

¿EXISTE UNA MANERA DE COMPETENCIA DEFINIDA EN EL MERCADO DE LAS AFORE?*

*José Carlos Ramírez
y Mercurio Rochín Ruiz***

RESUMEN

El objetivo de este artículo consiste en modelar las estrategias utilizadas por las Afore para retener el mayor número de afiliados con diferentes rangos de ingreso en un esquema de competencia por costos. Para tal efecto simulamos un juego estático no cooperativo de dos etapas, en el que se formaliza la competencia establecida por las $M \geq 1$ administradoras líderes y las N seguidoras en un equilibrio generalizado de Nash-Cournot-Stackelberg (EGNCS). Los resultados indican que: *i*) la competencia entre las Afore es heterogénea por segmentos de salarios; *ii*) mientras que en rangos intermedios de salarios el EGNCS es adecuado para explicar el comportamiento de las Afore, en los rangos extremos la conjectura más razonable es que los agentes actúan como competidores por precios —salarios bajos— o como oligopolistas con un liderazgo no basado en cantidades y precios —salarios altos—, y *iii*) no es posible asegurar que, en una estructura de competencia como la que prevalece en las Afore, un mayor número de competidores redunde siempre en un mayor beneficio para los afiliados.

* *Palabras clave:* Afore, estrategias competitivas, equilibrio generalizado de Nash-Cournot-Stackelberg, bienestar del afiliado. *Clasificación JEL:* C7, D4, L1. Artículo recibido el 9 de mayo de 2012 y aceptado el 18 de febrero de 2013.

** J. C. Ramírez, profesor-investigador del CADEN (Escuela de Economía y Negocios), Universidad Anáhuac México-Norte y profesor afiliado del departamento de Economía del CIDE. M. Rochín Ruiz, consultor en el ámbito de precios de transferencia de Ernst & Young, México.

ABSTRACT

This paper aims at modeling Afore's strategies which are addressed to retain the largest number of pensioners with different income levels in a cost competition setting. In doing so, we simulate a non-cooperative static two stages game to model competition between $M \geq 1$ leaders and N followers by using a generalized Nash-Cournot-Stackelberg equilibrium (GNCSE). The main findings state that: 1) competition among Afore is not only defined by an GNCSE (which performs well at explaining Afores performance for intermediate income levels); 2) when dealing with extreme income levels, it is advisable to analyze agents as price-fixing competitors —in low income ranks— or as non-price-quantity competitors —in high income ranks— instead of as quantity Stackelberg oligopolists; and 3) there is no a direct relationship between the number agents and pensioner's welfare in Mexico's Afore market.

INTRODUCCIÓN

El objetivo de este artículo consiste en modelar las estrategias empleadas por las Administradoras de Fondos para el Retiro (Afore) para retener al mayor número de afiliados con diferentes rangos de ingreso en un esquema de competencia por costos.¹ El procedimiento se basa en un juego de dos etapas en el que las administradoras líderes construyen su curva de demanda después de obtener la función de producción agregada de las seguidoras. Para asegurar la existencia de una solución de equilibrio simétrico se supone que las empresas líderes actúan como grupo homogéneo entre sí, en el sentido de que sus respuestas no afectan de manera diferencial las decisiones de las otras líderes pero sí la curva de reacción de las empresas seguidoras —que, a su vez, actúan como competidoras *à la Cournot*—.² Esto quiere decir que las últimas aceptan el liderazgo en bloque de las primeras de manera indi-

¹ Por retención de clientes entendemos la conservación de afiliados ya existentes, la afiliación de trabajadores de nuevo ingreso al mercado laboral y la búsqueda de traspasos de afiliados procedentes de otras Afore. Tomamos el rango de ingreso como variable de control porque, si bien las Afore instruyen a sus promotores a concentrarse en el saldo de la cuenta (sus comisiones por el ingreso del trabajador no son tan significativas) en sus estrategias de afiliación, consideramos que hay una relación directa entre el monto de los recursos administrados y el rango de ingreso del afiliado. De hecho, los resultados de la simulación no cambian cuando incluimos el saldo de las cuentas en lugar de los monto de cuentas administradas por rango de ingreso.

² Ehrenmann (2004a, b) muestra que modelos con idénticos líderes pueden alcanzar distintos equilibrios si se supone que ellos toman decisiones diferentes al interior del grupo.

ferenciada. De este modo el juego adquiere una estructura de información perfecta, cierta, simétrica y completa en el que el equilibrio es estable, único y del tipo Nash-Cournot-Stackelberg-generalizado (EGNCS).

La importancia de enfrentar un objetivo de esta naturaleza es particularmente significativa, porque la utilización de un juego con EGNCS es hasta cierto punto novedosa en el contexto de la bibliografía empírica de las Afore. En concreto hay tres aspectos que conviene destacar y que distinguen a este documento del resto. El primero es que aun cuando algunos autores, como Ibarra (2010), sostienen que la competencia en el mercado de pensiones es del tipo Bertrand, lo cierto es que la mayoría de las administradoras ha venido perdiendo grados de libertad para manipular variables de precio —ya sea por efecto de la homogeneización de las tasas sobre un tipo de comisión (saldos), la volatilidad de las inversiones de las Siefore o por disposiciones regulatorias— en ciertos segmentos de salarios.³ El desconocimiento de los asalariados respecto al movimiento de las tasas de comisión o de los rendimientos netos obliga a las administradoras a centrar sus estrategias de retención más en la publicidad, lealtad a la marca, capacidad financiera, prestigio o fuerza de ventas y progresivamente menos en las dos primeras. De ahí que consideremos que las empresas estudiadas entre 1998 y 2008 se enfrascan en una competencia por cantidades —o retención de afiliados con diferentes clases de ingresos— utilizando diferentes mecanismos de servicios adicionales para posicionarse en un mercado oligopólico, entre los que destacan, por supuesto, los mayores rendimientos netos de comisión.

De igual manera, y como segundo aspecto, tenemos que la competencia por cantidades en el mercado de pensiones no está centrada en productos homogéneos, como es el supuesto implícito hecho por una buena cantidad de analistas (véase por ejemplo Aguilera y Vázquez, 2005), sino en la obtención de mezclas de cuentas que maximicen la ganancia de las Afore en un entorno limitado por un porcentaje tope de afiliados. El fundamento de esta aseveración radica en un hecho analizado líneas abajo y es que las administradoras, si bien persiguen obtener economías a escala en todos los segmentos salariales, utilizan estrategias diferenciadas para posicionarse en

³ Otros autores como Zepeda y Roldán (2005), Madero y Mora (2006) y Simons y Guevara (2011) coinciden en que los precios se han convertido en una variable de decisión confusa no sólo por los cambios de regímenes que éstos han experimentado a lo largo del periodo sino, preferentemente, porque las comisiones están determinadas más por disposiciones regulatorias que por efecto de la competencia. Esta aseveración, como veremos líneas abajo, tiene que ser matizada porque hay segmentos de salarios en los que presumiblemente se puede dar una competencia por precios.

el mercado. Así tenemos que mientras las Afore no vinculadas a los bancos adoptan estrategias definidas para privilegiar determinados estratos de ingresos de la población afiliada, las pertenecientes a las instituciones bancarias son las que aprovechan con mayor éxito su infraestructura colateral, incluso preexistente a 1997, para apropiarse de la mezcla de fondos administrados con mayor valor en todo el mercado de pensiones.⁴ Por esta razón consideramos conveniente introducir, primero, un parámetro de diferenciación de productos que distinga las estrategias de las Afore por rango de ingreso y, segundo, un esquema de competencia por costos que haga visible las diferencias de eficiencia en la administración de fondos entre las Afore.

El tercer y último aspecto por destacar es el supuesto adoptado en el modelo de que las administradoras vinculadas a los bancos sientan las directrices del mercado dentro de un esquema de *first-mover advantage* que se reproduce en toda la industria desde 1998. Es un supuesto que permite sostener, en principio, que el mercado de pensiones en México se caracteriza más por seguir un esquema de Stackelberg con múltiples líderes y seguidores y productos diferenciados —o con diferentes carteras de cuentas administradas— que cualquier otra manera de competencia. Se trata, sin duda, de un supuesto muy controversial debido a que deja de lado a otro tipo de modelaciones de líder-seguidor que no se basan en un esquema de Stackelberg y que pueden ser también utilizadas ventajosamente en el análisis, como son los que privilegian a la publicidad y a otras variables determinantes en el comportamiento estratégico de las Afore. En todo caso el análisis empírico nos dirá en qué sentido es correcta nuestra presunción o, en su defecto, en qué medida es conveniente utilizar esas otras modelaciones para complementar el estudio.

De cualquier manera la adopción del supuesto no allana todo el camino pues es sabido que hay más de un modo de modelar la competencia à la Stackelberg con múltiples líderes y seguidores. Los estudios internacionales más representativos del tema consideran diversas variantes: desde comportamientos estocásticos en las funciones de demanda del mercado

⁴ El liderazgo actual, por ejemplo, de Banamex y Bancomer es resultado de su posición prominente en el ambiente financiero del país previo al nuevo esquema de pensiones. La gran experiencia acumulada en el negocio bancario y de capitales les permitió afiliar, desde el mero inicio, la mayor cantidad de asalariados al menor costo de operación posible, a la vez que los inmunizó de las posibles ventajas informacionales adquiridas por los seguidores a lo largo del periodo. Estas ventajas informacionales han permitido a los seguidores obtener, incluso, mayor participación que los líderes en mercados como el de cámaras fotográficas o el de equipo de computación (para más detalles véase, por ejemplo, Liu, 2005).

(De Miguel y Xu, 2009) hasta prácticas depredatorias por parte de los líderes (Sawaya y Elhedhli, 2011). Los resultados en cada caso son diversos y muestran que las situaciones de los seguidores no son forzosamente iguales que en el modelo original de Stackelberg, ya que en ciertas condiciones los líderes pueden, incluso, desaparecer del mercado. Por esa razón es importante delimitar los alcances de la modelación.

En nuestro caso, el modelo propuesto es una ampliación del trabajo seminal de Sherali (1984) que incorpora diferencias de costos y de productos en un ambiente determinista en el que los parámetros de las funciones de demanda lineales (intercepto y pendiente) son conocidos por los agentes.⁵ Las demostraciones de unicidad y existencia desarrolladas en el apéndice 1 revelan que las cantidades óptimas conservan las mismas propiedades que las presentadas por Sherali (1984) con productos homogéneos y funciones de costos iguales, por lo que en ambos casos las condiciones de equilibrio simétrico son válidas para cualquier número de agentes.⁶ La ventaja de la ampliación reside en el mayor realismo que nuestro modelo le concede a la interacción estratégica de los agentes, ya que con diferenciación de productos los seguidores ahora si se tornan importantes en ciertos nichos de mercado.⁷

La hipótesis base del documento es que las administradoras elaboran estrategias para atacar todos los segmentos de ingresos del mercado, aun cuando privilegian determinados clientes con distintos montos en los saldos de las cuentas. Y en este sentido, los resultados de la simulación del modelo son intuitivos pues muestran que, si bien, las administradoras tienden a concentrar su atención en los clientes que perciben los salarios más bajos, de ninguna manera descuidan los restantes rangos de ingreso. De acuerdo

⁵ Existe la opinión generalizada entre los funcionarios de las Afore de que la elasticidad precio de la demanda en el mercado es nula y por tanto que $b = 0$ en las funciones de demanda lineales. Aunque los argumentos que se esgrimen para sostener esta opinión (como son, por ejemplo, el desconocimiento del producto por parte de los afiliados o la intervención de las instituciones gubernamentales en la asignación de pensionados entre las Afore) son válidos y convincentes para asegurar la falta de una demanda autónoma, dejan de lado la demanda inducida y diferenciada que ellas mismas promueven con sus estrategias de publicidad y ventas. Así que, sin demeritar estos argumentos, supondremos que hay una elasticidad distinta de 0 en el mercado que hace que unas Afore retengan más afiliados, sobre todo en las cuentas nuevas, que otras.

⁶ Estas condiciones de equilibrio no se mantendrían en caso que consideráramos parámetros de incertidumbre en las funciones de demanda, problemas de capacidad productiva o de agencia en las empresas (véase Breitmoser, 2012, y Sawaya y Elhedhli, 2011).

⁷ Julien *et al* (2011) aseguran que el papel de los seguidores es insignificante para los líderes en modelos de Stackelberg que incluyen funciones de demanda lineales y costos marginales constantes.

con el ejercicio desarrollado, cuanto más grande es el valor de θ , mayor es la ganancia de ambos tipos de agentes, incluso por encima de lo esperado para los competidores del tipo Stackelberg. Pero debido a que este segmento de salarios bajos es muy competitivo, las Afore buscan otras opciones al alternar estrategias distintas cuanto menor sea el valor de θ , lo cual explica que los agentes puedan comportarse indistintamente como oligopolistas relajados en estratos salariales bajos u oligopolistas estrechos en los de salarios altos. Y todo esto con consecuencias diversas para el bienestar del afiliado.⁸

El artículo consta de tres secciones. La primera ofrece algunos elementos de la estructura de mercado de las Afore durante el periodo considerado que sirven de base para las secciones restantes. La segunda desarrolla el modelo EGNCS en el que se determinan las cantidades, precios y beneficios óptimos de las empresas de acuerdo con varios ingresos y distintos números de líderes y seguidores. Las variables son calculadas considerando diferencias de costos y productos. Y, finalmente, la tercera sección simula las ecuaciones resultantes con los datos publicados por la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el retiro (Consar) y la Asociación Mexicana de Administradoras de Fondos para el Retiro (Amafore). Finalmente las conclusiones resumen los principales resultados del trabajo y hacen una particular reflexión de la prueba de la hipótesis, las limitaciones del estudio y las posibles líneas de investigación futuras.

I. LOS ELEMENTOS BÁSICOS DE LA ESTRUCTURA DE MERCADO DE LAS AFORE

Desde su surgimiento en 1997 las Afore han experimentado diversas fusiones, cambios en el número de afiliados y transformaciones administrativas derivadas de la continuas reglamentaciones ocurridas en México a partir de entonces. Como consecuencia, la estructuración de la industria de fondos para el retiro no ha sido muy homogénea y bien puede decirse que, de acuerdo con los porcentajes en el monto de las captaciones de las únicas 10

⁸ Las dos categorías de oligopolio son explicadas en la sección I. La prueba de la hipótesis pone de manifiesto un hecho inquietante y es que la seguridad futura del trabajador depende en cierta medida de los resultados de la competencia entre estas empresas. Una eliminación sistemática de empresas seguidoras o una colusión creciente de las líderes puede incrementar los montos de las comisiones al punto de control monopólico. De igual modo, una competencia excesiva puede bajar los rendimientos promedio del mercado al extremo de hacer poco rentable la operación de las Afore. De aquí que la recomendación respecto a un número óptimo de Afore en el mercado de pensiones sea un asunto regulatorio vital para establecer un equilibrio social entre las ganancias de las empresas y los rendimientos futuros de los ingresos que los trabajadores dedican para su vejez o invalidez.

Afore que sobrevivieron en el mercado entre 1998 y 2008, su funcionamiento ha estado regido por la acción de grupos claramente diferenciados.⁹

La presencia de estos grupos muestra que el pasaje en México de un sistema de pensiones de beneficios definidos (o de reparto simple) a otro de cuentas individuales no se ha reducido a un mero asunto administrativo, sino que su instauración ha traído consecuencias importantes para el mercado de pensiones en su conjunto. En particular, la bibliografía especializada reconoce que esas consecuencias son diversas y variables según sea el producto o atributo considerados (Cavazos *et al*, 2010; Meléndez, 2004; Zepeda y Roldán, 2005, y Rodríguez *et al*, 2008). En lo que se refiere a la estructura de mercado, los datos más recientes de las 18 Afore existentes en 2008 revelan, en efecto, el liderazgo de dos empresas (Banamex y Bancomer) disputado muy de cerca por tres contendientes (ING, Profuturo e Inbursa) y, un poco más distante, por otro grupo compacto de tres Afore (Banorte-Generali, Siglo XXI e Invercap). La división es aún más clara si se toman en cuenta los recursos administrados en lugar del número de afiliados por Afore, ya que en este último caso los índices de concentración dicen más de las medidas adoptadas por el gobierno para hacer más equitativa la repartición de afiliados que de la competencia misma.¹⁰

Una rápida lectura de los índices de concentración desplegados en el cuadro 1 sugiere la idea de que actualmente el mercado de las Afore se caracteriza, en principio, por ser un oligopolio estrecho conformado por cinco empresas que administran 68.6% de los recursos totales ($C_{R5} = 0.6864$); dos de las cuales, Banamex y Bancomer, controlan la mitad de ese subtotal ($C_{R2} = 0.3482$). Sin embargo, la impresión no es del todo correcta ya que el tercer grupo de Afore señalado líneas arriba, y cuya participación en el total de los recursos administrados apenas alcanza el 17% del total, está constituida también por empresas establecidas que influyen en el mercado con estrategias competitivas bien definidas.

Se trata de Afore que, a lo largo de todo el desarrollo de la industria, han

⁹ Según Cavazos *et al* (2010, 370) es posible distinguir tres grupos de sobrevivientes en este periodo: el primero, conformado por Banamex y Bancomer, que registra promedios individuales cercanos a 20%; el segundo compuesto por Banorte-Generali, Inbursa, ING, Profuturo GNP, Santander y Siglo XXI que presenta tasas medias de participación entre 7 y 9%, y el tercero constituido por HSBC y Principal cuya contribución alcanza el 5% del total en cada caso, aproximadamente.

¹⁰ Hay que recordar que la Consar ha permitido la redistribución de los cuentahabientes (mediante la asignación de nuevas cuentas a las Afore con menor participación de mercado o comisión) con el fin de hacer más justa la competencia en el mercado de pensiones, por lo que cualquier medida del número de afiliados no es un buen indicador del desempeño individual de una administradora.

logrado registrar tasas de crecimiento por encima del promedio, tan sólo superadas por Banamex y Bancomer (Ibarra, 2010). Es por eso que resulta adecuado considerar a la industria de fondos para el retiro como un oligopolio alternativamente estrecho y relajado (dependiendo de la participación del tercer grupo), el cual es consistentemente dominado por dos empresas.¹¹ De hecho, aun cuando la concentración de la industria en 2008 es equivalente a la que se tendría si ésta estuviera controlada por ocho empresas del mismo tamaño —es decir equivalente a la participación de los tres grupos en su conjunto (véase el inverso del índice de Herfindhal en el cuadro 1)—, el índice de dominación P indica que el proceso de fusiones ha producido una gran concentración de fondos en pocas Afore.¹²

La peculiar estructura de este mercado está cimentada en estrategias y barreras a la entrada que son producto, en parte, de la misma competencia y, en parte, del ambiente regulatorio que priva en la industria. Los enormes montos de inversión en infraestructura y publicidad realizados por las principales Afore para incrementar los costos de entrada responden, en efecto, a la limitación impuesta a las administradoras por la Consar de no sobrepasar la cuota correspondiente a 20% del número total de afiliados.¹³ Los esfuerzos hechos por las Afore para superar esta limitación legal las han forzado a buscar los medios para aumentar su participación en el monto de las cuentas ya sea mediante incrementos en los gastos de publicidad y en el número de agentes de ventas o por medio de disminuciones en las comisiones de saldos y aportaciones. Los resultados de algunas investigaciones muestran que la

¹¹ Algunos autores suelen dividir a los grados de competencia en tres categorías: *empresa dominante*, cuando una empresa controla al menos 40% de la participación del mercado y no tiene competidor cercano; *oligopolio estrecho*, cuando C_{R4} oscila entre 60 y 90% y hay posibilidades de colusión y oligopolio relajado cuando C_{R4} alcanza un valor máximo de 40% y no hay posibilidades de colusión (véase Shepherd y Shepherd, 2003). La división es, por supuesto, arbitraria para el caso mexicano, en el que no hay posibilidades de colusión explícita por reglamentaciones legales, pero es útil en la medida que revela pautas observadas en otros mercados mixtos, tales como la colusión tácita en fijación paralela de precios —comisiones— con medidas de competencia efectiva por parte de las Afore implicadas.

¹² Esta observación ya había sido anotada por Beristain y Espíndola (2001) hace más de 10 años cuando señalaban que la relativa baja concentración del mercado de las Afore sugerida por el IHH (0.12274) contrastaba con casi el doble del valor del índice dominación P (0.238) de ese entonces. Como se sabe, el valor de P es inversamente proporcional al tamaño de las fusiones, por lo que hoy como en sus orígenes, la industria de las Afore ha estado signada por fusiones de empresas grandes (véase un análisis mayor de este índice y sus diferencias con IHH en García Alba, 1994).

¹³ No obstante que el mercado de pensiones se ha caracterizado por ser muy permeable a lo largo de su historia, la entrada de Afore ha sido mayoritariamente liderada por socios de empresas previamente establecidas o con larga experiencia en el sector financiero (por lo general mediante fusiones). Por su parte las empresas no vinculadas al negocio bancario han presentado tasas de penetración cercanas apenas a 2.02% en 2008 (considerando el criterio de los fondos administrados).

CUADRO 1. *Índices de concentración y dominación de las Afore (2008)^a*
(Porcentaje)

	π
<i>Grupo 1</i>	0.1886
Banamex	0.1886
Bancomer	0.1596
Total grupo 1	0.3482
<i>Grupo 2</i>	
ING	0.1298
Profuturo GNP	0.1106
Inbursa	0.0978
Total grupo 2	0.3382
Total grupo 1 y 2	0.6864
<i>Grupo 3</i>	
Siglo XXI	0.0639
Banorte-Generali	0.0630
Invercap	0.0494
Total grupo 3	0.1763
Total grupo 1, 2 y 3	0.8627
Administradoras restantes	0.1373
IHH Industria	0.1140
1/IHH	8.7670
$P = \sum_{i=1}^{18} \left(\frac{P_i^2}{IHH} \right)^2$	0.2590

FUENTE: Elaboración propia con datos de la Consar.

^a El índice de concentración está calculado sobre el monto total de cuentas administradas.

estrategia ha sido exitosa para aquellas administradoras que registran mayores gastos en promoción (Cavazos *et al.*, 2010; Meléndez, 2004, y Aguilera, 2005). Meléndez (2004), por ejemplo, señala que si bien las cuentas de clientes nuevos son sensibles a las comisiones cobradas, los gastos de publicidad y la fuerza de ventas son determinantes para este segmento y el de traspasos entre las Afore.

El aspecto interesante de estos comportamientos estratégicos es la competencia por costos establecida por las Afore para obtener mayores márgenes de ganancia. Y es que, al ser las cuotas por comisión su única fuente segura de ingresos, las Afore buscan operar con rendimientos crecientes a escala —menores costos promedios a mayores volúmenes de cuentas individuales— que les permitan ser más eficientes en la administración de servicios y en la obtención de los rendimientos en las inversiones realizadas

por sus instituciones especializadas (Siefore). Con economías crecientes a escala, las Afore buscan retener a sus clientes con cuentas de diversos saldos mediante menores cobros de comisiones y mayores rendimientos, a la vez que reducir la demanda residual de sus competidores. El problema es que los estudios no parecen, sin embargo, confirmar la generalización de este comportamiento, pues mientras que algunos autores señalan que hay evidencia contundente de economías a escala en la mayoría de Afore (Meléndez, 2004, y Aguilera, 2005) otros aseguran que, debido a la alta sensibilidad de las medidas a la definición de producto empleada y a la marcada diferenciación de costos entre ellas, no es posible llegar a conclusiones definitivas (véase Cavazos *et al.*, 2010).

Las investigaciones parecen concordar, sin embargo, en que las Afore vinculadas a los bancos o instituciones financieras tienen ventajas de costos absolutos y marginales respecto a las Afore independientes. De acuerdo con Meléndez (2004) las diferencias de costos entre ambas pueden llegar a ser hasta de 25%, sobre todo entre aquellas vinculadas a los bancos que desarrollan una promoción activa y las independientes que no son tan emprendedoras. Si a esto agregamos que las Siefore no han mostrado un desempeño superior en la administración de las carteras de inversión que el obtenido por un hipotético *benchmark* —y que es caracterizado por adoptar una estrategia de inversión pasiva y regida por la suerte—, entonces queda claro que el destino de las administradoras en el mercado de pensiones parece estar determinado por la retención de los clientes al menor costo de operación posible (sobre este punto consultese a Rodríguez *et al.*, 2008).

II. UN MODELO DE ESTRATEGIAS COMPETITIVAS PARA EL MERCADO DE LAS AFORE

1. *Supuestos y definición de equilibrio*

El modelo descrito a continuación formaliza la competencia establecida por las $M \geq 1$ administradoras líderes y las N seguidoras en un juego estático no cooperativo de dos etapas en el que predomina un EGNCS. En la primera etapa las M líderes fijan su cuota de mercado tras incorporar la función de producción agregada de las seguidoras $Q_{-1}(q_i)$ en sus ecuaciones de demanda en el supuesto de que éstas compiten à la Cournot y luego, en la segunda etapa, las N seguidoras determinan su cantidad por rango de ingreso. El producto en disputa es la cuenta individualizada (o el monto en el saldo de

la cuenta) de los asalariados que, de acuerdo con sus ingresos, presenta cierto grado de diferenciación θ por cuantiles salariales (altos, medios y bajos). El nivel y cambio de la cantidad demandada son conocidos y ninguna de las empresas enfrenta problemas de agencia ni de capacidad para absorber la demanda residual.

En concreto se supone que:

- i) Hay i líderes ($i = 1, \dots, M$) y $-i$ seguidores ($-i = M + 1, \dots, N$);
- ii) El costo total y marginal de administrar una cuenta individualizada es menor para los líderes que para los seguidores, esto es: $f(q_i) = c_i q_i < f(q_{-i}) c_{-i} q_{-i} = c_{-i} q_{-i}$ y $f'(q_i) = c_i < f'(q_{-i}) = c_{-i}$; ambos tipos de funciones son dos veces diferenciables, no negativas y convexas no decrecientes;
- iii) $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_M = 1$ y $\lambda_{M+1} = \dots = \lambda_N = 0$,¹⁴ y
- iv) Las funciones de demanda de mercado son inversas y lineales.

$$P_i = a - b(q_i + N\theta q_{-i}) \quad (1)$$

$$P_{-i} = a - b[(M + N\theta)q_{-i} + \theta q_i] \quad (2)$$

en las que:

P_i es el monto de comisiones cobradas por los líderes,

P_{-i} es el monto de comisiones cobradas por los seguidores,

q_i es la cantidad de recursos administrados por las empresas líderes,

q_{-i} es la cantidad de recursos administrados por las empresas seguidoras,

$0 \leq \theta \leq 1$ mide el grado de diferenciación entre las “clases” de cuentas individualizadas con $\theta = 0$ y $\theta = 1$ para los casos en que las cuentas estén compuestas por los cuantiles de salarios más altos o más bajos, respectivamente.

Las ecuaciones (1) y (2) son válidas si y solo si $a/b \geq (q_i + N\theta q_{-i})$ y $a/b \geq [(M + N)\theta q_{-i} + \theta q_i]$, respectivamente. De aquí que si consideramos que $a/b = q_L$ —una cantidad límite mayor que 0— entonces podemos distinguir dos situaciones: a) si $q < q_L$ las funciones de demanda serían estrictamente decreciente, dos veces diferenciable y tendrían la forma:

$$P'(q) + \theta q P''(q) \leq 0 \quad \forall q \geq 0 \quad (2')$$

¹⁴ Este supuesto indica, por una parte, que los líderes actúan en bloque y que no hay diferenciación de estrategias entre ellos (de ahí que $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_M = 1$) y, por otra, que los seguidores adoptan el supuesto conductual de Cournot al aceptar el liderazgo del otro grupo (o que $\lambda_{M+1} = \dots = \lambda_N = 0$).

b) En caso contrario, esto es si $q < q_L$, las funciones de costo y las de demanda serían de tal suerte que impedirían la producción económicamente rentable; esto es:

$$f'(q) \geq P(q) \quad (2'')$$

v) Las funciones de ganancias para los líderes y seguidores son proporcionales al monto de la comisiones cobradas y al costo de administrarlas, esto es:

$$\pi_i = [a - b(q_i + N\theta q_{-i}) - c_i] q_i \quad (3)$$

$$\pi_{-i} = \{a - b[(M + N\theta q - i) + \theta q_i] - c_{-i}\} q_{-i} \quad (4)$$

vi) El EGNCS se define como el conjunto de duplas (q_i^*, q_{-i}^*) que resulta de obtener, primero, las cantidades q_i^* de las M líderes mediante la optimización del sistema:

$$\max_{q_i > 0} \{q_i p_i(q_i + Q_{-i}(q_i)) - f(q_i)\} \quad (5)$$

y, luego, el producto óptimo de las N empresas seguidoras como función de las cantidades de las empresas líderes:

$$q_i^*; (q_{M+1}^*, \dots, q_N^*) = \left[q_{M+1}^*(q_M^*), \dots, q_M^*(q_M^*) \right] \quad (6)$$

2. Solución al modelo con $M \geq 1 \neq N$

Con el fin de darle un tratamiento ordenado a la solución del modelo se construye, al igual que en Sherali (1984), primero la función de reacción agregada de las seguidoras $Q_{-i}(q_i)$ usando la ecuación (2) junto con los supuestos ii) y v) y, luego, la nueva función de demanda inversa para las empresas líderes incorporando $Q_{-i}(q_i)$ en la ecuación (1).

Para el primer paso, el problema se reduce a:

$$\max_{q_i > 0} \{q_{-i} \left[a - b(q_{-i} + (N - M) \theta q_{-i}(q_i) + \theta q_i) \right] - c q_{-i} \} \quad (7)$$

con los siguientes resultados:

$$q_{-i}(q_i) = \begin{cases} \frac{S_{-i} - q_i \theta}{2 + (N - M)\theta} & \text{si } 0 \leq q_i \leq q \\ 0 \text{ de otra manera} & \end{cases} \quad (8)$$

y

$$Q_{-i}(q_i) = N \frac{S_{-i} - q_i \theta}{2 + (N - M)\theta} \quad (9)$$

en que

$$S_{-i} = \frac{a - c_{-i}}{b}$$

Mientras que para el segundo paso el procedimiento se completa una vez que se sustituye la ecuación (9) en (1) y se resuelve el problema resultante; esto es:

$$\max_{0 \leq q \leq \frac{a}{b_i}} \left\{ q_i \left[a - b \left(q_i + N \frac{S_{-i} - q_i \theta}{2 + (N - M)\theta} \theta \right) \right] - c q_i \right\} \quad (10)$$

en el que se obtienen los valores óptimos del EGNCS:

$$q_i^* = \frac{S_i [2 + (N - M)\theta]}{[2 + (N - M)\theta](\theta \lambda_i + 2) - N\theta^2} \quad (11)$$

$$q_{-i}^* = \frac{S_{-i} \left[(\lambda_i \theta + 2) - \frac{N\theta^2}{2 + (N - M)\theta} \right] - S_i \theta}{[2 + (N - M)\theta](\theta \lambda_i + 2) - N\theta^2} \quad (12)$$

$$p_i = c_i + \frac{S_i (2 + (N - M)\theta)}{[2 + (N - M)\theta](\theta \lambda_i + 2) - N\theta^2} b(1 + \theta \lambda_i) \quad (13)$$

$$\pi_i = \left\{ \frac{S_i (2 + (N - M)\theta)}{[2 + (N - M)\theta](2 + \theta \lambda_i) - N\theta^2} \right\}^2 b(1 + \theta \lambda_i) \quad (14)$$

$$\pi_{-i} = \left\{ \frac{S_{-i} \left[(2 + \theta \lambda_i) - \frac{N\theta^2}{2 + (N - M)\theta} \right] - S_i \theta}{[2 + (N - M)\theta](2 + \theta \lambda_i) - N\theta^2} \right\}^2 b(1 + \lambda_i) \quad (15)$$

Las cantidades expresadas en las pasadas cinco ecuaciones (11-15) existen y son únicas, es decir definen un EGNCS para las duplas (q_i^*, q_{-i}^*) , en la medida que $Q_{-i}(q_i)$ sea una función convexa y la región de producción de la cantidad de los líderes sea estrictamente cóncava. En virtud de que la primera de las dos condiciones es, hasta cierto punto, un supuesto estándar en la bibliografía (véase, por ejemplo, Ehrenmann, 2004a) nos concentraremos en probar en el apéndice 1 la existencia y unicidad del EGNCS demostrando que (14) es estrictamente cóncava y que (11) genera un conjunto de valores óptimos únicos. Las ecuaciones (12), (13) y (15) son, por construcción, derivables de (14) y (11) y, por tanto, no requieren mayor tratamiento.

3. Interpretación de las ecuaciones básicas del modelo

Las ecuaciones (11) y (12) son cantidades de equilibrio de Nash en el sentido de que son resultado de iteraciones ordenadas —perfíles de estrategias— establecidas entre todos los agentes y no prescripciones o formulas estáticas. De esta manera si los líderes aumentan su participación (S_i) por efecto de sus menores costos marginales (c_i) o número (M) en determinado rango salarial de cuentas (θ fijo), los restantes líderes incrementarán sus cantidades progresivamente hasta el punto en que los valores de sus λ sean iguales. A continuación los seguidores ajustarán sus estrategias de tal suerte que sus cantidades disminuidas alcancen el nuevo equilibrio de Nash-Cournot entre ellos. Los valores de esas cantidades serán las mayores posibles del mercado para los líderes (por el principio de concavidad del lema 1 del apéndice) y las menores para cada uno de los seguidores (por el supuesto de convexidad) y ambas tenderán a ser únicas (por el lema 2 y corolario del apéndice 1). Lo mismo sucede con las ganancias de los agentes (ecuaciones 14 y 15): ambas tenderán a alinearse conforme a los mismos principios que rigen las cantidades. El monto concreto de cada cantidad y ganancia individuales dependerá de la combinación de costos, rango salarial y número de competidores prevaleciente en el mercado. Cada cifra arrojada por el mode-

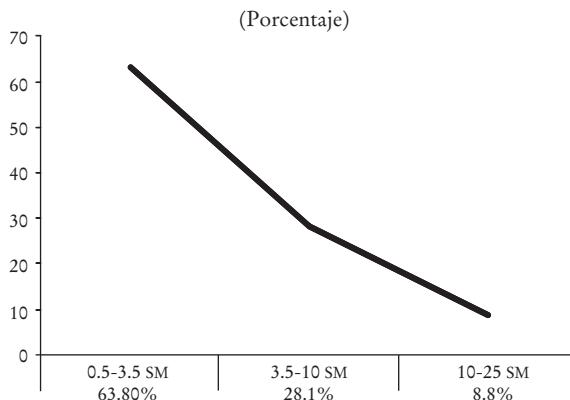
lo podrá así ser contrastada con los valores reales del mercado para verificar en qué medida el mercado de pensiones mexicanos se comporta o no como un oligopolio de Stackelberg.

III. SIMULACIÓN

Para calcular los valores de las ecuaciones (11)-(15) se considera que: *i*) hay tres categorías de θ (alto, medio y bajo) que representan los grados de diversificación de las cuentas individualizadas por parte de las administradoras. Cada categoría está asociada de manera inversa a los cuantiles de los salarios mínimos obtenidos a través de la Consar como se observa en la gráfica 1.¹⁵ De acuerdo con esta gráfica, cuanto menor sea el valor de θ mayor es el rango de salarios altos que les corresponde a las Afore. En particular denominaremos cuantil de salarios bajos a aquel que agrupa a trabajadores cuyo rango oscila entre los puntos medios de 0.5 y 3.5 salarios mínimos y en los que $\theta \in (0.5, 1.0]$; cuantil de salarios intermedios para los que ganan entre 4 y 10 salarios mínimos y $\theta \in (0.25, 0.5]$, y cuantil de salarios altos para los afiliados que devengan entre 10 y 25 salarios mínimos y en el que $\theta \in [0, 0.25]$.

ii) Los costos de las administradoras incluyen los gastos de administra-

GRÁFICA 1. *Cotizantes desglosados por rango de salario^a*



FUENTE: Elaboración propia con datos de Amafore y Consar (promedio de varios años).

^a El límite superior del intervalo está restringido a un máximo de 25 salarios debido a que es el valor tope considerado por el sistema de pensiones al momento de que el patrón realiza la aportación correspondiente en la cuenta individual del trabajador. Esto no quiere decir que en el sistema de las Afore no existan trabajadores afiliados que perciban un salario superior a los 25 salarios mínimos.

¹⁵ Para conseguir esta información se consultó de manera directa a funcionarios de la Consar.

ción, operación, promoción, entre otros, además de los impuestos diversos y depreciaciones y amortizaciones de los activos fijos correspondientes. Los datos provienen de la información proporcionada por la Consar en su página *web* entre enero de 1998 y diciembre de 2008. Cabe aclarar que se recopiló información de cada uno de los costos asumidos por las Afore a fin de contar con una estimación más precisa.

iii) El precio del producto ofrecido por las Afore es igual al monto de las comisiones equivalentes definido por:

$$C_{eq} = C_s + \frac{C_f * f}{Saldo_{t-1}} \quad (16)$$

en el que:

C_{eq} es la comisión equivalente,

C_s es la comisión por saldo cobrada a los afiliados,

C_f es la comisión por flujo cobrada a los afiliados,

f es el flujo de recursos administrados definido como la diferencia entre el monto del periodo considerado y el periodo inmediato anterior,

$Saldo_{t-1}$ es el monto de recursos administrados en el periodo inmediato anterior.

La inclusión del concepto de comisiones equivalentes es casi inevitable porque, al eliminarse la comisión por flujo el 15 de marzo de 2008, no hay otra medida oficial para homogeneizar el cálculo de las comisiones. De hecho, hasta antes de esa fecha se cobraban tres tipos de comisiones en el flujo, saldo, y saldo y flujo, lo que significaba que las Afore cargaban al trabajador un doble costo: la comisión asociada al depósito de dinero en su cuenta y la comisión asociada al incremento en el saldo de la misma.¹⁶ En la actualidad, solamente se cobra una comisión asociada al saldo de la cuenta. Con el nuevo concepto las cifras resultantes revelan un cuadro más realista de la evolución de las comisiones y, en particular, de la caída paulatina en el monto cobrado por administradoras como Banamex, Bancomer, ING e Inbursa. Cabe aclarar que el incremento en las comisiones obedece a que (16) se utiliza hasta marzo de 2008. Para los meses restantes solamente se considera la comisión por saldo cobrada en el mercado.

¹⁶ Banamex, Bancomer e ING, por ejemplo, cobraban comisiones en flujo solamente, mientras que en el resto cobraba la comisión en saldo y flujo.

iv) Las porciones de mercado S_i y S_{-i} son definidas de acuerdo con la participación relativa de las administradoras en cada uno de los tres cuantiles señalados líneas arriba. El cálculo incluye, primero, el promedio anual de las participaciones de mercado de cada una de las administradoras para el periodo 1998-2008 publicado en la página oficial de la Consar y, luego, el producto de cada una de las participaciones multiplicado por el porcentaje de cotizantes desglosados por rango de salario y tipo de empresa (véase cuadros 2, 3 y 4).

CUADRO 2. *Participación de mercado de las empresas líderes*
(Porcentaje)

Afore/año	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Banamex ^a	19.3	17.0	16.0	15.9	22.0	23.4	23.6	18.9	17.7	19.0	18.9
Bancomer ^a	26.2	23.8	23.1	23.0	22.7	21.6	21.7	19.0	17.4	17.8	16.0
Inbursa ^a	8.3	8.4	7.9	7.7	7.5	7.4	7.5	8.7	10.7	10.3	9.8
ING	7.9	8.5	8.4	8.4	8.5	8.7	9.0	9.2	9.7	7.8	13.0
Profuturo											
GNP	7.7	9.5	9.6	9.7	9.7	9.9	10.1	10.0	10.6	10.5	11.1

FUENTE: Elaboración propia con datos de la Consar.

^a Pertenece a grupo bancario.

CUADRO 3. *Participación de mercado de las empresas seguidoras*
(Porcentaje)

Afore/año	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Afirme Bajío ^a	NA	0.1	0.1	0.5	0.4						
Ahorra Ahora	NA	0.1	0.1	0.1							
Argos	NA	0.1	0.1	0.1							
Azteca ^a	NA	NA	NA	NA	NA	0.1	0.3	1.1	2.0	2.0	1.2
Banorte											
Generalia ^a	4.2	4.5	4.9	5.0	5.4	5.9	6.0	6.22	6.7	8.3	6.3
Coppel ^a	NA	0.1	0.1	1.2							
HSBC	2.8	3.4	3.4	3.4	3.4	3.4	3.9	4.8	5.3	4.7	3.5
Invercap	NA	0.1	0.8	1.5	4.9						
IXE	NA	NA	NA	NA	NA	NA	0.1	0.7	0.6	0.6	0.6
Metlife	NA	0.4	1.1	2.2	2.3						
Principal	0.9	1.8	1.9	2.0	2.5	4.4	4.9	7.5	4.0	4.8	4.2
Scotia	NA	0.1	0.1	0.2							
XXI	5.5	6.0	5.9	6.0	6.1	6.5	6.9	6.15	6.3	7.3	6.4

FUENTE: Elaboración propia con datos de la Consar.

^a Pertenece a grupo bancario.

CUADRO 4. *Participaciones promedio por rango de salario^a*
(Porcentaje)

<i>De 0.5 a 3.5 salarios mínimos (SM)</i>	M = 1, N = 17	M = 2, N = 16	M = 3, N = 15	M = 4, N = 14	M = 5, N = 13
Promedio M	11.88	10.98	9.89	9.28	8.65
Promedio N	3.01	2.57	2.22	1.85	1.52
De 3.5 a 10 SM					
Promedio M	5.03	4.90	4.48	4.14	3.86
Promedio N	1.36	1.15	0.98	0.83	0.68
De 10 a 25 SM					
Promedio M	1.66	1.54	1.41	1.30	1.21
Promedio N	0.42	0.36	0.31	0.26	0.21

FUENTE: Elaboración propia con datos de la Consar.

^a Se toma en cuenta las participaciones de mercado promedio para el periodo 1998-2008 por cuentas administradas de cada una de las administradoras su posición en el mercado y el porcentaje de afiliados correspondiente a cada uno de los rangos de salario presentados en gráfica 1.

v) El ejercicio de estática comparativa considera la variación de uno a cinco (y tres) líderes en el mercado con objeto de observar la manera en que su número afecta las cantidades, precios y ganancias de los agentes, así como el bienestar de los afiliados a las administradoras. En particular, para este último punto se considera escenarios de ingresos en los que no hay inflación ni cambios salariales de un afiliado común que tiene 25 años de edad y que labora durante 40 años. Además se supone que no hay aportaciones voluntarias y que la tasa real de interés que paga la Afore, así como la comisión que cobra, son fijadas en diciembre de 2008. Finalmente, se estiman los montos bimestrales de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$F = \text{aportación neta bimestral} \left[\frac{\left(1 + \frac{1}{p}\right)^{np} - 1}{\frac{i}{p}} \right] = \text{suma acumulada}$$

vi) Con objeto de probar la robustez de los resultados obtenidos con cuentas administradas reproducimos la simulación en el apéndice 2 considerando el saldo de las cuentas y calculando los beneficios como $\pi = (\text{recursos administrados}^* \text{comisión}) / (\text{cuentas administradas})$. Ya sea con estos datos o con los de recursos administrados por rangos de ingresos supondremos que las Afore se comportan como competidores *à la Stackelberg* si las

cantidades observadas convergen a las pronosticadas por el modelo dentro de ciertos rangos de θ en los que los valores reales no excedan a los esperados en más de tres décimas de punto (equivalente al valor de la desviación estándar de la serie de promedios y prorratoes de las cantidades observadas por rangos de ingresos).

1. Análisis de resultados

Los resultados de la simulación que incluyen las cuentas administradas aparecen desplegados en los cuadros 5, 6 y 7, en los que se resumen los distintos valores del EGNCS para $\theta = 0.75$, $\theta = 0.5$ y $\theta = 0.25$, respectivamente. Cada cuadro incluye el mismo número de columnas para líderes (M) y seguidores (N); porcentajes de las cuentas administradas para cada líder (q_i^E) y seguidor (q_{-i}^E) de acuerdo con el modelo; porcentajes observados o reales de las cuentas administradas para cada líder (q_i^O) y seguidor (q_{-i}^O); comisión modelada (p_i^E) y real (p_i^O) como porcentaje anual del saldo de la cuenta y beneficios, y beneficios modelados (π_i^E, π_{-i}^E) y reales (π_i^O, π_{-i}^O) en millones de pesos de cada cuenta para cada líder y seguidor, respectivamente.

CUADRO 5. *Simulación con $\theta = 0.75^a$*

M	N	q^O_i	q^E_i	$q^O - i$	$q^E - i$	p^O_i	p^E_i	π^O_i	π^E_i	$\pi^O - i$	$\pi^E - i$
0	18	0	0	3.50	3.50	2.00	5.75	0	0	0.20	0.024
1	17	11.88	9.88	3.01	3.12	1.80	5.61	0.67	0.03520	0.17	0.022
2	16	10.98	4.28	2.57	3.40	1.60	5.47	0.60	0.03270	0.14	0.010
3	15	9.890	2.49	2.22	3.70	1.55	4.65	0.46	0.03100	0.10	0.006
4	14	9.280	1.73	1.85	4.00	1.50	4.25	0.39	0.02700	0.08	0.005
5	13	8.650	1.31	1.52	4.34	1.58	4.07	0.35	0.02600	0.06	0.004

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

^a 63.04% de los afiliados se encuentra en este rango de salario (0.5-3.5 SM). Los precios observados se obtienen al calcular el promedio de las comisiones publicadas por la Consar en el periodo 1998-2008.

CUADRO 6. *Simulación con $\theta = 0.50^a$*

M	N	q^O_i	q^E_i	$q^O - i$	$q^E - i$	p^O_i	p^E_i	π^O_i	π^E_i	$\pi^O - i$	$\pi^E - i$
0	18	0	0	1.56	1.56	2.00	2.23	0	0	0.03	0.0012
1	17	5.03	4.41	1.36	1.39	1.80	2.14	0.11	0.015	0.03	0.0099
2	16	4.90	1.91	1.15	1.52	1.60	2.07	0.10	0.014	0.02	0.0040
3	15	4.48	1.11	0.98	1.65	1.55	1.74	0.08	0.013	0.02	0.0030
4	14	4.14	0.78	0.83	1.78	1.50	1.56	0.06	0.012	0.01	0.0022
5	13	3.86	0.58	0.68	1.94	1.58	1.46	0.06	0.011	0.01	0.0018

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

^a 28.14% de los afiliados se encuentra en este rango de salario (3.5-10 SM). Los precios observados se obtienen al calcular el promedio de las comisiones publicadas por la Consar en el periodo 1998-2008.

CUADRO 7. *Simulación con $\theta = 0.25^a$*

M	N	q^{O_i}	q^{E_i}	$q^{O - i}$	$q^{E - i}$	P^{O_i}	P^{E_i}	π^{O_i}	π^{E_i}	$\pi^{O - i}$	$\pi^{E - i}$
0	18	0	0	0.49	0.49	2.00	0.58	0.0000	0.0000	0.2013	0.002870
1	17	1.66	1.38	0.42	0.44	1.80	0.56	0.0093	0.0492	0.0024	0.002788
2	16	1.54	1.19	0.36	0.40	1.60	0.54	0.0083	0.0458	0.0019	0.002706
3	15	1.41	1.04	0.31	0.38	1.55	0.45	0.0063	0.0427	0.0014	0.002624
4	14	1.30	0.90	0.26	0.37	1.50	0.40	0.0052	0.0391	0.0010	0.002624
5	13	1.21	0.85	0.21	0.35	1.58	0.37	0.0045	0.0372	0.0008	0.002542

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

^a 8.82% de los afiliados se encuentra en este rango de salario (10-25 SM). Los precios observados se obtienen al calcular el promedio de las comisiones publicadas por la Consar en el periodo 1998-2008.

Entre las conclusiones destaca, en primer lugar, el hecho de que todas las empresas se encuentran en mejor posición compitiendo en los sectores en los que predominan los salarios más bajos que en cualquier otro. De acuerdo con la lectura vertical de los tres cuadros se puede observar que cuanto mayor es el valor de θ , más grandes son las cantidades y ganancias observadas por las líderes y seguidoras. Los márgenes en cada rubro no son evidentemente iguales para ambos tipos de Afore pues, con excepción del caso en que $M = 1$ y $N = 17$, las primeras son más grandes que las supuestas por el modelo y las segundas más pequeñas que los competidores de Cournot.

La explicación a este particular comportamiento reside en las estrategias adoptadas por las distintas administradoras. En concreto podemos resumir que mientras Banamex, ING y Bancomer hacen pesar su ventajas de costos absolutos en la administración de cuentas de salarios bajos, convirtiéndose en unos líderes más grandes que los competidores de Stackelberg, Azteca Afirme o Coppel diluyen su poder aprovechando distintos nichos de mercado más acordes con su posición de seguidores *à la* Cournot en este rango salarial. Las diferencias de acento provocan que las cantidades del modelo sean muy diferentes a las observadas para ambos tipos de administradoras cuando nos movemos a lo largo del intervalo en el que $\theta \in (0.50, 1.0]$, tal como se aprecia en el cuadro 8. Ahí podemos observar que mientras las cantidades de los líderes se asemejan cada vez más a las resultantes de una competencia *à la* Stackelberg con dos líderes a medida que $\theta \rightarrow 1$, las cantidades de los seguidores reproducen ese esquema de competencia sólo cuando $\theta \rightarrow 0.5$. Esto quiere decir que mientras los líderes buscan reclutar a los afiliados de salarios bajos sin distingos o en forma masiva, las seguidoras adoptan algún grado de diferenciación de productos, por lo que no es posible garantizar ningún tipo de equilibrio único en el esquema de Stackelberg propuesto.

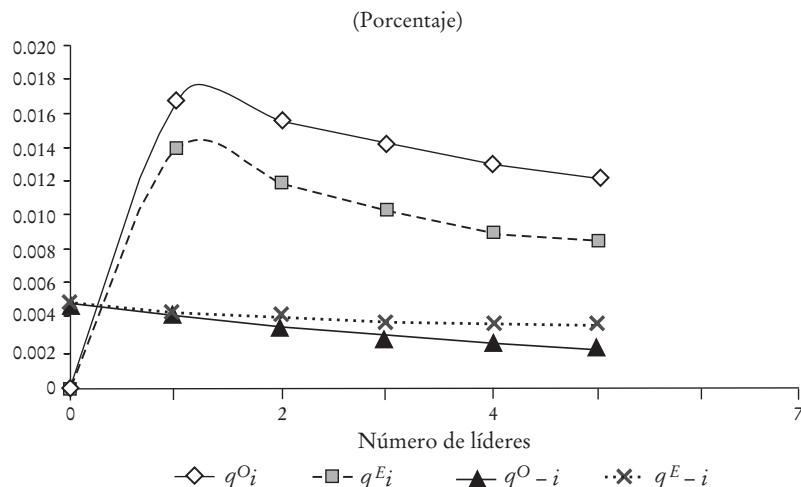
CUADRO 8. *Cantidades para algunos valores de $\theta \in (0.50, 1.0]$*

Observada	$\theta = 0.75$	$\theta = 0.60$	$\theta = 0.70$	$\theta = 0.80$
<i>Líderes</i>				
0	0	0	0	0
11.88	9.88	9.80	9.87	9.92
4.90	4.28	4.23	4.28	4.31
4.48	2.49	2.41	2.44	2.52
4.14	1.73	1.68	1.70	1.73
3.80	1.31	1.29	1.30	1.35
<i>Seguidores</i>				
3.50	3.50	2.80	3.30	3.70
3.01	3.12	3.01	3.08	3.13
2.57	3.40	2.60	3.10	3.60
2.22	3.70	2.90	3.40	3.90
1.85	4.00	3.30	3.70	4.20
1.52	4.34	4.28	4.30	4.34

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

Del mismo modo, y como consecuencia de que estas estrategias no difieren mucho para los rangos intermedios de salarios, tenemos, en segundo lugar, que la semejanza entre el modelo de Stackelberg y la manera real en que las Afore compiten por cantidades es mayor a medida que nos movemos hacia el extremo inferior del intervalo en el que $0.5 \leq \theta < 0.25$. Los primeros renglones del cuadro 7 muestran, en efecto, que al incorporar sucesivamente un mayor número de líderes (en particular de uno a dos) las cantidades y ganancias reales de ambos tipos de competidores tienden a comportarse, por primera vez, de una manera más o menos esperada por el modelo. En concreto, las seguidoras obtienen cantidades propias de unas competidoras *à la Cournot* y las líderes adquieren un tamaño acorde con lo pronosticado por el modelo, como lo muestra la gráfica 2. Una vez alcanzado ese valor la brecha entre los valores observados y esperados vuelve a ensancharse conforme disminuye el valor de θ (véase cuadro 9).

De aquí que, en tercer lugar, la competencia entre las Afore no sea homogénea por segmentos de salarios, sino que hay un umbral cercano a antes y después del cual los agentes parecen competir de distinta manera (esta misma conclusión es alcanzada con los datos de saldos de cuentas en el apéndice 2). En particular podemos conjeturar que mientras en los rangos de salarios bajos los agentes compiten por precios en un mercado oligopólico relajado, en los rangos de salarios altos éstos utilizan estrategias basadas en la publicidad, lealtad a la marca o fuerza de ventas para posicionarse en un mercado oligopólico estrecho.

GRÁFICA 2. *Cantidades promedio de líderes y seguidores ($\theta = 0.25$)*

FUENTE: Elaboración propia con datos de Amafore y Consar (promedio de varios años).

CUADRO 9. Comparación entre algunos valores de $\theta \in (0.25, 1.0]$ y $\theta = 0.25^a$

Observada	$\theta = 0.25$	$\theta = 0.10$	$\theta = 0.15$	$\theta = 0.20$
<i>Líderes</i>				
0	0	0	0	0
1.66	1.38	1.30	1.33	1.35
1.54	1.19	1.15	1.17	1.19
1.41	1.04	1.00	1.00	1.02
1.30	0.90	0.70	0.80	0.80
1.21	0.85	0.65	0.70	0.77
<i>Seguidores</i>				
0.49	0.49	0.40	0.43	0.46
0.42	0.44	0.38	0.40	0.42
0.36	0.40	0.25	0.33	0.38
0.31	0.38	0.28	0.31	0.34
0.26	0.37	0.24	0.29	0.35
0.21	0.35	0.25	0.28	0.33

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

Las razones en el primer caso se pueden encontrar en las consideraciones legales y económicas propias de este segmento. Como anotamos líneas arriba, la Consar busca redistribuir pensionados sin Afore hacia aquellas administradoras con menor participación de mercado y mayores economías de escala en los costos de administración. Debido a que estos afiliados son en

su mayoría pertenecientes a los segmentos salariales bajos, las Afore establecen políticas permanentes de atracción de esos pensionados consistentes en el ofrecimiento de menores comisiones. El resultado es una intervención generalizada de Afore que buscan incrementar su poder de mercado mediante el aprovechamiento de la diferencia existente “entre las comisiones y los costos marginales de administrar una cuenta, combinado con las posibilidades de presentar la información de manera favorable” (Simons y Guevara, 2011, p. 220).¹⁷ Los cuadros 5 y 6 muestran que, no obstante las disminuciones en las comisiones y como parte de esa política redistributiva de la Consar, las seguidoras han podido obtener beneficios superiores a los de un competidor Cournot y, de esa manera disputar a los líderes una parte considerable del mercado de segmentos salariales bajos.

En lo que toca a los salarios altos la situación es distinta porque, debido a la necesidad de las Siefore de ofrecer paquetes de inversiones, la influencia de factores como los rendimientos netos de comisión cobra especial importancia en las estrategias de retención de clientes. Y ya que las Afore vinculadas a los bancos son las que están en mejor posición de aprovechar sus economías de escala y de alcance en el aprovisionamiento de estos servicios financieros, las ventajas de los líderes respecto a las seguidoras se tornan importantes en este segmento. Las grandes diferencias en las cantidades de recursos administrados entre Afore permite suponer, realistamente, que el mercado de este segmento se vuelve más estrecho y poco atractivo para aquellas Afore que no disponen en el sector financiero de las mismas estrategias de promoción o de costos.

Finalmente, no obstante que las empresas seguidoras se encuentran, por lo general, en mejor posición en competencia *à la Cournot* que *à la Stackelberg* (véase el primer renglón de los cuadros 5, 6 y 7), no es posible asegurar que esta sea la situación socialmente deseable. Y es que, como lo confirma el cuadro 10, el valor futuro de la cuenta promedio administrada por las Afore es mayor cuando hay líderes que cuando éstas compiten *à la Cournot*. En concreto el cuadro revela que si bien la diferencia entre los valores futuros con cero, uno y tres líderes no es muy significativa para rangos de salarios muy bajos, ésta se torna particularmente importante cuando descendemos en la escala de valores de θ . Por ejemplo si nos movemos de $\theta = 0.75$ a

¹⁷ Meléndez (2005) prueba que ese poder de mercado se expresa en un sobreprecio (*markup*) de hasta 4.3 veces el valor del costo marginal en los servicios de cuentas nuevas si el producto entre Afore es diferenciado y de 1.09 si el producto es homogéneo.

CUADRO 10. *Bienestar del afiliado en función del número de líderes en la industria*

(Pesos)

	<i>Monto por recibir</i>
Con $\theta = 0.25$	
Monto por recibir	
Con cero líderes	7 038 755.70
Con un líder	738 117.60
Con tres líderes	7 850 641.00
Con $\theta = 0.75$	
Monto por recibir	
Con cero líderes	994 533.62
Con un líder	1 024 047.30
Con tres líderes	1 082 556.90

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar a diciembre de 2008.

$\theta = 0.25$ el afiliado verá crecer el valor futuro de sus flujos de efectivo de 8.1 a 10.3% en caso que la industria de pensiones pase de ser un oligopolio de Cournot a uno de Stackelberg con tres líderes.

El resultado no debe sorprender, sobre todo si consideramos que los líderes vinculados al negocio bancario son los que ofrecen los paquetes de Siefore con los más altos rendimientos del mercado. En este sentido, es muy arriesgado asegurar, *a priori*, que un mayor número de competidores en el mercado de pensiones se traduzca inevitablemente en un mayor beneficio social. Para garantizar ese resultado hay, primero, que comparar el excedente de las Afore con el de los afiliados y, luego, fijar el número óptimo de jugadores.

2. *Limitantes y recomendaciones*

La anterior simulación tiene diversos problemas que son comunes a cualquier tratamiento estadístico y otros, más específicos, vinculados con la modelación. Entre los primeros cabe destacar la discontinuidad en los registros de algunas variables clave (por desaparición o fusión de empresas) que impide hacer un análisis más fino de los últimos cuadros así como estimar directamente la demanda por sector de la industria y, con ello, los índices de Lerner sin los sesgos señalados por Corts (1999).

Sin embargo, los problemas más importantes son los del segundo tipo, ya que, después de observar los resultados, uno puede concluir que la poca capacidad predictiva del modelo en algunos segmentos salariales puede obedecer,

en buena medida, a los supuestos muy restrictivos impuestos a las funciones de demanda y beneficios. Ahora que sabemos que las estrategias de reclutamiento de las Afore cambian con el valor de θ , se antoja interesante formular funciones de demanda con variantes en su nivel y pendiente o funciones de beneficios estocásticas que estimen mejor los rendimientos esperados de los distintos paquetes de las Siefore. Estas modificaciones, aunadas al hecho de establecer pruebas de bondad en los ajustes de las simulaciones que hagan más precisos las caracterizaciones del tipo de competencia y que no fue posible realizar en este trabajo, podrían captar mejor la diversidad de estrategias de retención de clientes que utilizan las Afore en la práctica.

CONCLUSIONES

El documento ofrece pruebas para concluir que la competencia entre las Afore es heterogénea por segmentos de salarios y que, por tanto, las empresas adoptan estrategias de captación y/o retención de afiliados de manera diferenciada. La conclusión, sin embargo, es parcialmente validada por el modelo ya que, si bien éste ofrece una idea razonablemente acertada del comportamiento competitivo de las Afore para valores intermedios de θ , no tiene una buena capacidad predictiva para rangos de salarios extremos.¹⁸ En estos últimos rangos, la conjectura más razonable es que los agentes actúen como competidores por precios —salarios bajos— o como oligopolistas con liderazgo no basado en precios y cantidades —salarios altos—. Las consecuencias de este resultado para el pensionado son muy importantes pues, de acuerdo con la simulación aquí desarrollada, no siempre una estructura más competitiva redundá en un mayor bienestar para el afiliado. La manera en que los agentes compiten, los rangos de salarios y el número de competidores tienen una influencia definitiva en su bienestar.

El programa futuro de investigación se antoja amplio en la medida que se considere relevante la influencia del tipo de competencia en el bienes-

¹⁸ La validación parcial de la hipótesis no significa que el ejercicio haya sido estéril, sino todo lo contrario, ya que gracias al recurso heurístico del modelo es que notamos la diferenciación de las maneras de competencia en el mercado de las Afore. El problema radica, más bien, en la dificultad de captar formalmente una estructura competitiva tan diferenciada. Los supuestos del modelo suponen una racionalidad propia de agentes participando en mercados libres que no enfrentan topes de cuotas o restricciones en la manera de invertir los fondos, como en efecto acontece en la realidad. De aquí que los resultados aquí alcanzados deben verse como un primer paso para analizar más detenidamente y de manera diferenciada los efectos de la competencia entre las Afore en el bienestar de los afiliados, no como conclusiones definitivas.

tar de los afiliados. En concreto, resulta importante caracterizar el tipo de competencia por segmento salarial antes y después de determinadas olas de fusiones y medidas regulatorias; asociar el tipo de competencia con las estrategias específicas de las Afore para conocer no sólo su comportamiento diferenciado por segmento salarial sino, también, los objetivos generales de su diversificación; analizar los efectos contrarrestantes de las fusiones y las medidas de cuotas máximas en la concentración de recursos y el bienestar de los afiliados, y, finalmente, determinar el número y tipo óptimos de competidores que maximicen el monto administrado del afiliado por segmento salarial. La modelación de cada uno de estos temas no sólo supone desafíos que incluyen la definición de nuevas ecuaciones de demanda y beneficios sino, fundamentalmente, el establecimiento de las condiciones de equilibrios no simétricos en las que los agentes enfrentan diferentes variaciones conjeturales, como lo prueba Ehrenmann (2004a y b).

APENDICE

1. *Pruebas existencia y unicidad del EGNCS*

Lema 1. Sea $Q_{-i}(q_i)$ una función convexa; $Q(q_i) = q_i + Q_{-i}(q_i)$ una función agregada de producción estrictamente creciente en q_i y $q_{i0} \geq 0$ un punto fijo. Si los supuestos *ii*) y *iv*) son válidos, entonces (14) es estrictamente cóncava para cada $i = 1, \dots, M$ y $q_{i0} \geq 0$.

Prueba. En su forma estructural básica la ecuación (14) que incluye un punto fijo $q_{i0} \geq 0$ puede escribirse, de acuerdo con (3), como:

$$\pi_{i0}(q_i, q_{i0}) = q_i p(q_i + q_{i0} + Q_{-i}(q_i + q_{i0})) - f(q_i) \quad (A1)$$

En la que, por definición,

$$Q_{-i}^+(q_i + q_{i0}) = \frac{N(q_i + q_{i0})^+ \theta}{2 + (N - M)\theta} \geq 0$$

De aquí que para probar el lema 1 basta mostrar que (A1) es estrictamente cóncava en q_{i0} (es decir, que tiene un solo beneficio óptimo para cada punto fijo seleccionado) o que el valor de la derivada por la derecha evaluada en $q_{i0} \geq 0$ es mayor que en cualquier otro punto. Formalmente lo que esperamos es que $\pi_{i0}^+(q_i, q_{i0}) > \pi_{i0}^+(q_i + \varepsilon, q_{i0}) \quad \forall \varepsilon > 0$, conforme al criterio de la primera derivada para límites unilaterales. En concreto la derivada por la derecha de (A1) es:

$$\begin{aligned}\pi_{i0}^+(q_i, q_{i0}) &= q_i p'(q_i + q_{i0} + Q_{-i}(q_i + q_{i0})) \left(1 + Q_{-i}^+(q_i + q_{i0})\right) + \\ &+ p(q_i + q_{i0} + Q_{-i}(q_i + q_{i0})) - f'(q_i)\end{aligned}\quad (\text{A2})$$

Pero ya que $Q(q_i) = q_i + Q_{-i}(q_i)$ entonces

$$\begin{aligned}\pi_{i0}^+(q_i + \varepsilon, q_{i0}) - \pi_{i0}^+(q_i, q_{i0}) &= \left\{ \begin{aligned} &[(q_i + \varepsilon) p'[Q(q_i + \varepsilon + q_{i0})] \left[1 + Q_{-i}^+(q_i + \varepsilon + q_{i0})\right] - \\ &- q_i p'[Q(q_i + q_{i0})] \left[1 + Q_{-i}^+(q_i + q_{i0})\right]] \\ &+ \{p[Q(q_i + \varepsilon + q_{i0})] - p[Q(q_i + q_{i0})]\} + \{f'(q_i) - f'(q_i + \varepsilon)\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A3})\end{aligned}$$

Ahora bien para determinar el signo de (A3) es necesario analizar cada una de sus tres llaves por separado. En el caso de la llave inicial hay que tomar en cuenta, a su vez, el signo de los dos miembros. El primero de ellos es negativo $\forall q_i > 0$ ya que $p'(\cdot) < 0$ (esto es por el supuesto *iv*) de que las funciones de demanda son estrictamente decrecientes si $q < q_L$; $Q_{-i}^+(q_i + \varepsilon + q_{i0}) > 0$ porque la función es convexa (lo cual significa que para $\forall \varepsilon > 0$ la derivada hacia la derecha del punto fijo q_{i0} es positiva), y $Q(q_i + \varepsilon + q_{i0}) > 0$ porque la función agregada es estrictamente creciente en q_i . El segundo miembro es, por las mismas razones, negativo pero en una cantidad menor $\varepsilon > 0$ que el primer miembro en términos absolutos, por lo que el signo total de la llave es, en efecto, negativo.

En lo que corresponde a los signos de la segunda y tercera llaves, éstos también son negativos debido a que, por una parte, $p(\cdot)$ es estrictamente decreciente y $Q(q_i + \varepsilon + q_{i0}) > Q(q_i + q_{i0})$ y, por otra parte, a que $f(\cdot)$ son convexas y crecientes $\forall q_i > 0$ por el supuesto *ii*) (esto es: $f'(q_i + \varepsilon) > f'(q_i)$). Consecuentemente el signo global de (A3) es negativo y $\pi_{i0}^+(q_i, q_{i0}) > \pi_{i0}^+(q_i + \varepsilon, q_{i0}) \forall \varepsilon > 0$, con lo cual se completa la prueba.

Lema 2. Sea $Q_{-i}(q_i)$ una función convexa y $q_{i0} \geq 0$ un punto fijo. Si los supuestos *ii*) y *iv*) son válidos, entonces la ecuación (11) genera un conjunto de valores óptimos únicos en $0 \leq q_i^* \leq q_L$.

Prueba: La demostración de este lema se reduce a encontrar los valores de q_i que

$$\max_{q_i \geq 0} \pi_{i0}(q_i, q_{i0}) \quad (\text{A4})$$

O, lo que es igual, se busca encontrar la condición de primer orden $\partial \pi_{i0}(q_i, q_{i0}) / \partial q_i = 0$ que satisfaga las condiciones del enunciado. La prueba es casi inmediata pues al hacer (A2) igual a 0 encontramos que

$$q_i^* = \frac{-[p(q_i + q_{i0} + Q_{-i}(q_i + q_{i0})) - f'_i(q_i)]}{p'(q_i + q_{i0} + Q_{-i}(q_i + q_{i0}))(1 + Q_{-i}^+(q_i + q_{i0}))} \quad (A5)$$

cuyo cociente es no negativo si consideramos que, por (2''), el término entre corchetes del numerador es no positivo para intervalos en los que $0 \leq q_i^* \leq q_L$ y, por los argumentos contenidos en el *Lema 1*, el denominador es estrictamente negativo. En consecuencia siempre es posible extraer un valor de q_i único y óptimo de (A2) si la producción es económicamente rentable para el líder y se mantienen los supuestos sobre los que se construye esta ecuación, con lo que se completa la prueba.

Corolario. Sea $Q_{-i}(q_i)$ una función convexa y $q_{i0} \geq 0$ un punto fijo. Si los supuestos *ii*) y *iv*) son válidos y (11) es una función continua entonces existe un EGNCS definido para $0 \leq q_i^* \leq q_L$.

Prueba. Ya que cada valor de q_i^* de (A5) satisface a (A4) en $0 \leq q_i^* \leq q_L$ entonces existe un mapeo biunívoco entre los valores de ambas ecuaciones en dicho intervalo. La continuidad de (11) asegura, por el teorema de Brower, que el mapeo genera una secuencia de valores de (A5) tendientes a un punto fijo $q_{i0} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, M$, esto es $\{q_i^*(q_{i0})\} \rightarrow q_{i0}$, en el que (A4) alcanza su máximo valor. En virtud de que, por el lema 2, las cantidades óptimas de (A5) dependen de $Q_{-i}(\cdot)$, entonces el punto fijo es de hecho el EGNCS para toda dupla (q_i^*, q_{-i}^*) , tal como se enuncia en el corolario.

2. Simulación con saldos de la cuentas

CUADRO A1. *Simulación con $\theta = 0.75^a$*

M	N	q^{O_i}	q^{E_i}	q^{O-i}	q^{E-i}	P^{O_i}	P^{E_i}	π^{O_i}	π^{E_i}	π^{O-i}	π^{E-i}
0	18	0	0	2.26	4.94	5.65	2.00	0	0	0.23	0.024
1	17	9.14	11.92	2.61	4.77	5.54	1.80	0.61	0.0352	0.19	0.022
2	16	8.71	11.15	2.92	4.04	5.42	1.60	0.57	0.0327	0.18	0.010
3	15	8.14	10.18	3.26	3.44	4.36	1.55	0.49	0.0310	0.12	0.006
4	14	7.71	9.34	3.69	2.91	4.22	1.50	0.42	0.0270	0.10	0.005
5	13	7.55	8.74	4.14	2.36	4.01	1.58	0.39	0.02600	0.07	0.004

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

^a El 63.04% de los afiliados se encuentra en este rango de salario (0.5-3.5 SM). Se toma en cuenta las participaciones de mercado para el periodo 1998-2008.

CUADRO A2. *Simulación con $\theta = 0.50^a$*

M	N	q^{O_i}	q^{E_i}	$q^{O - i}$	$q^{E - i}$	P^{O_i}	P^{E_i}	π^{O_i}	π^{E_i}	$\pi^{O - i}$	$\pi^{E - i}$
0	18	0	0	1.54	1.58	2.25	2.00	0	0	0.02	0.0014
1	17	5.21	4.41	1.37	1.37	2.17	1.80	0.13	0.014	0.02	0.0093
2	16	4.34	1.91	1.22	1.33	2.06	1.60	0.12	0.013	0.02	0.0045
3	15	4.21	1.11	1.12	1.45	1.75	1.55	0.10	0.012	0.02	0.0034
4	14	3.88	0.78	0.97	1.49	1.58	1.50	0.07	0.011	0.01	0.0025
5	13	3.58	0.58	0.95	1.54	1.53	1.58	0.06	0.008	0.01	0.0019

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

^a El 28.14% de los afiliados se encuentra en este rango de salario (3.5-10 sm). Se toma en cuenta las participaciones de mercado en el periodo 1998-2008.

CUADRO A3. *Simulación con $\theta = 0.25^a$*

M	N	q^{O_i}	q^{E_i}	$q^{O - i}$	$q^{E - i}$	P^{O_i}	P^{E_i}	π^{O_i}	π^{E_i}	$\pi^{O - i}$	$\pi^{E - i}$
0	18	0	0	0.56	0.48	0.59	2.01	0.0000	0.0000	0.2021	0.002850
1	17	1.62	1.40	0.50	0.47	0.57	1.84	0.0098	0.0492	0.0023	0.002789
2	16	1.52	1.22	0.43	0.43	0.52	1.63	0.0087	0.0458	0.0019	0.002705
3	15	1.39	1.18	0.39	0.39	0.47	1.57	0.0084	0.0427	0.0017	0.002645
4	14	1.28	0.99	0.38	0.36	0.42	1.56	0.0082	0.0391	0.0014	0.002235
5	13	1.20	0.98	0.22	0.33	0.39	1.52	0.0058	0.0374	0.0009	0.002145

FUENTE: Cálculos propios con datos de la Consar.

^a El 8.82% de los afiliados se encuentra en este rango de salario (10-25 sm). Se toma en cuenta las participaciones de mercado en el periodo 1998-2008 publicadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilera, N., y C. Vázquez, (2005), “¿Economías de escala en la industria de las administradoras de fondos de pensiones? Un enfoque semiparamétrico”, documento ganador del premio de pensiones 2005 organizado por la Consar.
- Beristain, J., y S. Espíndola, (2001), *Organización de la industria de las Afores: Consideraciones teóricas*, Instituto Tecnológico Autónomo de México
- Breitmoser, Y. (2012), “On the endogeneity of Cournot, Bertrand, and Stackelberg competition in oligopolies”. *International Journal of Industrial Organization*, 30, pp. 16-29.
- Cavazos Cepeda, R., F. Vázquez Lavín y M. Medina Mora (2010), “Estructura de costos y economías de escala en el mercado de fondos para el retiro en México”, *EL TRIMESTRE ECONÓMICO*, vol. LXXVII (2), núm. 306, pp. 363-391.
- Corts, K. (1999), “Conduct Parameters and the Measurement of Market Power”, *Journal of Econometrics* 88, pp. 227-250.
- De Miguel, V., y H. Xu (2009), “A Stochastic Multiple-Leader Stackelberg Model: Analysis, Computation, and Application”, *Operations Research*, vol. 57 (5), pp. 1220-1235.

- Ehrenmann, A. (2004a), "Manifolds of Multi-Leader Cournot Equilibria", *Operations Research Letters* 32, pp. 121-125.
- ____ (2004 b), "Equilibrium Problems with Equilibrium Constraints and their Applications in Electricity Markets", tesis doctoral, Judge Institute of Management, Cambridge, Cambridge University.
- Garcia Alba, P. (1994), "Un índice de dominación para el análisis de la estructura de los mercados", *EL TRIMESTRE ECONÓMICO*, vol. LXI, núm. 243, pp. 499-524.
- Ibarra, D. (2010), *El mercado de Afores*, México CIDAC.
- Julien, L., O. Musy y A. Saïdi (2011), "Do Followers Really Matter in Stackelberg Competition?", Working Paper 2011-10, Economix, Universidad de Nanterre, France.
- Liu, Z. (2005), "Stackelberg Leadership with Demand Uncertainty", *Managerial and Decision Economics* 26, pp. 345-350.
- Madero, D., y A. Mora, (2006), "Fomento a la competencia entre las administradoras de fondos para el retiro: acciones y resultados en México", Documento de Trabajo 2006-1, Consar, Coordinación General de Estudios Económicos.
- Meléndez Barrón, J. (2004), "La industria de las Afore: Análisis de su estructura y recomendaciones de política de competencia y regulación", Comisión Federal de Competencia (comp.), *Competencia económica en México*, México, Cofeco.
- Rodríguez, A., G. Zúñiga y P. Rodríguez (2008), "Análisis del desempeño de las administradoras de fondos para el retiro: evidencia de un estudio bootstrap estacionario". Working Papers núm. 2008-2, Banco de México.
- Sawaya, N., y S. Elhedhli (2011), "Controlled Predatory Pricing in a Multiperiod Stackelberg Game: An MPEC Approach", *Journal of Global Optimization* 50 (2), pp. 345-362.
- Shepherd, William, G., y M. Shepherd Joanna (2003), *The Economics of Industrial Organization*, Londres Waveland Pr.
- Sherali, H. (1984), "A Multiple Leader Stackelberg Model and Analysis", *Operations Research*, vol. 32, núm. 2, pp. 390-404.
- Simons, H., y H. Guevara (2011), "Efectos de la regulación y de la competencia sobre el nivel de comisiones en la industria de pensiones en México". *Id@S*, Concytec, 6 (68), pp. 208-225.
- Zepeda, J., y O. Roldán (2005), "Las AFORE: empresas de escala reducida" (documento disponible en la página web oficial de la CONSAR).