



## Modificación de los parámetros modales debidos a los efectos de interacción dinámica suelo estructura

### Variations of modal parameters due to SSI effects

Fernández-Sola Luciano Roberto  
Universidad Autónoma Metropolitana, México  
Departamento de Materiales  
Correo: [lrf@azc.uam.mx](mailto:lrf@azc.uam.mx)  
<https://orcid.org/0000-0002-0600-8420>

Castillo-Córdova Sixto Emir  
Universidad Autónoma Metropolitana, Materiales, México  
Correo: [isodecastilla@gmail.com](mailto:isodecastilla@gmail.com)  
<https://orcid.org/0009-0006-8340-4773>

#### Resumen

El procedimiento incluido tanto en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo de la Ciudad de México como en el Manual de Obras Civiles de la CFE para considerar los efectos de Interacción Dinámica Suelo Estructura (IDSE) se basa en el uso de un factor de modificación de la respuesta estructural definido como el cociente del cortante basal asociado al primer modo con base rígida y con base flexible. En este procedimiento se considera que tanto las formas modales como los factores de participación modal son los mismos para ambas condiciones de apoyo. Sin embargo, se ha observado que las formas modales y los factores de participación modal sufren modificaciones al momento de considerar flexibilidad de la base, sobre todo los asociados al primer modo en traslación. Adicionalmente, el cálculo del periodo del sistema con base flexible en estos cuerpos normativos, depende del peso efectivo del primer modo, que se modifica ante la condición de base flexible. En este trabajo se presentan los resultados de un análisis paramétrico de las variaciones de las formas modales y los factores de participación modal para distintos niveles de flexibilidad de la base. Se utiliza un modelo plano de viga de cortante para representar a la estructura y el concepto de rigidez dinámica del sistema suelo-cimentación para representar la flexibilidad de la base. Se analiza la influencia tanto del número de grados de libertad en la estructura como de su relación de esbeltez. Los resultados se presentan con referencia a los de base rígida. Se observa que a medida que los efectos inerciales de IDSE son mayores, el factor de participación modal del primer modo en traslación se incrementa y la forma modal se modifica. Se plantea una expresión para determinar el factor de participación modal del primer modo con base flexible que se compara con los resultados de modelos numéricos.

**Descriptores:** Interacción dinámica suelo estructura, modos de vibrar, oscilador equivalente, factor de participación modal, edificios, interacción inercial.

#### Abstract

Mexican building codes use a simplified approach to introduce the SSI effects. This method is based on the representation of the soil-structure system with an Equivalent Single Degree of Freedom (ESDOF) one with equivalent parameters (period, damping and ductility). Once the equivalent parameters are computed, the ratio between the spectral acceleration for ESDOF parameters and for the fixed base ones is set as modification factor to modify the element forces of the fixed base model. This procedure considers that the mode shapes and participation factors remain without changes due to SSI effects. However, base flexibility does modify the modal responses. The equation to compute the ESDOF system period depends largely on the effective weight associated to the fundamental mode, so variations on the participation factor yields to differences on the parameters of the ESDOF system. A parametric analysis is performed to establish how SSI effects affects modal responses. A 2D shear beam model is used, introducing the base flexibility by using the dynamic stiffness of the soil-foundation system (impedance functions). The influence of the number of degrees of freedom used for modeling the structure and slenderness ratio is explored. It is shown that as SSI effects are larger, the participation of first translational mode is increased, as well as mode shapes are modified. A simplified equation to compute the variation of the fundamental participation factor is proposed and compared with numerical models.

**Keywords:** Soil structure interaction, mode shapes, mode participation factor, equivalent Single degree of freedom system, buildings, inertial interaction.

### INTRODUCCIÓN

Los efectos que la Interacción Dinámica Suelo Estructura (IDSE) introduce en las estructuras han sido ampliamente estudiados y caracterizados desde diversas aproximaciones y distintos modelos con diferentes niveles de complejidad. En México, tanto las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS, 2020) como el capítulo de diseño por sismo del Manual de diseño de Obras Civiles de la CFE (MOCS, 2015) incluyen un procedimiento para considerar los efectos IDSE que se basa en la aproximación de un oscilador equivalente. Estos cuerpos normativos fundamentan los procedimientos de análisis para determinar las fuerzas de diseño en el uso de espectros de respuesta primordialmente. Estos procedimientos utilizan la representación de la respuesta dinámica de las estructuras por medio de la combinación de las respuestas de sistemas de un grado de libertad que representan sus diversos modos de vibrar. Bajo esta metodología, es necesario que la consideración de los efectos inerciales de la IDSE se realice mediante el uso de un oscilador de un grado de libertad, cuya respuesta sea equivalente a la respuesta del sistema con base flexible (oscilador de reemplazo u oscilador equivalente). Se ha observado que los efectos inerciales de la IDSE modifican primordialmente las respuestas estructurales asociadas con el modo fundamental de vibrar en traslación, por lo que el oscilador equivalente deberá representar la respuesta del primer modo de vibrar del sistema con base flexible.

Para la definición de las propiedades dinámicas del oscilador equivalente con comportamiento elástico ( $\tilde{T}_e, \tilde{\zeta}$ ) se utiliza la representación del modo fundamental de la estructura con un oscilador de un grado de libertad estructural con masa, periodo y amortiguamiento efectivos ( $m, T_e, \zeta$ ). En la base se incluyen dos grados de libertad adicionales para representar la traslación ( $h$ ) y rotación ( $r$ ) relativa de la cimentación, respecto al terreno de desplante (Figura 1). En estos grados de libertad adicionales, se acopla un conjunto de resortes ( $K_h$  y  $K_r$ ) y amortiguadores ( $c_h$  y  $c_r$ ) que representan la rigidez y el amortiguamiento que introduce el sistema suelo-cimentación. Las propiedades dinámicas del oscilador equivalente ( $\tilde{T}_e, \tilde{\zeta}$ ) se definen de tal forma que su respuesta sea igual a la respuesta del sistema con resortes en la base (Figura 1). El periodo y amortiguamiento equivalentes se pueden determinar con las ecuaciones 1 y 2 (Wolf 1985, Avilés & Pérez, 2004). En estas ecuaciones, los periodos ( $T_h$  y  $T_r$ ) y amortiguamientos ( $\zeta_h$  y  $\zeta_r$ ) representan los periodos y fracciones de amortiguamiento crítico de la estructura moviéndose en traslación y cabeceo como cuerpo rígido (Figura 2).

$$\tilde{T}_e = \sqrt{T_e^2 + T_h^2 + T_r^2} \tag{1}$$

$$\tilde{\zeta} = \zeta \left( \frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right)^3 + \frac{\zeta_h}{1 + 2\zeta_h^2} \left( \frac{T_h}{\tilde{T}_e} \right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left( \frac{T_r}{\tilde{T}_e} \right)^2 \tag{2}$$

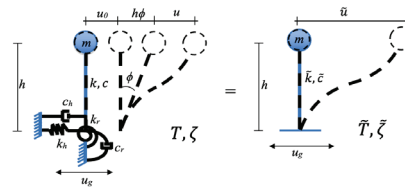


Figura 1. Representación del oscilador de reemplazo

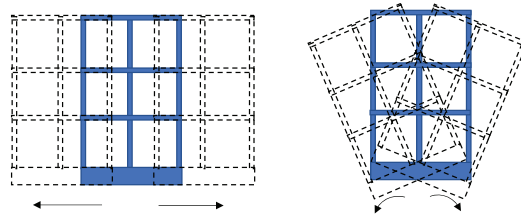


Figura 2. Vibraciones como cuerpo rígido

Adicionalmente, debido al uso de espectros de diseño inelásticos de ductilidad uniforme, se debe establecer cuál es la demanda de ductilidad del oscilador equivalente que represente una demanda de ductilidad objetivo en el sistema estructural (Rosenblueth & Reséndiz, 1988; Bárcena & Esteva, 2006; Avilés & Pérez, 2004; Esser *et al.*, 2011; Fernández & Huerta, 2018). Los espectros de demanda de ductilidad uniforme se definen como las resistencias a la fluencia requeridas para que en cada uno de los osciladores de un grado de libertad se produzca una demanda de ductilidad objetivo (Chopra, 2012). En las NTCS se define la relación entre el factor de comportamiento sísmico del oscilador de reemplazo ( $\tilde{Q}$ ) y el factor de comportamiento sísmico en el sistema estructural ( $Q$ ) mediante la ecuación 3 (Avilés & Pérez, 2004).

$$\tilde{Q} = \frac{T_e^2}{\tilde{T}_e^2} (Q - 1) + 1 \tag{3}$$

Una vez determinadas las propiedades del oscilador de reemplazo ( $\tilde{T}_e, \tilde{\zeta}, \tilde{Q}$ ) se determina el valor de la ordenada espectral correspondiente al sistema con base flexible ( $\tilde{a}^*$ ) y el cortante basal respectivo ( $\tilde{V}_1 = \tilde{a}^* W_e$ ), utilizando el peso asociado a la masa efectiva del modo fundamental ( $W_e$ ). Para determinar el factor de modificación por efectos IDSE ( $FI$ ) de las respuestas del modo

fundamental de la estructura con base rígida, se calcula el cociente entre el cortante basal con base flexible  $\tilde{V}_1$  y el cortante basal con base rígida correspondiente al primer modo ( $V_1$ ) como se muestra en la ecuación 4. Todas las respuestas estructurales del modo fundamental del sistema con base rígida se multiplican por este factor de modificación. De acuerdo con los procedimientos normativos, los aportes de los modos superiores no se modifican por efectos inerciales de la interacción suelo-estructura respecto a los que tienen para la estructura con base fija (NTCS, 2020). En este procedimiento tanto el peso efectivo del primer modo ( $W_e$ ), como los factores de participación modal de los modos superiores, se establecen utilizando las formas modales del sistema con base rígida.

$$FI = \frac{\tilde{V}_1}{V_1} \quad (4)$$

En Fernández & Hernández (2018) se compara la respuesta de estructuras de acero con marcos contraventeados incluyendo los efectos IDSE utilizando el procedimiento de las NTCS (2020) y un modelo numérico. Para los casos analizados, el factor de modificación definido con la ecuación 4 (FI) siempre fue mayor a la unidad, indicando que los efectos IDSE incrementan las fuerzas que se producen en el modo fundamental de vibrar del sistema. Se observó que el incremento introducido por los efectos IDSE en el cortante basal total calculado con el modelo numérico era mayor que aquel que se estima con el procedimiento normativo. Se identificó que una de las principales razones de esta diferencia estaba asociada con que el factor de participación modal del modo fundamental del modelo numérico de la estructura con base flexible era mayor que el del modelo con base rígida. Este fenómeno produce que el incremento de las respuestas en el modo fundamental tenga una mayor influencia que aquella prevista si se utilizan los factores de participación modal de la estructura con base rígida. Adicionalmente, el peso efectivo del primer modo influye directamente en el cálculo de los periodos  $T_h$  y  $T_r$  (ecuación 5). A medida que el peso del primer modo es mayor, estos periodos se alargan y por lo tanto el periodo equivalente también es mayor. Tener una mejor aproximación en la masa asociada al movimiento del primer modo se traduce en tener una mejor aproximación del periodo equivalente.

$$T_h = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_h}} \quad \text{y} \quad T_r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e(H_e + D)^2}{K_h}} \quad (5)$$

Es por esto que en el presente trabajo se estudia, con un modelo simplificado de viga de cortante, las modificaciones en los factores de participación modal y las formas modales que introducen los efectos inerciales de la IDSE. Se analizan sistemas con diferentes relaciones de rigidez entre el suelo y la estructura, relaciones de esbeltez y número de grados de libertad para representar la super estructura.

### FORMULACIÓN

Para representar la estructura se utiliza un modelo de viga de cortante como el que se muestra en la Figura 3 (Jaimes *et al.*, 2018). Este modelo considera que las masas de cada nivel de la estructura se pueden representar por medio de una masa concentrada y que esta solamente puede trasladarse lateralmente, lo cual permite considerar un solo grado de libertad por nivel. Esta hipótesis implica que los diafragmas que unen a los elementos son infinitamente rígidos, y que los elementos verticales son axialmente rígidos también. De manera similar al planteamiento del oscilador de reemplazo, para incluir la flexibilidad de la base se consideran dos grados de libertad, uno en traslación y uno en rotación, con sus respectivos resortes. Las constantes de rigidez de los resortes ( $K_h$  y  $K_r$ ) se calculan con las expresiones para las rigideces dinámicas incluidas en las NTCS (2020). Se utiliza como sistema de cimentación un cajón sin masa con profundidad  $D$ .

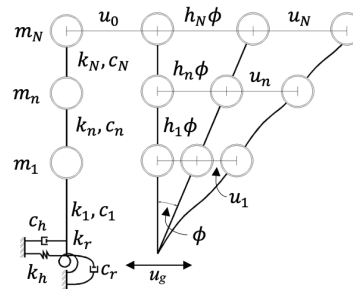


Figura 3. Sistema de viga de cortante con base flexible

La estructura entonces se caracteriza por medio de las rigideces de cada entrepiso ( $k_1, k_2, \dots, k_N$ ), las alturas de cada nivel ( $h_1, h_2, \dots, h_N$ ) y las masas de cada entrepiso ( $m_1, m_2, \dots, m_N$ ). En este estudio se considera que los valores de amortiguamiento del sistema serán lo suficientemente pequeños para no modificar sus parámetros modales, aunque se reconoce que, ante ciertas condiciones, los efectos IDSE pueden generar incrementos de amortiguamiento tales que no sea posible utilizar estrictamente el método modal espectral, dada la aparición de matrices de amortiguamiento y modos no clásicos. Es por ello por lo que ni la estructura ni el sis-

tema suelo-cimentación se representan mediante sus amortiguamientos. Bajo estas consideraciones, las matrices de masa  $[M_s]$  y rigidez  $[K_s]$  del sistema se pueden expresar como se indica en las ecuaciones 6 y 7 (MOCS, 2015).

$$[M_s] = \begin{bmatrix} [M_e] & [M_e]\{I\} & [M_e]\{H_e\} \\ \{I\}^T & \{I\}^T[M_e]\{I\} & \{I\}^T[M_e]\{H_e\} \\ \{H_e\}^T[M_e] & \{H_e\}^T[M_e]\{I\} & \{H_e\}^T[M_e]\{H_e\} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[K_s] = \begin{bmatrix} [K_e] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & K_h & 0 \\ \{0\}^T & 0 & K_r \end{bmatrix} \quad (7)$$

En donde:

$$[M_e] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_N \end{bmatrix} \quad [K_e] = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_N \end{bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \{H_e\} \\ \{I\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_1+D \\ h_2+D \\ \vdots \\ h_N+D \end{Bmatrix} \quad \{I\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Bajo esta representación, se plantea el problema de valores y vectores característicos para determinar las frecuencias y formas modales como se muestra en la ecuación 8 (Chopra, 2012):

$$([K_s] - \{\omega^2\}[M_s])\{\varphi\} = 0 \quad (8)$$

El cual, sustituyendo las ecuaciones 6 y 7 queda definido como (ecuación 9):

$$\left\{ \begin{bmatrix} [K_e] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & K_h & 0 \\ \{0\}^T & 0 & K_r \end{bmatrix} - \{\omega^2\} \right\} \begin{Bmatrix} [M_e] \\ \{I\} \\ \{H_e\} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{I\} \\ \{H_e\} \end{Bmatrix} = 0 \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} [M_e] & [M_e]\{I\} & [M_e]\{H_e\} \\ \{I\}^T & \{I\}^T[M_e]\{I\} & \{I\}^T[M_e]\{H_e\} \\ \{H_e\}^T[M_e] & \{H_e\}^T[M_e]\{I\} & \{H_e\}^T[M_e]\{H_e\} \end{bmatrix} \right\} \{\varphi\} = 0$$

Este sistema representa un conjunto de  $N+2$  ecuaciones, en donde  $N$  es el número de grados de libertad de la superestructura. Al resolver el problema de valores característicos ( $\det([K_s] - \{\omega^2\}[M_s]) = 0$ ) se obtiene un polinomio de grado  $N$  solamente, ya que los grados de libertad de la base son carentes de masa y no introducen modos de vibrar adicionales. Así, resolviendo las raíces de este polinomio se pueden determinar las frecuencias de los  $N$  modos de vibrar de la estructura con base flexible.

Una vez determinadas las frecuencias, se puede resolver el sistema de ecuaciones 9 para calcular las coordenadas modales de los  $N+2$  grados de libertad del

sistema, en donde, aún cuando son carentes de masa, a los grados de libertad de la cimentación si les corresponde una coordenada modal. Con las formas modales es posible determinar los factores de participación de cada uno de los  $i$ -ésimos modos ( $\Gamma_i$ ) con la ecuación 10.

$$\Gamma_i = \frac{\{\varphi\}_i^T [M_s] \{I\}}{\{\varphi\}_i^T [M_s] \{\varphi\}_i} \quad (10)$$

En donde  $\{I\}$  es el vector de influencia que determina la distribución de las aceleraciones en los distintos grados de libertad de la estructura. Para definir los valores de  $\Gamma_i$  normalizados, respecto al 100 % de la respuesta, las formas modales se normalizaron de manera que las masas desacopladas para todos los modos fueran unitarias (De la Colina, 2016).

Para calibrar los resultados de este procedimiento, se comparan los periodos obtenidos con el procedimiento descrito y con las expresiones de las NTCS (2020), para una estructura de tres grados de libertad con rigideces de entrepiso  $k_1 = k_2 = k_3 = 47,500$  t/m, masas de entrepiso  $m_1 = m_2 = m_3 = 25.9$  t-s<sup>2</sup>/m y alturas totales  $h_1 = 3$  m,  $h_2 = 6$  m y  $h_3 = 9$  m. Las matrices de masa y de rigidez lateral del sistema en base rígida están dadas por:

$$[M_e] = \begin{bmatrix} 25.9 & 0 & 0 \\ 0 & 25.9 & 0 \\ 0 & 0 & 25.9 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad [k_e] = \begin{bmatrix} 95,000 & -47,500 & 0 \\ -47,500 & 95,000 & -47,500 \\ 0 & -47,500 & 47,500 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el problema de valores y vectores característicos, se define que el sistema en base rígida tiene un periodo de  $T = 0.33$  s, en su modo fundamental, con la forma modal del primer modo  $\{\varphi\}_1$  y factor de participación  $\Gamma_1$  iguales a:

$$\{\varphi\}_1 = \begin{bmatrix} 0.445 \\ 0.802 \\ 1.000 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \Gamma_1 = 0.84$$

Para el caso con base flexible, se consideró que la estructura tiene una planta cuadrada de  $18 \times 18$  m, un desplante del cajón de cimentación de 2 m y está en un sitio con un suelo con velocidad propagación de ondas de  $V_s = 70$  m/s, peso volumétrico  $\gamma_s = 1.25$  t/m<sup>3</sup>, relación de Poisson  $\nu = 0.49$  y amortiguamiento  $\zeta_s = 0.03$ . Los estratos compresibles tienen una profundidad  $H_s = 30$  m. Utilizando las expresiones de las NTCS (2020), se tienen valores para las rigideces dinámicas del sistema suelo cimentación en la dirección horizontal de  $K_h = 44,769$

t/m y en la dirección rotacional de  $K_r = 3,205,845$  t-m. Las matrices de masa y rigidez del sistema completo (ecuaciones 6 y 7) quedan definidas por:

$$[M_s] = \begin{bmatrix} 25.9 & 0 & 0 & 25.9 & 129.5 \\ 0 & 25.9 & 0 & 25.9 & 207.2 \\ 0 & 0 & 25.9 & 25.9 & 284.9 \\ 25.9 & 25.9 & 25.9 & 77.7 & 621.6 \\ 129.5 & 207.2 & 284.9 & 621.6 & 5,439 \end{bmatrix}$$

$$[K_s] = \begin{bmatrix} 95,000 & -47,500 & 0 & 0 & 0 \\ -47,500 & 95,000 & -47,500 & 0 & 0 \\ 0 & -47,500 & 47,500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 44,769 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,205,845 \end{bmatrix}$$

Con estas matrices, y resolviendo el problema de valores característicos se obtiene el siguiente polinomio de tercer grado, dado que la super estructura tiene tres grados de libertad con masa:

$$-7.43 \times 10^{15}(\omega^2)^3 - 5.98 \times 10^{19}(\omega^2)^2 + 1.03 \times 10^{23}(\omega^2) - 1.54 \times 10^{25} = 0$$

Y las raíces son  $(\omega_1)^2 = 164.57$ ,  $(\omega_2)^2 = 2,218.7$  y  $(\omega_3)^2 = 5,667.2$ , por lo que la frecuencia radial del modo fundamental es  $\omega_1 = 12.83$  rad/s y el periodo del sistema con base flexible es  $\tilde{T} = 0.49$  s.

En la Figura 4 se muestran las coordenadas modales del modo fundamental, normalizadas respecto al desplazamiento del grado de libertad superior ( $\{\varphi\}_1$ ).

Las coordenadas modales de los primeros tres grados de libertad correspondientes a la superestructura están referidas a la base de la misma y consideran los desplazamientos asociados con la deformación de la estructura  $u$  (Figura 3). Las dos últimas coordenadas modales corresponden al desplazamiento lateral de la base ( $u_0$  ó  $\varphi_0$ ) y el cabeceo ( $\phi$  ó  $\varphi_\phi$ ) (Figura 3). Para calcular el desplazamiento lateral total ( $u_t$ ) o la coordenada modal total ( $\varphi_t$ ) de cada una de las masas de la super estructura, se deben sumar a los desplazamientos  $u$  las contribuciones de  $u_0$  y  $\phi$ , como se muestra en la ecuación 11.

En la Figura 4 se muestran las configuraciones de las coordenadas modales del modo fundamental considerando los desplazamientos  $u$  ( $\{\varphi\}_1$ ) y  $u_t$  ( $\{\varphi_t\}_1$ ).

$$u_t = u_0 + \phi h + u \quad \text{ó} \quad \varphi_t = \varphi_0 + \varphi_\phi h + \varphi \quad (11)$$

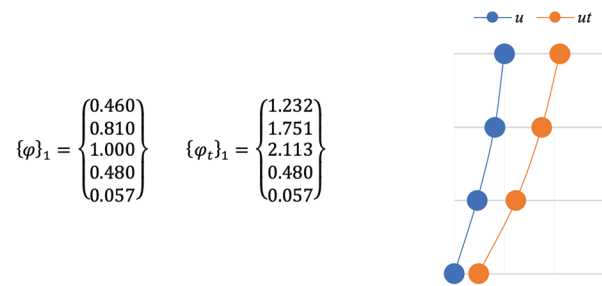


Figura 4. Configuración de las coordenadas modales del modo fundamental de un sistema de tres grados de libertad con base flexible, considerando las coordenadas asociadas con la deformación de la estructura ( $u$ ) y las coordenadas absolutas ( $u_t$ )

Utilizando las coordenadas modales  $\{\varphi_t\}_1$  y normalizándolas respecto a las masas modales, se puede determinar el valor de  $\Gamma_1$ . Para la estructura con base flexible el valor del factor de participación del modo fundamental es de  $\Gamma_1 = 0.88$ , que es mayor que el de la estructura con base rígida. También puede observarse un cambio en las formas modales asociadas con la deformación de la estructura  $\{\varphi\}_1$ .

Utilizando las expresiones de las NTCS (2020) y considerando el factor de participación del primer modo con base flexible para definir el peso efectivo, se obtienen periodos del sistema comportándose como un cuerpo rígido de  $T_h = 0.23$  s y  $T_r = 0.27$  s. Sustituyendo estos valores en la ecuación 1 tendremos:

$$\tilde{T} = \sqrt{(0.33)^2 + (0.23)^2 + (0.27)^2} = 0.49s$$

Puede observarse que el periodo fundamental del sistema con base flexible definido con el procedimiento descrito es el mismo que aquel que se determina con el planteamiento del oscilador de reemplazo, siempre y cuando se utilice el valor de  $\Gamma_1$  del sistema con base flexible para definir el peso efectivo del primer modo.

#### CAMBIO EN FACTORES DE PARTICIPACIÓN Y FORMAS MODALES

Para establecer las modificaciones en los factores de participación y las formas modales producidos por los efectos IDSE se realizó un análisis paramétrico. Avilés & Pérez, (1996, 1998) determinaron que los parámetros principales que controlan la influencia de los efectos inerciales de la IDSE en la respuesta de las estructuras son: la relación de esbeltez ( $H_e/R$ ), la profundidad normalizada de desplante del cimiento ( $D/R$ ), el espesor normalizado del estrato que se considera flexible ( $H_s/R$ ) y la rigidez lateral promedio relativa del suelo y la estructura ( $H_e T_s / H_s T_e$ ).  $R$  se refiere al semiancho de la cimentación y  $T_s$  al periodo de vibrar del sitio. Adicionalmente, en este estudio se incluye como parámetro

adicional, el número de grados de libertad en la super estructura. Para este análisis se consideran los intervalos de valores indicados en la Tabla 1. Como parámetros fijos del suelo se consideró un valor para la relación de Poisson de  $\nu = 0.45$  y un peso volumétrico de  $\gamma = 1.25 \text{ t/m}^3$ . Estos valores son representativos de las arcillas del Valle de México (NTCS-04). Se realizaron un total de 704 simulaciones.

Tabla 1. Valores de los parámetros considerados en el análisis

Parámetro	Valores
$H_e/R$	1, 2, 3 y 4
$D7R$	0 y 1
$H_s/R$	4 y 10
$H_e T_s / H_s T_e$	Entre 0 y 2 con incrementos de 0.2
NGDL	3, 5, 10 y 15

En la Figura 5 se presentan las comparaciones de las formas modales para uno de los casos con cinco grados de libertad. Se muestran las configuraciones modales de los cinco modos para las consideraciones con base rígida (BR), y con base flexible ( $u$  y  $u_i$ ). En el primer modo, las formas modales asociadas con la pura deformación de la estructura (BR y  $u$  para la base flexible) son muy similares, mientras que la traslación y rotación como cuerpo rígido producen cambios significativos en las formas modales absolutas ( $u_i$ ). Dado que las fuerzas de inercia que se producen en la estructura dependen de las aceleraciones absolutas, es de esperarse que las modificaciones de dichas fuerzas introducidas por los movimientos de cuerpo rígido en el modo fundamental también sean significativas.

Para el caso de los modos superiores, puede identificarse que aun cuando hay diferencias en las formas modales, tanto de base rígida (BR), como de base flexible para las deformaciones relativas de la estructura ( $u$ ) y las formas modales absolutas ( $u_i$ ), la influencia de los componentes de cuerpo rígido en las formas modales es menor. Hay que precisar que las formas modales presentadas en esta figura están normalizadas respecto a la coordenada modal de base rígida del primer nivel, por lo que las escalas gráficas de cada uno de los modos no son comparables. Aun así, puede observarse que los movimientos de cuerpo rígido, introducidos por la flexibilidad en la base, tienen una mucho mayor influencia en el primer modo de vibrar de las estructuras. Esta es una de las principales razones por las cuales en un gran número de cuerpos normativos se considera que los efectos IDSE en las fuerzas de inercia de las estructuras pueden ser tomados en cuenta solamente en el primer modo traslacional de vibrar. El considerar que

los efectos IDSE no modifican las fuerzas de inercia asociadas a los modos superiores suele ser una aproximación razonablemente adecuada (Fernández & Avilés 2008).

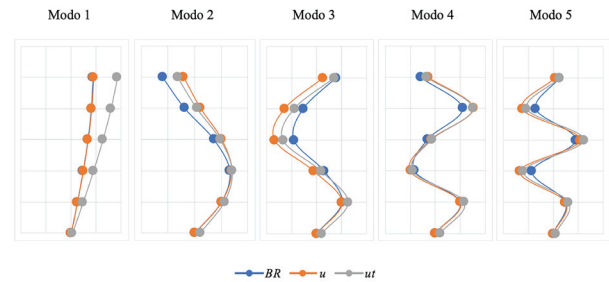


Figura 5. Configuración de las coordenadas modales de un sistema de cinco grados de libertad con base rígida (BR) y base flexible, considerando las coordenadas asociadas con la deformación de la estructura ( $u$ ) y las coordenadas absolutas ( $u_i$ )

En términos del cambio del periodo de cada uno de los modos, se observó que para el primer modo se presentó un cambio de alrededor de 40 %, para el segundo modo un cambio de 7 %, para el tercer modo un cambio de 2 %, para el cuarto modo un cambio de 1 % y para el quinto modo no se observaron cambios. Estos resultados refuerzan la hipótesis respecto a que los efectos inerciales de la IDSE modifican principalmente el primer modo de vibrar.

Para establecer la influencia del número de grados de libertad y la flexibilidad relativa del suelo y la estructura, en la Figura 6 se muestran las formas modales para un sistema con  $H_e/R = 3$ ,  $D/R = 1$  y  $H_s/R = 4$ . Se comparan dos juegos de formas modales, aquellas relativas al movimiento de la base del sistema ( $u$ ) en las cuales no se consideran los movimientos de cuerpo rígido, y aquellas absolutas en las que se incluye el efecto de los dos grados de libertad en la base ( $u_i$ ). Como ya se ha mencionado, los efectos IDSE influyen primordialmente el primer modo de vibrar en traslación, por lo que únicamente se estudian las formas modales asociadas con este modo. Los valores del parámetro  $H_e T_s / H_s T_e$  definen la flexibilidad relativa del suelo respecto con la estructura. Valores pequeños refieren a que el suelo es mucho más rígido que la estructura (Avilés & Pérez, 1996). A medida que este parámetro es mayor, se están representando sistemas en los cuales el suelo es cada vez más flexible, por lo que los efectos IDSE comienzan a ser más importantes. Avilés & Pérez (1996, 1998) encontraron que en sistemas con valores de  $H_e T_s / H_s T_e \leq 0.4$ , los cambios en el periodo y el amortiguamiento producidos por los efectos IDSE no son de consideración.

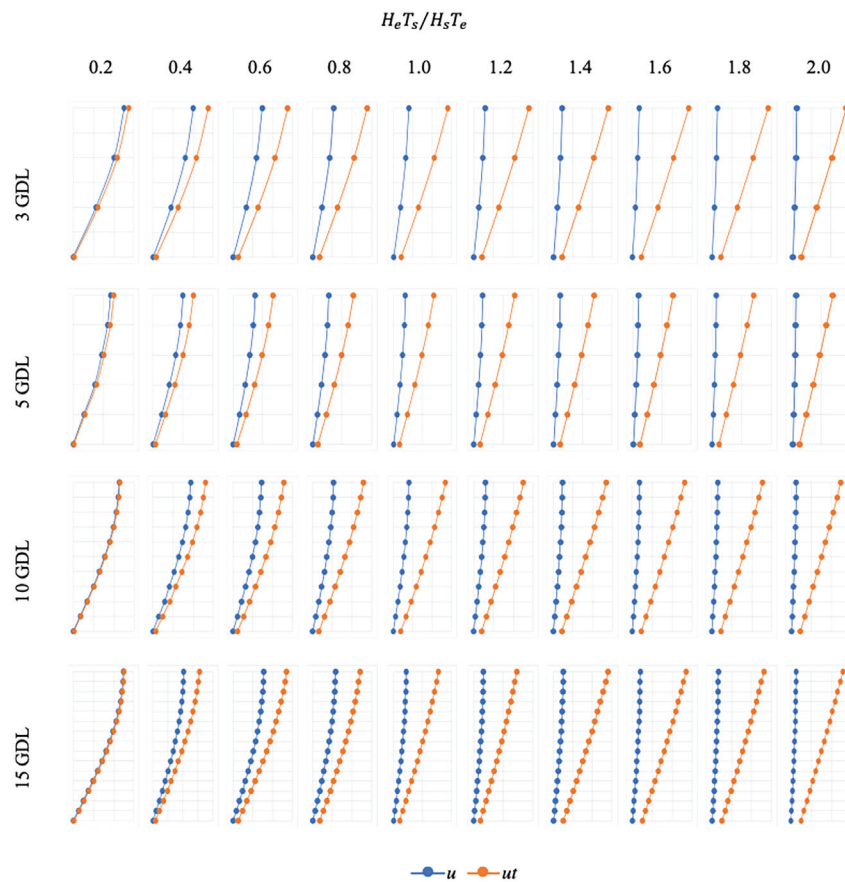


Figura 6. Configuración de las coordenadas modales con base flexible ( $u$  y  $ut$ ) de sistemas con 3, 5, 10 y 15 grados de libertad para un sistema con  $H_e/R = 3$ ,  $D/R = 1$ , y relaciones  $H_e T_s / H_s T_e = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, \text{ y } 2$

Al igual que en la Figura 5, las formas modales están en una escala propia para cada caso, por lo que la comparación de sus valores absolutos no es adecuada. En términos relativos, es claro que a medida que los sistemas tienen una mayor flexibilidad en la base, los componentes de cuerpo rígido influyen en mayor medida y comienzan a controlar el comportamiento del sistema. Esta situación produce que la configuración modal del primer modo transite de un perfil parabólico para sistemas con mucha rigidez en la base, a un perfil lineal para los casos con base muy flexible. Este comportamiento es independiente del número de grados de libertad que se utilicen para representar a la superestructura. La contribución a la modificación de las formas modales del giro de la base ( $\varphi_\phi$ ) es significativamente mayor que las del desplazamiento lateral de la misma ( $\varphi_0$ ).

En sistemas con relación de esbeltez más baja, la contribución del desplazamiento lateral de la base es mayor ( $\varphi_0$ ). En la Figura 7 se muestran las formas modales para el mismo sistema, pero con una relación de esbeltez  $H_e/R = 1$ , solamente para la representación de la superestructura con 3 GDL. En este caso, la contribución de  $\varphi_0$  controla la influencia de los efectos IDSE para los casos con mayor rigidez en la base. Solamente

para los casos con suelo más flexible, nuevamente  $\varphi_\phi$  controla las diferencias. Sin embargo, independientemente de cuál sea el componente de cuerpo rígido que contribuye en mayor medida, se observa que los efectos IDSE producen que el perfil de la primera forma modal sea cada vez más lineal. Estas modificaciones en las formas modales son las que producen los cambios en los factores de participación modal. Sin embargo, también modificarán la forma en la que se distribuyen las fuerzas de inercia en los diversos grados de libertad del sistema.

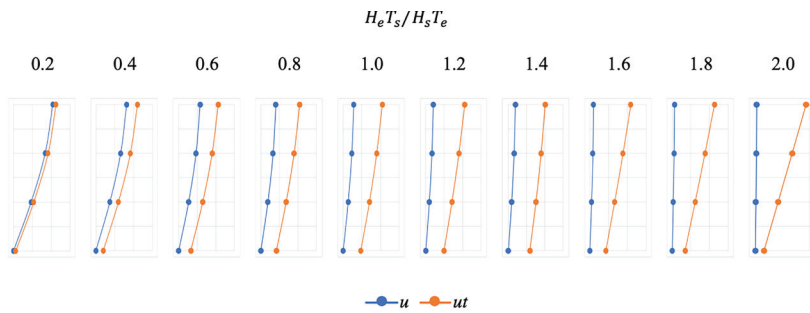


Figura 7. Configuración de las coordenadas modales con base flexible ( $u$  y  $u_t$ ) de sistemas con 3 GDL, con  $H_e/R = 1$ ,  $D/R = 1$  y  $H_s/R = 4$ , y relaciones  $H_e T_s / H_s T_e = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$  y  $2$

Para tener una comparación más directa de cómo se modifican los perfiles de las formas modales, tanto relativas ( $u$ ) como absolutas ( $u_t$ ), en las Figuras 8 y 9 se muestran las configuraciones modales normalizadas para sistemas representados con tres y cinco grados de libertad, respectivamente. La normalización se realiza, ajustando la coordenada modal en la base a cero, y la coordenada modal en el grado de libertad más alto a uno. Para cada una de las representaciones de la superestructura, se muestran cuatro casos, con  $H_e/R = 2$  y  $4$  y  $H_s/R = 4$  y  $10$ . Todos los casos mostrados tienen  $D/R = 1$ .

Las formas modales relativas son muy parecidas para todo el intervalo de flexibilidades de la base consideradas, para todos los casos de relaciones de esbeltez

y espesores del estrato flexible. En los sistemas representados con cinco grados de libertad se pueden observar unas muy ligeras variaciones para el grado de libertad cuatro. Sin embargo, los perfiles de las formas modales absolutas, que consideran la contribución de los componentes de movimiento de cuerpo rígido, sí se modifican a medida que la base es más flexible. En las Figuras 8b y 9b se puede observar que a medida que la flexibilidad de la base es mayor, los perfiles de las formas modales comienzan a linealizarse, con formas casi lineales para los casos de mayor flexibilidad. Una consecuencia de este comportamiento es la modificación de los perfiles de aceleración y velocidad máxima que presentan las estructuras con efectos de interacción (Fernández *et al.*, 2014).

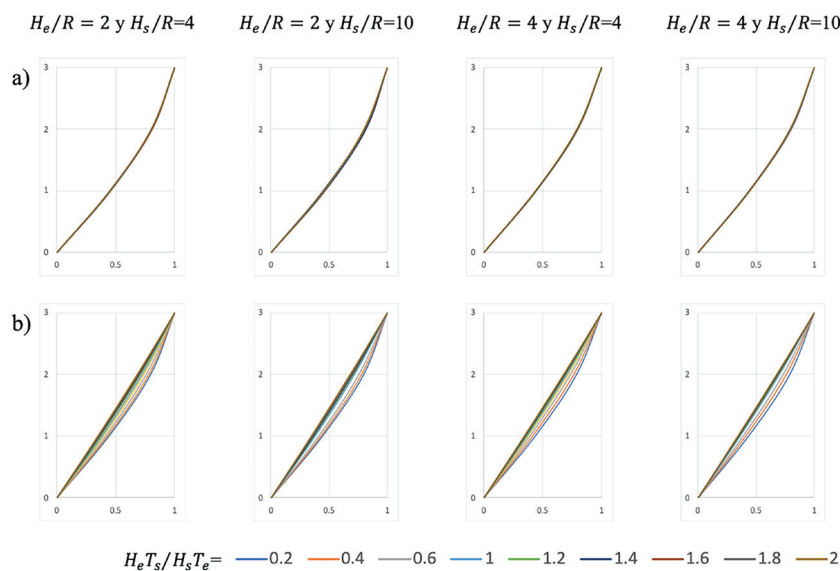


Figura 8. Formas modales normalizadas relativas (a) y absolutas (b) de sistemas con 3 GDL, con  $H_e/R = 2$  y  $4$ ,  $D/R = 1$  y  $H_s/R = 4$  y  $10$  y relaciones  $H_e T_s / H_s T_e = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$  y  $2$



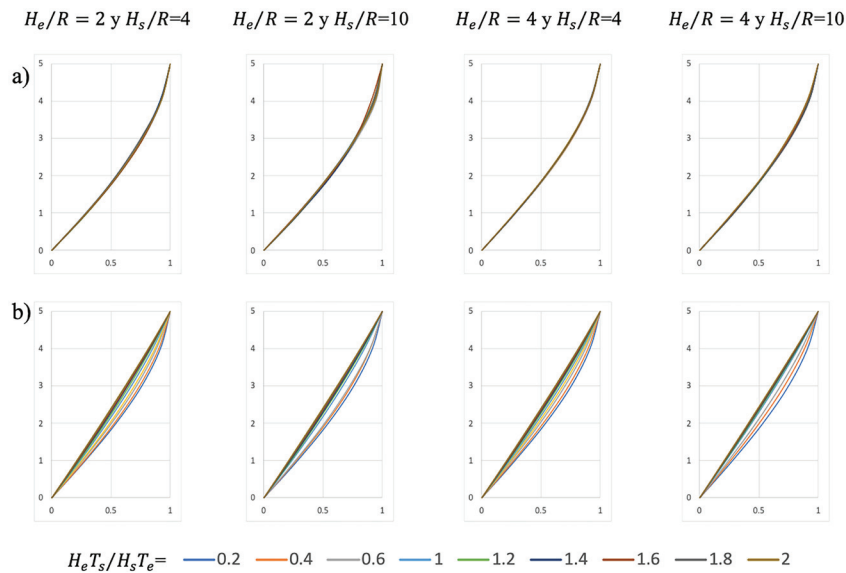


Figura 9. Formas modales normalizadas relativas (a) y absolutas (b) de sistemas con 5 GDL, con  $H_e/R=2$  y  $4$ ,  $D/R=1$  y  $H_s/R=4$  y  $10$  y relaciones  $H_e T_s / H_s T_e = 0,0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$  y  $2$

El otro parámetro modal que define la participación del modo fundamental es el factor de participación modal  $\Gamma$ . En el procedimiento simplificado incluido en la reglamentación mexicana, el peso efectivo del primer modo influye directamente en el cálculo del periodo del oscilador equivalente  $\tilde{T}_e$ . Para determinar las modificaciones que introduce en este factor los cambios en las formas modales, se calcularon los valores para los 704 casos.

Como ya se ha comentado, la importancia esperada de los efectos IDSE puede valorarse por medio de la estimación de la flexibilidad relativa del suelo respecto a la estructura con el parámetro  $H_e T_s / H_s T_e$ . Sin embargo, la definición de los parámetros del oscilador equivalente (ecuaciones 1 a 3) se suelen expresar en términos del alargamiento del periodo ( $\tilde{T}_e / T_e$ ), que también es una medida de la importancia de la IDSE y que incluye, en una sola variable, adicionalmente la influencia de los parámetros  $H_e/R$ ,  $D/R$  y  $H_s/R$ . En los análisis subsecuentes, se utiliza este parámetro como referencia.

De los resultados obtenidos, se observó que la profundidad relativa del estrato compresible ( $H_s/R$ ) tiene poca influencia en los cambios del factor de participación, sobre todo para sistemas con valores de  $D/R=0$  y relaciones de esbeltez de 2, 3 y 4. Respecto a la influencia de la relación de esbeltez, se observó que a medida que este parámetro es mayor, los valores del parámetro  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$  son ligeramente mayores. Para valores  $\tilde{T}_e / T_e = 2, 3$  y 6 en el sistema con  $D/R=1$  y  $H_s/R=4$  los incrementos son de alrededor de 1 %, 2.6 % y 2.6 %. Para todos los sistemas, para relaciones de  $\tilde{T}_e / T_e$  menores a 2, los resultados son prácticamente iguales, con algunas singularidades en ciertos casos. La dispersión se incrementa a medida que se tienen incrementos mayores en el perio-

do. Las tendencias en la influencia de los parámetros  $H_s/R$  y  $D/R$  son muy similares, independientemente del número de grados de libertad utilizados. A medida que se utiliza un mayor número de grados de libertad, los incrementos de  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$  son ligeramente mayores a medida que  $\tilde{T}_e / T_e$  se incrementa. En todos los casos se observa una tendencia asintótica a un valor máximo de  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$  a medida que  $\tilde{T}_e / T_e$  tiende a valores mayores. El valor máximo depende del número de grados de libertad utilizados y de las condiciones del estrato y la profundidad de desplante del estrato compresible. Dentro de todos los sistemas analizados en el presente estudio, estos valores máximos oscilan entre 1.15 y 1.20 para incrementos de periodo  $\tilde{T}_e / T_e > 8$ . Se observó que los sistemas menos esbeltos, son los que manifiestan una mayor sensibilidad al número de grados de libertad utilizado, con variaciones del valor máximo de  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$  para  $\tilde{T}_e / T_e = 6$  de 1.14 a 1.18 para los sistemas con 3 y 15 grados de libertad.

En la Figura 10 se muestran los resultados de todos los sistemas analizados. De las curvas de variación de  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$  respecto a  $\tilde{T}_e / T_e$  para todos los sistemas se observaron las siguientes tendencias. Para incrementos de periodo pequeños ( $\tilde{T}_e / T_e < 2.4$ ), la relación entre  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$  y  $\tilde{T}_e / T_e$  se aproxima a una curva de segundo grado (Figura 10b). Para valores de  $2.4 < \tilde{T}_e / T_e < 6.0$  la relación entre  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$  y  $\tilde{T}_e / T_e$  tiende a ser lineal, pero con una mayor dispersión como se observa en los valores de  $R^2$  de ambos intervalos (Figura 10c). Para valores de  $\tilde{T}_e / T_e > 6.0$ , en los sistemas se comienza a observar un comportamiento asintótico previamente descrito. Se espera que el mayor porcentaje de casos prácticos tengan incrementos de periodo por efectos IDSE de no más de 3, por lo que un gran número de casos se espera queden contenidos en el intervalo con menor dispersión.

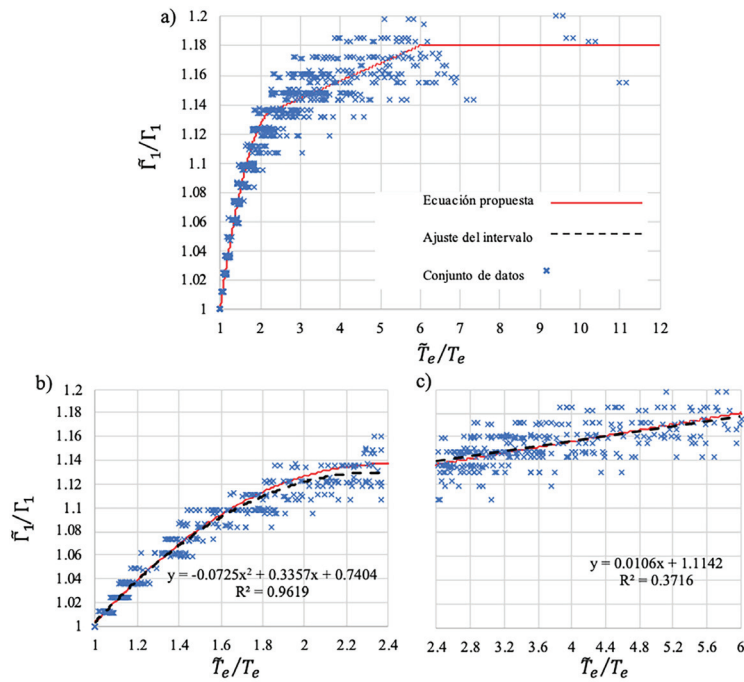


Figura 10. Ajuste de la ecuación propuesta respecto a los datos de todos los sistemas considerados

Con los datos observados, se propuso una ecuación para todo el intervalo de periodos, con base en los ajustes de cada uno de los intervalos (ecuación 11). En la Figura 10 se muestra la comparación de la ecuación 11 con los ajustes de cada uno de los intervalos. En la ecuación 11 se simplifica el valor de los coeficientes y la estructura de esta para definirla en un formato más sencillo de utilizar. La ventaja del uso de esta expresión es que, una vez determinado el incremento en el periodo fundamental de vibrar de la estructura y conociendo el factor de participación del modo fundamental de la estructura con base rígida, se puede definir fácilmente el valor de este parámetro para la estructura con base flexible.

$$\frac{\tilde{\Gamma}_1}{\Gamma_1} = \begin{cases} -0.07 \left( \frac{\tilde{T}_e}{T_e} \right)^2 + \frac{\tilde{T}_e}{3T_e} + 0.74 & \text{si } \frac{\tilde{T}_e}{T_e} < 2.4 \\ 0.012 \left( 2.4 - \frac{\tilde{T}_e}{T_e} \right) + 0.137 \leq 1.18 & \text{si } 2.4 \leq \frac{\tilde{T}_e}{T_e} \end{cases} \quad (11)$$

#### COMPARACIÓN CON MODELOS NUMÉRICOS

Con la finalidad de valorar el grado de aproximación de la ecuación propuesta, se comparan las estimaciones en el cambio del factor de participación modal con los valores obtenidos de modelos numéricos. Los modelos numéricos corresponden a modelos tridimensionales de estructuras regulares. Los modelos utilizados co-

rresponden a una edificación estructurada a base de marcos de concreto reforzado de 10 niveles, con un cajón de cimentación de 5 m de profundidad (Figura 11b) y una planta de 18 × 18 m (Figura 11a), desplantado en suelos con velocidades de propagación de ondas de corte de  $V_s = 70, 100$  y  $250$  m/s (Fernández & Huerta, 2018). El estrato compresible tiene un espesor  $H_s = 40$  m y con valores para la relación de Poisson del suelo de  $\nu = 0.49$  y  $\gamma = 1.6$  t/m<sup>3</sup>. Este sistema tiene valores de  $H_e/R = 3, D/R = 0.5$  y  $H_s/R = 4$ . La flexibilidad del suelo se introdujo mediante un conjunto de resortes verticales ( $k_v$ ) y horizontales ( $k_h$ ) distribuidos en el cajón (Figura 11c). La rigidez del conjunto de los resortes es equivalente a las rigideces del sistema suelo cimentación calculadas con el procedimiento indicado en las NTCS-20. Los detalles del cálculo de las rigideces y las constantes de los resortes distribuidos se puede consultar en Fernández & Huerta (2018).

En la Tabla 2 se muestra el resumen de los periodos del sistema con base rígida ( $T_e$ ), con base flexible ( $\tilde{T}_e$ ), el factor de participación del primer modo con base rígida ( $\Gamma_1$ ) y con base flexible ( $\tilde{\Gamma}_1$ ) obtenidos directamente de los modelos numéricos. En la misma Tabla 2 también se reporta el alargamiento en el periodo ( $\tilde{T}_e/T_e$ ), el cambio del factor de participación modal calculado con los factores obtenidos de los modelos numéricos ( $\tilde{\Gamma}_1/\Gamma_1$ ) y con la expresión propuesta ( $\tilde{\Gamma}_1/\Gamma_{1eq11}$ ).

Los tres casos corresponden a alargamientos del periodo estructural  $\tilde{T}_e/T_e$  menores a 2. Como es de esperarse, para el suelo de menor rigidez ( $V_s = 70$  m/s), se

tiene el mayor alargamiento del periodo estructural lo que indica que los efectos IDSE modifican en mayor medida la respuesta del sistema. En este caso, el factor de participación del primer modo se incrementó de  $\Gamma_1 = 0.8$  a  $\tilde{\Gamma}_1 = 0.85$ , significando un incremento de  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1 = 1.06$ . Una de las implicaciones de este cambio es la variación en el periodo de vibrar del oscilador equivalente estimado con la ecuación 1. Este periodo depende del peso efectivo del primer modo. Utilizando un factor de participación modal de  $\Gamma_1 = 0.8$ , el periodo del sistema equivalente sería  $\tilde{T}_e = 1.27$  s, mientras que utilizando el factor de participación  $\tilde{\Gamma}_1 = 0.85$ , el periodo del sistema equivalente es  $\tilde{T}_e = 1.33$ . Utilizando la ecuación 10, se estima un cambio del factor de participación del primer modo de  $\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_{1,eq10} = 1.09$ , lo que se traduce en la estimación del periodo del sistema equivalente de  $\tilde{T}_e = 1.36$ . Las estimaciones para los suelos más rígidos ( $V_s = 100$  m/s y  $250$  m/s) con la ecuación 10 tienen una mejor aproximación.

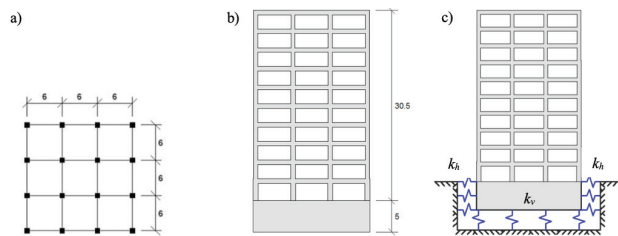


Figura 11. Croquis de la planta (a), la elevación (b) y la estrategia del modelado de la flexibilidad de la base (c) de la estructura considerada

Tabla 2. Parámetros modales con base rígida y base flexible

$V_s$ (m/s)	$T_c$ (s)	$\tilde{T}_e$ (s)	$\Gamma_1$	$\tilde{\Gamma}_1$	$\tilde{T}_e / T_c$	$\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_1$	$\tilde{\Gamma}_1 / \Gamma_{1,eq11}$
70	0.83	1.33	0.80	0.85	1.60	1.06	1.09
100	0.83	1.06	0.80	0.83	1.28	1.04	1.05
250	0.83	0.87	0.80	0.81	1.05	1.01	1.01

### CONCLUSIONES

Se presenta un análisis de la influencia de los efectos inerciales de la Interacción Dinámica Suelo Estructura (IDSE) en los parámetros modales (formas modales y factores de participación modal) de estructuras planas modeladas como viga de cortante. Para incluir los efectos inerciales de la IDSE, se recurre a la modelación de la flexibilidad del sistema suelo-cimentación por medio del uso del concepto de la función de impedancia.

Para determinar analíticamente las formas modales y los factores de participación modal, se recurre a la solución del problema clásico de valores y vectores característicos, utilizando las matrices de masa y rigidez del sistema con base flexible, considerando dos grados de

libertad en la base (traslación y rotación). Se supone que la cimentación carece de masa, por lo que los grados de libertad dinámicos corresponden a las masas de la estructura y los movimientos de traslación y rotación de la base corresponden a coordenadas modales adicionales. De esta forma, el número de modos está definido solamente por el número de grados de libertad dinámicos de la superestructura.

Con un análisis paramétrico, en el que se explora la influencia de distintas variables (la relación de esbeltez, la flexibilidad relativa del suelo y la estructura, la profundidad de desplante del cajón de cimentación y el número de grados de libertad en la estructura), se caracterizó la influencia de cada una de ellas en los cambios de los parámetros modales. En primera instancia se explora el impacto de las variables en las formas modales. Se observó que el parámetro que tiene una mayor influencia en el cambio de las formas modales es la flexibilidad relativa del suelo respecto a la de la estructura. Los cambios más significativos se presentaron en el primer modo de vibrar, y están asociados a los componentes de cuerpo rígido que se introducen en el movimiento de la estructura debido a la traslación y rotación de la base. A medida que el suelo es más flexible, los movimientos de cuerpo rígido comienzan a controlar en mayor medida la forma modal, produciendo que el perfil de las coordenadas modales pase de ser un perfil parabólico para el caso con base rígida, a un perfil lineal a medida que los efectos inerciales de la IDSE son mayores.

El otro parámetro que tuvo influencia en las formas modales, en menor medida, fue la relación de esbeltez. Se observó que a medida que la relación de esbeltez es mayor, los cambios en las formas modales también eran mayores. La relación de esbeltez también controla cuál de los movimientos de la base tendrá una mayor influencia. En sistemas con relación de esbeltez baja, la traslación de la base controla la forma modal, mientras que para sistemas con relación de esbeltez alta, es el giro quien tiene una mayor influencia. Independientemente del componente de cuerpo rígido que controla la forma modal, siempre se presentó la linealización del perfil de coordenadas modales a medida que la base se flexibiliza.

Los cambios en las formas modales influyen en los factores de participación modal. Para valorar estos cambios, se realizó un análisis de la variación del factor de participación del modo fundamental respecto al alargamiento del periodo producido por la flexibilización de la base. Se utiliza el alargamiento del periodo como referencia, debido a que con este parámetro se incluye la influencia tanto de la relación de esbeltez, la profundidad de desplante del cajón y la flexibilidad re-

lativa del suelo respecto a la estructura. Existe una misma tendencia general para todos los casos. A medida que el alargamiento del periodo es mayor, debido a una mayor flexibilidad de la base, el factor de participación del modo fundamental se incrementa. Se propone una ecuación simplificada para determinar el cambio del factor de participación modal del primer modo en función solamente del alargamiento del periodo y se compara con algunos modelos numéricos, observando una buena aproximación. Esta expresión puede ser de utilidad para contar con una mejor valoración de los efectos inerciales de la IDSE utilizando el procedimiento del oscilador equivalente incluido en la normatividad mexicana.

## REFERENCIAS

- Avilés, J. & Pérez, L. E. (1996). Evaluation of interaction effects on the system period and the system damping due to foundation embedment and layer depth. *Soil Dynamics Earthquake Engineering*, 15, 11-27. [https://doi.org/10.1016/0267-7261\(95\)00035-6](https://doi.org/10.1016/0267-7261(95)00035-6)
- Avilés, J. & Pérez, L. E. (1998). Effects of foundation embedment during building-soil interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 27, 523-1540.
- Avilés, J. & Pérez, L. E. (2003). Soil-structure interaction in yielding systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 32(11), 1749-1771. <https://doi.org/10.1002/eqe.300>
- Avilés, J. & Pérez, L. E. (2004). Bases para las nuevas disposiciones reglamentarias sobre interacción dinámica suelo-estructura. *Revista de Ingeniería Sísmica*, (71), 1-36.
- Barcena, A. & Esteva, L. (2006). Influence of dynamic soil-structure interaction on the nonlinear response and seismic reliability of multistory systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 36, 327-346. <https://doi.org/10.1002/eqe.633>
- Chopra, A. K. (2012). *Dynamics of Structures*. 4<sup>th</sup> Ed. New Jersey: Prentice Hall.
- De la Colina-Martínez, J., González, J. V., & Pérez, C. A. G. (2016). *Dinámica de estructuras*. México: Limusa.
- Eser, M., Aydemir, C., & Ekiz, I. (2011). Effects of soil-structure interaction on strength reduction factors. *Procedia Eng.*, 14, 1696-1704. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.07.213>
- Fernández, L. R., & Huerta, J. E. (2018). Inelastic behavior of systems with flexible base. *Earthquakes and Structures*, 14(5), 411-424. <https://doi.org/10.12989/eas.2018.14.5.411>
- Fernández, L. R., & Hernández, J. (2018). SSI Effects on a steel building using a building code procedure and a numerical model. 11th US National Conference on Earthquake Engineering, Los Angeles.
- Fernández, L. R., Jaimes, M. A., & Arredondo, C. (2014). Influencia en los perfiles de aceleración y velocidad pico en la altura de edificaciones por efectos de interacción dinámica suelo-estructura. XIX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puerto Vallarta, México.
- Fernández-Sola, L. R., & Avilés-López, J. (2008). Efectos de interacción suelo-estructura en edificios con planta baja blanda. *Ingeniería sísmica*, (79), 71-90.
- Jaimes, M. A., Arredondo, C., & Fernández, L. R. (2018). Rocking of non-symmetric rigid blocks in buildings considering effects associated with dynamic soil-structure interaction. *Journal of Earthquake Engineering*, 22(8), 1509-1536.
- MOCS-15. (2015). *Manual de Obras Civiles. Capítulo de Diseño por Sismo*. Comisión Federal de Electricidad. Instituto de Investigaciones Eléctricas.
- NTCS-04. (2004). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo. Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- NTCS-20. (2020). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo. Gaceta Oficial del Distrito Federal.
- Rosenblueth, E., & Reséndiz, D. (1988). *Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta interacción dinámica suelo-estructura*. Series del Instituto de Ingeniería, Núm. 509, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Wolf, J. P. (1985). *Dynamic Soil-Structure Interaction*. Nueva Jersey: Prentice-Hall.

## Cómo citar:

Fernández-Sola, L. R., & Castillo-Córdova, S. E. (2024). Modificación de los parámetros modales debidos a los efectos de interacción dinámica suelo estructura. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 25 (04), 1-12. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2024.25.4.026>