EL TRIMESTRE ECONÓMICO, vol. LXXIV (2), núm. 294, abril-junio de 2007, pp. 329-348

MODELO DE OPCIONES REALES Y APLICACIÓN AL MERCADO PETROLERO*

Adrián Hernández del Valle
y *Claudia Icela Martínez García***

RESUMEN

Construimos un modelo de opciones reales condicionales (MORC) para la evaluación de proyectos cuando sus flujos esperados son probabilísticos y contingentes al estado promedio de una variable exógena. Aplicamos el modelo al caso de proyectos de inversión en infraestructura petrolera tomando la base —la diferencia entre el precio del contrato a futuro respecto a un bien subyacente y el precio para entrega inmediata (o precio *spot*) del bien— como variable de estado. Nuestro resultado fundamental es que el MORC resulta un criterio de inversión más confiable cuando se evalúan proyectos de inversión con flujos condicionales y estocásticos.

ABSTRACT

We build a Conditional Real Options model VORC which allows for cashflows to be probabilistic and contingent on the average behavior of an external variable; and we apply our model to the crude oil market where the inflows on an investment project are contingent on the state of the base —the difference between the futures contract on an underlying asset and it's price for immediate delivery at present (or spot price)—. Our main result is that the VORC is a better criteria when evaluating projects with conditional, stochastic cashflows.

INTRODUCCIÓN

El petróleo es el energético más importante en la historia de la humanidad, y en el presente sus precios han alcanzado máximos históricos por choques de oferta diversos, entre los que se cuentan: conflictos geopolíticos, fenómenos climáticos, las perspectivas mundiales acer-

* *Palabras clave*: evaluación de proyectos, opciones reales, petróleo y sus derivados, decisión de inversión con incertidumbre. *Clasificación JEL*: D46, D81, G12, G13, G31. Artículo recibido el 25 de noviembre de 2005 y aceptado el 28 de junio de 2006.

** Sección de Estudios de Posgrado e Investigación-Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional, México (correos electrónicos: ahdv@hotmail.com y claimar27@hotmail.com).

ca de la capacidad de los países productores para satisfacer la creciente demanda de petróleo y, con un grado de relevancia extrema, el fenómeno chino y su participación creciente en la demanda mundial del energético. Estos fenómenos y la incertidumbre asociada a sus perspectivas de mediano y largo plazos han exacerbado la volatilidad de los precios del petróleo, lo que dificulta la evaluación de proyectos en esta industria.

En este contexto el *objetivo* de este trabajo es, en general, elaborar un modelo que permita la evaluación de proyectos con flujos probabilísticos y condicionales a variables exógenas, y sobre todo aplicar nuestro modelo al caso del crudo marcador estadunidense, el *West Texas Intermediate* (WTI). Para entender nuestro argumento observemos el modelo del valor actual neto (VAN), uno de los modelos más empleados para la evaluación de inversiones:

$$VAN \qquad K \quad \overset{n}{\underset{t \quad 0}{}} \frac{f_t}{(1 \quad i)^t}$$

en el que K es la inversión inicial, f_t son los flujos esperados durante la vida del proyecto desde el año $t \quad 0$ hasta el final $t \quad n$, e i es la tasa de descuento; por ejemplo, en México, y dada la alta volatilidad en el precio del crudo, en los pasados cuatro años Petróleos Mexicanos (Pemex) ha usado una tasa de descuento de al menos 4% por encima de la tasa de Cetes a 28 días; el criterio de decisión es invertir si $VAN \quad 0$, o abandonar el proyecto en caso contrario, es decir, $VAN \quad 0$.

Obsérvese que todos los términos del VAN son determinísticos y estáticos. Ante este panorama cabe preguntar: ¿cuál es la probabilidad de que en cinco años —un horizonte característico de evaluación— los flujos se realicen tal como se proyectaron, o que i permanezca efectivamente constante? La respuesta es que la probabilidad es cercana a 0. Y esto es cierto para todo proyecto, aunque resulta en particular importante para el caso de proyectos con flujos muy volátiles, por ejemplo, el petróleo y sus derivados. Esta observación pone en tela de juicio la validez normativa[1] del VAN como criterio de decisión.

Formalmente, supongamos que

[1] Se dice que un criterio tiene validez normativa si su recomendación como método de decisión sin lugar a dudas beneficia (o perjudica) a la persona que acoge la recomendación.

$$B_i(\{w_t\}_{t \quad 0}^{T})$$

representa el conjunto de posibilidades de consumo del individuo i durante su vida, es decir, desde su nacimiento $t \quad 0$ hasta su muerte $t \quad T$, y que w_t representa sus flujos de *statu quo* o riqueza. Además, supongamos que i puede tomar o abandonar un proyecto cuyos flujos f_t son función del precio p, o sea $f_t(p)$. Luego el teorema de separación de Fisher-Hirschleifer[2] asevera que i debe tomar el proyecto si y sólo si

$$\quad_{t \quad 0}^{T} f_t(p) q_t \quad 0 \tag{1}$$

porque esto le permitirá expandir su conjunto de posibilidades de consumo, es decir,

$$B(\{w_t\}_{t \quad 0}^{T}) \quad B(\{w_t \quad f_t(p)\}_{t \quad 0}^{T}) \tag{2}$$

Obsérvese que esto es un criterio independiente de las subjetividades implicadas en las preferencias del individuo, por tanto, podemos pensar en él como un criterio "objetivo" o de validez normativa. Ahora bien, si p fuese estocástico, por ejemplo

$$p_t \qquad {}_1 p_{t \quad 1} \qquad {}_t$$

en el que ${}_t$ es algún término de error arbitrario, entonces la desigualdad en (1) no podría asegurarse, (2) no podría establecerse con toda certeza, y en consecuencia, podría darse el caso en que dos individuos, i y j, tuviesen juicios diferentes acerca de la conveniencia de realizar el proyecto con base en sus respectivas funciones de utilidad U, es decir

$$U_i(B(\{w_t\}_{t \quad 0}^{T})) \quad U_i(B(\{w_t \quad f_t(p)\}_{t \quad 0}^{T}))$$

y

$$U_j(B(\{w_t\}_{t \quad 0}^{T})) \quad U_j(B(\{w_t \quad f_t(p)\}_{t \quad 0}^{T}))$$

o sea, el criterio carecería de validez normativa.

Ante esta deficiencia del VAN Myers (1977) sugiere la posibilidad de emplear el modelo de opciones financieras de Black y Scholes

[2] Los dos resultados centrales que constituyen el teorema de separación de Fisher-Hirshleifer son: *i*) la decisión de inversión de la empresa es independiente de las preferencias de su dueño, y *ii*) la decisión de inversión es independiente de la decisión de financiación.

(1973) para la evaluación de activos reales, aunque el término opciones reales lo acuña Myers (1984). El modelo de opciones reales (MOR o ROV por sus siglas en inglés: *Real Options Value*) permite incorporar incertidumbre en los flujos mediante funciones de densidad de probabilidad (véase, por ejemplo, Herath y Park, 2001; Alleman y Rappoport, 2002; Trigeorgis, 1996; Amram y Kulatilaka, 1999; Copeland y Antikarov, 2001; Luehrman, 1998a, 1998b; Hull 2000; Boer, 2002; Alleman, Suto y Rappoport, 2004); además, la comparación entre los resultados del VAN y del MOR permite la formulación de panoramas con lo cual se gana en flexibilidad —en vez de la decisión dicotómica del VAN tradicional de invertir o abandonar el proyecto.

Ahora bien, a pesar de la creciente popularidad del MOR, el modelo sólo incorpora probabilidades para los f_t. Sin embargo, Zurita (2005), p. 263, asevera:

> en el caso en que los flujos del proyecto no se puedan pronosticar con certeza, todavía es posible conseguir el teorema de separación [...] Si agrupamos todos los panoramas posibles ("estados de la naturaleza") para la fecha t en el conjunto S_t, y tenemos uno para cada fecha, el proyecto entonces genera ahora la característica de flujos contingentes
>
> $$\{f_t(s_t, p)\}_t^{s_t} \; {}^{S_t}_{0,\ldots,T}$$
>
> si en la fecha t se materializa el estado s_t, el proyecto p paga $f_t(s_t, p)$.

Zurita demuestra el teorema de separación en este contexto, pero falla en reconocer que las probabilidades deberían ser condicionales al estado, porque ni siquiera está hablando en el contexto del modelo de opciones reales.

Nosotros salvamos la deficiencia en Zurita (2005) y creamos el modelo de opciones reales condicionales que incorpora las características positivas del MOR y además permite incluir el comportamiento de variables exógenas a la evaluación, y lo aplicamos al mercado del petróleo en el periodo 1999-2005. Ahora bien, en la construcción de los modelos de opciones, el procedimiento usual consiste en hacerlo mediante una cartera de coberturas o cartera equivalente —este es el procedimiento que emplearon Black y Scholes (1973)—. En la construcción del MORC empleamos un método más directo (sección I) y después demostramos que el método usual es análogo (sección II).

El resto del trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección III mencionamos los criterios de decisión del MORC; en la sección IV ejemplificamos el MORC; en la sección V aplicamos el MORC al mercado petrolero estadunidense en el periodo 1999-2005, y al final se incluye nuestras conclusiones.

I. MODELO DE OPCIONES REALES CONDICIONALES

Un paso fundamental en la evaluación de la rentabilidad de un proyecto de inversión es el pronóstico de sus flujos de ingreso F_t. La suma de F_t descontada a valor presente V se compara con el capital K necesario para tener derecho sobre el proyecto, y el resultado nos indica la ganancia (o pérdida) económica del proyecto:

$$\begin{aligned} & K \quad {}^{T}_{t} \quad {}_{0} F_s e^{\quad is} ds \\ & K \quad {}_{K} V dV \end{aligned} \tag{3}$$

en el que K se realiza en el tiempo t 0, los t son años desde el presente t 0 hasta el periodo terminal T, e i es la tasa de descuento. En particular, a en (3) se le conoce como el valor actual neto.

El criterio de decisión en (3) es:

$$\text{máx}(V \quad K, 0) \quad \begin{matrix} 0 & \text{si} & V & K & 0 & \text{no invertir} \\ V \quad K & \text{si} & V & K & 0 & \text{invertir} \end{matrix}$$

Obsérvese que todos los términos en (3) son determinísticos. La motivación para el modelo de opciones reales proviene del hecho de que los F_t pueden ser estocásticos. Por ejemplo, podría haber errores de estimación de la tasa de descuento o de los flujos; el precio del subyacente podría ser volátil... Ahora bien, si los F_t son estocásticos, entonces toma la forma de valor esperado E( ) y por la definición de esperanza:

$$\text{E}(\quad) \qquad x f(x) dx$$

tenemos

$$\text{E}(\quad) \qquad {}_{K}(V \quad K) f(V) dV \tag{4}$$

en el que $f(V)$ es una función de densidad arbitraria de V; por ejemplo, podría ser la densidad normal, o, como en el caso de Black y

Scholes (1973), la densidad log normal, y E( ) es el valor de la opción real MOR.

Por otra parte, si además de ser estocásticos, los F_t estuvieran condicionados por el comportamiento de alguna variable estocástica exógena Y, entonces podríamos usar la propiedad de la esperanza iterada (esta propiedad se puede consultar en Rosenthal, 2000, p. 124, ecuación 13.0.3, o en Mikosch, 1998, p. 70, regla 2) que dice lo siguiente:

Proposición 1 (propiedad de la esperanza iterada). Sean X y Y dos variables aleatorias, con $\mathrm{E}|X|$. Entonces:

$$\mathrm{E(X)} \quad \mathrm{E[E(X|Y)]}$$

$$\mathrm{E(X|Y} \quad y) f_{\mathrm{Y}}(y) dy$$

$$x f_{\mathrm{X|Y}}(x|y) dx \quad f_{\mathrm{Y}}(y) dy$$

Luego, aplicando la definición de densidad condicional de X dado Y y, es decir,

$$f_{\mathrm{X|Y}}(x|y) \quad \frac{f(x, y)}{f_{\mathrm{Y}}(y)}$$

en el que $f(x,y)$ es la densidad conjunta de X y Y, tenemos:

$$\mathrm{E(X)} \qquad x f(x, y) dx \quad dy$$

Entonces por la proposición 1, (4) se puede escribir como

$$\mathrm{E}(\ ) \qquad {}_{K} (V \quad K) f(V, x) dV \quad dx \tag{5}$$

en la que E( ) es el valor de la opción real condicional MORC. (5) constituye nuestro resultado fundamental; en la sección siguiente demostramos que nuestro resultado es equivalente al tradicional que se obtiene construyendo una cartera de cobertura, con la propiedad adicional de que nuestra derivación es más directa.

II. MORC POR MEDIO DE UNA CARTERA DE COBERTURA

Como se mencionó en la Introducción, el procedimiento usual en la construcción de los modelos de opciones es hacerlo con una cartera de coberturas. Este procedimiento que innovaron Black y Scholes (1973) para la evaluación de opciones de compra (*call*) europeas requiere satisfacer las condiciones de: *i*) ausencia de oportunidades de arbitraje, y *ii*) transacciones continuas (*continuous trading*), es decir, sin fricciones, como costos de transacción o información incompleta. A continuación demostramos que nuestro procedimiento es completamente análogo al de cartera de coberturas.

1. *Ausencia de oportunidades de arbitraje*

Supóngase que en el tiempo presente t el valor de un proyecto de inversión es V. En el tiempo $t \quad 1$ el valor del proyecto puede subir a uV o bajar a dV, dependiendo del comportamiento de la variable X: si X $\quad x_1$, sube u; y si X $\quad x_2$, baja d. Es decir, en $t \quad 1$ tenemos:

$$(u|\mathrm{X} \quad x_1) \qquad \text{o} \qquad (d|\mathrm{X} \quad x_2)$$

Además, supongamos que existe un bono que paga un rendimiento libre de riesgo $R \quad 1 \quad r_f$ anualmente. Para evitar oportunidades de arbitraje, es necesario que

$$(u| \ ) \quad R \quad (d| \ ) \tag{6}$$

Por otra parte, si tenemos la opción de comprar este proyecto al capital K en $t \quad 1$, entonces los pagos de la opción serían

$$\begin{aligned} C_u & \quad \text{máx}[(u| \ )V \quad K, 0] \\ C_d & \quad \text{máx}[(d| \ )V \quad K, 0] \end{aligned} \tag{7}$$

Para conformar la cartera de coberturas, supongamos que un agente invierte una fracción $\quad_1$ de su riqueza w en el proyecto, y otra fracción $\quad_2$ en el instrumento libre de riesgo, con $\quad_1 \quad \quad_2 \quad 1$. En el tiempo $t \quad 1$, la cartera valdrá

$$C_u \quad\quad _1(u| \ ) \quad\quad _2R \qquad \text{o} \qquad C_d \quad\quad _1(d| \ ) \quad\quad _2R \tag{8}$$

Resolviendo (8) para $\quad_1$, tenemos:

$$_1 \quad \frac{C_u \quad C_d}{(u| \ ) \quad (d| \ )}$$

Luego, resolviendo para $_2$:

$$_2 \quad \frac{1}{R} \; \frac{C_d(u|\;) \quad C_u(d|\;)}{(u|\;) \quad (d|\;)}$$

En consecuencia,

$$_1 \qquad _2 \quad \frac{1}{R} \; C_u \; \frac{R \quad (d|\;)}{(u|\;) \quad (d|\;)} \qquad C_d \; \frac{(u|\;) \quad R}{(u|\;) \quad (d|\;)}$$

El valor de la suma $_1 \quad _2$ es el valor presente de la opción *call* C_a, porque los pagos de esta cartera son exactamente iguales a los de la opción sobre la inversión

$$C_a \qquad _1 \qquad _2$$

$$\frac{1}{R} \; C_u \; \frac{R \quad (d|\;)}{(u|\;) \quad (d|\;)} \qquad C_d \; \frac{(u|\;) \quad R}{(u|\;) \quad (d|\;)} \tag{9}$$

Una manera simplificada de interpretar (9) consiste en definir la cantidad $(q|\mathrm{X})$ como:

$$(q|\mathrm{X}) \quad \frac{R \quad (d|\;)}{(u|\;) \quad (d|\;)}$$

Luego, por (6), se infiere que $0 \quad (q|\mathrm{X}) \quad 1$; en consecuencia $(q|\mathrm{X})$ se puede interpretar como una probabilidad condicional. En realidad, $(q|\mathrm{X})$ es una probabilidad condicional-riesgo neutral.

Con base en lo anterior tenemos la fórmula de evaluación de opciones 1. El valor presente de la opción *call*, descontado un periodo, en una inversión dominada por un proceso binomial es:

$$C_a \quad \frac{1}{R}\,[(q|\mathrm{X})C_u \quad (1 \quad (q|\mathrm{X}))C_d] \tag{10}$$

que se puede reinterpretar como

$$C_a(t \quad 1) \quad \frac{1}{R}\hat{\mathrm{E}}(C_a(t)) \tag{11}$$

en la que $C_a(t \quad 1)$ y $C_a(t)$ son los valores de la opción *call* en el presente $t \quad 1$ y en el periodo siguiente, y $\hat{\mathrm{E}}(\;)$ representa la esperanza respecto a las probabilidades condicionales-riesgo neutrales.

Claramente (11) se puede generalizar tomando:

$$C_a(t \quad 1) \quad \frac{1}{R^T}\hat{\mathrm{E}}(C_a(T)) \tag{12}$$

en la que T es el tiempo terminal y R^T es $1 \quad r_f$ al vencimiento. Obsérvese que incluir probabilidades condicionales-riesgo neutrales en la esperanza permite afirmar que (12) es el precio de la opción para todos los casos de éxito o fracaso del proyecto descontados a valor presente. Con lo anterior damos cuenta de la restricción de ausencia de oportunidades de arbitraje. A continuación abordamos la restricción de transacciones continuas.

2. *Transacciones continuas*

Tomemos el modelo aditivo a tiempo continuo. Sean S_t y X_t dos procesos estocásticos tal que S_t representa el precio del activo subyacente en el tiempo t futuro —$t \quad 0$ es el presente— y X_t es como en el caso anterior una variable de estado. Si el comportamiento de S_t es condicional a X_t, tenemos:

$$(S_t|\mathrm{X}_t) \quad R(\mathrm{S}_0|\mathrm{X}_0) \quad R \quad {}_t$$

con ${}_t$ variables gaussianas $N(0, \quad {}^2)$ y no correlacionadas $\mathrm{Cov}((S_t|X_t), \quad {}_t) \quad 0$.

Este modelo es riesgo neutral; en efecto, por la independencia de los términos, por las características de ${}_t$ y dado que R es constante, tenemos:

$$\mathrm{E}(S_t|\mathrm{X}_t) \quad R\mathrm{E}(\mathrm{S}_0|\mathrm{X}_0)$$

además, como $\mathrm{E}(\mathrm{S}_0|\mathrm{X}_0 \quad x_0)$ es conocido en $t \quad 0$, y por la definición de esperanza, en el tiempo $t \quad 1$ tenemos:

$$\begin{aligned} s_0 \quad \mathrm{E}(\mathrm{S}_0|\mathrm{X}_0) \quad & \frac{1}{R}\mathrm{E}(\mathrm{S}_1|\mathrm{X}_1 \quad x_1) \\ & \frac{1}{R} \quad s_1 f(s_1|x_1)ds_1 \end{aligned} \tag{13}$$

Si tomamos una opción *call* en este activo, con precio de ejercicio RK en $t \quad 1$, el pago de la opción $C_a(1)$ es:

$$C_a(1) \quad \text{máx}[\mathrm{E}(S_1|\mathrm{X}_1) \quad RK, 0] \quad \begin{cases} 0 & \text{si} \quad \mathrm{E}(S_1|\mathrm{X}_1) \quad RK \\ \mathrm{E}(S_1|\mathrm{X}_1) \quad RK & \text{en c.c.} \end{cases} \tag{14}$$

Ahora, calculamos el precio de la opción usando la fórmula general (12) en $t \quad 1$

$$\begin{aligned} C_a(0) \quad & \frac{1}{R}\hat{\mathrm{E}}(C_a(1)) \\ & \frac{1}{R} \quad C_a(1) f(x_1) dx_1 \end{aligned} \tag{15}$$

Finalmente, sustituyendo $C_a(1)$ de (14) en (15), con densidad condicional $f(\mathrm{S}|\mathrm{X})$

$$C_a(0) \quad \frac{1}{R} \quad [\mathrm{E}(S_t|\mathrm{X}_1 \quad x_1) \quad RK]\, f(x_1) dx_1$$

Luego, como

$$\mathrm{E}(\mathrm{S}_1|\mathrm{X}_1 \quad x_1) \quad RK \qquad [s_1 \quad RK] f(s_1|x_1) ds_1$$

y si, además, $f(s_1|x_1) \quad f(s_1, x_1)/f(x_1)$, vemos que

$$C_a(0) \quad \frac{1}{R} \qquad (s_1 \quad RK)\, f(s_1, x_1) ds_1 \quad dx_1 \tag{16}$$

Con $C_a(0) \quad \mathrm{E}(\quad)$, K constante y $s_1 \quad V$, (16) se puede generalizar a (5).

III. Criterios de decisión

Llamamos al resultado de la integral (5) el valor de la opción real condicional MORC. Además de los criterios usuales, como: *i*) invertir en proyectos con *MORC* $\quad 0$ o *ii*) discriminar entre proyectos tomando los que tengan el mayor *MORC*. La comparación entre el *MORC* y el *VAN* de un proyecto nos proporciona los siguientes criterios de decisión:

Si *VAN* 0	$\lvert VAN \rvert \quad MORC$	no invertir
	$\lvert VAN \rvert \quad MORC$	esperar y observar
Si *VAN* 0	$VAN \quad MORC$	invertir con cautela
	$VAN \quad MORC$	invertir

Las caracterizaciones de cada caso las tomamos de Alleman, Suto y Rappoport (2004) quienes escriben en un contexto de opciones reales. En particular, "esperar y observar" e "invertir con cautela" se pueden reinterpretar como: *i*) no invertir pero tampoco desechar el proyecto, y esperar a que llegue nueva información, y *ii*) invertir pero teniendo cuidado de la nueva información disponible. Es importante advertir que estas decisiones se aplican en particular a proyectos en los que la inversión se realiza en varias etapas. Con base en lo anterior, en la sección siguiente aplicamos nuestro modelo general al caso de refinerías en el Golfo de México presuponiendo una densidad bivariada normal.

IV. Aplicación del modelo de opciones reales estado-dependiente

En las secciones anteriores construimos nuestro modelo general para la evaluación de una inversión con flujos estado-dependientes (5). El objetivo de esta sección es probar la capacidad del modelo para evaluar proyectos de esta naturaleza en la economía estadunidense. Nuestra variable de estado es la base b_t definida en Keynes (1930) como: la diferencia entre el precio del contrato a futuro respecto a un bien subyacente y el precio para entrega inmediata (o precio *spot*) del bien. Cuando b_t 0 se dice que el mercado está en *contango*; mientras que cuando b_t 0, se dice que está en *backwardation*. (Cuando b_t 0 podemos pensar en una *martingala*, que según Samuelson, 1965, es una precondición de equilibrio en el mercado.) Empleamos b_t como variable de estado, porque en Hernández del Valle y Martínez García (2006) encontramos que el estado promedio de la base del WTI b_t, es decir, $\mathrm{E}(b_t)$, se puede emplear para identificar periodos de perturbaciones estructurales —cuando $\mathrm{E}(b_t)$ 0— y de perturbaciones coyunturales —cuando $\mathrm{E}(b_t)$ 0—. Y que estas condiciones son propicias para la inversión —cuando el mercado está en promedio en *contango* $\mathrm{E}(b_t)$ 0— o no —cuando está en promedio en *backwardation* $\mathrm{E}(b_t)$ 0—. En esa investigación encontramos que entre 1999 y 2005 se han sucedido tres periodos, identificados según las condiciones de *contango* o *backwardation* del mercado:

i) Del 19 de mayo de 1999 al 23 de junio de 2000: el primer periodo está caracterizado por crecimiento económico en los Estados Unidos. Aunque durante el periodo se alcanzaron precios mínimos históricos del crudo a nivel internacional. El estado promedio de la base durante todo ese periodo fue de *backwardation*, $\mathrm{E}(b_t)\quad 0.0027$;

ii) Del 24 de junio de 2000 al 24 de marzo de 2003: el segundo periodo está marcado por la recesión en los Estados Unidos en 2001, y por una baja generalizada en la actividad económica internacional. Ese periodo también está marcado por *backwardation*, $\mathrm{E}(b_t)\quad 0.0059$, y

iii) Del 25 de marzo de 2003 al 15 de marzo de 2005: la última contracción en el PIB estadunidense real se observó durante el primer trimestre de 2003: 0.9%, y a partir de esa fecha la economía internacional observó un repunte, que continúa hasta la actualidad, liderado por la economía de los Estados Unidos. El tercer y último periodo ha estado marcado por precios históricamente altos en los crudos marcadores, y el panorama es de *contango*: $\mathrm{E}(b_t)\quad 0.0049$.

Ahora bien, para nuestra aplicación, la densidad que tomamos es la densidad bivariada normal; es decir, presuponemos que tanto los ingresos del proyecto V_t como la variable de estado, ***la base*** b_t, se distribuyen normalmente. Debido a esta observación nuestro modelo general (5) asume la forma siguiente:

$$
\begin{aligned}
MORC &\quad {}_{K}(V \quad K) f(V, b) dV \quad db \\
&\quad {}_{K}(V \quad K) \frac{e^{\quad Q(V,b)}}{2 \qquad \sqrt{1 \qquad ^{2}}} dV \quad db
\end{aligned} \tag{17}
$$

en la que $Q(V, b) \quad Q$ está dado por

$$
Q \quad \frac{\left(\dfrac{V}{\quad}\right)^{2} \quad 2 \quad \dfrac{(V \qquad)(b \qquad)}{\quad} \quad \left(\dfrac{b}{\quad}\right)^{2}}{2(1 \qquad)^{2}}
$$

$$, \quad (\quad , \quad), \quad 0, \quad 0, | \quad | \quad 1$$

$\mathrm{E}[V] \quad , \mathrm{E}[b] \quad ; \mathrm{Var}[V] \quad ^2; \mathrm{Var}[b] \quad ^2; \mathrm{Cov}[V, b]$. Conviene advertir que (17) puede generalizarse a n variables condicionales si se toma, por ejemplo, la distribución multivariada normal. Otra opción interesante podría consistir en encontrar la relación empírica entre variables mediante cópulas, luego construir la densidad y emplearla en (17) —nosotros presuponemos, por comodidad, que tanto los procesos como su relación se distribuyen normalmente.

Ejemplo: panorama 1. Supongamos que en un proyecto para ampliar la capacidad instalada de una refinería se requiere invertir 10 millones de dólares, y que el valor presente esperado de sus flujos es 7 millones. Esto arroja un *VAN* de 3 millones de dólares. Empleando exclusivamente el criterio del *VAN*, este proyecto se rechaza.

Además, contamos con la información siguiente: el mercado está en *backwardation* $b_t \quad (\quad , 0]$ con $\mathrm{E}(b) \quad 3$ y $(\mathrm{Var}(b))^{1/2} \quad 15$; los flujos tienen desviación estándar 3, y la correlación entre los flujos y el estado de la base es 0.10.

Sustituyendo valores en (17), tenemos

$$MORC \quad ^{0} \quad _{10}(V \quad 10) \frac{e \quad Q}{2 \quad 3 \quad 15\sqrt{1 \quad 0.1^2}} dV \; db$$

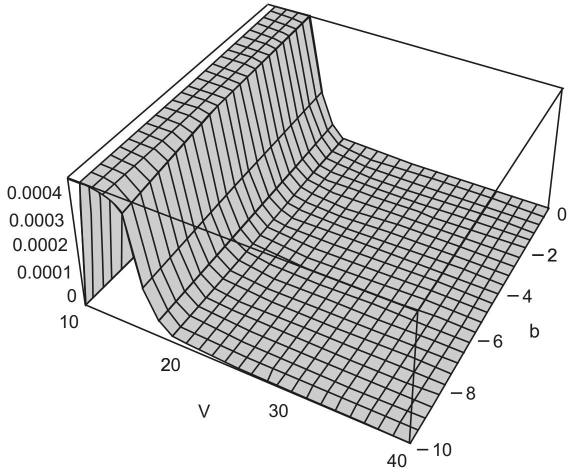
con

$$Q \quad \frac{\left(\frac{V \quad 7}{3}\right)^2 \quad 2 \quad 0.1 \; \frac{(V \quad 7)(\; b \quad 3)}{3.15} \quad \left(\frac{b \quad 3}{15}\right)^2}{2(1 \quad 0.1)^2}$$

lo cual arroja un MORC de 0.124.

Luego, comparando con |VAN| y aplicando los criterios de decisión que mencionamos líneas arriba, tendríamos que la sugerencia es: no invertir. Obsérvese que a pesar de que el VAN es negativo, el MORC indica que el proyecto aún tiene valor (véase la gráfica 1).

GRÁFICA 1. *MORC panorama 1*



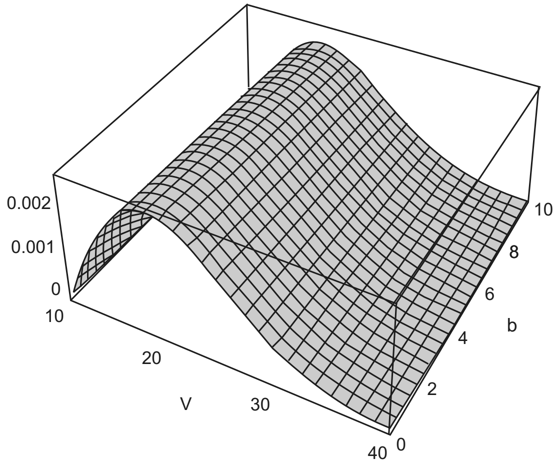
Ejemplo: panorama 2. Ahora supongamos que partiendo del panorama 1 como estado inicial, un huracán azota el Golfo de México mermando la capacidad de refinación en la zona e incidiendo en nuestras variables de la manera siguiente: el mercado se pone en *contango* ante la posibilidad de desabasto de hidrocarburos b_t [0,), 3 y se dispara la volatilidad de la base a 30; la desviación estándar de los flujos del proyecto también se incrementa a 10 y su valor esperado aumenta a 9; con una correlación de 0.30.

Ante este panorama el criterio del VAN aún es no invertir ya que V K 1; sin embargo, calculando (17) con los datos citados tenemos que MORC $= 1.34$; y como $|\text{VAN}| <$ MORC, la sugerencia es esperar y observar.

Finalmente, es importante destacar que en los dos panoramas mencionados, el MOR tradicional es mayor al MORC: 0.25 en el primer panorama, y 3.07 en el segundo. Esto se puede explicar por las cotas que imponen los panoramas de *contango* y *backwardation* en la variable de estado b_t. Pero también indica que el MOR tiende a sobreestimar, es decir el MORC es un criterio más confiable.

Efectos de las variaciones en los componentes de (17) en MORC. En general, se observan los efectos siguientes de las variaciones de los componentes de (17) en el MORC, *ceteris paribus*: *i*) K 0

GRÁFICA 2. *MORC panorama 2*



MORC 0; este resultado es evidente, con los mismos flujos esperados, una menor inversión implica un mayor valor del proyecto. *ii*) 0 *MORC* 0, es decir, a mayor correlación entre la variable de estado y los flujos, mayor valor del proyecto. *iii*) 0 *MORC* 0; conforme crece la volatilidad de los flujos de ingreso, aumenta el valor del proyecto. *iv*) 0 *MORC* 0; a mayor volatilidad en la variable de estado, mayor valor del proyecto. v) 0 *MORC* 0; un mayor ingreso promedio esperado incrementa el valor del proyecto; por ejemplo, si fuese el precio del subyacente —por ejemplo, el precio del barril de crudo—, un mayor precio promedio incrementa el MORC. vi) 0 *MORC* 0. Un valor esperado mayor en la variable de estado, incrementa el MORC. Este elemento es particularmente importante porque corrobora nuestros resultados en Hernández del Valle y Martínez García (2006), citados líneas arriba: en un panorama de *contango* el valor de las inversiones en infraestructura petrolera se incrementa. En la última sección usamos los datos de los tres subperiodos identificados entre 1999 y 2005 para estimar (17), y así poder concluir.

V. ESTIMACIÓN DE (17) EN LOS TRES SUBPERIODOS IDENTIFICADOS

Los datos de la base se presentan en el cuadro 1. Por otra parte, los datos del crudo marcador estadunidense *West Texas Intermediate*

(WTI) se registran en el cuadro 2. Además, las correlaciones entre el WTI y la base en los tres periodos identificados se muestran en el cuadro 3. Ahora, suponiendo un capital de inversión K de 28 millones de dólares para todos los subperiodos, el VAN, MOR tradicional y los criterios de decisión serían los presentados en el cuadro 4.

CUADRO 1. *Datos de la base en los tres subperiodos*

	Subperiodo 1	*Subperiodo 2*	*Subperiodo 3*
E(b)	0.002743	0.005893	0.004922
Desv Est (b)	0.391224	0.390484	0.291550

FUENTE: Hernández del Valle y Martínez García (2006).

CUADRO 2. *Datos del WTI en los tres subperiodos*

	Subperiodo 1	*Subperiodo 2*	*Subperiodo 3*
E(V)	25.00	27.81	37.79
Desv Est (V)	4.29	4.40	7.83

FUENTE: Hernández del Valle y Martínez García (2006).

CUADRO 3. *Correlaciones entre el WTI y la base*

	Subperiodo 1	*Subperiodo 2*	*Subperiodo 3*
	0.242920	0.199480	0.025708

FUENTE: Hernández del Valle y Martínez García (2006).

CUADRO 4. *VAN, MOR en millones de dólares y los criterios de decisión*

	VAN	*MOR*	*Decisión*
Subperiodo 1	3.0	0.61	No invertir
Subperiodo 2	0.2	1.66	Esperar y observar
Subperiodo 3	9.8	10.18	Invertir

Sin embargo, con el criterio de MORC, los resultados se presentan en el cuadro 5. En los primeros dos periodos, el criterio del VAN hubiera sido no invertir. Los criterios del MOR y MORC coinciden con el VAN para el primer subperiodo —recordemos que durante los primeros dos periodos se observó *backwardation* en promedio en la base—, pero ambos difieren durante el segundo periodo, en el que la sugerencia del MOR y MORC hubiera sido no desechar el proyecto, sino esperar y observar. Finalmente, durante el tercer periodo, que llega hasta la actualidad —y en el que observamos *contango* en promedio en la base—, la sugerencia del MOR es invertir, pero la del

CUADRO 5. *VAN, MORC en millones de dólares y los criterios de decisión*

	VAN	*MORC*	*Decisión*
Subperiodo 1	3.0	0.21	No invertir
Subperiodo 2	0.2	0.65	Esperar y observar
Subperiodo 3	9.8	5.23	Invertir con cautela

MORC es invertir con cautela. El criterio del MORC alcanzaría la sugerencia de invertir si el precio del WTI superara los 83.20 dólares por barril, para este nivel de K. Cabe señalar que las crecientes regulaciones ambientalistas permiten prever alzas en K; ante esta realidad, es presumible que para que el MORC alcance niveles de inversión, el precio del WTI tendría también que aumanetar en una proporción de aproximadamente tres dólares por barril (dpb) por cada dpb que crezca K.

CONCLUSIONES

Como se dijo en la Introducción, el objetivo fundamental de este trabajo es construir un modelo capaz de evaluar proyectos con flujos probabilísticos y dependientes del comportamiento de una variable de estado, y probar su efectividad en la evaluación de proyectos petroleros en los Estados Unidos. Nuestros resultados se dividen en dos grandes grupos: *i*) el modelo mismo de evaluación de opciones reales condicionales, MORC, y *ii*) los derivados de la aplicación del MORC al mercado petrolero.

Respecto al primer punto el modelo de evaluación más empleado en la actualidad es el del valor actual neto (VAN), un modelo antiquísimo conocido genéricamente como modelo de flujos descontados. El VAN no incorpora la tradición probabilística de las finanzas modernas: a grandes rasgos, los modelos de opciones empiezan con la formulación de la hipótesis de la utilidad esperada de Bernoullí (1738), con el supuesto de agentes maximizadores de la utilidad esperada; luego, Von Neumann y Morgenstern retoman la hipótesis de Bernoullí en 1944 y la reformulan en un espacio probabilístico más amplio: las loterías; posteriormente, Markowitz (1952) y Tobin (1958) emplean la hipótesis de Von Neumann y Morgenstern para dar nacimiento a las finanzas modernas, y sobre esta base teórica Black y Scholes (1973) crean los modelos de opciones financieras que después emplea Myers (1977) y (1984) para evaluar activos reales, es decir opciones reales.

En un contexto totalmente distinto del formulado por Bernoullí en particular en un contexto determinístico, surge el VAN. Este método se emplea desde que el dinero se prestó por vez primera a cambio de intereses en la antigüedad. Como un método de evaluación de activos, en particular de acciones corporativas, el análisis de flujos descontados ganó popularidad después de la caída de la bolsa de valores estadunidense en 1929. Fisher en su libro *The Theory of Interest* de 1930 y Burr Williams en *The Theory of Investment Value* de 1938 fueron los primeros en expresar formalmente el VAN en términos económicos modernos. El VAN de Fisher está totalmente disociado de la hipótesis de utilidad esperada de Bernoullí. El único parentesco entre ambas teorías proviene del antecedente marginalista de Fisher. Recordemos que la teoría neoclásica nace con la revolución marginalista de León Walras, Carl Menger y William Stanley Jevons, y el uso que hacen del concepto de utilidad marginal decreciente de Bernoullí, y Fisher junto con Eugen von Böhm-Bawerk, Friedrich von Wieser, Alfred Marshall, John Bates Clark, Knut Wicksell, Philip H. Wicksteed, Vilfredo Pareto y Enrico Barone consolidaron la teoría neoclásica. De entre los pocos autores neoclásicos que emplearon la hipótesis de utilidad esperada están Marshall (1890) y Edgeworth (1911); sin embargo, en realidad, nadie alcanzó a entender la importancia de esta hipótesis de Bernoullí hasta que Von Neumann y Morgenstern la retoman en 1944 en su libro *Theory of Games and Economic Behavior*, y la convierten en un criterio de racionalidad indispensable en la concepción de las finanzas modernas.

En cuanto a la tradición probabilística de las finanzas modernas nuestro MORC tiene la peculiaridad de que sirve para evaluar proyectos cuando sus flujos están condicionados al comportamiento de una variable exógena. En lo que respecta a la evaluación de proyectos en infraestructura petrolera —nuestro segundo grupo de resultados—, encontramos que: *i*) como criterio de decisión único, el MORC sugería invertir en infraestructura petrolera desde 1999 (recordemos que el MORC para el subperiodo 1, de 1999 a 2000, resultó en 0.21); *ii*) mientras que como criterio de decisión comparado con el VAN, la sugerencia del MORC en la actualidad es invertir con cautela. En particular, un punto de inflexión en la base hacia un panorama de *backwardation* promedio podría alterar negativamente la sugerencia. Como posibles líneas de investigación se sugiere generalizar el MORC para *n* variables exógenas, y probar el MORC con funciones de densidad distintas de la normal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alleman, J., y P. Rappoport (2002), "Modeling Regulatory Distortions with Real Options", *The Engineering Economist*, 4, pp. 390-417.

——, H. Suto y P. Rappoport (2004), "An Investment Criterion Incorporating Real Options", *Real Options Conference Abstracts*.

Amram, M., y N. Kulatilaka (1999), *Real Options*, Harvard Buisness School Press.

Bernoullí, D. (1738), "Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk", *Econometrica*, 22, pp. 23-36.

Black, F., y M. Scholes (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, 81, pp. 637-659.

Boer, P. (2002), *The Real Options Solution: Finding Total Value in a High-Risk World*, John Wiley & Sons.

Copeland, T., y V. Antikarov (2001), *Real Options: A Practitioner's Guide*, Texere LLC.

Edgeworth, F. Y. (1911), "Probability and Expectation", *Encyclopedia Britannica*.

Herath, H., y C. Park (2001), "Real Options Valuation and its Relationship to Bayesian Decision-Making Methods", *The Engineering Economist*, 1.

Hernández del Valle, A., y C. I. Martínez García (2006), "Estructural o coyuntural: Los precios del crudo y la teoría del *backwardation*", *Estudios Económicos* (sometido).

Hull, J. (2000), *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice-Hall.

Keynes, J. M. (1930), *A Treatise on Money*, vol. 2, Londres, Macmillan para la Royal Economic Society, 1973.

Luehrman, T. (1998a), "Investment Opportunities as Real Options", *Harvard Business Review*, julio-agosto, pp. 51-67.

—— (1998b), "Strategy as a Portfolio of Real Options", *Harvard Business Review*, septiembre-octubre, pp. 89-99.

Markowitz, H. (1952), "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7, pp. 77- 91.

Marshall, A. (1890), *Principles of Economics*, París, Gallica.

Mikosch, T. (1998), *Elementary Stochastic Calculus with Finance in View*, World Scientific.

Myers, S. C. (1977). "Determinants of Corporate Borrowing", *Journal of Financial Economics*, vol. 4, pp. 147-176.

Myers, S. C. (1984), "Finance Theory and Financial Strategy", *Interfaces*, pp. 126-137.

Rosenthal, J. S. (2000), *A First Look at Rigorous Probability Theory*, World Scientific.

Samuelson, P. (1965), "Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly", *Industrial Management Review*, primavera, pp. 41-49.

Tobin, J. (1958), "Liquidity Preference as a Behavior Towards Risk", *Review of Economic Studies*, 25, pp. 65-86, reeditado por Cowles Foundation Artículo 118.

Trigeorgis, L. (1996), *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press.

Zurita, F. (2005), "Un examen a la tasa de descuento", EL TRIMESTRE ECONÓMICO, vol. LXXII (2), núm. 286, pp. 257-281.