Economía. Teoría y Práctica • Nueva Época, número 46, enero-junio 2017, pp. 173-194, http://www.izt.uam.mx/economiatyp/ojs

Distancia Psicológica*

Psycological Distance

*Alejandro Tatsuo Moreno Okuno,***
*Ma. Natividad Aguilera Navarrete****

Resumen

La función de utilidad con descuento exponencial tradicional no puede explicar los problemas de inconsistencia intertemporal y de autocontrol de los individuos. Por esto, varios economistas han propuesto lo que se conoce como sesgo al presente. El sesgo al presente significa que un bien se vuelve más tentador cuando está en el presente que cuando está en el futuro. Sin embargo, hay otros aspectos que incrementan la tentación de algo que nos gusta. Por ejemplo, un bien que está físicamente cercano a nosotros es más tentador que cuando está alejado. La teoría psicológica que se conoce como "distancia psicológica" asume que los individuos le damos mayor importancia a lo que percibimos más cercano a nosotros (al presente le damos mayor importancia por su cercanía en distancia temporal). En este artículo generalizamos el concepto de sesgo al presente para incluir otras dimensiones de la distancia psicológica. Se propone un modelo en que los individuos le damos mayor importancia no solamente a los bienes que están cercanos en el tiempo, sino a los que están cercanos, por ejemplo en distancia espacial. Esto le permite a los individuos controlar el sesgo al presente al alejar o acercar alguna tentación en alguna distancia psicológica diferente a la distancia temporal.

Palabras clave: Descuento cuasi-hiperbólico, sesgo al presente, distancia psicológica.
Clasificación jel: D11, D60, D80, D91

Abstract

Several economists have explained the problems of intertemporal inconsistency and self-control through "present-bias." Present-bias is the disproportional importance we give to the present over the future. However, we give more importance not only to the present, but to what we perceive as closer to us. In this article we generalize the concept of present-bias to include what it is known as "psychological distances." Psychological distances include temporal and spatial distances. We propose a model in which individuals give more importance not only to what is closer in temporal distance, but to what is closer, for example, in spatial distance. This allows individuals to control their present-bias by moving closer to or away from temptations in any psychological distances other than the temporal distance.

Keywords: traditional exponential discount, present-bias, psychological distance.
jel classification: D11, D60, D80, D91

* Fecha de recepción: 14/01/2014. Fecha de aprobación: 12/09/2016.
** Universidad de Guanajuato. Correo: atatsuo@hotmail.com. ORCID: 0000-0002-8702-8959
*** Universidad Interactiva y a Distancia del Estado de Guanajuato, Plantel Irapuato. Correo: nati@cimat.mx. ORCID: 0000-0003-2464-0064

Introducción

Los individuos tenemos problemas de autocontrol, posponemos el concluir nuestras tareas pendientes cuando no nos conviene posponerlas y somos inconsistentes en el tiempo. La función de utilidad intertemporal tradicional (con descuento exponencial) no puede explicar este comportamiento y los premios Nobel no son ajenos a estos problemas. Akerlof (1991) analiza una experiencia personal en la que pospuso el mandar unas cajas a un amigo suyo (Joseph Stiglitz) por más de ocho meses (cada día en que posponía mandar las cajas se proponía mandarlas al día siguiente). Akerlof le atribuye su comportamiento a la mayor "saliencia" del presente sobre el futuro, lo que hace que le demos mayor importancia a lo que ocurre en el presente que a lo que ocurrirá en el futuro (lo que O'Donoghue y Rabin (1999) definen como sesgo al presente), y al desconocimiento de nuestro propio comportamiento en el futuro, de que cada nuevo día le daremos mayor importancia a lo que ocurra ese día y pospondremos la tarea.

Laibson (1997) desarrolla una función de descuento intertemporal a la cual llama descuento cuasi-hiperbólico en lugar de la tradicional función exponencial, lo que le permite incorporar el sesgo al presente. O'Donoghue y Rabin (1999) analizan el tiempo que tarda un individuo en completar una actividad, desarrollan el concepto de solución estrategia de percepción perfecta y muestran cómo diferentes comportamientos dependen del que los individuos conozcan su comportamiento futuro (sofisticados) o no lo conozcan (ingenuos). Asimismo, O'Donoghue y Rabin (2001) analizan el caso en el que los individuos escogen entre un menú de tareas e incluyen en el análisis el que los individuos conozcan parcialmente su comportamiento futuro (parcialmente ingenuos).

La pérdida en bienestar social por el sesgo al presente es considerable. Los individuos ahorran una cantidad subóptima, consumen productos que incrementan su utilidad presente, pero que afectan adversamente su bienestar futuro (como por ejemplo drogas, comida chatarra, etcétera). O'Donoghue y Rabin (2003, 2006), Gruber y Koszegi (2001) han propuesto imponer impuestos al "pecado" que les permitan a los individuos internalizar su sesgo al presente.

Una explicación de por qué ocurre el sesgo al presente es lo que se conoce como distancia psicológica, esto es, qué tan alejado un individuo percibe a un objeto de sí mismo. Entre más cercano a nosotros percibimos un objeto, mayor importancia le damos. Sin embargo, la distancia temporal no es más que una de las dimensiones de la distancia psicológica, siendo las otras dimensiones la distancia espacial, la distancia social y la hipoteticalidad (Trope y Liberman, 2010). En esta teoría, la importancia que le damos a un objeto no está dada solamente por su cercanía en la distancia temporal, sino por su cercanía en las otras dimensiones de la distancia psicológica. Asimismo, Trope y Liberman (2010) proponen que las dimensiones de la distancia psicológica podrían ser hasta cierto punto intercambiables entre sí. Por ejemplo, podríamos sustituir la distancia temporal por la distancia espacial. Esto significa que podríamos darle la misma importancia a un objeto que se encuentra cercano en el tiempo, si éste está alejado espacialmente, que a un objeto que está alejado en el tiempo, lo que implicaría que podríamos reducir el sesgo al presente, al alejar un objeto en alguna distancia psicológica diferente a la distancia temporal.

En este artículo nosotros proponemos un modelo en el que los individuos pueden, al menos parcialmente, disminuir su sesgo al presente al alejar sus tentaciones en alguna dimensión de la distancia psicológica, lo que debe de ser considerado en las propuestas para controlar los problemas ocasionados por el sesgo al presente. Por ejemplo, aunque los impuestos al pecado tendrían un beneficio importante si les permiten a los individuos solucionar sus problemas de autocontrol, también tendrían un costo importante si son impuestos de manera innecesaria, sin tomar en cuenta que los individuos pueden disminuir su sesgo al presente por ellos mismos.

En sus famosos experimentos, Walter Mischel mostró que algunos niños disminuyen sus tentaciones utilizando varias estrategias. Mischel (1958) realizó un experimento en el que les dio a escoger a un grupo de niños entre comer un dulce inmediatamente, o comer dos dulces si esperaban unos minutos. Algunos niños lograron esperar mientras que el resto no pudo resistir la tentación y se comió el dulce inmediatamente. El estudio mostró que los niños que lograron esperar empleaban una serie de estrategias que les permitía alejar su atención de los dulces, con lo que disminuían su tentación. En cambio, los niños que no pudieron esperar concentraban su atención hacia los dulces, incrementando su tentación. Mischel (1993) interpreta el alejar la atención de los dulces como una manera de incrementar la distancia psicológica hacia éstos. La importancia de conocer estrategias para reducir el sesgo al presente es grande. Mischel descubrió que los resultados de su estudio predecían el éxito de los individuos varias décadas después. Los niños que habían resistido la tentación habían crecido para tener vidas exitosas, mientras que los otros niños habían crecido con vidas mucho menos exitosas.

Los únicos autores de que estamos enterados que analizan el endogeneizamiento de la tasa de descuento son Moreno y Masaki (2013) y Becker y Mulligan (1997). Moreno y Masaki (2013) analizan el efecto del alcohol en la tasa de descuento (lo que se conoce en psicología como “miopía de alcohol”). Becker y Mulligan (1997) asumen que los individuos pueden reducir su factor de descuento al imaginar su consumo futuro, lo cual incrementa su importancia en el presente. Sin embargo, Becker y Mulligan no toman en cuenta que el imaginar el consumo futuro puede exacerbar los problemas de autocontrol, ya que el imaginar el consumo futuro puede implicar prestar mayor atención a la tentación y, por lo tanto, decrecer su distancia psicológica. Esto es lo que aparentemente hicieron muchos de los niños del estudio de Mischel (1958) que no pudieron resistir la tentación. Al prestar su atención a las recompensas futuras (que en el experimento también eran igual a su tentación presente) decrecieron la distancia psicológica de los dulces, incrementando su tentación.

En la sección 2 proponemos nuestra función de utilidad intertemporal que les permite a los individuos endogeneizar su sesgo al presente, tomando en cuenta la evidencia de que los individuos tienen la capacidad de disminuir, hasta cierto punto, sus tentaciones presentes al incrementar la distancia psicológica. En la sección 3 extendemos el análisis de O'Donoghue y Rabin (1999) de cuándo completar una tarea aplicando nuestra función de utilidad intertemporal.

Analizamos dos tipos de individuos: los inocentes y los sofisticados. Los inocentes son aquellos individuos que no conocen sus debilidades y piensan que no tendrán tentaciones futuras. Los individuos sofisticados son aquellos que se conocen perfectamente y saben exactamente cuáles serán sus tentaciones en el futuro. Analizamos el periodo en que se realiza una actividad y encontramos que los individuos inocentes tienden a adelantar las actividades (precrastinar) con beneficios inmediatos y atrasar las actividades (procrastinar) con costos inmediatos. Los resultados de mi modelo son similares a los resultados del modelo estándar de descuento cuasi-hiperbólico de O'Donoghue y Rabin (1999) para el caso de los agentes inocentes. Los agentes inocentes no disminuyen sus tentaciones, ya que no se dan cuenta de sus debilidades futuras. En cambio los agentes sofisticados conocen sus debilidades y son capaces de disminuir sus tentaciones futuras y logran hacer cualquier actividad que no tenga una tentación muy grande en el periodo óptimo. Esta conclusión contrasta con la del modelo estándar de descuento cuasi-hiperbólico de O'Donoghue y Rabin (1999) que no puede predecir si los agentes sofisticados adelantarán o atrasarán las actividades.

En la sección 4 analizamos el efecto de nuestra función de utilidad intertemporal en el bienestar de los individuos; analizamos el caso en el que una actividad se tiene que hacer más de una vez; presentamos posibles extensiones y concluimos.

I. Utilidad intertemporal y creencias

La función de utilidad intertemporal tradicional nos representa la impaciencia de los individuos al descontar de manera exponencial la utilidad que los individuos reciben en el futuro. El descuento exponencial tiene la ventaja de que genera un comportamiento consistente en el tiempo, lo que facilita el análisis de las decisiones intertemporales. Sin embargo, los individuos muchas veces no somos consistentes en el tiempo y cambiamos de parecer de un periodo a otro, tomamos decisiones de las cuales nos arrepentimos posteriormente y cada periodo tenemos la tentación de incrementar nuestra utilidad presente a costa de nuestra utilidad futura. Esto es lo que se conoce como sesgo al presente.

Laibson (1997) utiliza la siguiente función de utilidad intertemporal para representar el sesgo al presente de los individuos:[1]

$$U^t(u_t, u_{t+1}, \ldots, u_T) = u_t + \beta \sum_{\tau=t+1}^{T} \delta^{\tau-t} u_\tau$$

donde u_t es la utilidad instantánea de una persona en el periodo t y U^t es una función continua y creciente en todos sus componentes. β representa la tentación de consumir en el periodo actual al disminuir la importancia de los periodos futuros.

Esta función no representa necesariamente la utilidad de los individuos, sino la utilidad percibida por los individuos en un periodo dado.[2] Sin embargo, la utilidad percibida cambia cada periodo al tener la tentación del nuevo periodo actual, generando un comportamiento de inconsistencia en el tiempo. Laibson llama a esta función cuasi-hiperbólica debido a su similitud con la función hiperbólica.[3] Una manera de ver este problema es pensar que cada persona está compuesta por diferentes individuos: el yo de hoy, el yo de mañana, el yo de pasado mañana, y así sucesivamente. Cada una de nuestras diferentes personalidades en el tiempo tiene diferentes preferencias, dándole mayor importancia a la utilidad que reciben en el periodo en el que habitan (esto es el sesgo al presente). Cada personalidad quiere maximizar su utilidad percibida tomando en cuenta que sus personalidades futuras se pueden comportar de manera diferente a la que ellos quisieran.

Con el objetivo de extender el concepto de sesgo al presente a otras dimensiones de la distancia psicológica, extendemos la función de utilidad con sesgo al presente en la siguiente definición:

Definición 1: La función de utilidad percibida por un individuo *con distancia psicológica* está dada por la ecuación:

$$U^t(u_t, u_{t+1}, \ldots, u_T) = \alpha^{\rho_{t-1}} u_t + \beta \sum_{\tau=t+1}^{T} \delta^{\tau-t} u_\tau$$

[1] Phelps y Pollak (1968) fueron los primeros en proponer esta función.

[2] Hay discusión en cuál es la utilidad que se debe de usar para efectos de medir el bienestar individual. O'Donoghue y Rabin (1999) proponen usar la función de utilidad exponencial tradicional.

[3] En la función hiperbólica la utilidad de los periodos τ se descuenta con el factor $(1+\alpha\tau)^{-\gamma/\alpha}$, donde $\alpha, \gamma > 0$.

donde $\alpha < 1$ es un parámetro que representa la capacidad que el individuo tiene para disminuir la tentación presente al alejarla en alguna otra dimensión de la distancia psicológica como lo es la distancia espacial, y $\rho_{t-1} \in \{0,1\}$, representa la decisión del individuo en el periodon $t-1$ de alejar o no alejar la tentación para el periodo t, donde 0 representa cerca y 1 representa lejos.

En el experimento de Mischel, los niños decidían si comerse un dulce en el momento o esperar. La β representa la tentación de consumir en el presente con respecto a consumir en el futuro, mientras que la α representa la capacidad para reducir esta tentación, como muchos niños lo hicieron, simplemente al desviar su atención de los dulces. En este caso, la decisión de alejar la tentación vendría antes de la decisión de comer o no el dulce, por lo que la decisión de alejar o no alejar debe de darse en el periodo $t-1$. Por motivos de exposición nos referiremos a las preferencias representadas por la definición 1 como las preferencias (α,β,δ) y a las preferencias representadas por la ecuación 1 como preferencias (α,β) y a la acción de alejar un bien en alguna dimensión de la distancia psicológica simplemente como alejar la tentación.

II. CUÁNDO REALIZAR UNA ACTIVIDAD

En esta sección extendemos el análisis de O'Donoghue y Rabin (1999) *con nuestra función de utilidad con distancia psicológica* y estudiamos el momento en el que un individuo escoge realizar una actividad. Suponemos que el individuo debe realizar la actividad sólo una vez y tiene un número de periodos $T < \infty$ para hacerlo. Realizar la actividad en cada periodo t genera un beneficio y tiene un costo. $\mathbf{v} \equiv (v_1, v_2, \dots, v_T)$ es el esquema de recompensas y $\mathbf{c} \equiv (c_1, c_2, \dots, c_T)$ es el esquema de costos, donde v_t ¤ 0 y c_t ¤ 0 en cada $t \in \{1, 2, \dots, T\}$. Por simplicidad, y para concentrarnos solamente en los efectos del sesgo al presente, supondremos que $\delta = 1$.

Denotamos como $U^t(\tau, \rho_{t-1})$ la utilidad percibida por un individuo en el periodo t de hacer la actividad en el periodo τ, donde $t \leq \tau$ y ρ_{t-1} representa si se alejó o no la tentación en el periodo $t-1$.

Analizamos dos casos, dependiendo de cuándo se reciben los costos y las recompensas de la actividad. Si sus costos se reciben en el presente y sus recompensas se reciben en el futuro, le llamamos actividad con costos inmediatos. Si sus recompensas se reciben en el presente y sus costos se reciben en el futuro, le llamamos actividad con beneficios inmediatos. A continuación escribimos cómo se percibe la función de utilidad para el caso de una actividad con costos inmediatos y para el caso de una actividad con beneficios inmediatos.

1) *Costos inmediatos*: si la persona realiza la actividad en el periodo τ, su utilidad intertemporal en un periodo $t \leq \tau$ es la siguiente:

$$U^t(\tau, \rho_{t-1}) \equiv \begin{cases} \beta v_\tau - \alpha^{\rho_{t-1}} c_\tau & \text{si} \quad \tau = t \\ \beta v_\tau - \beta c_\tau & \text{si} \quad \tau > t \end{cases}$$

2) *Recompensas inmediatas*: si una persona completa la actividad en τ, entonces su utilidad intertemporal en un periodo $t \leq \tau$ es la siguiente:

$$U^t(\tau, \rho_{t-1}) \equiv \begin{cases} \alpha^{\rho_{t-1}} v_\tau - \beta c_\tau & \text{si} \quad \tau = t \\ \beta v_\tau - \beta c_\tau & \text{si} \quad \tau > t \end{cases}$$

Como es común en la literatura, para este artículo nos centraremos en dos tipos de agentes, dependiendo de si conocen o no su comportamiento futuro.

- Individuos *sofisticados*: son agentes que saben exactamente cuáles serán sus preferencias futuras (saben que tendrán sesgo al presente).
- Individuos *ingenuos*: son agentes que creen que sus preferencias futuras serán idénticas a sus preferencias presentes (desconocen que tendrán sesgo al presente).

Notemos que tanto los ingenuos como los sofisticados tienen sesgo al presente ($\beta < 1$); pero se diferencian en su percepción sobre sus preferencias futuras. Los sofisticados conocen sus debilidades y saben que las tendrán en el futuro, mientras que los ingenuos son optimistas y piensan que no tendrán debilidades en el futuro. Como referencia compararemos el comportamiento de los agentes ingenuos y sofisticados con los agentes consistentes en el tiempo (CT), éstos son los agentes que se comportan de una manera tradicional sin sesgo al presente ($\beta = 1$).

La estrategia de un individuo debe incluir, para cada $t \in \{1, 2, \ldots, T\}$, su decisión de realizar o no la actividad, así como para cada periodo $t \in \{0, 1, \ldots T-1\}$ la decisión de alejar o no alejar la tentación. Denotamos la estrategia de un individuo como $s \equiv (s_1, s_2, \ldots, s_T; \rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_{T-1})$, donde $s_t \in \{H, N\}$. H es *hacer* la actividad en el periodo t, N es *no* hacer la actividad en el periodo t y $\rho_{T-1} \in \{0, 1\}$ representa las acciones de alejar o no alejar en el periodo $t-1$. En este artículo usamos s^s para referirnos a una estrategia de un agente sofisticado, s^n para referirnos a una estrategia de un agente ingenuo y s^{ct} para una estrategia de un agente consistente en el tiempo.

Para describir el comportamiento de nuestros agentes extendemos la definición de estrategia de percepción perfecta de O'Donoghue y Rabin (1999) para cada agente para las preferencias (α, β, δ). El concepto de estrategia de perfección perfecta requiere que un agente escoja en cada periodo la acción que maximice su utilidad dadas sus creencias sobre su comportamiento futuro.

Definición 2: Una *estrategia de percepción perfecta para un agente* CT es una estrategia $s^{ct} \equiv (s_1^{ct}, s_2^{ct}, \ldots, s_T^{ct}; \rho_0^{ct}, \rho_1^{ct}, \ldots, \rho_{T-1}^{ct})$ donde $\rho_t^{ct} = 0$ para $t < T$ y que satisface $s_t^{ct} = H$ si y sólo si $U^t(t,0) \geq U^t(\tau,0)$ para $\tau > t$.

El agente consistente en el tiempo no alejaría las tentaciones, ya que él no tiene sesgo al presente y realizaría la actividad en el periodo en el que su utilidad fuera mayor.

Definición 3: Una *estrategia de percepción perfecta para un agente ingenuo* es una estrategia $s^n \equiv (s_1^n, s_2^n, \ldots, s_T^n; \rho_0^n, \rho_1^n, \ldots, \rho_{T-1}^n)$ donde $\rho_t^n = 0$ para $t < T$ y que satisface $s_t^n = H$ si y sólo si $U^t(t,0) \geq U^t(\tau,0)$ para $\tau > t$.

Un agente inocente tiene sesgo al presente, sin embargo él no lo sabe, por lo que no aleja su tentación y piensa que se va a comportar en periodos futuros como un agente consistente en el tiempo.

Definición 4: Una *estrategia de percepción perfecta para sofisticados* es una estrategia $s^s \equiv (s_1^s, s_2^s, \ldots, s_T^s; \rho_0^s, \rho_1^s, \ldots, \rho_{T-1}^s)$ que satisface para todo $t < T$, $s_t^s = H$ y $\rho_t^s = 1$ si y sólo si $U^t(t,1) \geq U^t(\tau',1)$ donde $\tau' \equiv \min_{\tau > t}\{\tau \mid s_t^s = H \text{ y } \rho_t^s = 1\}$.

El agente sofisticado tiene sesgo al presente, lo sabe y conoce cómo se va a comportar en el futuro. El agente sofisticado puede reducir su sesgo al presente alejando sus tentaciones.

II.1. *Comportamiento*

Para entender el comportamiento de los diferentes agentes, nos ayudaremos del siguiente ejemplo donde compararemos el comportamiento de los agentes CT, ingenuos y sofisticados.

Ejemplo 1

Supongamos que hay una actividad con recompensas inmediatas y hay cuatro periodos para realizarla. Sin embargo, el beneficio de completar la actividad se incrementa con el tiempo (imaginemos el caso de los dulces y los niños en el experimento de Mischel). Podemos pensar que la actividad es comprar un pastel y tenemos que escoger cuándo comprarlo. Supongamos que este fin de semana venden en la pastelería un pastel mediocre (de zanahoria, que no nos gusta tanto). La próxima semana tendrán un pastel de manzana bueno (que nos gusta un poco más), en dos semanas tendrán un pastel muy bueno (de queso, que nos gusta mucho), y en tres semanas tendrán un pastel excelente (de chocolate, que es nuestro favorito). Si sólo podemos comprar un pastel, ¿cuál compraremos? Supongamos que $\beta = \frac{1}{3}$, $\delta = 1$, $\alpha\frac{1}{2}$,

v = (3, 5, 8, 13) y **c** = (0, 0, 0, 0). Recordemos que el valor de α representa la capacidad del individuo de reducir el sesgo al presente al alejarse en una distancia psicológica, como por ejemplo al alejarse físicamente de la pastelería. Para simplificar el análisis, asumiremos que los costos son iguales a cero para los cuatro periodos. Esto nos permite enfocarnos al papel que juega la distancia psicológica en los beneficios inmediatos.

En la tabla 1 resumimos la utilidad percibida cada semana para un individuo. En la primera columna se muestra la semana en la que el individuo está decidiendo si comprar el pastel o no. Se puede apreciar cómo, aunque sea el mismo individuo, sus preferencias son diferentes cada periodo (o percibe la utilidad de manera diferente). Se representa el sesgo al presente al reducir la utilidad percibida en los periodos futuros (en este ejemplo se reduce a una tercera parte). Nosotros representamos la posibilidad de alejar la tentación, como la posibilidad de reducir la utilidad percibida en el siguiente periodo. La utilidad del pastel del mismo periodo que se observa tiene dos valores. Estos dos valores nos representan la utilidad percibida si no se alejó la tentación o se alejó (por ejemplo, si estamos enfrente de la pastelería o alejados de la pastelería).

Tabla 1

	Primer pastel	Segundo pastel	Tercer pastel	Cuarto pastel
Percepción en el periodo 1 Si no se alejó/Si se alejó	3 / 1.5	1.66	3.66	4.66
Percepción en el periodo 2 Si no se alejó/Si se alejó		5 / 2.5	3.66	4.66
Percepción en el periodo 3 Si no se alejó/Si se alejó			8 / 4	4.66

Las estrategias de percepción perfecta para los diferentes agentes son:

— $S^{ct} = (N, N, N, H; 0, 0, 0, 0)$. Los agentes CT realizan la actividad en el último periodo, cuando la utilidad de comer el pastel es mayor, ya que no tienen sesgo al presente.

— $S^{s} = (N, N, N, H; 1, 1, 1, 1)$. Aunque los agentes sofisticados tienen sesgo al presente, ellos lo saben y por lo tanto deciden alejar la tentación (por ejemplo, alejándose físicamente de la pastelería o alejando su atención de ella). De esta manera, ellos logran reducir su sesgo al presente, de $\beta = 1/3$ a $\beta/\alpha = 2/3$. Con este nuevo sesgo al presente, los agentes sofisticados logran resistir la tentación de cada periodo y terminan comprando el pastel en el último periodo, que es cuando tienen el beneficio más alto.

— $S^n = (N, H, H, H; 0, 0, 0, 0)$. Los ingenuos, aunque tienen sesgo al presente, lo desconocen y, por lo tanto, no alejan su tentación, y su sesgo al presente continúa siendo $\beta = 1/3$. Los ingenuos además creen que en los periodos futuros van a comportarse como agentes CT, por lo que en el primer periodo piensan que en el segundo y tercer periodos van a esperar hasta el cuarto periodo, por lo que en su decisión de consumir el pastel en el primer periodo comparan la utilidad del primer pastel con la del cuarto pastel. Sin embargo, con una $\beta = 1/3$ los ingenuos pueden resistir consumir el pastel en el primer periodo, sin embargo en la segunda semana la tentación del pastel de manzana es demasiado grande y lo compran, aunque éste es el segundo pastel que les gusta menos.

Usamos el ejemplo anterior por parecernos didáctico. Sin embargo, podemos pensar en un ejemplo en el que la decisión es muy importante para el bienestar del individuo, como lo es el ahorro. Si el individuo no consume en los primeros periodos, puede ahorrar y recibir una tasa de interés, por lo que puede consumir más en los periodos futuros. Sin embargo, él tiene la tentación cada periodo de consumir ese mismo periodo.

A continuación presentamos algunas proposiciones donde describimos el comportamiento de los agentes de una manera general. Todas las demostraciones se encuentran en el apéndice.

Definimos $\tau_a \equiv \min_t \{t \mid s_t^a = H\}$ donde $a \in \{ct, s, n\}$ como el periodo en el que cada agente completa la actividad.

Proposición 1: *a) Si los costos son inmediatos, entonces* $\tau_n \geq \tau_{ct}$. *b) Si los beneficios son inmediatos, entonces* $\tau_n \leq \tau_{ct}$.

La proposición 1 es una extensión directa de la proposición 1 de O'Donoghue y Rabin (1999) a las preferencias (β, α, δ) donde se compara el comportamiento de los agentes ingenuos con los agentes consistentes en el tiempo. Este resultado es el mismo que en el modelo de preferencias cuasi-hiperbólicas (O'Donoghue y Rabin, 1999). Debido a que los agentes ingenuos no conocen su sesgo al presente, no alejan sus tentaciones y dejan para el futuro las tareas con costos inmediatos, mientras que adelantan las actividades con beneficios inmediatos.

Proposición 2: Supongamos que $v_t - c_t$ alcanza su máximo en t'. *a) Si los costos son inmediatos se tiene que* $\tau_s = \tau_{ct}$ *si* $\beta v_t - \alpha c < \beta v_{t'} - \beta c_{t'}$ para todo $t \neq t'$ y *b) Si los beneficios son inmediatos se tiene que* $\tau_s = \tau_{ct}$ *si* $\alpha v_t - \beta c_t < \beta v_{t'} - \beta c_{t'}$ para todo $t \neq t'$ y $\beta \leq \alpha$.

La proposición 2 compara el comportamiento de los agentes sofisticados con los agentes consistentes en el tiempo. Los agentes sofisticados pueden alejar su tentación y de esta manera reducir su sesgo al presente. Si la utilidad en el periodo óptimo es suficientemente grande para que resistan las tentaciones, los agentes sofisticados pueden disminuir su sesgo al presente y comportarse igual que los agentes consistentes en el tiempo.

Este resultado difiere del modelo estándar con preferencias cuasi-hiperbólicas de O'Donoghue y Rabin (1999). El modelo estándar con preferencias cuasi-hiperbólicas no tiene una predicción de quién resolverá la tarea primero, los sofisticados o los consistentes en el tiempo. Mi modelo, en cambio, predice que si la tentación no es lo suficientemente grande, los sofisticados lograrán comportarse como los consistentes en el tiempo y realizarán la tarea en el periodo en el que su utilidad es mayor.

Lema 1: Supongamos que $v_t - c_t$ alcanza su máximo en t', *a)* para costos inmediatos se tiene que $\tau_s \leq \tau_n$ *si* $\beta v_t - \alpha c < v_{t'} - c_{t'}$ para todo $t \neq t'$ y $\beta \leq \alpha$, *b)* para el caso de las recompensas inmediatas se tiene que $\tau_s \geq \tau_n$ *si* $\alpha v_t - \beta c_t < \beta v_{t'} - \beta c_{t'}$ para todo $t \neq t'$ y $\beta \leq \alpha$.

Dado que el agente sofisticado se puede comportar como un agente consistente en el tiempo si no enfrenta una tentación muy grande, y dado que el agente inocente atrasa las tareas con costos inmediatos y adelanta las tareas con beneficios inmediatos, se tiene que cuando no hay una tentación muy grande, el agente inocente hará después que el sofisticado las tareas con costos inmediatos y hará antes las tareas con beneficios inmediatos.

III. Bienestar

En esta sección comparamos el bienestar de los diferentes comportamientos de los individuos. Sin embargo, en los modelos de sesgo al presente, las comparaciones de bienestar son problemáticas debido a que la función de utilidad cambia cada periodo y no es claro cuál función de utilidad se debe usar para medir el bienestar de los individuos. Siguiendo a O'Donoghue y Rabin (1999), usamos la perspectiva de largo plazo. Para esto usamos un periodo ficticio 0 en el que todos los periodos tienen la misma importancia y no hay sesgo al presente. Denotamos la función de utilidad en el periodo ficticio 0 como U_0.

Usando el periodo 0, medimos la pérdida en bienestar como la diferencia en la utilidad de cualquier desviación con respecto a la estrategia óptima, la cual está dada por la estrategia de percepción perfecta del agente consistente en el tiempo. Por ejemplo, la pérdida en bienestar de un agente sofisticado está dada por $U^0(\tau_{ct}) - U^0(\tau_s)$.

Para la proposición 3 asumimos que tanto los costos como los beneficios están limitados por una constante $\bar{X}$. En esta proposición se muestra que el bienestar social para un agente sofisticado tiende a cero cuando α se aproxima a β, esto es, cuando la capacidad de controlar nuestras tentaciones es casi completa.

Proposición 3: Si los costos son inmediatos, para v y c tal que $v_t \leq \bar{X}$ y $c_t \leq \bar{X}$ para todo t se cumple que:

$$\lim_{\alpha \to \beta}\left(\sup_{(v,c)}\left[U^0\left(\tau_{ct}\right)-U^0\left(\tau_s\right)\right]\right)=0$$

O'Donoghue y Rabin (1999) muestran que cuando $\beta \to 1$ el bienestar de los individuos sofisticados es igual al bienestar de los individuos consistentes en el tiempo. Esto es debido a que al ser $\beta \to 1$ el sesgo al presente tiende a desaparecer y por lo tanto tienden a desaparecer las tentaciones a que se enfrenta el agente sofisticado. En nuestro modelo en cambio no es necesario que el sesgo al presente tenga que desaparecer para que los agentes sofisticados se comporten como consistentes en el tiempo, lo que es necesario es que puedan disminuir su sesgo al presente lo suficiente para controlar sus tentaciones. En este caso, los impuestos al pecado no serían necesarios, ya que los individuos pueden llegar a la solución óptima por sí mismos.

IV. MULTITAREA

Ahora analizaremos el caso en el que el agente debe realizar una actividad más de una vez. Asumimos que el agente debe realizar la actividad $M \geq 1$ veces y puede hacerla a lo sumo una vez en cada periodo. Los individuos cuentan con T periodos para terminar la M–ésima actividad. Denotaremos $\tau^i(M)$ como el periodo en el que una persona completa la actividad i–ésima y como $\Theta(M)$ el conjunto de periodos en los que se completan todas las M actividades, por lo que $\Theta(M) \equiv \{\tau^1(M), \tau^2(M), \ldots, \tau^M(M)\}$. Denotamos $\Theta_a(M) \equiv \{\tau_a^1(M), \ldots, \tau_a^M(M)\}$ como el conjunto de los periodos que un agente de tipo $a \in \{n, s, ct\}$ completa la i–ésima actividad. Para cada τ en el que la persona lo hace, recibe una recompensa v_t e incurre en un costo c_t como lo hemos usado hasta ahora y estas recompensas y costos pueden ser recibidos inmediatamente o en el futuro. Generalizamos las definiciones de costos y beneficios inmediatos para el caso multitarea:

- *Costos inmediatos:* Dado $\Theta(M)$, la utilidad intertemporal del agente en el periodo τ viene dada por la ecuación:

$$U^t(\Theta(M), \rho_t) \equiv \begin{cases} -(\alpha^{\rho_t}-\beta)\,c_t+\beta\left(\sum_{\tau\in\Theta(M)} v_t-\sum_{\tau\in\Theta(M)} c_t\right) & \text{si } t \in \Theta(M) \\ \beta\left(\sum_{\tau\in\Theta(M)} v_t-\sum_{\tau\in\Theta(M)} c_t\right) & \text{si } t \notin \Theta(M) \end{cases}$$

- *Recompensas inmediatas:* Dado $\Theta(M)$, la utilidad intertemporal del agente en el periodo τ viene dada por la ecuación:

$$U^{t}(\Theta(M),\rho_t)\equiv\begin{cases}-(\alpha^{\rho_t}-\beta)v_t+\beta\left(\sum_{\tau\in\Theta(M)}v_t-\sum_{\tau\in\Theta(M)}c_t\right) & \text{si } t\in\Theta(M)\\ \beta\left(\sum_{\tau\in\Theta(M)}v_t-\sum_{\tau\in\Theta(M)}c_t\right) & \text{si } t\notin\Theta(M)\end{cases}$$

IV.1. *Comportamiento en multitarea*

Ejemplo en multitarea

Supongamos que el agente tiene dos cupones para rebanadas de pastel y sus ingresos son tales que no podría pagar por otras rebanadas. Las opciones de la pastelería son las mismas que en el ejemplo 1. Tienen el primer fin de semana el mediocre pastel de zanahoria, el segundo fin de semana tienen el aceptable pastel de manzana, para después tener el pastel bueno de queso y finalmente el cuarto fin de semana tendrán el excelente pastel de chocolate. ¿Qué rebanadas comerán los agentes? Ahora tenemos recompensas inmediatas,

$$T=4,\ M=2,\ \beta=\tfrac{1}{3},\ \alpha=\tfrac{1}{2},\ \mathbf{v}=(3,5,8,11) \text{ y } \mathbf{c}=(0,0,0,0).$$

Los agentes consistentes en el tiempo usarán sus cupones para las rebanadas de los periodos 3 y 4, que es cuando los pasteles les gustan más.

Los sofisticados quieren comprar las rebanadas de los periodos 3 y 4 y pueden reducir su sesgo al presente al alejar las tentaciones en alguna distancia psicológica. Debido a que la recompensa de hacerlo en los periodos 3 y 4 es mayor a β/α que las recompensas que reciben en cualquier otro periodo van a poder esperar una vez que reducen su tentación, y lo harán en los periodos 3 y 4, al igual que los agentes tiempo consistentes.

Los ingenuos no creen que necesiten alejar su tentación. En el primer periodo ellos piensan que se van a comportar como los agentes consistentes en el tiempo en los periodos posteriores, por lo que piensan que el segundo cupón lo van a usar para comprar el pastel del cuarto periodo. Los ingenuos creen que si no usan el primer cupón en el primer periodo lo van a usar en el tercer periodo. Sin embargo, con una $\beta\frac{1}{3}$ la tentación del primer periodo es suficiente para que no se esperen al tercer periodo y usen el primer cupón en el pastel del primer periodo. Sin embargo, una vez en el segundo periodo, la tentación del segundo periodo es demasiado grande y no se pueden esperar a usar el segundo cupón en el cuarto periodo y lo usan para comprar el pastel del segundo periodo. Por lo tanto, los agentes ingenuos compran los pasteles de los periodos 1 y 2, que son los que menos les gustan.

A continuación presentamos algunas proposiciones donde describimos el comportamiento de los agentes de una manera general.

Proposición 4: *Si los costos son inmediatos, entonces para todo* $j \in \{1, 2, \ldots, M\}$ *se cumple que* $\tau_n^j(M) \geq \tau_{ct}^j(M)$. *Si las recompensas son inmediatas, se cumple que* $\tau_n^j(M) \leq \tau_{ct}^j(M)$, *para todo* $j \in \{1, 2, \ldots, M\}$.

La proposición 4 extiende la proposición 1 para el caso multitarea y nos dice que los agentes ingenuos harán la *i*–nésima actividad antes que los agentes sofisticados cuando los beneficios son inmediatos y la harán después que los agentes sofisticados cuando los costos son inmediatos.

Proposición 5: Para todos los casos y para todo v y c y para cada $M \in \{1, 2, \ldots, T\text{–}1\}$ *se tiene que*

$$\Theta_{ct}(M) \subset \Theta_{ct}(M+1) \text{ y } \Theta_n(M) \subset \Theta_n(M+1)$$

La proposición 5 es una extensión de la proposición 6 de O'Donoghue y Rabin (1999) a las preferencias (α, β, δ). Esta proposición compara el caso en el que una actividad se tiene que realizar M veces con el caso en el que se tiene que realizar una vez adicional $(M+1)$. Cuando la actividad se tiene que hacer una vez adicional, tanto los agentes ingenuos como los agentes sofisticados hacen M tareas en todos los mismos periodos en las que lo hacían antes, más un periodo adicional.

Proposición 6: Supongamos que $v_t - c_t$ tiene sus M máximos en el conjunto de periodos $m = \{m_1, m_2, \ldots, m_M\}$. *a)* para costos inmediatos se cumple:

$$\tau_s^j(M) = \tau_{ct}^j(M), \text{ si } \beta v_t - \beta c_t < \beta v_{m_j} - \alpha c_{m_j} \text{ para } m_j \in m \text{ y } t \notin m.$$

b) para recompensas inmediatas se cumple:

$$\tau_s^j(M) = \tau_{ct}^j(M), \text{ si } \beta v_t - \beta c_t < \alpha v_{m_j} - \beta c_{m_j} \text{ para } m_j \in m \text{ y } t \notin m.$$

La proposición 6 se refiere al comportamiento de los agentes sofisticados en relación con los CT en el caso multitarea. Los agentes sofisticados quieren hacer las actividades en los mismos periodos que los CT, sin embargo cada periodo tiene la tentación de maximizar su utilidad del periodo (sesgo al presente). Si la utilidad de hacerlo en los periodos óptimos es lo suficientemente grande, en comparación con la utilidad que reciben en los periodos no óptimos, ellos podrán resistir la tentación y hacerlo en los periodos óptimos al alejar las tentaciones en alguna distancia psicológica.

Para el caso multitarea, el modelo estándar con preferencias cuasi-hiperbólicas no tiene una predicción de quién resolverá las tareas primero: los agentes sofisticados o los consistentes en el tiempo. Mi modelo en cambio predice que si la tentación no es lo suficientemente grande, los sofisticados lograrán comportarse como los consistentes en el tiempo, realizando las tareas en los mismos periodos.

CONCLUSIONES

En la literatura de la distancia psicológica la distancia temporal es sólo una de sus dimensiones y puede ser intercambiable con las otras dimensiones de la distancia psicológica, como lo es la distancia espacial. Si la distancia temporal se puede intercambiar con las otras dimensiones de la distancia psicológica, entonces los individuos pueden reducir su sesgo al presente. En este artículo hemos generalizado el concepto de sesgo al presente introducido por Laibson (1997) para varias dimensiones de la distancia psicológica.

La pérdida en bienestar social por parte de los individuos a causa de las tentaciones, es considerable. Problemas como el ahorro subóptimo (Laibson, 1997), el uso excesivo de las drogas (Gruber y Koszegi, 2001), obesidad y falta de ejercicio (Rabin, 2003, 2006), sobre endeudamiento (Heidhues y Koszegi, 2010) están asociadas con el sesgo al presente de los individuos.

En sus estudios, Mischel concluye que los niños que derrotaron la tentación de los dulces empleaban una serie de estrategias que les permitían alejar su atención de los dulces. Al contrario, los niños que cedían ante la tentación se saboteaban a sí mismos, prestando toda su atención a la recompensa, que en este caso también es la tentación: los dulces. En otro de sus experimentos, Mischel (1989) les enseñó a los niños una serie de trucos mentales, como pretender que los dulces no eran reales, sino eran más que una fotografía, lo que mejoró notablemente su autocontrol (Lehrer, 2009). Mischel propone que los problemas de autocontrol de los individuos pueden ser resueltos al enseñarles desde niños estrategias que les permitan disminuir sus problemas de autocontrol (Lehrer, 2009).

Nuestro análisis concuerda con las conclusiones de Mischel. Cuando los individuos tienen preferencias tipo (α, β, δ), lo más importante para incrementar su bienestar es el conocimiento de su sesgo al presente y su capacidad de reducir este sesgo.

Varios autores han propuesto soluciones a los problemas de autocontrol dados por el sesgo al presente. Sin embargo, estas soluciones, como por ejemplo, los impuestos al pecado propuestos por O'Donoghue y Rabin (2003, 2006), no serán óptimos y podrían ser costosos si no consideran el que los individuos podemos, al menos parcialmente, disminuir el sesgo al presente.

En este artículo se analizaron dos tipos de individuos diferentes: aquellos que conocen sus debilidades futuras (sofisticados), y aquellos que las desconocen (inocentes). Nuestros resultados concuerdan con los resultados del modelo estándar de descuento cuasi-hiperbólico de O'Donoghue y Rabin (1999) para los individuos inocentes, pero difieren para los individuos sofisticados.

Tanto en el modelo estándar de descuento cuasi-hiperbólico, como en nuestro modelo de distancia psicológica, si el costo de una actividad es inmediato, los inocentes tienden a atrasar la actividad (*procrastinar*). Si el beneficio es inmediato, los inocentes tienden adelantar la actividad (*precrastinar*).

Sin embargo, en el caso de los individuos sofisticados, el modelo cuasi-hiperbólico no pude dar una predicción de si procrastinarán o precrastinarán. En cambio, nuestro modelo predice que cuando la tentación no es muy grande, los individuos sofisticados no procrastinarán ni precrastinarán, sino que realizarán la tarea exactamente cuando les conviene hacerla. De esto se sigue que el costo en bienestar social del sesgo al presente puede ser eliminado para los individuos sofisticados si la tentación no es muy grande. Esto contrasta con el modelo estándar de descuento cuasi-hiperbólico en el cual incluso un agente sofisticado puede tener un costo en bienestar considerable del sesgo al presente.

Para futuros trabajos, nuestro modelo se puede extender al introducir el concepto de ingenuidad parcial de O'Donoghue y Rabin (2001), en la que los individuos conocen que tienen sesgo al presente, pero no conocen la extensión de este sesgo. Esto nos llevaría a un modelo más realista con nuevos resultados.

Asimismo, nuestro modelo se podría extender para analizar otro tipo de creencias incorrectas sobre las preferencias de nuestras personalidades futuras. Por ejemplo, Becker y Mulligan (1997) asumen que la gente puede reducir sus tentaciones al prestarle mayor atención a las recompensas futuras. Estas creencias pueden incrementar los problemas de autocontrol, ya que si las recompensas futuras son iguales que las tentaciones presentes, se estará incrementando la tentación presente.

APÉNDICE

Demostración de la proposición 1:[4]

- Supongamos que tenemos costos inmediatos. Probaremos que para cualquier periodo si los ingenuos lo hacen, entonces los CT's lo hacen. Consideremos el periodo t y sea $t' \equiv \arg\max_{\tau>t}(v_t - c_t)$. Los ingenuos lo hacen en el periodo t si y sólo si:

$$\beta v_t - \alpha^0 c_t \geq \beta(v_{t'} - c_{t'}) \Leftrightarrow v_t - \frac{1}{\beta} c_t \geq v_{t'} - c_{t'}$$

[4] Esta demostración es una modificación a la demostración de la proposición 1 de O'Donoghue y Rabin (1999).

Como $1>\beta$ entonces $-\frac{1}{\beta}> -1$ y así:

$$v_t - c_t \geq v_t - \frac{1}{\beta}c_t \geq v_{t'} - c_{t'}$$

Los CT's lo hacen en el periodo t si y sólo si $v_t - c_t \geq v_{t'} - c_{t'}$. Por lo tanto, si un agente ingenuo lo hace en el periodo t, también lo hará un CT.

- Supongamos que tenemos recompensas inmediatas. Probaremos que para cualquier periodo, si los CT's lo hacen, entonces los ingenuos lo harán. Consideremos el periodo t y sea $t' \equiv \arg\max_{\tau>t}(v_\tau - c_\tau)$. Los CT's lo hacen en el periodo t si y sólo si: $v_t - c_t \geq v_{t'} - c_{t'}$. Los ingenuos lo harán en t si y sólo si:
  $\alpha^0 v_t - \beta c_t \geq \beta(v_{t'} - c_{t'}) \Leftrightarrow \frac{1}{\beta}v_t - c_t \geq v_{t'} - c_{t'}$
  y como $1>\beta$, $\frac{1}{\beta}>1$ y por lo tanto $\frac{1}{\beta}v_t - c_t \geq v_t - c_t$, por lo que $\frac{1}{\beta}v_t - c_t \geq v_{t'} - c_{t'}$.
  Por lo tanto, si lo hace un CT, también lo hace un ingenuo.

Demostración de la proposición 2

Sea $t' \equiv \arg\max_{1\leq\tau\leq T}(v_t - c_t)$. Los agentes CT siempre lo harán en t', ya que en ese periodo es cuando se maximiza el valor de $(v_t - c_t)$.

Parte a)

Si los costos son inmediatos y *si* $\beta v_t - \alpha c_t < \beta v_{t'} - \beta c_{t'}$ para todo $t \neq t'$ y $\beta \leq \alpha$, una vez en el periodo t', los sofisticados lo hacen en ese periodo, ya que $\beta v_{t'} - \alpha c_{t'} \geq \beta v_{t'} - \beta c_{t'} > \beta v_t - \alpha c_t \geq \beta v_t - \beta c_t$ para todo $t > t'$ y $\beta \geq \alpha \geq 0$. Para todos los periodos $t < t'$, los sofisticados esperarán si saben que van a esperar en los periodos $t > \tau > t'$. En el periodo $t'-1$, los sofisticados esperan, ya que $\beta v_{t'-1} - \alpha c_{t'-1} < \beta v_{t'} - \beta c_{t'}$. En el periodo $t'-2$ los sofisticados esperan, ya que ellos saben que también esperarán en el periodo $t-1$. Por inducción hacia atrás vemos que para cualquier periodo $t < t'$ los sofisticados esperarán. Por lo tanto, los agentes sofisticados lo harán en el periodo t'.

Parte b)

Si los beneficios son inmediatos y *si* $\alpha v_t - \beta c_t < \beta v_{t'} - \beta c_{t'}$ para todo $t \neq t'$ y $\beta \leq \alpha$, una vez en el periodo t', los sofisticados lo hacen en ese periodo, ya que $\alpha v_{t'} - \beta c_{t'} \geq \beta v_{t'} - \beta c_{t'} > \alpha v_t - \beta c_t \geq \beta v_t - \beta c_t$ para todo $t > t'$. Para todos los periodos $t < t'$, los sofisticados esperarán si también esperan en todos los periodos $t > \tau > t'$. En el periodo $t'-1$, los sofisticados esperan, ya que $\alpha v_{t'-1} - \beta c_{t'-1} < \beta v_{t'} - \beta c_{t'}$. En el periodo

t'–2 los sofisticados esperan, ya que ellos saben que también esperarán en el periodo t–1. Por inducción hacia atrás vemos que para cualquier periodo $t<t'$ los sofisticados esperarán. Por lo tanto, los agentes sofisticados lo harán en el periodo t'.

Demostración del lema 1:

El lema 1 se obtiene directamente de la proposición 1 y 2.

Demostración de la proposición 3:[5]

- Supongamos que tenemos costos inmediatos. Probaremos que para todo t y k cuando a los CT's e ingenuos les quedan k tareas por realizar en el periodo t, si los ingenuos lo hacen en t, entonces los CT's también lo hacen en t. Sea t' tal que $v_{t'}-c_{t'}$ es el k–ésimo mejor $v_\tau-c_\tau$ para $\tau \epsilon \{t+1, t+2,\dots,T\}$. Los ingenuos lo harán en t si y sólo si
  $\beta v_t-\alpha^0 c_t \geq \beta(v_{t'}-c_{t'}) \Leftrightarrow v_t-\frac{1}{\beta}c_t \geq v_{t'}-c_{t'}$
  mientras los CT's lo hacen en t si y sólo si
  $v_t-c_t \geq v_{t'}-c_{t'}$ y $v_t-c_t \geq v_t-\frac{\alpha^i}{\beta}c_t$

para todo $0<\beta<1$ y $\beta<\alpha$. Así, mostramos que los ingenuos nunca pueden hacerlo antes que los CT's y por lo tanto $\tau_n^j(M) \geq \tau_{ct}^j(M)$.

- Supongamos que tenemos recompensas inmediatas. Probaremos que para todo t y k cuando a los CTs e ingenuos les quedan k tareas por realizar en el periodo t si los CT's lo hacen en t entonces los ingenuos lo hacen en t también. Sea t' tal que $v_{t'}-c_{t'}$ es el k–esimo mejor $v_\tau-c_\tau$ para $\tau \epsilon \{t+1, t+2,\dots,T\}$. Los CTs lo harán en t si y sólo si

  $v_t-c_t \geq v_{t'}-c_{t'}$

  Los ingenuos lo harán en t si y sólo si

  $\alpha^0 v_t-\beta c_t \geq \beta(v_{t'}-c_{t'}) \Leftrightarrow \frac{1}{\beta}v_t-c_t \geq v_{t'}-c_{t'}$

  pero,

  $\frac{1}{\beta}v_t-c_t \geq v_t-c_t$

[5] Esta demostración es una modificación a la demostración de la parte b) de la proposición 6 de O'Donoghue y Rabin (1999).

para todo $0<\beta<1$ y $\beta<\alpha$. Hemos mostrado ahora que los CTs nunca pueden hacerlo antes que los ingenuos y por lo tanto $\tau_n^j(M)\geq\tau_{ct}^j(M)$.

Prueba:

Primero mostraremos que si los costos son inmediatos, entonces $\tau_{ct}\geq\tau_s$.

Para los periodos $t<\tau_{ct}$ tenemos que $U^0(t)<U^0(\tau_{ct})$, por lo que $v_t-c_t<v_{\tau_{ct}}-c_{\tau_{ct}}$. Multiplicando por β tenemos que $\beta v_t-\beta c_t<\beta v_{\tau_{ct}}-\beta c_{\tau_{ct}}$. Sumándole y restándole c_t a la parte de la izquierda tenemos y reagrupando los términos nos da: $\beta v_t-\alpha c_t+(\alpha-\beta)c_t<\beta v_{\tau_{ct}}-\beta c_{\tau_{ct}}$. Como $\beta v_t-\alpha c_t=U(t)$ y $(\alpha-\beta)c_t>0$, tenemos que $U(t)<U(\tau_{ct})$. Por lo tanto, concluimos que cuando los costos son inmediatos, un agente sofisticado no hace la actividad en un periodo anterior a τ_{ct}.

Denotamos como $\bar{\tau}=\min_{t>\tau_{ct}}\{t|s_t^s=H\}$.

Para el agente sofisticado $U(\tau_s)\geq U(\bar{\tau})$, por lo que $\beta v_{\tau_s}-\alpha c_{\tau_s}\geq\beta v_{\bar{\tau}}-\beta c_{\bar{\tau}}$.

Agregándole y restándole c_t a la parte izquierda de la desigualdad obtenemos que $\beta v_{\tau_s}-\alpha c_{\tau_s}+\beta c_{\tau_s}-\beta c_{\tau_s}\geq\beta v_{\bar{\tau}}-\beta c_{\bar{\tau}}$. Rearreglando términos tenemos que $\beta v_{\tau_s}-\beta c_{\tau_s}-(\alpha-\beta)c_{\tau_s}\geq\beta v_{\bar{\tau}}-\beta c_{\bar{\tau}}$. Como $(\alpha-\beta)c_{\tau_s}$ es positivo, tenemos que $\beta v_{\tau_s}-\beta c_{\tau_s}\geq\beta v_{\bar{\tau}}-\beta c_{\bar{\tau}}$ y por lo tanto $U^0(\tau_s)\geq U^0(\bar{\tau})$.

Restándole $U^0(\tau_{ct})$ a ambos lados de la desigualdad y multiplicándolo por –1 obtenemos que $U^0(\tau_{ct})-U^0(\tau_s)\leq U^0(\tau_{ct})-U^0(\tau)$.

Si $\tau_s\neq\tau_{ct}$ entonces $U(\bar{\tau})>U(\tau_{ct})$. por lo que $\beta v_{\bar{\tau}}-\beta c_{\bar{\tau}}>\beta v_{\tau_{ct}}-\alpha c_{\tau_{ct}}$ y $\beta U^0(\bar{\tau})>\beta v_{\tau_{ct}}-\alpha c_{\tau_{ct}}$. Agregándole y restándole c_t a la parte de la derecha de la desigualdad obtenemos que $\beta U(\bar{\tau})>\beta v_{\tau_{ct}}-\beta c_{\tau_{ct}}+(\beta-\alpha)c_{\tau_{ct}}=\beta U^0(\tau_{ct})+(\beta-\alpha)c_{\tau_{ct}}$.

Dividiendo entre β obtenemos que $U^0(\bar{\tau})>U^0(\tau_{ct})+\frac{(\beta-d)}{\beta}c_{\tau_{ct}}$. Después de rearreglar términos tenemos que $U^0(\tau_{ct})-U^0(\bar{\tau})<\frac{(\alpha-\beta)}{\beta}c_{\tau_{ct}}$. Se puede ver que cuando el término $U^0(\tau_{ct})-U^0(\bar{\tau})$ tiende a cero.

Debido a que $U^0(\tau_{ct})-U^0(\tau_s)\leq U^0(\tau_{ct})-U^0(\bar{\tau})$, se concluye que el término $U^0(\tau_{ct})-U^0(\tau_s)$ tiende a cero cuando $\alpha\rightarrow\beta$.

Demostración de la proposición 4:[6]

Supongamos que quedan k tareas por hacer para ambos agentes. Tanto ingenuos como CTs lo harán en t si y sólo si el periodo t es uno de los k mejores periodos restantes dadas sus preferencias en t. Por lo que, para toda $k'>k$, si cualquiera de los dos agentes lo hace en el periodo t con k actividades restantes, también lo harán en t si tienen k' tareas por hacer. Por lo tanto, se tiene lo deseado:

$$\Theta_{ct}(M)\subset\Theta_{ct}(M+1) \text{ y } \Theta_n(M)\subset\Theta_n(M+1)$$

[6] Esta demostración es una modificación a la demostración de la parte a) de la proposición 6 de O'Donoghue y Rabin (1999).

Demostración de la proposición 5:

Parte a):

Primero mostraremos que cuando los costos son inmediatos y la condición $\beta v_t - \beta c_t < \beta v_{mj} - \alpha c_{mj}$ se cumple para $m_j \in \{m_1, m_2, \ldots, m_m\}$ y $t \notin \{m_1, m_2, \ldots, m_m\}$, si falta una actividad, un agente sofisticado la hará en el periodo m_M y esperará en los periodos $m_{M-1} < t < m_M$. Después mostraremos que cuando hay i actividades pendientes un agente sofisticado hará una actividad si está en m_{M-1} y esperará si está en los periodos $m_{M-i-1} < t < m_{M-i}$, cuando sabe que el resto de actividades las hará en los periodos m_j, donde $j \geq M-i$.

Si los costos son inmediatos y si falta una actividad por hacer en el periodo m_M el sofisticado hará la actividad, ya que $\beta v_{m_M} - \alpha c_{m_M} \geq v_t - c_t$ para todo $t < m_M$. Si estamos en $m_{M-1} < t < m_M$ y falta una actividad, el individuo va a esperar, ya que la utilidad de hacerla en m_M es mayor que la utilidad de hacerla. En el periodo m_{M-1} si faltan i actividades el sofisticado hará una actividad si sabe que hará el resto de las actividades en los periodos m_j, donde $j > M-i$, porque su utilidad de hacer estas i actividades es $\beta v_{m_{M-i}} - \alpha c_{m_{M-i}} + \beta \sum_{m_{M-i+1}}^{m_M} (v_t - c_t)$, la cual es mayor que la que podría obtener en cualquier otra combinación de periodos. En los periodos $m_{M-i-1} < t < m_{M-i}$ si faltan i actividades, el sofisticado esperará si sabe que al esperar hará el resto de las actividades en los periodos m_j, donde $j \geq M-i$, ya que la utilidad de hacerlo en los periodos $j \geq M-i$ es mayor que la que podría obtener en cualquier otra combinación de periodos.

Como i es arbitraria, haría las actividades durante todos los periodos $m \in \{1, 2, \ldots, M\}$ y esperaría en todos los otros periodos.

Parte b):

En el caso en el que los beneficios son inmediatos y la condición $\beta v_t - \beta c_t < \alpha v_{mj} - \beta c_{mj}$ se cumple para $m_j \in \{m_1, m_2, \ldots, m_m\}$ y $t \notin \{m_1, m_2, \ldots, m_m\}$, si falta una actividad por hacer en el periodo m_M el sofisticado hará la actividad, ya que $\alpha v_{m_M} - \beta c_{m_M} \geq \beta v_t - \beta c_t$ para todo $t > m_M$. Si estamos en $m_{M-1} < t < m_M$ y falta una actividad, el individuo va a esperar, ya que la utilidad de hacerla en m_M es mayor que la utilidad de hacerla. En el periodo m_{M-1} si faltan i actividades el sofisticado hará una actividad si sabe que hará el resto de las actividades en los periodos m_j, donde $j > M-i$, porque su utilidad de hacer estas i actividades es $\alpha v_{m_{M-i}} - \beta c_{m_{M-i}} + \beta \sum_{m_{M-i+1}}^{m_M} (v_t - c_t)$, la cual es mayor que la que podría obtener en cualquier otra combinación de periodos. En los periodos $m_{M-i-1} < t < m_{M-i}$ si faltan i actividades, el sofisticado esperará si sabe que al esperar hará el resto de las actividades en los periodos m_j, donde $j \geq M-i$, ya que la utilidad de hacerlo en los periodos $j \geq M - i$ es mayor que la que podría obtener en cualquier otra combinación de periodos.

Como i es arbitraria, haría las actividades durante todos los periodos $m \in \{1, 2, \ldots, M\}$ y esperaría en todos los otros periodos.

Referencias bibliográficas

Akerlof, G. (1991), "Procrastination and Obedience", *American Economics Review*, 81 (2), pp. 1-19.

Becker, G. S. y Mulligan C. B. (1997), "The Endogenous Determination of Time Preference", *The Quarterly Journal of Economics,* 112 (3), pp. 729-758.

Gruber, J. y Koszegi, B. (2001), "Is Addiction Rational? Theory and Evidence", *The Quarterly Journal of Economics*, 116 (4), pp. 1261-1305.

Heidhues, P. y Koszegi, P. (2010), "Exploiting Naïvete about Self-Control in the Credit Market", *American Economic Review,* 100 (5), pp. 2279-2303.

Laibson, D. (1997), "Golden Eggs and Hyperbolic Discounting", *Quarterly Journal of Economics,* 112 (2), pp. 443-477.

Lehrer, J. (2009), "Don't! The Secret of Self-Control", *The New Yorker,* mayo 18.

Mischel, W. (1958), "Preference for Delayed Reinforcement: An Experimental Study of a Cultural Observation", *The Journal of Abnormal and Social Psychology*, 56 (1), pp. 57-61.

Mischel, W.; Shoda, Y. y Rodríguez, M. L. (1989), "Delay of Gratification of Children", *Science, New Series*, vol. 244, núm. 4907, pp. 933-938.

Mischel, W. y Rodríguez, M. L. (1993), "Psychological Distance in Self-Imposed Delay of Gratification", en R. Cocking, K. A. Renninger y K. Renninger (eds.), *The Development and Meaning of Psychological Distance*, Londres, Psychology Press.

Moreno, A. y Masaki, E. (2013), "Alcohol Myopía and Choice", *EconoQuantum*, 10 (2), pp. 35-54.

O'Donoghue, T. y Rabin, M. (1999), "Doing it Now or Later", *American Economic Review,* 89 (1), pp. 103-124.

________ (2001), "Choice and Procrastination", *Quarterly Journal of Economics,* 116 (1), pp. 121-160.

________ (2003), "Studying Optimal Paternalism, Illustrated by a Model of Sin Taxes", *American Economic Review,* 93 (2), pp. 186-191.

________ (2006), "Optimal sin taxes", *Journal of Public Economics,* 90, Issues 10-11, pp. 1825-1849.

Phelps, E. S. y Pollak, R. A. (1968), "On Second-Best National Saving and Game-Equilibrium Growth", *Review of Economic Studies*, 35 (2), pp. 185-199.

Trope, Y. y Liberman, N. (2010), "Construal-Level Theory of Psychological Distance", *Psychological Review*, 117 (2), pp. 440-463.