de caudales, con errores de aproximadamente 2 %, mismo que abordan a detalle Clemmens et al. (2001). Tradicionalmente, se hacen mediciones a través de un pozo tranquilizador situado en la sección de entrada de la estructura; sin embargo, el acarreo de sedimentos propicia el bloqueo de los conductos de entrada a los pozos de medición, lo cual impide llevar a cabo las mediciones y genera la pérdida de la evolución temporal del caudal. Para solucionar este problema, Replogle sugirió agregar una rápida en los aforadores de garganta larga en cuencas naturales e instalar, en esta sección, un pozo tranquilizador adicional. De esta manera, se pueden realizar las mediciones de los caudales producidos por una tormenta en el pozo original durante la rama ascendente del hidrograma y, cuando éste falle por la acumulación de sedimentos, complementar la

to other programs to analyze the hydraulic behavior in this area in order to determine the optimal location for measurements. Thanks to research in hydraulic structures and advances in computing, several programs related to Computational Fluid Dynamics (CFD) are now available. These programs are capable of numerically simulating the behavior that the water flow will exhibit through various geometric shapes of hydraulic structures (Bermúdez et al., 2017; Bladé et al., 2019; Carrillo et al., 2018; Echeverribar et al., 2019; Hafnaoui & Debabeche, 2020; Zeng et al., 2019).

This research is based on a previous analysis of flumes with different geometries, which resulted in the proposal of a rectangular section long throat flume with a steeper slope. Based on the above, the objective of the present study was to analyze the hydraulic behavior of a long-throat flume with modification, to locate the optimum site for taking readings when there are excess sediments, by means of 1D numerical simulations (HEC-RAS® V. 5.06), 2D (Iber® V. 2.5.2) and 3D (ANSYS® CFX® V. 2020 R2).

Materials and methods

An acrylic (polymethylmethacrylate) long-throat flume, with absolute roughness k_s of 0.00006 m, was designed using WinFlume® v.1.06 software for a maximum flow rate of 50 L·s⁻¹. The flow rate vs. flow depth curve (Q vs. h) of the flume, a flume table for circulating flow rates in a range from 2 to 50 L·s⁻¹ (measured with depths in 1 cm increments, 22 flow rates) and its corresponding curve fitting equation were obtained. To this structure, a steeper slope with the same dimensions of the throat was added, considering four slopes in supercritical regime.

Geometric model for clean water

The flume structure, along with the proposed modifications, consists of:

1. A rectangular approach channel, 0.5 m in length, with a bottom slope of zero, a base width of 0.40 m, and a depth of 0.40 m.
2. A converging transition section, 0.3 m in length, centered on the axis, gradually rising 0.05 m above the bottom of the approach channel. Downstream of this section, the resulting dimensions are 0.25 m base and 0.35 m depth.
3. A rectangular control section (throat) of 0.35 m in length, with a bottom slope of zero, 0.25 m width and 0.35 m depth.
4. A weir that maintains the dimensions of the control section; in other words, a rectangular channel with a base width of 0.25 m and a depth of 0.35 m. Its horizontally measured length is 0.5 m, and it has a variable outlet level.

información con la recopilada en el pozo situado en la rápida (Wahl et al., 2000).

El programa WinFlume® no contempla el análisis hidráulico en la rápida, por lo que resulta necesario recurrir a otros programas para analizar el comportamiento hidráulico en esta zona, con la finalidad de determinar el sitio óptimo para realizar mediciones. Debido a las investigaciones de estructuras hidráulicas y a los avances en computación, actualmente se dispone de varios programas relacionados con la dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés) capaces de simular, numéricamente, el comportamiento que seguirá el flujo del agua a través de las diversas formas geométricas de las estructuras hidráulicas (Bermúdez et al., 2017; Bladé et al., 2019; Carrillo et al., 2018; Echeverribar et al., 2019; Hafnaoui & Debabeche, 2020; Zeng et al., 2019).

El presente trabajo parte de un análisis previo de aforadores con diferentes geometrías, el cual dio lugar a la propuesta de un aforador de garganta larga de sección rectangular provisto de una rápida. Con base en lo anterior, el objetivo del presente trabajo fue analizar el comportamiento hidráulico de un aforador de garganta larga con modificación, para localizar el sitio óptimo para la toma de lecturas cuando existen sedimentos en exceso, mediante simulaciones numéricas 1D (HEC-RAS® V. 5.06), 2D (Iber® V. 2.5.2) y 3D (ANSYS® CFX® V. 2020 R2).

Materiales y métodos

Se diseñó un aforador de garganta larga de acrílico (polimetilmetacrilato), con rugosidad absoluta k_s de 0.00006 m, mediante el programa WinFlume® v.1.06 para un caudal máximo de 50 L·s⁻¹. Se obtuvo la curva caudal vs. profundidad de flujo (Q vs. h) del aforador, una tabla de aforo para los caudales circulantes en un rango de 2 a 50 L·s⁻¹ (medidos con profundidades en incrementos de 1 cm, 22 caudales) y su correspondiente ecuación de ajuste de la curva. A esta estructura, se le adicionó una rápida con las mismas dimensiones de la garganta, considerando cuatro pendientes en régimen supercrítico.

Modelo geométrico para agua limpia

La estructura de aforo, junto con las adecuaciones propuestas, consta de cuatro secciones:

1. Un canal de aproximación rectangular de 0.5 m de largo con pendiente de fondo nula, un ancho de base de 0.40 m y profundidad de 0.40 m.
2. Una sección de transición convergente de 0.3 m de largo centrada al eje y que se levanta de manera gradual 0.05 m por encima del fondo del canal de aproximación. Aguas abajo de la sección, las

Since the steeper slope is the area of interest, four different structures were configured corresponding to slopes of 30, 20, 10, and 5 %. Figure 1 shows the geometry of the flume for a steeper slope with a 30 % slope.

Due to the need to use a Manning's n coefficient in 1D and 2D simulations, a conversion was performed using an equation derived from Manning's and Darcy-Weisbach's (Equation 1) and Colebrook's (Equation 2) expressions:

$$n = \frac{1}{\sqrt{8g}} R_h^{1/6} \sqrt{f} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

where n is the Manning's roughness coefficient (dimensionless), g is the acceleration of gravity ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$), R_h is the hydraulic radius (m), f is the Darcy friction factor (dimensionless), k is the absolute roughness (m), D is the hydraulic diameter (m) and Re is the Reynolds number (dimensionless)

For the conversion, information from the flume table generated with WinFlume® was used, where, based on the various depths and flow velocities corresponding to each discharge, as well as the geometric properties of the structure, a Manning's n value was calculated, to finally obtain the average value that resulted in 0.0123.

Geometric model of the sediment-modified flume system

Four structures, similar to those designed for clean water, were used. However, there was a reduction in hydraulic area in both the approach channel and the converging transition section, affecting them at the bottom. This

dimensiones resultantes son 0.25 m de base y 0.35 m de profundidad.

3. Una sección de control (garganta) rectangular de 0.35 m de longitud con pendiente de fondo nula, de 0.25 m de ancho y 0.35 m de profundidad.
4. Una rápida que conserva las dimensiones de la sección de control; es decir, un canal rectangular de 0.25 m de base y 0.35 m de profundidad, cuya longitud medida horizontalmente es de 0.5 m y su nivel de salida variable.

Dado que la rápida es la zona de interés, se configuraron cuatro estructuras diferentes que corresponden con pendientes de 30, 20, 10 y 5 %. En la Figura 1 se ilustra la geometría de la estructura de aforo para una rápida con pendiente de 30 %.

Debido a la necesidad de utilizar un coeficiente n de Manning en simulaciones 1D y 2D, se realizó una conversión utilizando una ecuación derivada de las expresiones de Manning y Darcy-Weisbach (Ecuación 1) y de Colebrook (Ecuación 2):

$$n = \frac{1}{\sqrt{8g}} R_h^{1/6} \sqrt{f} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{k/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning (adimensional), g es la aceleración de la gravedad ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$), R_h es el radio hidráulico (m), f es el factor de fricción de Darcy (adimensional), k es la rugosidad absoluta (m), D es el diámetro hidráulico (m) y Re es el número de Reynolds (adimensional).

Para la conversión, se utilizó información de la tabla de aforos generada con WinFlume®, donde a partir

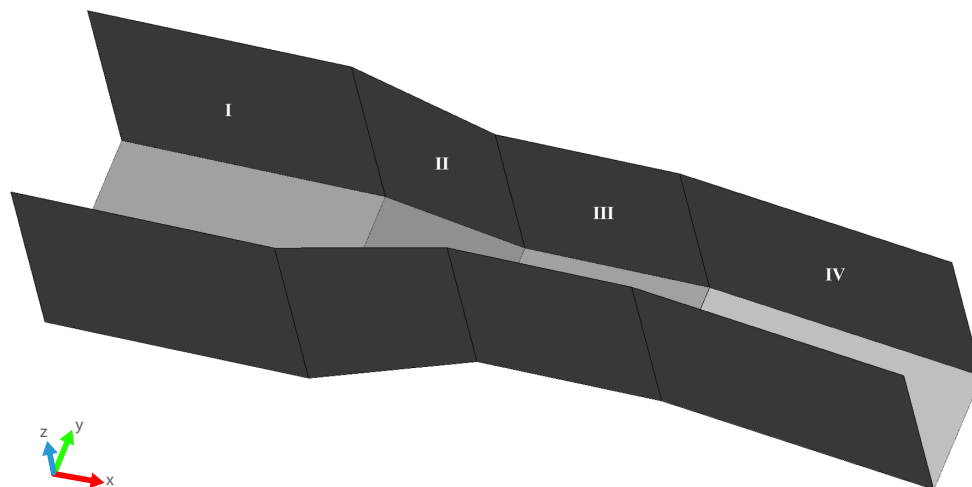


Figure 1. Diagram of the proposed flume with the four sections included.

Figura 1. Esquema de la estructura de aforo propuesta con las cuatro secciones que la conforman.

is because sediment accumulation at the bottom of the flume is anticipated, aligning with the throat or control section's bottom. Figure 2 shows the reduced zone, using a structure as an example.

The resulting structure exhibits a zero slope in the initial three sections, with the new transition section featuring only a gradual constriction of the walls. As the reduction in hydraulic area in the two sections preceding the throat is presumed to be caused by sediment accumulation, a Manning's coefficient of 0.023 was suggested exclusively for the bottom, taking into account the characteristics of the deposited material (Chow, 1988). The Manning's coefficient of 0.0123 was maintained for the other walls.

Hydraulic simulations

To characterize the hydraulic behavior of the proposed structure, three approaches were considered: one-dimensional, two-dimensional, and three-dimensional. Simulations of the flume structure with the geometric model for clean water were conducted using all three approaches. However, the sediment-modified structure was only used in two-dimensional simulations due to the computational cost associated with three-dimensional analysis. It was a balance to avoid oversimplifying the analysis to the one-dimensional approach.

In all cases, simulations were performed for each discharge obtained from the flume table created during the design with WinFlume v.1.0.6. In total, 88 discharge simulations were conducted with HEC-RAS® (four slopes), 176 simulations with Iber® (four slopes and two scenarios), and 88 simulations with ANSYS® CFX® (four slopes).

de las diferentes profundidades y velocidades del flujo correspondientes a cada caudal, así como de las propiedades geométricas de la estructura, se calculó un valor n de Manning, para finalmente obtener el valor promedio que resultó en 0.0123.

Modelo geométrico del aforador modificado por sedimentos

Se utilizaron cuatro estructuras similares a las diseñadas para agua limpia, pero con reducción del área hidráulica, tanto en el canal de aproximación como en la sección de transición convergente, afectándolas en la parte inferior. Esto debido a que se espera que haya una acumulación de sedimentos en el fondo de la estructura de aforo, hasta alinearse con el fondo de la garganta o sección de control. En la Figura 2 se muestra la zona reducida, tomando como ejemplo una estructura.

La estructura resultante tiene una pendiente nula en las tres secciones iniciales, y la nueva sección de transición solamente presenta una contracción gradual en las paredes. Dado que se supone que la reducción del área hidráulica en las dos secciones anteriores a la garganta se produce por la acumulación de sedimentos, se propuso usar un coeficiente de Manning de 0.023 solo en la parte inferior; esto considerando las características del material depositado (Chow, 1988). En las demás paredes, se mantuvo el coeficiente de Manning de 0.0123.

Simulaciones hidráulicas

Para caracterizar el comportamiento hidráulico de la estructura propuesta, se consideraron tres enfoques: unidimensional, bidimensional y tridimensional. Las simulaciones de la estructura de aforo con el modelo

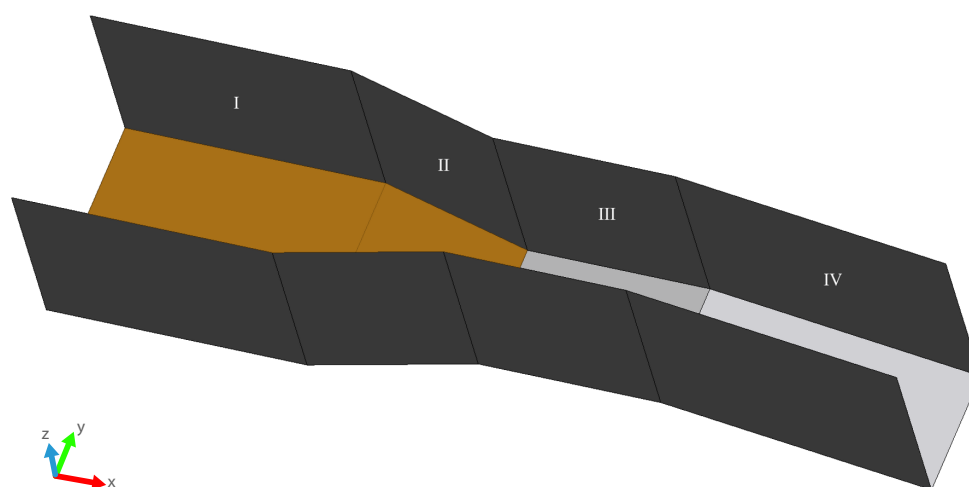


Figure 2. Modified flume structure with simulation of sediment accumulation impact.

Figura 2. Estructura de aforo modificada con simulación de la afectación por acumulación de sedimentos.

One-dimensional simulation

This simulation was conducted using the HEC-RAS® v.5.0.7 program, which is based on solving the Saint-Venant equations, assuming that water flow occurs only in the longitudinal direction of the hydraulic structure, represented by cross-sectional profiles. The program has the capability to calculate water surface profiles for steady and gradually varied flow in natural or artificial channels, considering subcritical, supercritical, and mixed flow regimes (Brunner, 2016). For steady flow, water surface profiles are calculated using the energy equation between cross-sectional profiles (Equation 3) through an iterative procedure (Brunner, 2016):

$$Z_2 + Y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = Z_1 + Y_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_e \quad (3)$$

where Z_1 and Z_2 are the elevation of the channel bottom, Y_1 and Y_2 are the water depth, V_1 and V_2 are the mean flow velocities, α_1 and α_2 are the velocity weighting coefficients, g is the gravitational acceleration, and h_e is the energy loss.

The geometric model was generated using cross sections every 10 cm at the inlet, throat and steeper slope, and sections every 5 cm in the convergence zone, with a Manning's coefficient of 0.0123 on the walls of each simulated structure.

The imposed boundary conditions at the begin of simulation, were normal depth at the inlet of the structure and critical depth at the outlet. In the first case, a bed slope of 1×10^{-6} m was established to avoid indeterminacies in the numerical calculation of hydraulic profiles, as HEC-RAS® uses the Manning equation with the user-introduced friction slope (S_f), which takes the form $Q = K(S_f)^{0.5}$. Flow rates were simulated in a steady-state under mixed flow regime.

Two-dimensional simulation

The two-dimensional simulation was conducted using Iber® v.2.5.2, which solves the Saint Venant equations by the finite volume method. These equations represent the principles of conservation of energy and momentum for a moving volume of water, while also accounting for the effects of turbulence and friction caused by the wind on the water surface (Bladé et al., 2014):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h U_x}{\partial x} + \frac{\partial h U_y}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (h U_x) + \frac{\partial}{\partial x} \left(h U_x^2 + g \frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (h U_x U_y) = \\ & -gh \frac{\partial Z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho} - \frac{\tau_{bx}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v_t h \frac{\partial U_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t h \frac{\partial U_x}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

geométrico para agua limpia se hicieron mediante los tres enfoques, mientras que la estructura modificada por sedimentos solamente se utilizó en simulaciones con el enfoque bidimensional. Lo anterior debido al costo computacional que implica un análisis tridimensional, pero considerando no simplificar el análisis hasta al enfoque unidimensional.

En todos los casos, las simulaciones se hicieron para cada caudal obtenido de la tabla de aforo realizada durante el diseño con WinFlume v.1.0.6. En total, se realizaron 88 simulaciones de caudal con HEC-RAS® (cuatro pendientes), 176 simulaciones con Iber® (cuatro pendientes y dos escenarios) y 88 simulaciones con ANSYS® CFX® (cuatro pendientes).

Simulación unidimensional

Esta simulación se realizó utilizando el programa HEC-RAS® v.5.0.7, el cual se basa en la solución de las ecuaciones de Saint-Venant, suponiendo que el flujo de agua sucede solamente en dirección longitudinal de la estructura hidráulica que se representa por secciones transversales. El programa tiene la capacidad de realizar cálculos del perfil de la superficie del agua para flujo permanente y gradualmente variado, en canales naturales o artificiales, y para régimen de flujo subcrítico, supercrítico y mixto (Brunner, 2016). Para flujo en régimen permanente, los perfiles de la superficie del agua se calculan con la ecuación de la energía entre secciones transversales (Ecuación 3), mediante un procedimiento iterativo (Brunner, 2016):

$$Z_2 + Y_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = Z_1 + Y_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_e \quad (3)$$

donde Z_1 y Z_2 son la elevación del fondo del canal, Y_1 y Y_2 son la profundidad del agua, V_1 y V_2 son las velocidades medias de flujo, α_1 y α_2 son los coeficientes de ponderación de la velocidad, g es la aceleración gravitacional y h_e es la pérdida de energía.

El modelo geométrico se generó utilizando secciones transversales a cada 10 cm en la entrada, la garganta y la rápida, y secciones a cada 5 cm en la zona de convergencia, con un coeficiente de Manning de 0.0123 en las paredes de cada estructura simulada.

Las condiciones de frontera impuestas fueron tirante normal a la entrada de la estructura y tirante crítico a la salida. En la primera se estableció una pendiente de fondo de 1×10^{-6} m para evitar indeterminaciones en el cálculo numérico de los perfiles hidráulicos, pues en HEC-RAS® se utiliza la ecuación de Manning con la pendiente de fricción S_f introducida por el usuario, la cual tiene la forma $Q = K(S_f)^{0.5}$. Los caudales se simularon en estado estacionario bajo régimen de flujo mixto.

$$\frac{\partial}{\partial t}(hU_y) + \frac{\partial}{\partial y}\left(hU_y^2 + g\frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}(hU_xU_y) = -gh\frac{\partial Z_b}{\partial y} + \frac{\tau_{s,y}}{\rho} - \frac{\tau_{b,y}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x}\left(v_t h \frac{\partial U_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v_t h \frac{\partial U_y}{\partial y}\right) \quad (6)$$

where h is depth, U_x and U_y are the horizontal velocities in the main and transverse directions of the flow averaged in depth. g is acceleration due to gravity, ρ is water density, Z_b is the bottom elevation, τ_s is the friction at the free surface due to friction caused by the wind, τ_b is the friction due to bottom friction, and v_t is turbulent viscosity. Bottom friction in the channel is calculated using the Manning equation in the main and transverse directions of the flow:

$$\tau_{b,x} = \rho gh \frac{n^2 U_x |U|^2}{h^{4/3}}; \tau_{b,y} = \rho gh \frac{n^2 U_y |U|^2}{h^{4/3}} \quad (7)$$

The friction on the free water surface caused by the wind is calculated using the Van Dorn equation, considering the wind speed at 10 m above the free water surface (Van Dorn, 1954).

The geometric models originally proposed for clean water (Figure 1) and modified by sediments (Figure 2) were configured, with Manning coefficients assigned as 0.0123 on the walls of the structures, except at the bottom of the inlet channel and the convergent transition section of the models modified by sediments, where the value of n was 0.023. The numerical discretization consisted of a structured mesh with rectangular elements of 0.5 cm $\times$ 1.0 cm, with the longer side in the main flow direction.

The boundary conditions at the inlet were constant flow under subcritical regime, and supercritical regime flow at the outlet. Furthermore, the k - ε turbulence model of Rastogi and Rodi (1978) was defined.

Three-dimensional simulation

This simulation was conducted using the academic version of ANSYS® CFX® v.2020 R2, a Computational Fluid Dynamics (CFD) program that integrates advanced numerical solutions for the general equations of fluid flow with powerful preprocessing and postprocessing capabilities. Additionally, it can model laminar and turbulent flows in steady-state or transient conditions. This program employs the finite volume method to discretize the problem domain and solve the Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) differential equations for each control volume (ANSYS, 2020).

The equations for the conservation of mass and momentum can be expressed as follows:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j) = 0 \quad (8)$$

Simulación bidimensional

La simulación bidimensional se llevó a cabo mediante Iber® v.2.5.2, el cual resuelve las ecuaciones de Saint Venant por el método de volúmenes finitos. Las ecuaciones representan los principios de conservación de la energía y el momento de un volumen de agua en movimiento, además de contemplar los efectos de la turbulencia y la fricción ejercida por el viento sobre la superficie del agua (Bladé et al., 2014):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h U_x}{\partial x} + \frac{\partial h U_y}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hU_x) + \frac{\partial}{\partial x}\left(hU_x^2 + g\frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}(hU_xU_y) = -gh\frac{\partial Z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{s,x}}{\rho} - \frac{\tau_{b,x}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x}\left(v_t h \frac{\partial U_x}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v_t h \frac{\partial U_x}{\partial y}\right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(hU_y) + \frac{\partial}{\partial y}\left(hU_y^2 + g\frac{h^2}{2}\right) + \frac{\partial}{\partial x}(hU_xU_y) = -gh\frac{\partial Z_b}{\partial y} + \frac{\tau_{s,y}}{\rho} - \frac{\tau_{b,y}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial x}\left(v_t h \frac{\partial U_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v_t h \frac{\partial U_y}{\partial y}\right) \quad (6)$$

donde h es la profundidad, U_x y U_y son las velocidades horizontales en sentido principal y transversal del flujo promediadas en profundidad, g es la aceleración de la gravedad, ρ es la densidad del agua, Z_b es la cota del fondo, τ_s es la fricción en la superficie libre debida al rozamiento producido por el viento, τ_b es la fricción debida al rozamiento del fondo y v_t es la viscosidad turbulenta. La fricción en el fondo del canal se calcula con la ecuación de Manning en los sentidos principal y transversal del flujo:

$$\tau_{b,x} = \rho gh \frac{n^2 U_x |U|^2}{h^{4/3}}; \tau_{b,y} = \rho gh \frac{n^2 U_y |U|^2}{h^{4/3}} \quad (7)$$

La fricción sobre la superficie libre del agua ocasionada por el viento se calcula con la ecuación de Van Dorn, considerando la velocidad del viento a 10 m de altura de la superficie libre del agua (Van Dorn, 1954).

Se configuraron los modelos geométricos propuestos originalmente para agua limpia (Figura 1) y modificado por sedimentos (Figura 2), y se asignaron coeficientes de Manning de 0.0123 en las paredes de las estructuras, excepto en la parte inferior del canal de entrada y de la sección de transición convergente de los modelos modificados por sedimentos, donde el valor de n fue de 0.023. La discretización numérica consistió en un mallado estructurado con elementos rectangulares de 0.5 cm $\times$ 1.0 cm, con el lado mayor en la dirección principal del flujo.

Las condiciones de frontera en la entrada fueron caudal constante en régimen subcrítico y flujo en régimen supercrítico a la salida. Asimismo, se definió el modelo de turbulencia k - ε de Rastogi y Rodi (1978).

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (9)$$

where i and j are indexes representing directions, where x_i denotes the coordinate directions ($i = 1$ to 3 for x, y, z directions), ρ is the density of the flow, t is time, U is the velocity vector, p is pressure, u'_i represents turbulent velocity in each direction ($i = 1$ a 3 for x, y, z directions), μ is molecular viscosity, S_{ij} is the mean rate-of-strain tensor, and $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ represents Reynolds stress (Carrillo et al., 2018).

The model geometry was prepared using the SALOME® v.9.5.0 software (Open Cascade, 2021). Subsequently, it was imported into ANSYS® CFX®, where the domain discretization was performed using a “multizone” meshing method, generating approximately 300 thousand hexahedral elements. The maximum side length of the elements was set to 1 cm, ensuring good asymmetry parameters (max. 0.156) and orthogonal quality (min. 0.96). These parameters are crucial for any simulation (ANSYS, 2020).

The simulation was conducted under steady-state conditions at a pressure of 1 atm, using water and air as incompressible fluids. The homogeneous Eulerian-Eulerian multiphase flow model was selected to solve the two-phase air-water flow, and a free surface model was chosen for the interface. The surface tension model was defined as a continuous surface force with water as the primary fluid, using a surface tension coefficient of $0.072 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ and the standard $k-\varepsilon$ turbulence model. The boundary conditions included fluid velocity at the inlet of the control volume, fluid outlet at static mean pressure, the top of the open structure at atmospheric pressure, and the walls of the structure treated as immovable with a roughness of 0.00006 m .

Measurement and processing of results

Six water depth measurement sites were selected: one at 0.2 m from the inlet of the structure (site E) and five in the steeper slope (distributed equidistantly from the start) (Figure 3). For both 2D and 3D simulations, measurements were taken at up to seven points across the structure to obtain an average value.

To determine the reliability of the obtained results, three types of errors were calculated at each measurement site: mean absolute percentage error (MAPE), root mean square error (RMSE), and mean absolute error (MAE) (Khuntia et al., 2019; Sammen et al., 2020), using the following equations:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\phi_{iobs} - \phi_i|}{\phi_{iobs}} \times 100 \quad (10)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_{iobs} - \phi_i)^2} \quad (11)$$

Simulación tridimensional

Esta simulación se desarrolló con la versión académica de ANSYS® CFX® v.2020 R2, un programa de CFD que combina soluciones numéricas avanzadas para las ecuaciones generales de flujo de fluidos con potentes funciones de preprocesamiento y posprocesamiento. Además, puede modelar flujos laminares y turbulentos en estado estacionario o transitorio. Este programa utiliza el método de volúmenes finitos para discretizar el dominio del problema y resolver las ecuaciones diferenciales de Navier-Stokes promediadas por Reynolds (RANS) para cada volumen de control (ANSYS, 2020).

Las ecuaciones para la conservación de la masa y el momento se pueden escribir como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (9)$$

donde i y j son índices que representan las direcciones, x_i representa las direcciones de las coordenadas ($i = 1$ a 3 para las direcciones x, y, z), ρ es la densidad del flujo, t es el tiempo, U es el vector de velocidad, p es la presión, u'_i representa la velocidad turbulenta en cada dirección ($i = 1$ a 3 para las direcciones x, y, z), μ es la viscosidad molecular, S_{ij} es el tensor de velocidad de deformación media $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ es la tensión de Reynolds (Carrillo et al., 2018).

La geometría del modelo se preparó con el programa SALOME® v.9.5.0 (Open Cascade, 2021). Posteriormente, se importó a ANSYS® CFX®, donde se realizó la discretización del dominio de integración con un mallado por el método “multizone”, con lo cual se generaron aproximadamente 300 mil elementos hexaédricos, con un tamaño máximo de lado de 1 cm y buenos parámetros de asimetría (máx. 0.156) y calidad ortogonal (mín. 0.96). Estos parámetros son importantes para cualquier simulación (ANSYS, 2020).

La simulación se llevó a cabo en régimen permanente en condiciones de presión de 1 atm , utilizando agua y aire como fluidos incompresibles. Se seleccionó el modelo homogéneo de flujo multifásico euleriano-euleriano para resolver el flujo bifásico aire-agua, y para la interfaz se seleccionó un modelo de superficie libre. El modelo de tensión superficial se definió como fuerza superficial continua con agua como fluido primario, utilizando un coeficiente de tensión superficial de $0.072 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ y el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ estándar. Las condiciones de frontera fueron velocidad del fluido a la entrada del volumen de control, salida del fluido a presión media estática, la parte superior de la estructura abierta a presión atmosférica y las paredes de la estructura como una estructura inmóvil con rugosidad de 0.00006 m .

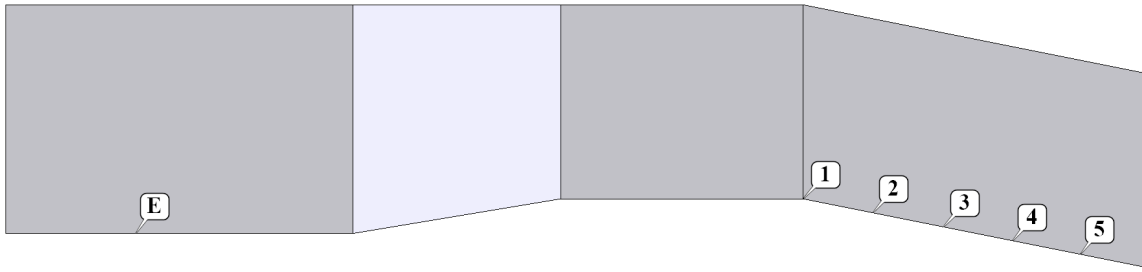


Figure 3. Water depth measurement sites of simulated flows.

Figura 3. Sitios de medición de la profundidad del agua de los caudales simulados.

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\phi_{iobs} - \phi_i| \quad (12)$$

where ϕ_{iobs} is the value predicted with WinFlume, ϕ_i is the value obtained from the hydraulic simulation (1D, 2D and 3D) and N is the number of data analyzed.

The Q vs. h curves obtained with WinFlume® and from the simulations were plotted together in order to visualize the variation between them. Subsequently, with the flow depth values measured at each site selected in the steeper slope for the simulated flow rates, flow profile plots were constructed, in order to identify the site showing the greatest consistency in the variation of the flow lines, since the flow rates were defined for fixed flow depth increments.

On the other hand, in order to check whether the reduction of the hydraulic area at the flume inlet has an effect on the flow of the rapid, the errors described in equations 10 to 12 were calculated for the results obtained in the simulations performed with the sediment-modified geometric models. For this purpose, the reference values obtained in the steeper slopes of the geometric models for clean water were considered.

Finally, the two measurement sites with the lowest error were selected to construct Q vs. h plots and obtain the fitting parameters of a potential model of the form $Q = k \cdot h^m$, as well as the coefficient of determination (R^2), which expresses the fit of the model to the variable to be explained (Chicco et al., 2021).

Results and discussion

Table 1 shows the flow rates determined with WinFlume® for the proposed flow measurement structure (measured at the inlet), and Figure 4 shows typical Q vs. h curve of the structure.

Figure 5 shows the results of simulations conducted with the three programs for a specific flow rate and slope. Table 2 shows the calculated errors of the hydraulic simulation results in comparison to those predicted

Medición y procesamiento de resultados

Se seleccionaron seis sitios de medición de la profundidad del agua: uno a 0.2 m de la entrada de la estructura (sitio E) y cinco en la rápida (distribuidos equidistantemente a partir de su inicio) (Figura 3). Para las simulaciones 2D y 3D, se realizaron mediciones hasta en siete puntos a lo ancho de la estructura para obtener un valor promedio.

Para determinar la confiabilidad de los resultados obtenidos, se calcularon tres tipos de errores en cada sitio de medición: error porcentual medio absoluto (MAPE, por sus siglas en inglés), la raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés) y el error absoluto medio (MAE, por sus siglas en inglés) (Khuntia et al., 2019; Sammen et al., 2020), mediante las siguientes ecuaciones:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\phi_{iobs} - \phi_i|}{\phi_{iobs}} \times 100 \quad (10)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi_{iobs} - \phi_i)^2} \quad (11)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\phi_{iobs} - \phi_i| \quad (12)$$

donde ϕ_{iobs} es el valor pronosticado con WinFlume, ϕ_i es el valor obtenido de la simulación hidráulica (1D, 2D y 3D) y N es el número de datos analizados.

Se graficaron de manera conjunta las curvas Q vs. h , obtenidas con WinFlume® y a partir de las simulaciones, con la finalidad de visualizar la variación existente entre las mismas. Posteriormente, con los valores de profundidad de flujo medidos en cada sitio seleccionado en la rápida para los caudales simulados, se construyeron gráficas del perfil de flujo, con el fin de identificar el sitio que muestre una mayor consistencia en la variación de las líneas de flujo, ya que los caudales se definieron para incrementos fijos de profundidad de flujo.

Por otra parte, con el propósito de comprobar si la reducción del área hidráulica en la entrada del aforador

Table 1. Important hydraulic variables determined at the inlet of the proposed flume system.

Cuadro 1. Variables hidráulicas de importancia determinadas a la entrada de la estructura de aforo propuesta.

Flow depth (h, cm)/ Profundidad del flujo (h, cm)	Flow rate (Q, L·s ⁻¹)/ Caudal (Q, L·s ⁻¹)	Froude number (Fr)/ Número de Froude (Fr)	Velocity (m·s ⁻¹)/ Velocidad (m·s ⁻¹)
3.0	2.12441	0.07495	0.06639
4.0	3.33120	0.09850	0.09253
5.0	4.71405	0.11901	0.11785
6.0	6.25570	0.13689	0.14217
7.0	7.94286	0.15255	0.16548
8.0	9.76558	0.16633	0.18780
9.0	11.71547	0.17855	0.20920
10.0	13.78554	0.18944	0.22976
11.0	15.96933	0.19921	0.24952
12.0	18.26243	0.20801	0.26857
13.0	20.66366	0.21602	0.28700
14.0	23.16658	0.22332	0.30482
15.0	25.76660	0.22999	0.32208
16.0	28.45768	0.23608	0.33878
17.0	31.24218	0.24171	0.35502
18.0	34.11957	0.24695	0.37086
19.0	37.07784	0.25176	0.38623
20.0	40.09573	0.25608	0.40096
21.0	43.18549	0.26006	0.41525
22.0	46.37358	0.26389	0.42938
23.0	49.63846	0.26747	0.44320
24.0	52.97837	0.27083	0.45671

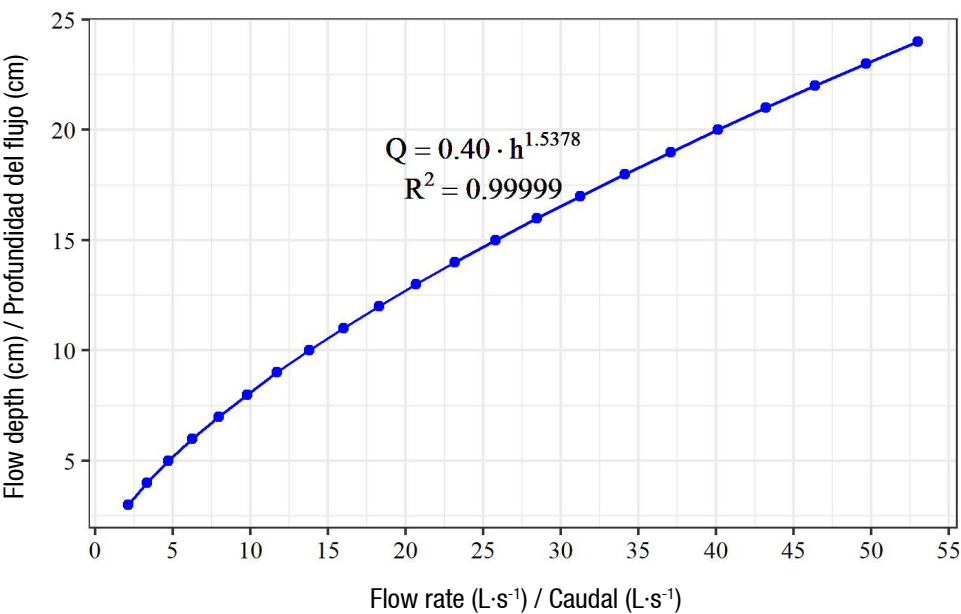


Figure 4. The relationship between flow rates (Q) and flow depth (h) calculated at the inlet of the proposed flume structure.

Figura 4. Relación entre los caudales (Q) y la profundidad de flujo (h) calculados en la entrada de la estructura de aforo propuesta.

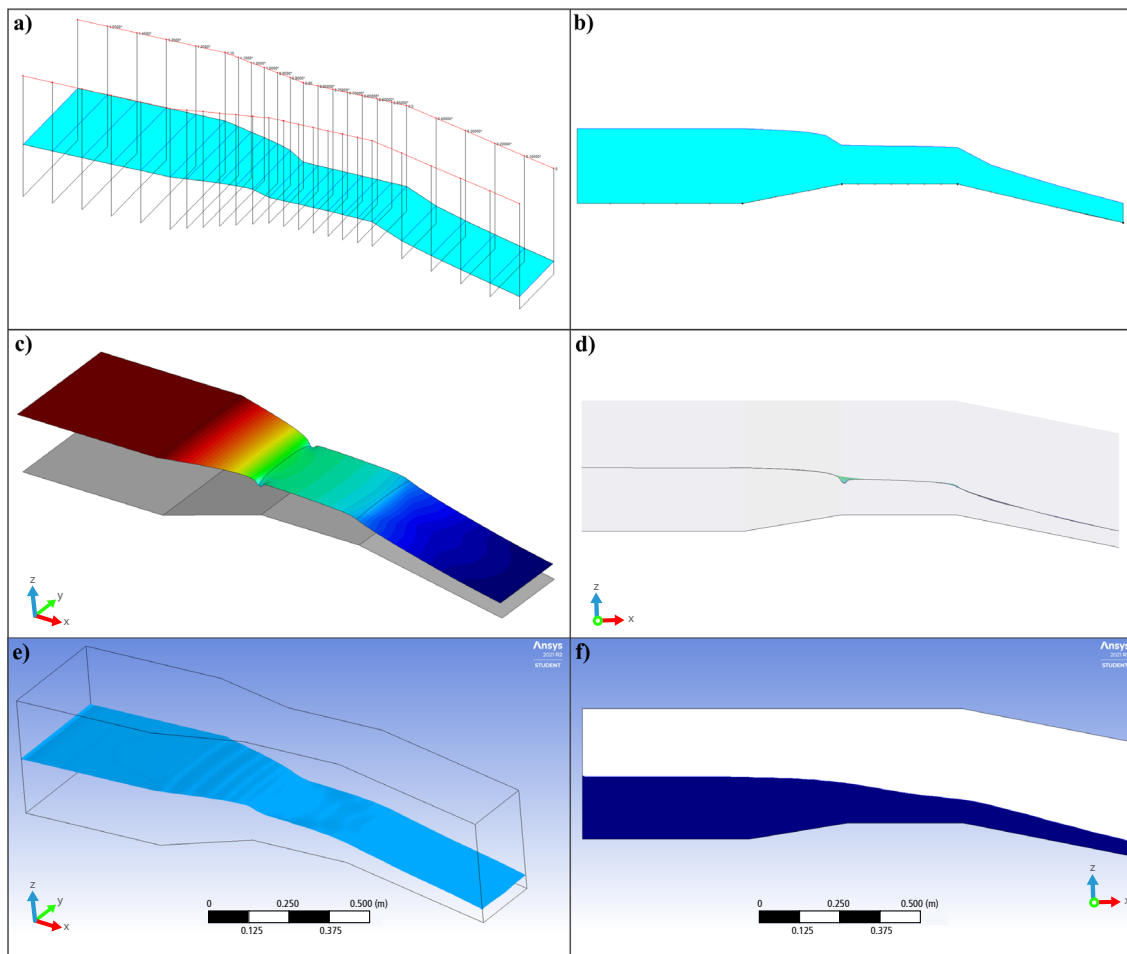


Figure 5. Flow behavior in a flume structure with a 20% downstream slope for a flow rate of $23.1666 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$: a and b) HEC-RAS®, c and d) Iber®, and e and f) ANSYS CFX®.

Figura 5. Comportamiento del flujo en una estructura de aforo con pendiente de salida al 20 % para un caudal de $23.1666 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$: a y b) HEC-RAS®, c y d) Iber®, y e y f) ANSYS CFX®.

Table 2. Statistics determined for the results of the hydraulic simulations at the inlet of the structure.

Cuadro 2. Estadísticos determinados para los resultados de las simulaciones hidráulicas a la entrada de la estructura.

Program/ Programa	Errors at the inlet of the structure / Errores a la entrada de la estructura		
	MAPE (%)	MAE (cm)	RMSE (cm)
HEC-RAS (1D)	2.28	0.015	0.371
IBER (2D)	2.73	0.018	0.471
ANSYS CFX (3D)	1.80	0.011	0.274

MAPE: mean absolute percentage error; MAE: mean absolute error; RMSE: root mean square error.

MAPE: error porcentual medio absoluto; MAE: error absoluto medio; RMSE: raíz del error cuadrático medio.

by the WinFlume® program, revealing no significant differences. This aligns with the findings of Glock et al. (2019), who reported no substantial differences in water depths calculated using 1D, 2D, and 3D numerical models. Their study involved simulations of channels with varying morphologies and flow conditions, but without abrupt changes.

tiene un efecto en el flujo de la rápida, se calcularon los errores descritos en las ecuaciones 10 a 12 para los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas con los modelos geométricos modificados por sedimentos. Para ello, se consideraron los valores de referencia obtenidos en las rápidas de los modelos geométricos para agua limpia.

It is observed that the results obtained with all three programs had a good fit, as all errors are close to 0. This is also evident in the Q vs. h curves (Figure 6).

The results of the water flow profile behavior generated from the simulated flow rates are shown in Figures 7, 8, and 9. Overall, it is observed that the variation obtained between profiles is consistent; that is, for each simulated discharge, there is a fixed increase in flow depth. However, there are some locations where some data points do not conform to the expected normal behavior.

Significant variation is observed in the graphs among the simulations. In the first site, the 1D simulation results (Figure 7) indicate the same value for a given flow rate, despite having a different downstream slope. However, in the 2D and 3D simulations (Figures 8 and 9, respectively), the value decreases as the downstream slope increases. This situation is similar to that described by Toombes and Chanson (2011), who analyzed flow using a physical model and 1D, 2D, and 3D simulations in a broad-crested weir with a curved downstream termination allowing flow acceleration. These authors concluded that, at regime transition sites, HEC-RAS® provides a higher depth value than what occurs, and this error increases with increasing flow rate.

Finalmente, se seleccionaron los dos sitios de medición con menor error para construir gráficas Q vs. h y obtener los parámetros de ajuste de un modelo potencial de la forma $Q = k \cdot h^m$, así como el coeficiente de determinación (R^2), el cual expresa el ajuste del modelo a la variable que se quiere explicar (Chicco et al., 2021).

Resultados y discusión

En el Cuadro 1 se muestran los caudales determinados con WinFlume® para la estructura de aforo propuesta (medidos a la entrada), y en la Figura 4 se muestra la curva Q vs. h característica de la estructura.

En la Figura 5 se muestran resultados de las simulaciones realizadas con los tres programas para un caudal y una pendiente en particular. En el Cuadro 2 se muestran los errores calculados de los resultados obtenidos en las simulaciones hidráulicas con respecto a los pronosticados por el programa WinFlume®, y se observa que no existen diferencias importantes. Lo anterior concuerda con la investigación de Glock et al. (2019), quienes mencionan que no encontraron diferencias sustanciales en las profundidades del agua calculadas con modelos numéricos 1D, 2D y 3D, esto al realizar simulaciones de cauces con diferentes morfologías y condiciones de flujo, pero sin cambios bruscos.

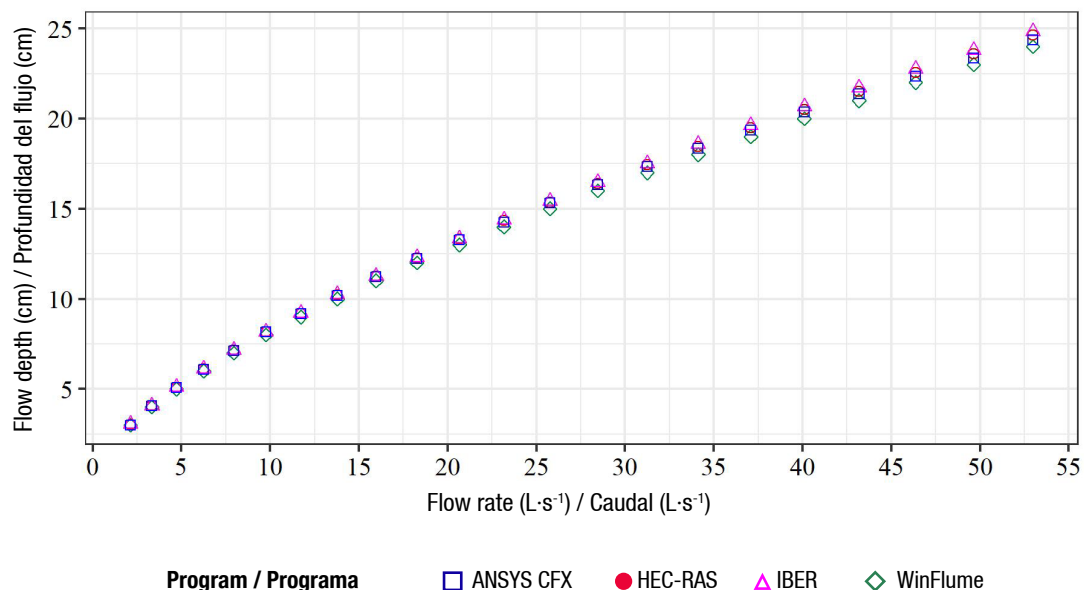


Figure 6. Comparison of water flow depth (h) calculated for different simulated flow rates (Q) at the inlet of the flume structure.

Figura 6. Comparación entre la profundidad del flujo (h) de agua calculada para los diferentes caudales (Q) simulados en la entrada de la estructura de aforo.

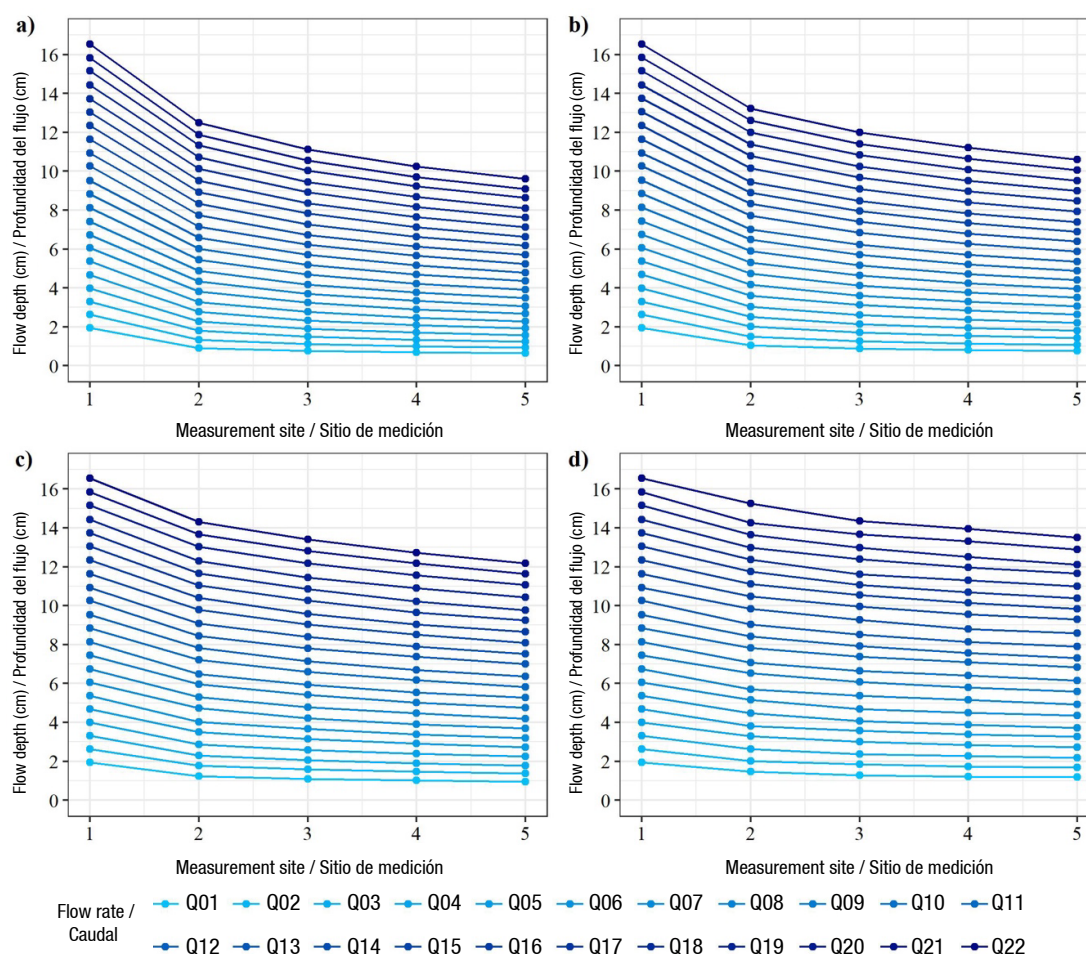


Figure 7. Water flow profiles obtained from the simulated flow rates using the HEC-RAS® program in the steeper slope of the flume structure with the evaluated slopes: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 %, and d) 5 %.

Figura 7. Perfiles del flujo de agua obtenidos de los caudales simulados mediante el programa HEC-RAS® en la rápida de la estructura aforadora con las pendientes evaluadas: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 % y d) 5 %.

In this research, it is important to highlight that inconsistencies were found among the flow profiles in the 3D simulations (Figure 9). A pattern was expected in the separation of the flow lines. These inconsistencies are evident at flow rates lower than $10 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$ in the second sampling site with the four evaluated slopes. This could be attributed to the formation of waves caused by the reflection of convergent flow on the sidewalls of the flume structure (oblique jump). This corresponds to that reported by Krüger and Rutschmann (2006) and Abdo et al. (2018) in similar designs with supercritical flows.

Regarding the analysis of the flow profiles obtained from the simulations, it was found that the ideal sites for measuring flow depth and estimating flow rate through a functional relationship Q vs. h are sampling sites three and four. Although good agreement was also observed at site five, it could be influenced by flow

De manera general, se observa que los resultados obtenidos con los tres programas tuvieron un buen ajuste, puesto que todos los errores son cercanos a 0, lo cual también se puede notar en las curvas de Q vs. h (Figura 6).

Los resultados del comportamiento de los perfiles del flujo de agua generados a partir de los caudales simulados se muestran en las Figuras 7, 8 y 9. En general, se observa que la variación obtenida entre perfiles es consistente; es decir, para cada gasto simulado corresponde un incremento fijo en la profundidad de flujo. No obstante, existen sitios en los que algunos datos no se ajustan al comportamiento normal esperado.

En las gráficas de observa una variación importante entre las simulaciones, ya que en el sitio uno los resultados de la simulación 1D (Figura 7) indican el

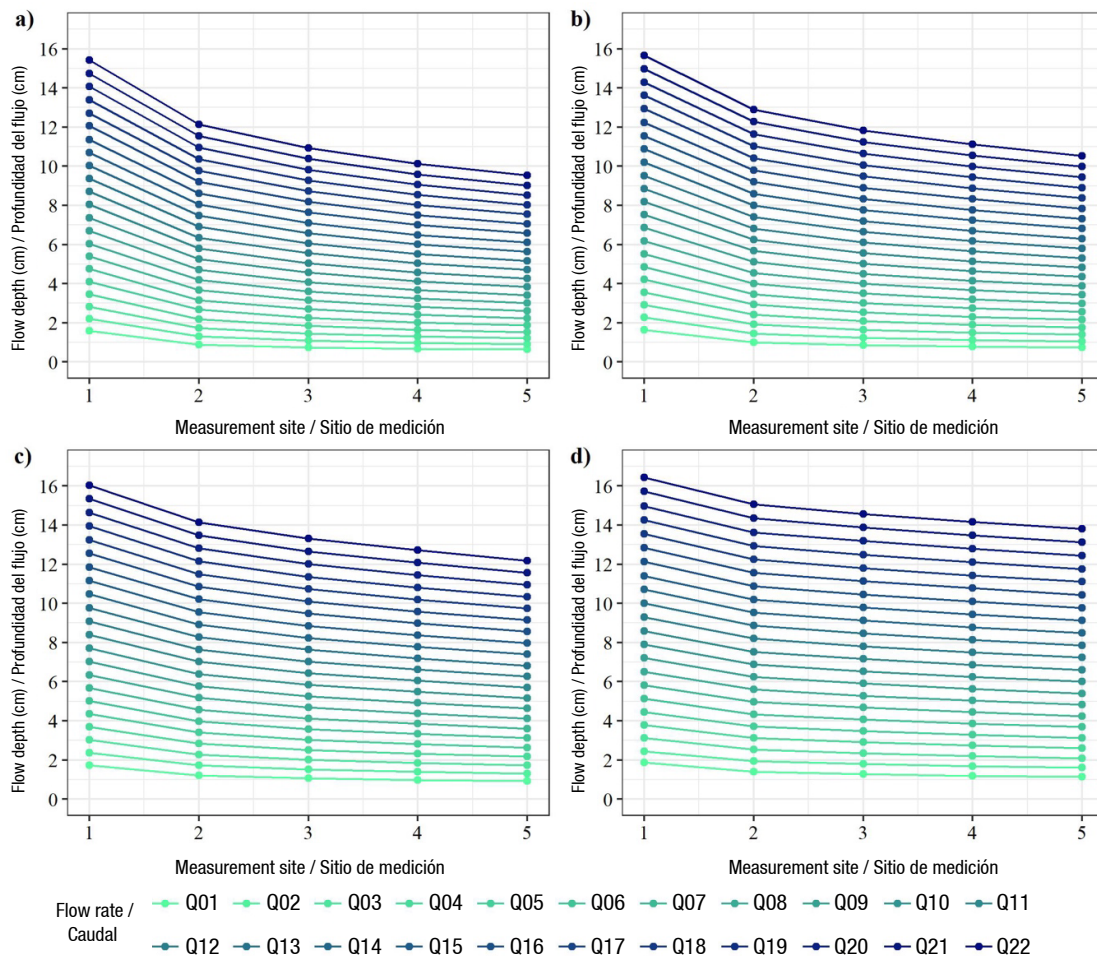


Figure 8. Water flow profiles obtained from the simulated flow rates using the Iber® program in the steeper slope of the flume structure with the evaluated slopes: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 %, and d) 5 %.

Figura 8. Perfiles del flujo de agua obtenidos de los caudales simulados mediante el programa Iber® en la rápida de la estructura aforadora con las pendientes evaluadas: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 % y d) 5 %.

conditions generated downstream of the structure. On the other hand, the analysis conducted to determine if the reduction of hydraulic area, caused by sediment accumulation at the inlet of the structure, influences flow depths in the steeper slope for different simulated flow rates is shown in Table 3

The results in Table 3 confirm that the sites with the least variation in flow profiles are sites three, four and five, which would be suitable for measuring flow depth with greater reliability. The graphs of Q vs. h relationships derived from the 1D, 2D and 3D simulations at measurement sites three and four are shown in Figures 10 and 11, respectively.

Finally, Table 4 presents the results obtained at measurement sites three and four, fitted to the model of the form $Q = k \cdot h^m$, with their respective R^2 . In all cases, there is a high coefficient of determination,

mismo valor para un caudal dado, a pesar de existir una pendiente diferente aguas abajo; sin embargo, en las simulaciones 2D y 3D (Figuras 8 y 9, respectivamente), el valor disminuye a medida que aumenta la pendiente aguas abajo. Esta situación es similar a la descrita por Toombes y Chanson (2011), quienes analizaron el flujo, mediante un modelo físico y simulaciones 1D, 2D y 3D, en un vertedero de cresta ancha con una terminación curva aguas abajo que permitía la aceleración del flujo. Estos autores concluyeron que, en los sitios de cambio de régimen, HEC-RAS® proporciona un valor de profundidad de flujo mayor al que realmente sucedía, y este error aumentaba a medida que incrementaba el caudal.

En esta investigación, es importante resaltar que se encontraron inconsistencias entre los perfiles de flujo en las simulaciones 3D (Figura 9), pues se esperaba encontrar un patrón entre la separación de las líneas de flujo. Estas inconsistencias resaltan en caudales

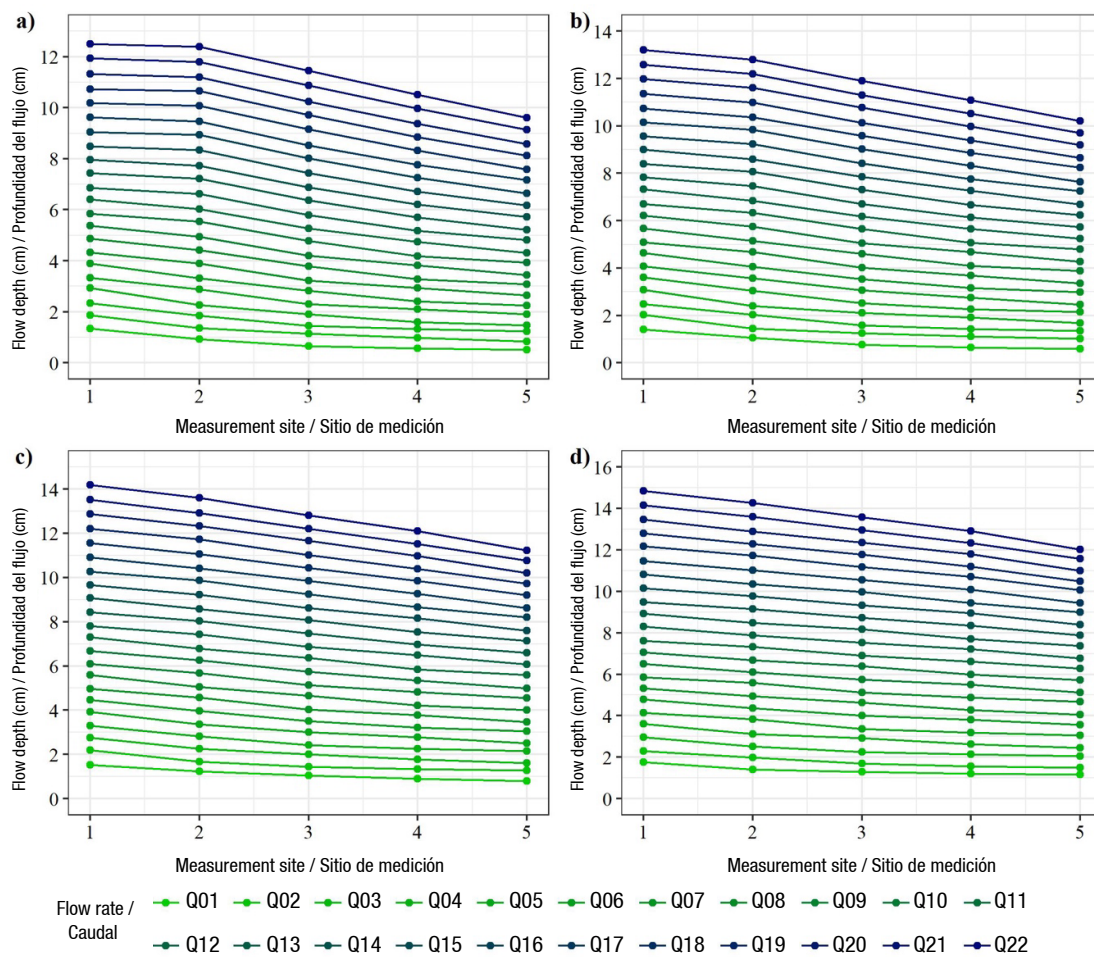


Figure 9. Water flow profiles obtained from the simulated flow rates using the ANSYS® program in the steeper slope of the flume structure with the evaluated slopes: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 %, and d) 5 %.

Figura 9. Perfiles del flujo de agua obtenidos de los caudales simulados mediante el programa ANSYS® CFX® en la rápida de la estructura aforadora con las pendientes evaluadas: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 % y d) 5 %.

Table 3. Errors in flow depth between simulations in the steeper slope of the original flume structure and the flume structure with reduced hydraulic area

Cuadro 3. Errores de la profundidad del flujo entre las simulaciones en la rápida de la estructura de aforo original y la estructura de aforo con área hidráulica reducida.

Measurement site / Sitio de medición	Error	Slope of the steeper slope /Pendiente de la rápida			
		30 %	20 %	10 %	5 %
1	MAPE (%)	0.290	0.160	0.110	0.320
	MAE (cm)	0.063	0.014	0.011	0.020
	RMSE (cm)	0.026	0.012	0.009	0.013
2	MAPE (%)	0.090	0.100	0.120	0.220
	MAE (cm)	0.009	0.010	0.016	0.025
	RMSE (cm)	0.007	0.007	0.012	0.019
3	MAPE (%)	0.090	0.090	0.120	0.220
	MAE (cm)	0.007	0.008	0.015	0.031
	RMSE (cm)	0.005	0.006	0.011	0.021

MAPE: mean absolute percentage error; MAE: mean absolute error; RMSE: root mean square error.

MAPE: error porcentual medio absoluto; MAE: error absoluto medio; RMSE: raíz del error cuadrático medio.

Table 3. Errors in flow depth between simulations in the steeper slope of the original flume structure and the flume structure with reduced hydraulic area. (cont.)

Cuadro 3. Errores de la profundidad del flujo entre las simulaciones en la rápida de la estructura de aforo original y la estructura de aforo con área hidráulica reducida. (cont.)

Measurement site / Sitio de medición	Error	Slope of the steeper slope /Pendiente de la rápida			
		30 %	20 %	10 %	5 %
4	MAPE (%)	0.110	0.080	0.140	0.220
	MAE (cm)	0.006	0.008	0.016	0.032
	RMSE (cm)	0.005	0.005	0.011	0.022
5	MAPE (%)	0.110	0.090	0.130	0.240
	MAE (cm)	0.006	0.008	0.015	0.032
	RMSE (cm)	0.004	0.006	0.011	0.022

MAPE: mean absolute percentage error; MAE: mean absolute error; RMSE: root mean square error.

MAPE: error porcentual medio absoluto; MAE: error absoluto medio; RMSE: raíz del error cuadrático medio.

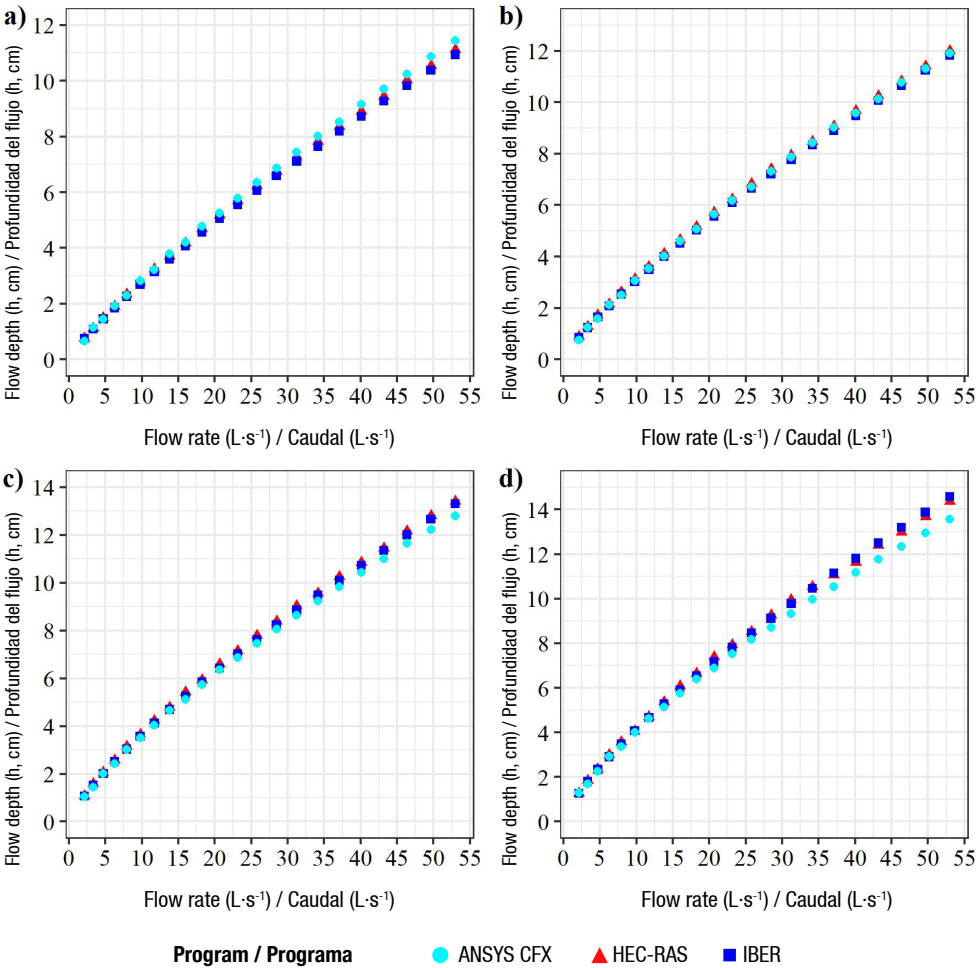


Figure 10. Comparison of flow rate (Q) vs flow depth (h) relationships obtained at sampling site three in the proposed flume structure and with slopes in the steeper slope: a) 30 %, b) 20 %, c)10 % and d) 5 %.

Figura 10. Comparación de las relaciones caudal (Q) vs profundidad de flujo (h) obtenidas en el sitio de muestreo tres en la estructura de aforo propuesta y con pendientes en la rápida: a) 30 %, b) 20 %, c)10 % y d) 5 %.

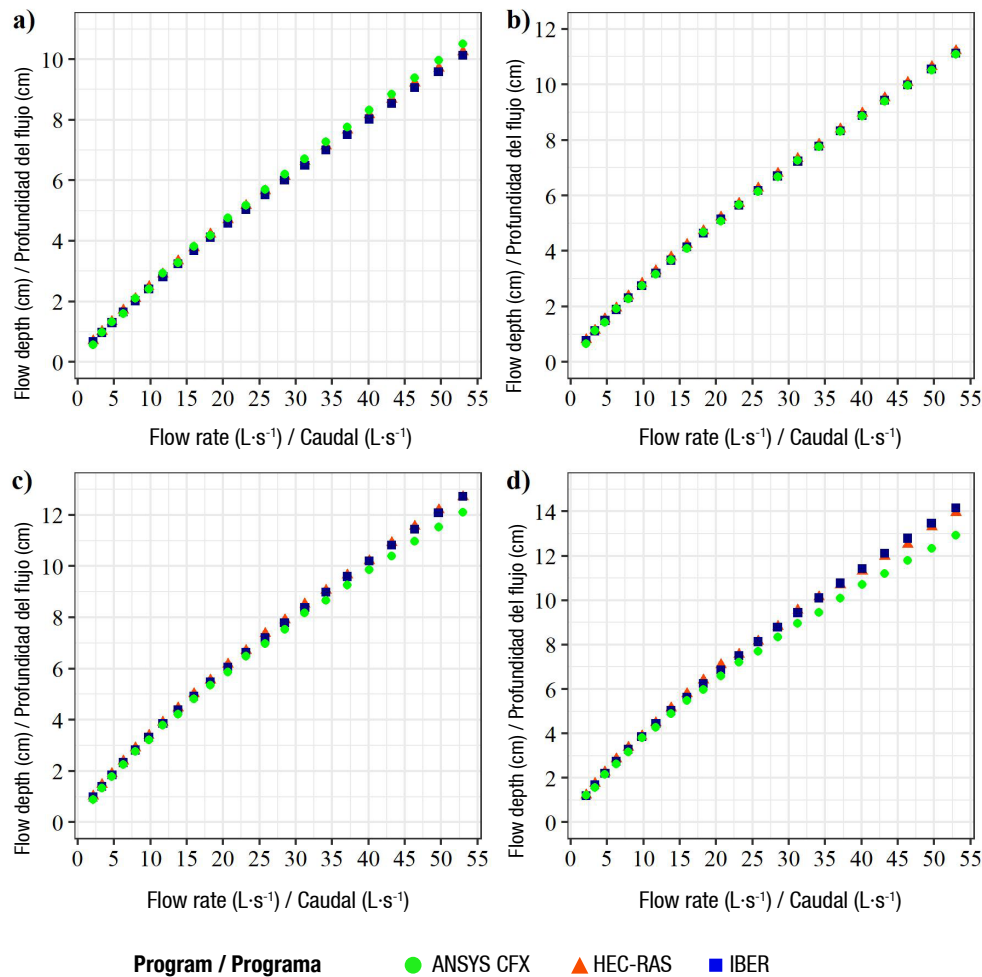


Figure 11. Comparison of flow rate (Q) vs flow depth (h) relationships obtained at sampling site three in the proposed flume structure and with slopes in the steeper slope: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 % and d) 5 %.

Figura 11. Comparación de las relaciones caudal (Q) vs profundidad de flujo (h) obtenidas en el sitio de muestreo cuatro en la estructura de aforo propuesta y acon pendientes en la rápida: a) 30 %, b) 20 %, c) 10 % y d) 5 %.

Table 4. Potential equation of flow rate (Q) vs flow depth (h) relationship of sites three and four in the steeper slope of the flume structure for simulations 1D (HEC-RAS®), 2D (Iber®) and 3D (ANSYS® CFX®).

Cuadro 4. Ecuación potencial de la relación caudal (Q) vs profundidad de flujo (h) de los sitios tres y cuatro en la rápida de la estructura de aforo para las simulaciones 1D (HEC-RAS®), 2D (Iber®) y 3D (ANSYS® CFX®).

S	M	HEC-RAS®		IBER®		ANSYS CFX®	
		Equation / Ecuación	R ²	Equation / Ecuación	R ²	Equation / Ecuación	R ²
30 %	3	$Q = 2.7692 \cdot h^{1.2231}$	0.99992	$Q = 2.9065 \cdot h^{1.2120}$	0.99996	$Q = 2.8059 \cdot h^{1.2035}$	0.99984
	4	$Q = 3.2470 \cdot h^{1.1983}$	0.99996	$Q = 3.4310 \cdot h^{1.1813}$	0.99999	$Q = 3.3906 \cdot h^{1.1673}$	0.99985
20 %	3	$Q = 2.3117 \cdot h^{1.2587}$	0.99992	$Q = 2.4653 \cdot h^{1.2405}$	0.99997	$Q = 2.4210 \cdot h^{1.2431}$	0.99983
	4	$Q = 2.7168 \cdot h^{1.2279}$	0.99997	$Q = 2.8334 \cdot h^{1.2145}$	0.99997	$Q = 2.8650 \cdot h^{1.2106}$	0.99985
10 %	3	$Q = 1.7620 \cdot h^{1.3095}$	0.99990	$Q = 1.8774 \cdot h^{1.2899}$	0.99999	$Q = 1.8382 \cdot h^{1.3155}$	0.99986
	4	$Q = 2.0158 \cdot h^{1.2831}$	0.99988	$Q = 2.1288 \cdot h^{1.2640}$	0.99999	$Q = 2.1108 \cdot h^{1.2896}$	0.99982
5 %	3	$Q = 1.3361 \cdot h^{1.3809}$	0.99957	$Q = 1.5198 \cdot h^{1.3252}$	0.99999	$Q = 1.4018 \cdot h^{1.3911}$	0.99982
	4	$Q = 1.4903 \cdot h^{1.3554}$	0.99970	$Q = 1.6866 \cdot h^{1.3003}$	0.99999	$Q = 1.5360 \cdot h^{1.3805}$	0.99968

Q: flow rate (L·s⁻¹); h: flow depth (cm); S: slope of the steeper slope; M: measurement location.

Q: caudal (L·s⁻¹); h: profundidad del flujo (cm); S: pendiente de la rápida; M: sitio de medición.

which means that there is a strong correlation between flow rates and flow depth. Toombes and Chanson (2011) mention that the results obtained with 3D simulations are of greater importance. In this case, it is observed that with the two major slopes, measurement site four had the best fit, while for the minor slopes there is a better fit at site three. However, it should be considered that the higher the slope, the smaller the variation between flow profiles, which would make their measurement more difficult, since precise instruments would be required. Therefore, it is advisable to use the lower slopes.

Conclusions

Results from the flume indicate that it can be a viable alternative, given the acceptable tolerance of field measurements even under extreme reading conditions. This is considering that the error supported analytically and experimentally for these flow measurement structures is approximately 2 %, and the obtained results indicate an error close to 3 %. This implies that, in the worst-case scenario, the error in these structures is within ± 5 % of the true value under ideal conditions.

According to the results, the sediment-laden flume should have a steeper slope or supercritical channel with the observation well or gage located at 2/5 of its length and a slope of 10 % to achieve the best approximation to the circulating flow rate. Furthermore, Q vs. h curves should be constructed to determine flow rates in the range of 10 to 50 $L \cdot s^{-1}$. It is recommended to construct this structure under these conditions to validate the results with different types of sediments in a hydraulic laboratory.

The modified long-throated flume stands out as a reliable solution for practical applications, offering acceptable average measurements. This makes it a viable choice for decision-making in water management and efficient utilization.

Acknowledgments

The authors extend their appreciation to all citizens whose contributions made the funding of this research possible through the financial support provided by the Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT).

menores a 10 $L \cdot s^{-1}$ en el segundo sitio de muestreo con las cuatro pendientes evaluadas, lo cual se podría deber a la formación de ondas ocasionadas por la reflexión de un flujo convergente en las paredes laterales de la estructura de aforo (salto oblicuo). Lo anterior coincide con lo reportado por Krüger y Rutschmann (2006) y Abdo et al. (2018) en diseños similares con flujos supercríticos.

Respecto al análisis de los perfiles de flujo obtenidos con las simulaciones, se encontró que los sitios idóneos para medir la profundidad de flujo y estimar el caudal mediante una relación funcional Q vs. h son los sitios de muestreo tres y cuatro. Aunque en el sitio cinco también se observó buena concordancia, este podría ser afectado por las condiciones de flujo que se generan aguas abajo de la estructura. Por otra parte, el análisis realizado para determinar si la reducción del área hidráulica, ocasionada por una acumulación de sedimentos a la entrada de la estructura, tiene un efecto en las profundidades de flujo en la rápida para los distintos caudales simulados se muestra en el Cuadro 3.

Con los resultados del Cuadro 3 se confirma que los sitios con menor variación de los perfiles de flujo son el tres, cuatro y cinco, por lo que serían adecuados para medir la profundidad de flujo con mayor confiabilidad. Las gráficas de las relaciones Q vs. h derivadas de las simulaciones 1D, 2D y 3D en los sitios de medición tres y cuatro se muestran en las Figuras 10 y 11, respectivamente.

Finalmente, en el Cuadro 4 se presentan los resultados obtenidos en los sitios de medición tres y cuatro, ajustados al modelo de la forma $Q = k \cdot h^m$, con su respectivo R^2 . En todos los casos, existe un alto coeficiente de determinación, lo que significa que existe una sólida correlación entre los caudales y la profundidad de flujo. Toombes y Chanson (2011) mencionan que los resultados obtenidos con las simulaciones 3D tienen mayor importancia. En este caso, se observa que con las dos pendientes mayores el sitio de medición cuatro tuvo el mejor ajuste, mientras que en las pendientes menores existe un mejor ajuste en el sitio tres. No obstante, se debe considerar que, a mayor pendiente, la variación entre perfiles de flujo es más pequeña, lo cual dificultaría la medición de estos, pues se requerirían instrumentos precisos. Por ello, es recomendable utilizar las menores pendientes.

Conclusiones

Los resultados obtenidos de la estructura de aforo indican que ésta puede ser una buena alternativa, ya que la tolerancia de las mediciones en campo es aceptable para condiciones extremas de toma de lecturas. Lo anterior considerando que el error sustentado analítica y experimentalmente en estos

End of English version

References / Referencias

- Abdo, K., Riahi-Nezhad, C. K., & Imran, J. (2018). Steady supercritical flow in a straight-wall open-channel contraction. *Journal of Hydraulic Research*, 57(5), 647-661. <https://doi.org/10.1080/00221686.2018.1504126>
- ANSYS (2020). *ANSYS CFX-Solver Theory Guide*. Release 2020 R1. ANSYS Inc.: Washington County, PA, USA.
- Bermúdez, M., Cea, L., Puertas, J., Conde, A., Martín, A., & Baztán, J. (2017). Hydraulic model study of the intake-outlet of a pumped-storage hydropower plant. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 11(1), 483-495. <https://doi.org/10.1080/19942060.2017.1314869>
- Bladé, E., Cea, L., Corestein, G., Escolano, E., Puertas, J., Vázquez-Cendón, E., Dolz, J., & Coll, A. (2014). Iber: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 30(1), 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.rimni.2012.07.004>
- Bladé, E., Sanz-Ramos, M., Dolz, J., Expósito-Pérez, J. M., & Sánchez-Juny, M. (2019). Modelling flood propagation in the service galleries of a nuclear power plant. *Nuclear Engineering and Design*, 352, 110180. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2019.110180>
- Bos, M. G. (1989). *Discharge measurement structures*. International Institute for Land Reclamation and Improvement (ILRI). <https://edepot.wur.nl/333324>
- Brunner, G. W. (2016). *HEC-RAS, river analysis system hydraulic reference manual*. US Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center (HEC). <https://www.hec.usace.army.mil/confluence/rasdocs/ras1dtechref/latest>
- Carrillo, J., García, J., & Castillo, L. (2018). Experimental and numerical modelling of bottom intake racks with circular bars. *Water*, 10(5), 605. <https://doi.org/10.3390/w10050605>
- Castro-Organ, O., & Mateos, L. (2014). Water discharge measurement in agricultural catchments using critical depth flumes affected by sediment deposition. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 140(3), 04013018. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)ir.1943-4774.0000672](https://doi.org/10.1061/(asce)ir.1943-4774.0000672)
- Chicco, D., Warrens, M. J., & Jurman, G. (2021). The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. *PeerJ Computer Science*, 7, e623. <https://doi.org/10.7717/peerj-cs.623>
- Chow, V. T. (1988). *Open-Channel Hydraulics*, McGraw-Hill Book Company.
- Clemmens, A. J., Replogle, J. A., & Bos, M. G. (1984). Rectangular measuring flumes for lined and earthen channels. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 110(2), 121-137. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9437\(1984\)110:2\(121\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(1984)110:2(121))
- Clemmens, A. J., Bos, M. G., & Replogle, J. A. (1987). Contraction ratios for weir and flume designs. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 113(3), 420-424. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9437\(1987\)113:3\(420\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(1987)113:3(420))
- Clemmens, A. J., & Bos, M. G. (1992). Critical depth relations for flow measurement design. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 118(4), 640-644. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9437\(1992\)118:4\(640\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(1992)118:4(640))
- Clemmens, A. J., Wahl, T. L., Bos, M. G., & Replogle, J. A. (2001). *Water measurement with flumes and weirs*. International Institute for Land Reclamation and Improvement.
- Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). (2019). *Atlas de Agua en México 2018*. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Ciudad de México. <https://files.conagua.gob.mx/conagua/publicaciones/Publicaciones/AAM2018.pdf>
- Cox, A. L., Thornton, C. I., & Abt, S. R. (2013). Supercritical flow measurement using a large parshall flume. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(8), 655-662. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)ir.1943-4774.0000605](https://doi.org/10.1061/(asce)ir.1943-4774.0000605)
- Echeverri-bar, I., Morales-Hernández, M., Brufau, P., & García-Navarro, P. (2019). 2D numerical simulation of

aforadores es de aproximadamente 2 %, y que los resultados obtenidos indican un error cercano al 3 %, lo cual significa que, en el peor de los escenarios, el error en estas estructuras es de ± 5 % con respecto al valor verdadero y en condiciones ideales.

De acuerdo con los resultados obtenidos, la estructura aforadora para flujo con sedimentos debe contener una rápida o canal supercrítico con la toma o pozo de observación a 2/5 de su inicio y una pendiente de 10 % para obtener la mejor aproximación al caudal que circula. Además, se deben construir las curvas Q vs. h para conocer los caudales en un rango de 10 a 50 L·s⁻¹. Se recomienda construir esta estructura, bajo estas condiciones, para comprobar los resultados obtenidos con diferentes tipos de sedimentos en un laboratorio de hidráulica.

Con base en la necesidad de medir los caudales, el aforador de garganta larga modificado es una solución confiable para fines de aplicación práctica, con mediciones promedio aceptables para la toma de decisiones en cuanto a la administración del agua y su uso eficiente.

Agradecimientos

Los autores agradecen a todos los ciudadanos que con sus aportaciones hicieron posible el financiamiento de la presente investigación a través de los recursos económicos otorgados mediante el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT).

Fin de la versión en español

- and Drainage Engineering, 113(3), 420-424. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9437\(1987\)113:3\(420\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(1987)113:3(420))
- Clemmens, A. J., & Bos, M. G. (1992). Critical depth relations for flow measurement design. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 118(4), 640-644. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9437\(1992\)118:4\(640\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(1992)118:4(640))
- Clemmens, A. J., Wahl, T. L., Bos, M. G., & Replogle, J. A. (2001). *Water measurement with flumes and weirs*. International Institute for Land Reclamation and Improvement.
- Comisión Nacional del Agua (CONAGUA). (2019). *Atlas de Agua en México 2018*. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Ciudad de México. <https://files.conagua.gob.mx/conagua/publicaciones/Publicaciones/AAM2018.pdf>
- Cox, A. L., Thornton, C. I., & Abt, S. R. (2013). Supercritical flow measurement using a large parshall flume. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(8), 655-662. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)ir.1943-4774.0000605](https://doi.org/10.1061/(asce)ir.1943-4774.0000605)
- Echeverri-bar, I., Morales-Hernández, M., Brufau, P., & García-Navarro, P. (2019). 2D numerical simulation of

- unsteady flows for large scale floods prediction in real time. *Advances in Water Resources*, 134, 103444. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2019.103444>
- Glock, K., Tritthart, M., Habersack, H., & Hauer, C. (2019). Comparison of hydrodynamics simulated by 1D, 2D and 3D models focusing on bed shear stresses. *Water*, 11(2), 226. <https://doi.org/10.3390/w11020226>
- Göğüş, M., & Altinbilek, D. (1994). Flow-measurement structures of compound cross section for rivers. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 120(1), 110-127. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9437\(1994\)120:1\(110\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9437(1994)120:1(110))
- Gupta, H. V., Wagener, T., & Liu, Y. (2008). Reconciling theory with observations: elements of a diagnostic approach to model evaluation. *Hydrological Processes*, 22, 3802-3813. <https://doi.org/10.1002/hyp.6989>
- Gwinn, W. R. (1964). Walnut gulch supercritical measuring flume. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 10(3), 197-199. <https://www.tucson.ars.ag.gov/unit/publications/PDFfiles/80.pdf>
- Hafnaoui, M. A., & Debabeche, M. (2020). Numerical modeling of the hydraulic jump location using 2D Iber software. *Modeling Earth Systems and Environment*, 7, 1939-1946. <https://doi.org/10.1007/s40808-020-00942-3>
- Hrachowitz, M., Savenije, H. H. G., Blöschl, G., McDonnell, J. J., Sivapalan, M., Pomeroy, J. W., Arheimer, B., Blume, T., Clark, M. P., Ehret, U., Fenicia, F., Freer, J. E., Gelfan, A., Gupta, H. V., Hughes, D. A., Hut, R. W., Montanari, A., Pande, S., Tetzlaff, D., ... Cudennec, C. (2013). A decade of Predictions in Ungauged Basins (PUB) - a review. *Hydrological Sciences Journal*, 58(6), 1198-1255. <https://doi.org/10.1080/02626667.2013.803183>
- Khuntia, J. R., Devi, K., & Khatua, K. K. (2019). Flow distribution in a compound channel using an artificial neural network. *Sustainable Water Resources Management*, 5, 1847-1858. <https://doi.org/10.1007/s40899-019-00341-2>
- Krüger, S., & Rutschmann, P. (2006). Modeling 3D supercritical flow with extended shallow-water approach. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(9), 916-926. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2006\)132:9\(916\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2006)132:9(916))
- Open Cascade. (2021). *Salome®* (ver. 9.5.0) [Software]. <https://www.salomeplatform.org/downloads/current-version>
- Rastogi, A. K., & Rodi, W. (1978). Predictions of heat and mass transfer in open channels. *Journal of the Hydraulics Division*, 104(3), 397-420. <https://doi.org/10.1061/JYCEAJ.0004962>
- Replogle, J. A. (1970). Flow meters for water resource management. *Journal of the American Water Resources Association*, 6(3), 345-374. <https://doi.org/10.1111/j.1752-1688.1970.tb00487.x>
- Replogle, J. A., & Clemmens, A. J. (1981). Measuring flumes of simplified construction. *Transactions of the ASAE*, 24(2), 0362-0366. <https://doi.org/10.13031/2013.34258>
- Sammen, S. S., Ghorbani, M. A., Malik, A., Tikhamarine, Y., Amir-Rahmani, M., Al-Ansari, N., & Chau, K.-W. (2020). Enhanced artificial neural network with harris hawks optimization for predicting scour depth downstream of ski-jump spillway. *Applied Sciences*, 10(15), 5160. <https://doi.org/10.3390/app10155160>
- Smith, R. E., Chery, D. L., Renard, K. G., & Gwinn, W. R. (1981). *Supercritical flow flumes for measuring sediment-laden flow*. United States Department of Agriculture. <https://www.nrc.gov/docs/ML0037/ML003746129.pdf>
- Toombes, L., & Chanson, H. (2011). Numerical limitations of hydraulic models. *Proceedings of the 34th World Congress of the International Association for Hydro-environment Research and Engineering: 33rd Hydrology and Water Resources Symposium and 10th Conference on Hydraulics in Water Engineering*. Engineers Australia, Brisbane.
- Van Dorn, W. C. (1954). Wind stress on an artificial pond. *Journal of Marine Research*, 12(3), 249-276. https://elischolar.library.yale.edu/journal_of_marine_research/798/
- Wahl, T. L., Clemmens, A. J., Bos, M. G., & Replogle, J. A. (1999). *WinFlume: Software for design and calibration of long-throated flumes and broad-crested weirs*. Water Resources.
- Wahl, T. L., Replogle, J. A., Wahlin, B. T., & Higgs, J. (2000). New developments in design and application of long-throated flumes. *Joint Conference on Water Resource Engineering and Water Resources Planning and Management*, 1-10. [https://doi.org/10.1061/40517\(2000\)319](https://doi.org/10.1061/40517(2000)319)
- Wilm, H. G., Cotton, J. S., & Storey, H. C. (1938). Measurement of debris-laden stream flow with critical-depth flumes. *Transactions of ASCE*, 103(1), 1237-1253. <https://doi.org/10.1061/TACEAT.0005027>
- World Meteorological Organization (WMO). (2010). *Manual on stream gauging*. Chairperson, Publications Board. <https://irrigation.sindh.gov.pk/files/books/MANUAL%20ON%20STREAM%20GAUGING.pdf>
- Zeng, J., Ansar, M., Rakib, Z., Wilsnack, M., & Chen, Z. (2019). Applications of computational fluid dynamics to flow rating development at complex prototype hydraulic structures: case study. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 145(12), 05019009. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)ir.1943-4774.0001417](https://doi.org/10.1061/(asce)ir.1943-4774.0001417)