CONTRIBUCIÓN A LA DOCENCIA https://doi.org/10.24844/EM3702.09

Secuencia de aprendizaje lúdica que desarrolla el razonamiento estadístico en estudiantes de 8 a 9 años

A playful learning sequence to foster statistical reasoning in students aged 8 to 9

Soledad Estrella,[1] Brahiam Ramírez,[2]
Alejandra Mondaca-Saavedra,[3] Maritza Méndez-Reina,[4]
Pedro Vidal-Szabó,[5] Sergio Morales[6]

Resumen: Se presenta una secuencia de aprendizaje con enfoque lúdico sobre el razonamiento inferencial informal, compuesta por dos lecciones que integran aspectos y conceptos clave de este razonamiento. La secuencia fue diseñada por profesoras de educación primaria, en el marco de un Grupo de Estudio de Clases, y se implementó con 23 estudiantes de 8 a 9 años (grados 3 y 4). Durante las lecciones, los estudiantes realizaron predicciones, registraron datos, obtuvieron muestras y las compararon a través del muestreo repetido. A partir

Fecha de recepción: 17 de marzo de 2024. **Fecha de aceptación:** 19 de mayo de 2025.

[1] Instituto de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, soledad.estrella@pucv.cl, https://orcid.org/0000-0002-4567-2914

[2] Instituto de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, brahiam.ramirez@pucv.cl, http://orcid.org/0000-0002-7482-4067

[3] Instituto de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, alejandra.mondaca@pucv.cl, http://orcid.org/0000-0001-5403-9646

[4] Instituto de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile, maritzamendez@pensadoresmatematicos.com, http://orcid.org/0000-0003-0830-0924

[5] Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile, pedro.vidal@ulagos.cl, http://orcid.org/0000-0002-3320-9789

[6] Departamento de Didáctica, Currículum y Evaluación, Escuela de Educación, Universidad de Concepción, Chile, sergmorales@udec.cl, http://orcid.org/0000-0001-5980-6816

del análisis de los episodios de interacción profesor-estudiante a lo largo de la progresión de la secuencia, se identificaron manifestaciones de conceptos centrales de inferencia informal. Algunos estudiantes mostraron comprensión de la variabilidad entre muestras, exploraron la incertidumbre de la situación, detectaron tendencias en las muestras, y expresaron las posibilidades al generalizar más allá de los datos. La secuencia favorece la expresión temprana de inferencias informales y orienta una enseñanza que busca desarrollar el razonamiento estadístico en los estudiantes.

Palabras claves: *educación estadística; estadística temprana; secuencia de aprendizaje; razonamiento inferencial informal; muestreo repetido.*

Abstract: A playful learning sequence on informal inferential reasoning is presented, consisting of two lessons that integrate key aspects and concepts of this reasoning. The sequence was designed by primary school teachers within the framework of a Lesson Study Group (LSG) and implemented with 23 students aged 8 to 9 (grades 3 and 4). During the lessons, students made predictions, recorded data, obtained samples, and compared them through repeated sampling. Through analyzing teacher-student interaction episodes throughout the sequence, manifestations of core concepts of informal inference were identified. Some students demonstrated an understanding of variability across samples, explored uncertainty in the situation, detected trends across samples, and expressed possibilities by generalizing beyond the data. The sequence fosters the early expression of informal inferences and guides instruction that seeks to develop students' statistical reasoning.

Keywords: *statistical education; early statistics; learning sequence; informal inferential reasoning; repeated sampling.*

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, urge una educación ciudadana que avance más allá de la alfabetización escolar y se enfoque en desarrollar habilidades críticas y argumentativas en los estudiantes (Weiland, 2017). El estudio de la estadística, desde edades tempranas, permite a los niños y niñas comprender su entorno, explorar y argumentar con datos, desarrollar competencias de investigación fundamentales, y despertar el interés por esta disciplina. En esta línea, uno de los razonamientos propios de la estadística es el razonamiento inferencial, entendido como una conclusión generalizada expresada con incertidumbre y respaldada por los datos disponibles, pero que los trasciende (Ben-Zvi *et al.*, 2015).
Se distinguen dos tipos de inferencia estadística, la inferencia estadística formal, basada en pruebas estadísticas sustentadas en la teoría de la probabilidad, y la inferencia estadística informal (IEI). Mientras la primera suele considerarse fuera del alcance de estudiantes de primaria, la IEI involucra un razonamiento de menor complejidad, permitiendo expresiones cualitativas de incertidumbre y la realización de inferencias mediante simulaciones en lugar de fórmulas cerradas (Makar y Rubin, 2018). Los autores de este escrito, investigan sobre el razonamiento en el ámbito de la IEI en etapas tempranas del desarrollo educativo y exploran cómo los niños podrían beneficiarse de experiencias sustentadas en la inferencia estadística desde una perspectiva informal.

En el área de la educación estadística es cada vez más relevante la integración de los datos y el azar, especialmente en torno a los tópicos de IEI y el razonamiento inferencial informal (RII) (Makar *et al.*, 2011; Makar y Rubin, 2009, 2018). El presente estudio se sitúa en esta perspectiva, reconociendo que, a diferencia de la promoción de métodos estadísticos formales –alejados del currículo de educación primaria–, la IEI propone una aproximación exploratoria a la inferencia mediante el razonamiento basado en distribuciones muestrales empíricas o simuladas (Estrella *et al.*, 2024a, 2024b).

En el campo de la Estadística Temprana, se han llevado a cabo investigaciones que se centran en explorar datos y comprender las ideas fundamentales y los procedimientos comunes en los procesos estadísticos desde los primeros años de escolaridad (e.g., Estrella, 2018; Estrella *et al.*, 2015, 2018, 2023, 2024b; Leavy *et al.*, 2018). Dichas experiencias de aprendizaje familiarizan a los estudiantes con la IEI, para comenzar a comprender con cierta profundidad los procesos involucrados en este tipo de razonamiento, lo que facilitará el desarrollo progresivo de su razonamiento estadístico en general (Makar *et al.*, 2011).

El foco de la inferencia estadística reside en la formulación de afirmaciones probabilísticas sobre una población a partir de una muestra, lo que conlleva un complejo entramado de conceptos y procedimientos (Silvestre *et al.*, 2022). Desarrollar un razonamiento inferencial estadístico en los estudiantes implica ofrecer oportunidades de aprendizaje que conecten conceptos clave como la variabilidad, centralidad y el muestreo repetido. Aunque la comprensión de tales procesos es clave, se han reportado dificultades en el razonamiento de aspectos propios de la inferencia estadística (Castro Sotos *et al.*, 2007). Por ello, para que los estudiantes construyan con significado sus ideas y conceptos sobre la inferencia estadística, es necesario diseñar actividades y materiales adaptados a las características de interés y desarrollo de los estudiantes. En particular, desde el enfoque informal, se promueve la realización de generalizaciones probabilísticas con evidencia basada en datos que se extienden más allá de estos (Makar y Rubin, 2009, 2018).

El presente artículo es una contribución a la docencia, ya que presenta una secuencia de aprendizaje novedosa basada en una trayectoria hipotética de aprendizaje sobre IEI (Estrella *et al.*, 2023, 2024) es novedosa porque utiliza el juego como estrategia pedagógica para activar el interés de los estudiantes en la recolección de datos, la obtención de muestras y el análisis de la variabilidad. Al comparar sus predicciones con los resultados del experimento, los estudiantes interactúan con conceptos fundamentales como la aleatoriedad, la incertidumbre y la distribución muestral. Estas experiencias les permiten desarrollar progresivamente una comprensión de conceptos estadísticos clave –variabilidad, centralidad y muestreo repetido– y, paulatinamente, llegar a comprender la naturaleza de la inferencia estadística.

El objetivo de este artículo es analizar cómo una secuencia de aprendizaje lúdica, centrada en conceptos clave de la IEI, fomenta el desarrollo del RII de estudiantes de 8 a 9 años.

2. MARCO PARA LA ELABORACIÓN DE LA SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE IEI

2.1. Razonamiento inferencial informal

La IEI tiene como propósito establecer las bases para desarrollar el razonamiento inferencial estadístico a partir de datos, e incluye la consideración de la incertidumbre y no involucra procedimientos formales (Ben-Zvi, 2016; Makar y Rubin, 2009, 2018) y, se ha consolidado como un enfoque educativo que integra aspectos del RII. Estos aspectos incluyen el uso de *datos como evidencia* para respaldar argumentos relacionados con problemas específicos, privilegiando la evidencia que ofrecen los datos por sobre experiencias personales u opiniones (Makar y Rubin, 2009; Pfannkuch *et al.*, 2006; Pfannkuch, 2015). Además, contempla realizar *generalizaciones más allá de los datos* para comunicar conclusiones inferidas de casos particulares, aplicables a un conjunto más amplio (Makar y Rubin, 2009; Rossman, 2008; Zieffler *et al.*, 2008). Otro aspecto que enfatiza el RII es la importancia de *expresar la incertidumbre* para reconocer la falta de certeza en las generalizaciones, considerando que las afirmaciones no son absolutas (Ben-Zvi *et al.*, 2012; Makar y Rubin, 2009).

El diseño de la secuencia de aprendizaje que se presenta, contempla los tres aspectos señalados: datos como evidencia, generalizaciones más allá de los datos y, la expresión de la incertidumbre.

2.2 Inferencia informal en el currículo escolar chileno

En las bases curriculares chilenas de los grados 1 a 6 de la asignatura de Matemática, no se incluyen objetivos de aprendizaje orientados a la elaboración de inferencias estadísticas informales (Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC], 2018). Aunque los contenidos asociados a la IEI no se explicitan en este currículo escolar, es posible encontrar en otras áreas curriculares algunos contenidos relacionados. En la asignatura de Ciencias, la organización curricular presenta el uso de la inferencia en la habilidad de predecir y en la primera etapa de la investigación científica, correspondiente a observar y preguntar (Bases Curriculares de Ciencias Naturales, MINEDUC, 2018, p. 74). Asimismo, en la asignatura de Lenguaje se explicitan desempeños asociados con la construcción de inferencias, a partir de la información presentada en textos y, de sus experiencias y conocimientos (Bases Curriculares de Lenguaje y Comunicación, MINEDUC, 2018, p. 331).

En los recientes estándares de la formación inicial de profesores de primaria, relativos a matemática (MINEDUC, 2022), se presenta el estándar Datos y Probabilidades que comprende conceptos sobre probabilidad, proceso estadístico y la importancia de los datos y su variabilidad al hacer inferencias en contextos de incertidumbre. Este estándar promueve recolectar datos "para responder una pregunta del contexto escolar o comunitario, considerando toda la población o una muestra de ella, los organiza en tablas y/o gráficos, y discute su variabilidad, observando tendencias y realizando inferencias informales" (MINEDUC, 2022, p. 126). Respecto al estándar de Conocimiento Didáctico del Contenido estadístico, se sugiere que diseñen "Secuencia actividades de aprendizaje que involucren la recolección de datos de una muestra o la totalidad del curso, su representación y análisis, para incentivar que sus estudiantes realicen inferencias informales y tomen decisiones basadas en la evidencia obtenida" (MINEDUC, 2022, p. 127).

2.3 Conceptos y procedimientos estadísticos clave de la IEI

El razonamiento inferencial estadístico implica la comprensión de una serie de conceptos estadísticos (e.g., muestreo repetido; distribución muestral empírica; variabilidad; incertidumbre) que respaldan las inferencias. El muestreo repetido permite obtener una muestra de una población, generando múltiples muestras bajo las mismas condiciones al repetir el proceso en varias ocasiones. A medida que se realiza el muestreo repetido, se obtiene una distribución muestral empírica, lo que ayuda a comprender la variabilidad presente en los datos y a reducir la incertidumbre en estimaciones, en particular, al visualizar el comportamiento de estadísticos muestrales entre diferentes muestras. Al respecto, Alvarado *et al.* (2013) señalan que las distribuciones muestrales permiten mejorar las predicciones y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

Comprender el muestreo involucra vincular la representatividad y la variabilidad de la muestra, ideas aparentemente opuestas (Chance *et al.*, 2004; Watson, 2000). La representatividad asegura que una muestra aleatoria de tamaño adecuado reflejará aproximadamente las características de la población, mientras que la variabilidad implica que las distintas muestras serán diferentes. Para comprender estas ideas, es importante distinguir entre tres tipos de distribuciones: la teórica de la población, la de los datos muestrales recolectados desde la población, y la muestral de estadísticos desde diferentes muestras (Batanero *et al.*, 2020). Para que los estudiantes puedan establecer sus relaciones conceptuales, se requiere que tengan múltiples experiencias trabajando con datos.

Una de estas experiencias podría consistir en un experimento aleatorio no equiprobable, que permita a los estudiantes familiarizarse con conceptos como muestra (relacionados con otros conceptos como aleatoriedad, predicción, incertidumbre y muestreo repetido), variabilidad muestral y distribución muestral empírica (asociados a frecuencia máxima, valor modal y visualización). En el contexto del razonamiento inferencial estadístico, el muestreo repetido desempeña un papel fundamental, pues permite generar distribuciones muestrales empíricas, aspecto crucial para analizar y desarrollar el razonamiento inferencial desde un enfoque informal.

El diseño de secuencia de aprendizaje que se reporta, contempló procedimientos del muestreo repetido, conceptos de distribución muestral empírica, variabilidad, incertidumbre, junto a la aleatoriedad propia del experimento no equiprobable de la tarea central. Además, se diferencian los conceptos de predecir, estimar e inferir, considerando que la predicción se refiere a lo que podría ocurrir (antes de observar los datos), la estimación proporciona un valor aproximado (usando los datos muestrales), y la inferencia conecta los datos muestrales con la formulación de conclusiones generalizables a un universo más amplio, basándose en evidencia empírica y considerando la variabilidad e incertidumbre.

3. METODOLOGÍA

Este estudio adoptó un enfoque cualitativo, enmarcado en un estudio de caso instrumental (Stake, 2020), pues buscó describir y comprender en profundidad el fenómeno del desarrollo del RII de estudiantes de primaria en el contexto del aula de clases. La investigación se centró en una secuencia de aprendizaje de dos lecciones, diseñada y refinada a lo largo de tres años (cf., Estrella *et al.*, 2023; 2024), que buscaba promover el desarrollo del RII en estudiantes de primaria. La secuencia fue implementada en tres escuelas chilenas, lo que permitió explorar su potencial en favorecer el desarrollo del razonamiento estadístico en edades tempranas.

3.1 Participantes

En este estudio participaron 23 estudiantes de 8 a 9 años de edad, de dos cursos de una escuela rural, –un curso de grado 3 (n = 12), y otro de grado 4 (n = 11)– que experimentaron la secuencia de aprendizaje, implementada en dos sesiones por la profesora correspondiente, en el aula habitual. Se contó con

el consentimiento informado de la directora de la escuela, profesores y de todos los apoderados de los estudiantes que participaron de las lecciones.

3.2 Estudio de Clases

Se reportan las lecciones de dos profesoras, quienes eran parte de un grupo de Estudio de Clases (Estrella y Olfos, 2023), con seis profesoras (de K a 5 grado) y cuatro investigadores, las cuales trabajaron colaborativamente en el diseño e implementación de las lecciones durante dos meses (8 sesiones). En este Grupo de Estudio de Clases se planificó la secuencia de dos lecciones (figura 1), que buscaba desarrollar el RII en los estudiantes, y fue implementada por todas las profesoras participantes.

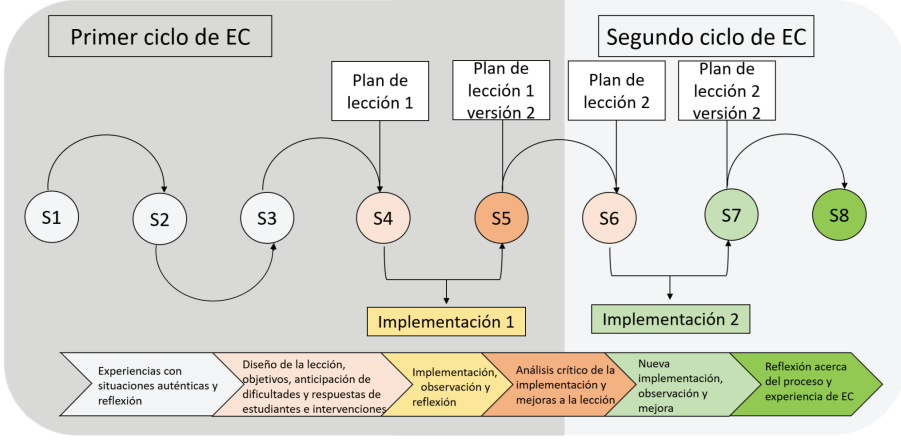


Figura 1. Modelo de Estudio de Clases (EC) de ocho sesiones y dos ciclos.
Fuente: Adaptación de Estrella y Olfos (2023).

En la sesión 1, las profesoras conocieron los tres aspectos clave del RII como base para el desarrollo de las tareas de los planes de clase; en las sesiones 2 y 3 realizaron los juegos, vivenciando las experiencias del plan de clase 1 y 2, considerando aspectos conceptuales y formales de su implementación. Luego, en la sesión 4, se revisó un plan de clase (surgido desde un EC previo, Estrella *et al.*, 2022), se anticiparon posibles respuestas de los estudiantes como también sus dificultades, se propusieron cambios y adaptaciones según el contexto de cada curso. En esta instancia, se elaboraron objetivos específicos para cada

momento de la lección y se establecieron metas de cómo se observaría el cumplimiento de tales objetivos, surgiendo un plan de clase 1.

Entre la sesión 4 y 5, se implementó el primer plan de clase. En cada implementación, la profesora de cada curso fue apoyada por un docente investigador (como participante). En la sesión 5, se hicieron cambios al primer plan de clase con un análisis crítico en conjunto con todos quienes conformaban el Grupo de Estudio de Clases, se revisaron episodios videograbados de la implementación y se reflexionó sobre la práctica docente, resultando una segunda versión del plan de clase de la lección 1. En la sesión 6, se incorporaron mejoras al plan de clase de la lección 2 (también surgido de un EC previo, Estrella *et al.*, 2022), considerando los objetivos específicos de cada momento y adaptando nuevas propuestas. Luego de las respectivas implementaciones, se reflexionó sobre las tareas realizadas y se añadieron mejoras durante la sesión 7. La sesión 8, se enfocó en la reflexión acerca del proceso y experiencia del Estudio de Clases desarrollado por las profesoras de la escuela y los investigadores participantes.

3.3. La secuencia de aprendizaje de dos lecciones

La secuencia está compuesta de dos lecciones interrelacionadas. La lección 1, se estructura en torno a dos momentos principales. En el primer momento, se promueve que los estudiantes usen un lenguaje de posibilidades para describir la probabilidad de extraer bolas de ciertos colores, fomentando –mediante material concreto y visual–, una aproximación intuitiva a la incertidumbre. En el segundo momento, se presenta a los estudiantes el juego no-equiprobable de lanzamiento de dos monedas, denominado "Carrera de los Conejos", junto con sus reglas, entregándoles el tablero y dos monedas (artefacto aleatorio). Los estudiantes trabajan en grupos y predicen el posible conejo ganador y registran los datos en los tableros de juego a partir de su experiencia de muestreo. Así, podrán comparar sus predicciones con los resultados obtenidos en un primer tablero completado (su primera muestra) y continúan jugando hasta completar cuatro tableros de juego (cuatro muestras).

La lección 2, en continuidad, propicia que los estudiantes comparen las muestras obtenidas por sus compañeros de curso y las propias, a través de la proyección de todos los tableros completados. Finalmente, los estudiantes deben escribir una inferencia a modo de consejo para un/a amigo/a sobre cuál conejo elegir según sus mayores posibilidades de ganar, expresando algún nivel de posibilidad.

En cada tablero de juego, los estudiantes realizan predicciones, completan su tablero y comparar los resultados obtenidos en el juego aleatorio (en los cuatro tableros propios). De este modo, los estudiantes compararían los datos de sus muestras (registradas en los tableros de juego) con los resultados obtenidos por sus compañeros (otras muestras), basándose en la evidencia proporcionada por los datos muestrales. Estas lecciones buscan que los estudiantes argumenten sus decisiones acerca de las posibilidades de ganar, más allá de su experiencia individual, y lleguen a obtener una visión más global del comportamiento de los datos al identificar tendencias en las muestras.

Específicamente, se esperaba como resultado de aprendizaje que los estudiantes, en cinco momentos de la secuencia, pudieran principalmente:

(a) Momentos 1 y 2: Expresar la posibilidad de una situación de incertidumbre. Realizar predicciones sobre un juego aleatorio no-equiprobable y compararlas con algunos resultados obtenidos al jugar (muestras propias), expresando niveles de posibilidad.

(b) Momentos 3 y 4: Usar los resultados obtenidos por el grupo curso (muestras propias y de sus compañeros) con el propósito de comparar el comportamiento de los resultados de los juegos, y asignar un nivel de posibilidad (a tales posibles resultados).

(c) Momento 5: Generalizar, expresando las posibilidades de ganar más allá de los resultados de sus juegos, argumentando (en un consejo escrito) sobre el comportamiento de los datos (más allá de las muestras).

3.4 Progresión de la complejidad de los momentos y conceptos IEI

Se anticipaba a lo largo de las dos lecciones, que los estudiantes emplearían material concreto y realizarían predicciones basadas en su intuición, para posteriormente contrastarlas con los resultados obtenidos en las muestras. De la observación y comparación de las muestras obtenidas desde el experimento aleatorio no-equiprobable, se preveía que los estudiantes llegarían a visualizar la variabilidad y detectarían tendencias en los datos.

Como se ha venido sosteniendo, no se pretendía que los estudiantes ni los profesores utilizaran el lenguaje técnico del muestreo, sino que tuvieran experiencias con la incertidumbre inherente a un experimento aleatorio no-equiprobable, con la toma de muestras y su análisis comparativo, que les permitiesen aplicar el razonamiento inferencial informal.

La figura 2 proporciona una descripción detallada de las dos lecciones que comprenden cinco momentos de la secuencia de aprendizaje.

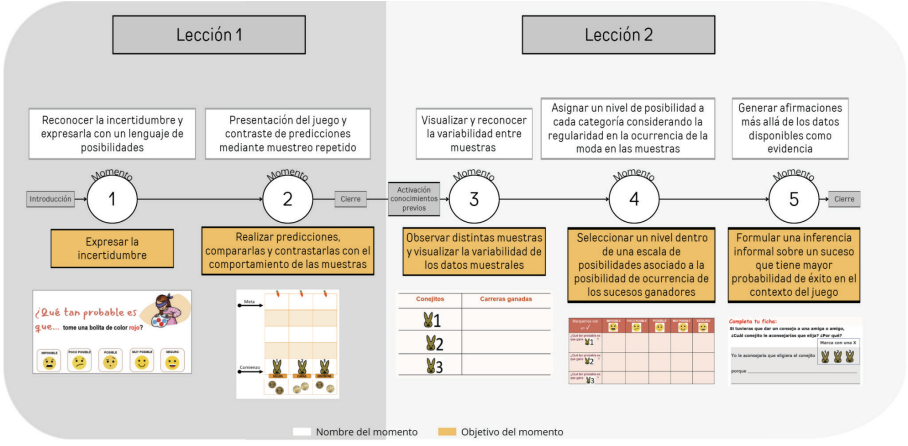


Figura 2. Dos lecciones que conforman la secuencia de aprendizaje mediante cinco momentos clave. Elaboración propia.

3.5 Recolección y análisis de datos

Se videograbaron dos lecciones correspondientes a las lecciones 1 y 2, con una duración total de tres horas por cada grado educativo. La recolección de datos incluyó la transcripción completa de las lecciones, así como el registro fotográfico de momentos significativos (como el muestreo repetido, el registro de los datos en los tableros de juego, entre otros) y algunas producciones de los estudiantes. El análisis de las transcripciones de las videograbaciones se centró en identificar indicios o evidencias de la manifestación del RII de los estudiantes, y en seleccionar episodios vinculados con la IEI, que incluyen producciones verbales y escritas de los estudiantes durante las interacciones en el aula (entre profesora y estudiante, así como entre estudiantes).

Para el análisis de datos, se emplearon dos técnicas de triangulación: por investigadores y fuentes de datos. En la triangulación por investigadores, cuatro realizaron de forma independiente la identificación de los aspectos del RII en la transcripción de lecciones videograbadas –identificando evidencias de uso de lenguaje de posibilidades, justificación basada en datos propios o de los demás y generalizaciones más allá de los datos–, comparando sus resultados y

consensuando sobre episodios relevantes para el análisis. Por otro lado, la triangulación de fuentes de datos implicó el análisis de las transcripciones de las videograbaciones y los registros de datos en los tableros de juego (muestras y predicciones) de los estudiantes.

4. IMPLEMENTACIÓN DE LAS LECCIONES

A continuación, para cada uno de los momentos de la secuencia, se expone su objetivo específico relativo a uno de los aspectos del RII (datos como evidencia, generalizaciones más allá de los datos, y la expresión de la incertidumbre), la tarea correspondiente, el episodio que inicia con la intervención de la profesora, seguido de una transcripción y análisis del episodio que refleja cómo la profesora fomentó que los estudiantes expresen sus argumentos y cómo los estudiantes manifiestan su razonamiento inferencial informal, además de presentar una conclusión con un breve resumen de las acciones de los estudiantes.

Aunque se haya hecho uso del experimento aleatorio de lanzamiento de dos monedas, la intención en la secuencia no fue encontrar el valor de probabilidad, ni usar el enfoque frecuentista para estimar la probabilidad –centrado en la frecuencia relativa de ocurrencia de un suceso en una larga serie de ensayos independientes– sino usar el experimento como un medio facilitador de la obtención de muestras, para la visualización y análisis de su comportamiento.

4.1 Lección 1: Momentos 1 y 2 de la secuencia de aprendizaje

Momento 1: Reconocer la incertidumbre y expresarla con un lenguaje de posibilidades

El primer momento de la secuencia tuvo como propósito promover la expresión consciente de la incertidumbre frente a fenómenos aleatorios, aspecto alejado de las prácticas tradicionales de la clase de matemáticas escolar. Se buscaba que los estudiantes se apropiaran de un repertorio lingüístico que reflejara distintos grados de certeza sobre la ocurrencia de un suceso, utilizando calificadores modales como "imposible", "poco posible", "posible", "muy posible", "seguro". Asimismo, se incentivó el uso de adverbios de duda (quizás, acaso, probablemente, posiblemente, ojalá) y verbos modales (deber, querer, saber, poder, soler), favoreciendo una comunicación más matizada sobre situaciones de incertidumbre.

La tarea del Momento 1 consistió en presentar a los estudiantes imágenes asociadas a situaciones de incertidumbre (lado izquierdo de figura 3) junto a una urna transparente concreta que contenía cuatro bolas de igual tamaño en dos configuraciones distintas (dos rojas y dos azules; una azul y tres verdes) (lado derecho de figura 3). Ante cada situación, se formuló la pregunta "¿Qué tan probable es que se tome una bolita de color rojo [o azul]?", solicitándoles responder mediante el uso de paletas con íconos representativos de diferentes niveles de posibilidad ("imposible", "poco posible", "posible", "muy posible" o "seguro"), como se muestra en la figura 3.

Episodio Momento 1. La profesora presenta situaciones de urnas y pregunta al curso: ¿Qué tan posible es que ...? Los estudiantes responden eligiendo las paletas con íconos para expresar la posibilidad de ocurrencia del suceso.

Figura 3. Estudiantes aplican escala de posibilidades en contexto de urna con 4 bolas, lección 1

En este episodio, los estudiantes de grado 3 y 4 reconocieron las configuraciones de las urnas presentadas y mostraron al pleno su elección de un nivel de posibilidad asociado a la incertidumbre de la situación. La tabla 1 presenta los resultados de las respuestas de los estudiantes de ambos grados que evidencian la manifestación total de la escala de posibilidades, diferenciando dos formas de expresión: (1) el uso de paletas como material concreto, con las cuales todos los estudiantes seleccionan y muestran el nivel correspondiente, y (2) las intervenciones verbales, extraídas de las transcripciones, en las que algunos estudiantes enuncian oralmente el nivel de la escala. Además, en tabla 1 se contrasta la frecuencia de cada tipo de manifestación entre los grados evaluados.

Tabla 1. Manifestación del uso de escala de posibilidades en los grados 3 y 4, lección 1

Uso de la escala mediante las paletas por los estudiantes	Uso de escala mediante intervenciones verbales por los estudiantes
Grado 3: 100%	Grado 3: 14.9%
Grado 4: 100%	Grado 4: 14.7%

Los resultados de la lección 1 (tabla 1) evidencian que, mientras el 100% de los estudiantes de los grados 3 y 4 utilizaron las paletas (material concreto) para manifestar su nivel en la escala de posibilidades, solo 14.8% lo expresó verbalmente sin apoyo material. Esta marcada diferencia sugiere que, aunque el recurso concreto es efectivo para la representación física de la escala, la expresión verbal autónoma del razonamiento presenta mayores desafíos, en ambos grados.

Momento 2: Presentación del juego y contraste de predicciones mediante muestreo repetido

El objetivo fue que los estudiantes realizaran predicciones, las compararan y contrastaran con el comportamiento de sus muestras, para identificar tendencias en los datos. Para ello, los estudiantes registraron sus datos en cuatro tableros de juego (muestreo repetido) y comenzaron a visualizar el comportamiento de los datos, interpretaron su variabilidad y detectaron tendencias.

La tarea consistió en la obtención de muestras y, como medio para ello, se presentó el experimento aleatorio no equiprobable en un contexto lúdico, denominado la Carrera de los Conejos, relacionado con el lanzamiento de dos monedas. Desde una perspectiva inferencial, se obtuvieron muestras a través de los tableros de juego en que se registró el avance de los conejos, etiquetados como 1, 2 y 3. Cada conejo estaba asociado con una de las tres categorías, *Caras, Sellos* o *distintas* (Sello-Sello, Cara-Cara, Cara-Sello/Sello-Cara), de la variable *resultado del lanzamiento de dos monedas*.

Inicialmente, los estudiantes participaron de un juego grupal para comprender las reglas y el registro de los datos sobre el tablero de juego (figura 4). Cada tablero de juego se considera una muestra –de datos categóricos– y se solicita a cada estudiante jugar en tres ocasiones, obteniendo así tres muestras. Una vez que se completó uno de los cuatro tableros de juego, la profesora orientó a los estudiantes para que contrastaran los resultados empíricos con su predicción inicial.

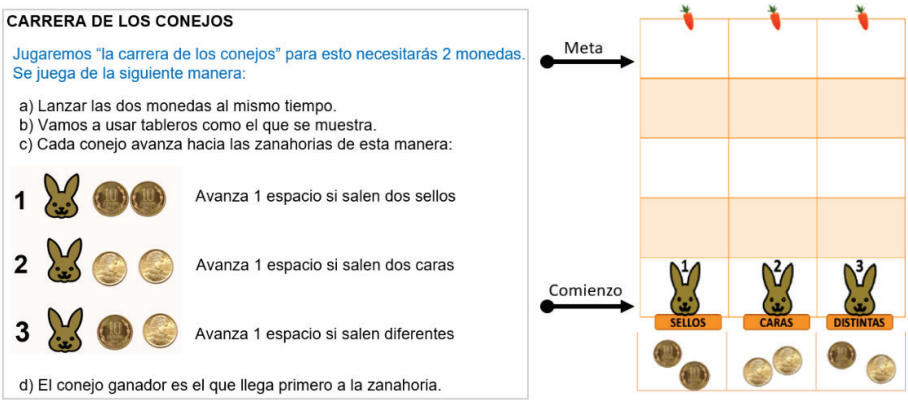
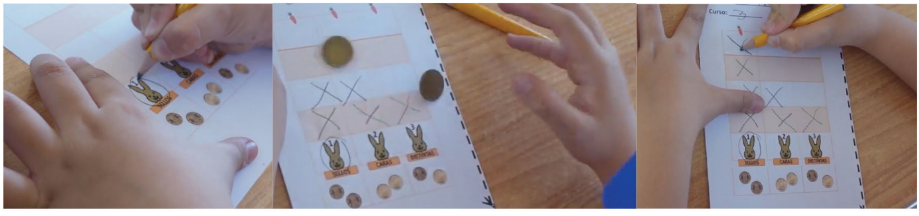


Figura 4. Instrucciones del juego, tablero y artefacto aleatorio, Lección 1.

Episodio Momento 2. Cada estudiante, previo al juego, realizó la predicción y la registró en el tablero, encerrando con un círculo al conejo que consideraba que puede resultar ganador (figura 5a). Posterior a ello, se inició el juego, el cual consistió en lanzar 2 monedas y registrar el resultado con una X en el tablero para señalar los avances de los conejos a lo largo de las carreras (figura 5b). El juego terminó cuando uno de los conejos llegó a la meta (figura 5c), lo que permitió a los estudiantes contrastar su elección inicial con los resultados obtenidos.



(a) *(b)* *(c)*

Figura 5. Predicción (5a), registro de resultados (5b) y obtención de primera muestra (5c) en juego de carreras de conejos.

En la columna "Análisis" de la tabla 2, se identifican las manifestaciones de un RII emergente de una estudiante (Catalina) cuando interactúa con la profesora B (investigador). En el extracto de la transcripción, la estudiante señala su siguiente predicción (en el segundo tablero que corresponde a la segunda muestra) y

explica su nueva elección a partir de los datos obtenidos en los juegos realizados (muestras propias de la estudiante).

Tabla 2. Transcripción de un episodio del momento 2 con análisis de las interacciones profesora y estudiante

	Transcripción en grado 3	Análisis
715	Profesora B: Catalina [mientras lanza las monedas], ¿cuál elegiste?	Promueve que los estudiantes hagan explícitas sus predicciones
717	Catalina: [señala el conejo 3 con su dedo en el tablero]	Indica su predicción
718	Profesora B: el tres y ¿por qué?	Pide justificaciones
719	Catalina: porque es el [conejo] que más gana	Justifica basándose en la evidencia de los datos, en la mayor frecuencia de resultados en los tableros anteriores
720	Profesora B: ¿Tú crees que va a ganar de nuevo?, ¿por qué?	Confronta al estudiante con la incertidumbre de la situación
723	Catalina: Sí, porque siempre salen esos números [caras distintas]	Justifica expresando cierto lenguaje de posibilidad "siempre" y notando una tendencia en los datos de sus muestras previas enuncia una inferencia "siempre salen esos números"
726	Profesora B: ¿Va a salir siempre así? [Catalina hace otros lanzamientos de monedas hasta obtener cara-cara]	Incentiva a comparar los tableros (las muestras) y a observar la variabilidad del comportamiento de los datos, enfrentándola a la incertidumbre presente en la situación
728	Profesora B: ¿Ahí qué dio? [en el segundo intento]	Invita a considerar evidencia basada en datos recolectados previamente
729	Catalina: cara-cara	Indica el resultado asociado a una categoría distinta del suceso ganador
730	Profesora B: ¿Siempre sale cara-sello?, ¿o no siempre?	Incentiva a notar la incertidumbre de la situación
731	Catalina: No siempre	Expresa cierto lenguaje de posibilidad "no siempre", considerando la posibilidad de obtener resultados diferentes al previamente concebido

La estudiante articula su RII, combinando la tendencia que va observando en sus muestras con el lenguaje de posibilidades, aunque en el nivel de certezas. La intervención docente resulta clave para promover una mirada crítica hacia la variabilidad de los datos.

En esta primera lección, en ambos grados se observó que todos los estudiantes realizaron una predicción para cada tablero de juego, en los cuales identificaron la categoría resultante y registraron el dato proveniente de cada lanzamiento, hasta finalizar el juego (proceso de obtención de muestras propias), reconociendo la categoría ganadora en cada tablero.

4.2 Lección 2: Momentos 3, 4 y 5 de la secuencia de aprendizaje

Momento 3: Visualizar y reconocer la variabilidad entre muestras

El objetivo fue que los estudiantes observaran distintas muestras y visualizaran la variabilidad de los datos muestrales, a medida que aumentaban las muestras, a través del registro simultáneo de los sucesos ganadores (moda) representados en un pictograma.

La tarea implicó que el estudiante visualizara los datos recolectados a través de las muestras de todo el grupo (una por estudiante, seleccionadas tras la lección 1 por la profesora). De esta manera, se introdujo a los estudiantes en el reconocimiento de la variabilidad muestral y variabilidad entre muestras. A su vez, se buscaba que al aumentar la cantidad de muestras y exhibirlas al pleno, los estudiantes visualizaran que el comportamiento de los datos de su muestra no necesariamente coincide con otras muestras, pudiendo detectar cierta tendencia entre ellas.

En esta lección 2, los estudiantes observaron desde su muestra la categoría de la frecuencia máxima (moda), y con ella, se fue completando el pictograma según el conejo ganador (figura 6).

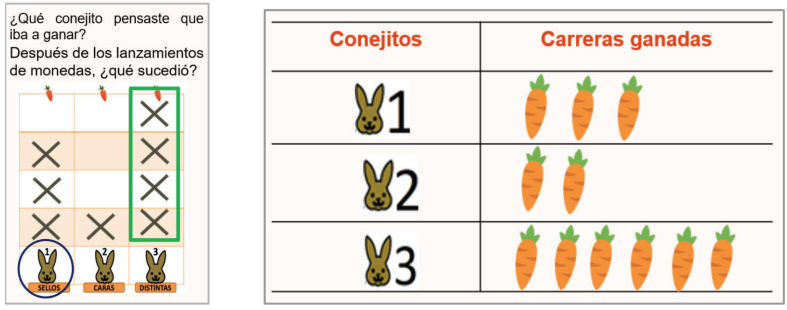


Figura 6. Tablero completado de un estudiante con su predicción (círculo sobre conejo elegido) y pictograma de sucesos ganadores de las muestras del grupo.

Completar el pictograma de los sucesos ganadores tuvo como finalidad que los estudiantes fueran comprendiendo tanto la frecuencia con la que ocurre la moda, como que la mayoría de los resultados de las muestras presentaban cierta tendencia –que se iba estabilizando a medida que aumentaba el número de muestras–. Así, el pictograma les proporcionó mayor información sobre la variabilidad en distintas muestras particulares, mostrando que existían escasas posibilidades de que emergieran otros sucesos ganadores.

Episodio del Momento 3. La profesora proyecta al pleno un tablero completado por estudiante y pregunta individualmente: "Su conejo que ganó en esta ocasión, ¿Creen que volverá a ganar?". En esta instancia, varios estudiantes comentan el comportamiento de los datos de una muestra propia y la variabilidad presente entre sus muestras.

Tabla 3. Transcripción de un episodio del momento 3 con análisis de las interacciones profesora y estudiante

	Transcripción en grado 4	Análisis
326	Profesora: ¿Qué pasó en esa jugada, Juan? [se proyecta el tablero del estudiante]	Promueve que el estudiante visualice y analice el comportamiento de los datos de su tablero (muestra)
327	Juan: ganó [el conejo 3].	Justifica basándose en la evidencia de los datos, indicando el suceso ganador (moda) que tiene la frecuencia máxima en su tablero
328	Profesora: ¿Qué pasó aquí?, ¿por qué hay dos zanahorias? [se enfoca en el pictograma que se construye en presencia de los estudiantes según los resultados de los tableros]	Promueve que interpreten el pictograma, e identifiquen la categoría con una frecuencia dada
329	Rocío: porque el conejo 3 ganó dos veces	Identifica la categoría de la moda e interpreta los dos íconos del pictograma
330	Profesora: ya, porque el conejo 3 lleva dos victorias	Valida y repite la interpretación de la estudiante
331	Profesora: si jugáramos de nuevo, Juan, ¿crees que pasaría lo mismo?	Incentiva a conjeturar sobre el comportamiento más allá de los datos
332	Juan: no, porque es diferente el turno del juego	Justifica desde el contexto, indicando que los datos no necesariamente seguirán el mismo comportamiento
333	Profesor B: ¿Puedes dar un ejemplo?	Solicita explicación
334	Juan: si lanzáramos las monedas, no saldría lo mismo	Reconoce la aleatoriedad referida a la posibilidad de obtener diferentes resultados en cada intento
370	Rocío: [ganó el conejo] el 2 [aunque Rocío había predicho que ganaba el 3]	Indica la categoría que tiene la frecuencia máxima en su tablero y generaliza más allá de los datos, incluso cuando su predicción inicial no coincidió con el resultado
371	Profesora: Si jugáramos otra vez, con un tablero nuevo. Si hacemos todo de nuevo, lanzar las monedas... ¿Qué crees tú que pasaría?	Incentiva a imaginarse un nuevo tablero (muestra) y a conjeturar sobre el comportamiento de tales datos

372	Rocío: Podría que gane el [conejo] 1 que gane el 2, podría ser que gane el 1 o que el 3 gane. Hay probabilidades de que el 1 gane, de que el 3 gane, de que el 2 gane. O que [en un tablero] el 1 gane, el 3 quede sin nada y el 2 quede [solo] con 2	Usa lenguaje de posibilidades mediante los términos "podría ser que" y "probabilidades de que" que denotan incertidumbre. Reconoce la variabilidad muestral al referirse a las posibles diferencias de las categorías según las frecuencias máximas entre muestras más allá de los datos disponibles

En este momento (tabla 3), se destaca el rol de la profesora que media a través del cuestionamiento como parte de una enseñanza basada en la exploración de los datos. Cada estudiante pudo identificar, en el contexto del juego, la categoría que tuvo mayores posibilidades de ocurrencia (moda) luego de varios muestreos, notando las diferencias entre las frecuencias de las distintas categorías, lo que les permitió ir reconociendo la variabilidad mediante la visualización de las muestras de sus compañeros y el comportamiento de los datos en la compleción del pictograma.

Ambos estudiantes movilizan el RII, Juan prioriza la aleatoriedad (evitando generalizaciones), mientras que Rocío integra el lenguaje de posibilidades y la variabilidad, avanzando hacia una comprensión más sofisticada de la inferencia. La intervención docente permitió guiarlos desde lo observado hacia lo posible.

Momento 4: Asignar un nivel de posibilidad a cada categoría considerando la tendencia en la ocurrencia de la moda en las muestras

El objetivo fue que los estudiantes seleccionaran un nivel dentro de una escala de posibilidades asociado a la posibilidad de ocurrencia de los sucesos ganadores (tabla proyectada de la figura 7), considerando el comportamiento regular y la variabilidad en la frecuencia con la que ocurre la moda en las muestras observadas, representada en el pictograma.

La tarea consistió en que cada estudiante asignará un nivel de posibilidad ("imposible", "poco posible", "posible", "muy posible" y "seguro") de ganar la carrera para cada uno de los tres conejos. Los estudiantes podían recurrir al pictograma proyectado (figura 6 visible en la parte superior de la figura 7b) en la pizarra del aula como recurso de apoyo para analizar los datos.

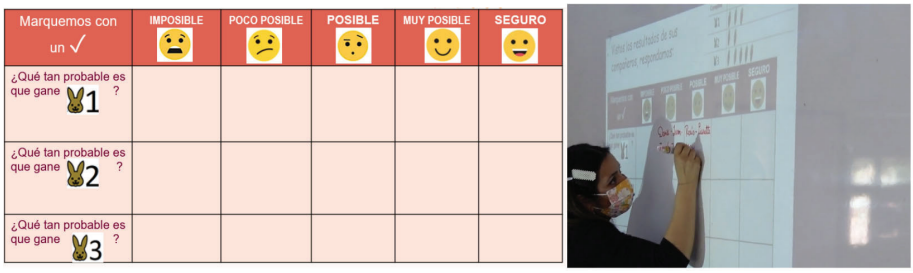


Figura 7. Tabla a completar con categorías y niveles de posibilidad (proyectada en pizarra)

Episodio del Momento 4. Una vez que los estudiantes observaron y compararon las frecuencias de las modas en el pictograma (Momento 3), la profesora les preguntó por el nivel de posibilidades asignado a las categorías (conejos 1, 2, 3). Por turno, los estudiantes asignaron un nivel elegido por ellos, y la profesora fue registrando el nombre del estudiante en la tabla proyectada en la pizarra (figura 7).

Tabla 4. Transcripción de un episodio del momento 4 con análisis de las interacciones profesora y estudiante

	Transcripción en grado 4	Análisis
993	Profesora: Recuerden que estamos tomando en cuenta el resultado general del curso [enfoca a los estudiantes en el pictograma construido]	Promueve que el estudiante visualice el pictograma, y lleguen a detectar la tendencia entre las muestras (el suceso ganador que tiene la frecuencia máxima en los tableros) y la variabilidad en el comportamiento de las modas
994	Profesor: Mateo, ¿sigues pensando que puede ser imposible que el conejo 2 gane?	Solicita explicación de una asignación de posibilidades
995	Mateo: [Hace gestos con la mano indicando más o menos]	Reevalúa gestualmente su asignación de posibilidad
996	Profesora: Ah, poco posible	Interpreta el gesto y lo asocia a un nivel de posibilidades
997	Profesora: [Mateo] ¿Entonces será imposible?	Confronta al estudiante con el nivel de posibilidades que asignó previamente

998	Mateo: Poco [posible]	Justifica basándose en la evidencia de los datos, cambia su asignación de "imposible" a "poco posible" para el conejo 2 después de observar los datos agregados del curso. Se expresa verbalmente usando lenguaje de posibilidades
999	Profesora: Ya, poco posible	Valida y repite verbalmente la asignación de posibilidad dada
1000	Profesora: ¿Y Judith? [solicita nivel de posibilidades para conejo 2]	Confronta a la estudiante con el nivel de posibilidades que asignó previamente
1001	Judith: El mío lo quiero cambiar [había señalado anteriormente imposible para el conejo 2]	Ajusta su generalización previa cambiando su asignación inicial de "imposible" mostrando capacidad de modificar sus conclusiones ante nueva evidencia de los datos, usando el lenguaje de posibilidades
1002	Profesora: ¿A cuál lo quieres cambiar?	Solicita que exprese verbalmente el nuevo nivel de posibilidad
1003	Judith: A poco posible	Usa lenguaje de posibilidades, al reevaluar expresa verbalmente su nueva asignación de posibilidad

La experiencia de registro de datos en los tableros, junto con la visualización y la construcción del pictograma, contribuyeron a que los estudiantes se enfocaran en el comportamiento de las modas, en cuanto a la tendencia y variabilidad (tabla 4).

En ambos grados, todos los estudiantes asignaron un nivel de posibilidad a cada categoría determinando su posibilidad de ocurrencia, registrando estos niveles en una tabla que todos pueden observar. Algunos de los estudiantes lograron comparar las frecuencias de cada categoría desde el pictograma y visualizaron la tendencia de los datos tras el muestreo repetido.

Este episodio evidencia componentes clave del RII en estudiantes de grado 4. Ambos estudiantes usaron el lenguaje de posibilidades sustentado en la interpretación de datos empíricos representados en pictogramas, modificando predicciones absolutas ("imposible") por expresiones más matizadas ("poco posible"). La intervención docente permitió focalizar a los estudiantes en el análisis de las tendencias en los datos, promover la verbalización de razonamientos, y facilitar la transición desde un pensamiento determinista hacia uno no determinista.

Momento 5: Generar afirmaciones más allá de los datos disponibles como evidencia

El objetivo fue que los estudiantes formularan una inferencia informal sobre un suceso que tiene mayor probabilidad de éxito en el contexto del juego, de acuerdo con su análisis previo sobre el comportamiento de los datos y expresando cualitativamente el nivel de posibilidades de ganar.

La tarea consistió en que los estudiantes escribieran su inferencia futura (figura 8), como un consejo para un amigo/a sobre elegir un conejo para jugar según sus posibilidades de ganar. Se esperaba que los estudiantes se expresaran mediante la escala de niveles de posibilidades.

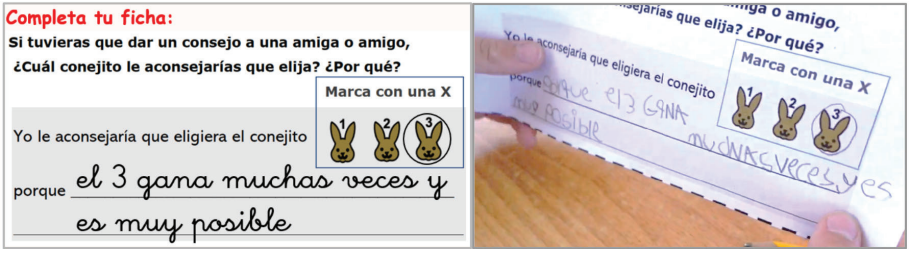


Figura 8. Inferencia informal escrita acerca de la ocurrencia futura de un suceso ganador (grado 3)

Episodio del Momento 5. La profesora interactúa con un estudiante y pregunta por el consejo que escribió, su justificación y nivel de posibilidad. En este episodio, un estudiante de tercer grado escribió su inferencia informal al identificar que el conejo 3 ha ganado más veces. Reconoció el comportamiento regular de las muestras y aconsejó elegir el conejo 3 pues "es muy posible" que siga ganando en un próximo juego (figura 8).

Tabla 5. Transcripción de un episodio del momento 5 con análisis de las interacciones profesora y estudiante

	Transcripción en grado 3	Análisis
1147	Profesor B: ¿Qué pusiste al final en tu consejo?	Solicita que verbalice la inferencia escrita
1148	Benjamín: Que es muy posible que gane el [conejo] tres. Que siga ganando	Usa lenguaje con un nivel de posibilidad "muy posible" expresando la tendencia detectada
1149	Profesor B: ¿Por qué?, ¿cómo lo sabes?	Pide justificación
1150	Benjamín: Porque ha ganado muchas veces. Así que es muy posible que siga ganando	Justifica usando la evidencia empírica en que el conejo 3 "ha ganado muchas veces" y reitera la inferencia futura expresándose mediante un lenguaje con nivel de posibilidad "muy posible"
1155	Profesor B: ¿Y cuál es el consejo [para este juego] que le dirías a tu mejor amigo?	Reitera que verbalice su inferencia más allá de los datos
1156	Benjamín: Que es muy probable que el 3 siga ganando [que elija el conejo 3]	Realiza una inferencia informal usando un lenguaje con nivel de posibilidad "muy probable" y señalando la tendencia detectada en las muestras

El episodio detallado en tabla 5 ejemplifica cómo los estudiantes integraron los aprendizajes alcanzados, respecto a: (1) generalizar más allá de los datos disponibles; (2) usar expresiones de incertidumbre; (3) usar los datos como evidencia al señalar la tendencia detectada en las muestras.

La progresión desde "muy posible" hasta "muy probable" sugiere un refinamiento de su lenguaje probabilístico durante la interacción, mientras que su consistencia al referirse a la frecuencia ganadora ("muchas veces") revela una aproximación intuitiva a la ley de los grandes números. Este caso ilustra cómo niños pueden articular inferencias informales apoyándose en las tendencias observadas en los datos de las muestras. La intervención docente permitió solicitar justificaciones y promover el RII según lo anticipado previamente en el plan de clases.

Al terminar la secuencia de aprendizaje, los estudiantes abordaron con éxito las tareas con enfoque lúdico vinculadas al RII, pudieron detectar la tendencia con la que ocurre la moda en las muestras observadas, vivenciaron el muestreo repetido a través de una experiencia aleatoria, y lograron expresar inferencias informales.

4.3 Resultados de la manifestación de conceptos asociados a la IEI y al RII

La secuencia de aprendizaje promovió que, durante las intervenciones de los estudiantes –tanto en la resolución de problemas como en los diálogos con sus compañeros y su profesora–, se manifestaran los aspectos del razonamiento inferencial informal (RII). El análisis de estas manifestaciones permitió observar que algunos estudiantes de tercero y cuarto grado lograron realizar generalizaciones más allá de los datos.

Durante el momento 3, algunos estudiantes visualizaron y reconocieron la variabilidad entre muestras (caso de tabla 3), y utilizando la evidencia de los datos al realizar inferencias informales. En el momento 5, por escrito, concluyeron más allá de los datos obtenidos (figura 8), justificando su inferencia a partir del comportamiento de las muestras, sin embargo, la mayoría de los estudiantes no expresaron un nivel de confianza. En el consejo escrito, es destacable que el 82% de los estudiantes de grado 3 justificaron el comportamiento de las muestras anteriores, concluyendo más allá de los datos y expresando un cierto nivel de confianza (C.f., Estrella *et al.*, 2024a). Sin embargo, en el grado 4 menos de la mitad de los estudiantes expresaron la generalización con incertidumbre, lo que da cuenta de cierta limitación del uso de lenguaje de posibilidades por parte de los estudiantes. Esta carencia podría estar vinculada a la necesidad de un periodo más prolongado de familiarización, dado que en el aula de matemáticas los estudiantes están más acostumbrados a contextos de certezas y respuestas numéricas, lo que contrasta con la naturaleza de incertidumbre y probabilística de las lecciones.

5. CONCLUSIONES

El análisis de la implementación de la secuencia de aprendizaje lúdica permitió investigar cómo los estudiantes de los grados 3 y 4 manifiestan conceptos asociados a la IEI y su razonamiento. Esta secuencia de dos lecciones se organizó en cinco momentos que integran de manera articulada conceptos fundamentales de la IEI y aspectos esenciales del RII.

Los cinco momentos de la secuencia de aprendizaje, que fomenta el desarrollo progresivo del RII, lograron que los estudiantes pudieran: (i) reconocer la incertidumbre y expresarla con un lenguaje de posibilidades; (ii) contrastar predicciones mediante muestreo repetido; (iii) visualizar y reconocer la variabilidad

entre muestras; (iv) asignar un nivel de posibilidad considerando la tendencia con la que se presenta la moda en las muestras, y (v) generar afirmaciones más allá de los datos disponibles. La secuencia de aprendizaje y el cuestionamiento de la profesora, lograron la manifestación del RII de algunos estudiantes, lo que evidencia que la secuencia les permitió trabajar de manera efectiva con datos y conceptos propios de la inferencia estadística. Ello va en concordancia con investigaciones que sugieren que participar en actividades que involucran inferencias informales en los primeros años escolares podría facilitar la comprensión de conceptos y el aprendizaje más complejo de la inferencia estadística formal (Makar y Rubin, 2009; Van Dijke-Droogers *et al.*, 2020, 2021).

Los análisis de los episodios permitieron dar cuenta de cómo los estudiantes manifiestan comprensión de algunos de los conceptos clave asociados a la IEI como la aleatoriedad, incertidumbre, tendencia y variabilidad muestral; así como de la aplicación del muestreo repetido para visualizar e interpretar la tendencia con la que ocurre la moda en las muestras observadas. En la resolución de las tareas con enfoque lúdico, las profesoras proveyeron experiencias a los estudiantes sobre cómo obtener datos reales y utilizar la evidencia obtenida del comportamiento de esos datos para formular predicciones, estimaciones y generar inferencias estadísticas informales, todo ello sin necesidad de realizar cálculos complejos (C.f., Estrella, 2018; Estrella *et al.*, 2021). De este modo, innovaron en la enseñanza de la resolución de problemas basados en datos, en línea con los planteamientos recientes de Fry *et al.* (2023).

Realizar el experimento aleatorio (lanzamiento de dos monedas) de carácter probabilístico como medio para permitir la obtención de muestras sin buscar determinar ni estimar el valor de probabilidad del suceso, permitió que los estudiantes exploraran, desde una perspectiva inferencial informal, el comportamiento de los datos a través del muestreo aleatorio. Esto facilitó la conexión con la observación de cómo un comportamiento aleatorio (del experimento de lanzamiento de dos monedas que subyace al juego de carrera de conejos) tiende a regularizarse tras muchas repeticiones (muestreo repetido y muestras obtenidas por todo el curso); así como también, permitió evidenciar la variabilidad de los resultados obtenidos después de un número reducido de repeticiones (pues cada estudiante tuvo la experiencia con solo tres muestras propias).

Para una nueva implementación de la secuencia propuesta, sería recomendable aumentar el tamaño de la muestra, ya que un mayor número de repeticiones reduce la variabilidad y permite obtener inferencias más precisas sobre el comportamiento del experimento aleatorio. Una limitación de esta propuesta

fue la cantidad de muestras recopiladas por estudiante, cuestión que consideró la comparación de solo cuatro muestras propias (cuatro tableros de juego), debido al espacio acotado de la mesa de trabajo en la escuela.

La aplicación de la secuencia de aprendizaje con un enfoque lúdico sobre IEI brinda a los profesores una estructura y orientación claras, pudiendo anticiparse a los éxitos y dificultades en el aula, desarrollando habilidades de observación y reflexión, lo cual promueve la innovación en su práctica docente y en el aprendizaje de sus estudiantes. Estudios como el presentado, son necesarios para describir las situaciones de aprendizaje y logros conceptuales individuales de cada niño, y permiten fundamentar investigaciones que describan experiencias de aprendizaje tanto de los estudiantes como de los docentes en la complejidad del aula.

Esta secuencia de aprendizaje activa la expresión de inferencias informales y constituye un valioso aporte para los docentes, al orientar el abordaje de una enseñanza que desarrolla progresivamente el razonamiento estadístico y la argumentación de los estudiantes. La experiencia busca contribuir a superar niveles tradicionales de alfabetización estadística escolar, trabajando de manera articulada nociones estadísticas e inferenciales a través de un tratamiento informal de las ideas asociadas a la inferencia estadística, y lleva al aula de matemática aspectos teóricos y prácticos que promueven –a través del juego– una educación estadística temprana de calidad.

AGRADECIMIENTOS

A Fondecyt 1200346; ANID/Apoyo 2024 AFB240004; FONDEF IT23i0067; VINCI 039.493/2024; y Grupo de Investigación en Estadística Temprana GIET-PUCV (www.estadisticatemprana.cl).

REFERENCIAS

Alvarado, H., Galindo, M., y Retamal, L. (2013). Comprensión de la distribución muestral mediante configuraciones didácticas y su implicación en la inferencia estadística. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 31*(2), 75–91. https://doi.org/10.5565/rev/ec/v31n2.803

Batanero, C., Begue, N., Borovcnik, M., y Gea, M. (2020). Ways in which high-school students understand the sampling distribution for proportions. *Statistics Education Research Journal, 19*(3), 32–52. https://doi.org/10.52041/serj.v19i3.55

Ben-Zvi, D. (2016). Three paradigms in developing student's statistical reasoning. En S. Estrella *et al.* (Eds.), *XX Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 13–22). Universidad Católica de Valparaíso.

Ben-Zvi, D., Aridor, K., y Makar, K. (2012). Students' emergent articulations of uncertainty while making informal statistical inferences. *ZDM Mathematics Education, 44*(1), 913–925. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0420-3

Ben-Zvi, D., Bakker, A., y Makar, K. (2015). Learning to reason from samples. *Educational Studies in Mathematics, 88*(3), 291–303. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9593-3

Castro Sotos, A., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., y Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review, 2*(2), 98–113.

Chance, B., del Mas, R., y Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. En D. Ben-Zvi y J. B. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 295–323). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_13

Estrella, S. (2018). Data representations in Early Statistics: Data sense, meta-representational competence and transnumeration. En A. Leavy, A., M. Meletiou, y E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in Early Childhood and Primary Education* – Supporting early statistical and probabilistic thinking (pp. 239–256). Springer.

Estrella, S., Méndez-Reina, M., y Vidal-Szabó, P. (2023). Exploring informal statistical inference in early statistics: A learning trajectory for third-grade students. *Statistics Education Research Journal, 22*(2), 1–16. https://doi.org/10.52041/serj.v22i2.426

Estrella, S., Morales, S., Méndez-Reina, M., Vidal-Szabó, P., y Mondaca-Saavedra, A. (2024a). Collective argumentation in elementary school: An experience of reasoning with data in an online Open Class. *International Journal for Lesson and Learning Studies, 13*(3), 205–220. https://doi.org/10.1108/IJLLS-12-2023-0180

Estrella, S., Morales, S., Méndez-Reina, M., Vidal-Szabó, P., Ramírez, B., y Mondaca-Saavedra, A. (2024b). Diseño de una trayectoria hipotética de aprendizaje para introducir la inferencia estadística informal en primaria. *RELIME, Revista Latinoamericana de*

Investigación en Matemática Educativa, 27(1), 11–42. https://doi.org/10.12802/relime.24.2711

Estrella, S., y Olfos, R. (2023). Lecciones compartidas: Un modelo chileno de Lesson Study aplicado con profesores de primaria y con formadoras de profesores de primaria que enseñaran matemáticas. *Revista Paradigma, 64*(2), 110–130.

Estrella, S., Olfos, R., y Mena-Lorca, A. (2015). Pedagogical knowledge of statistics content among primary school teachers. *Revista Educação e Pesquisa, 41*(2), 477–493. https://doi.org/10.1590/S1517-97022015041858

Estrella, S., Olfos, R., Vidal-Szabó, P., Morales, S., y Estrella, P. (2018). Competencia meta-representacional en los primeros grados: Representaciones externas de datos y sus componentes. *Revista Enseñanza de las Ciencias, 36*(2), 143–163.

Estrella, S., Vergara, A., y Gonzalez, O. (2021). Developing data sense: Making inferences from variability in tsunamis at primary school. *Statistics Education Research Journal, 20*(2), 16–16. https://doi.org/10.52041/serj.v20i2.413

Fry, K., English, L., y Makar, K. (2023). Cognitive tuning in the STEM classroom: Communication processes supporting children's changing conceptions about data. *Mathematics Education Research Journal, 36*(1) 1–23. https://doi.org/10.1007/s13394-023-00465-x

Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M., y Paparistodemou, E. (Eds.). (2018). *Statistics in early childhood and primary education: Supporting early statistical and probabilistic thinking.* Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-13-1044-7

Makar, K., Bakker, A., y Ben-Zvi, D. (2011). The reasoning behind informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning, 13*(1), 152–173. https://doi.org/10.1080/10986065.2011.538301

Makar, K., y Rubin, A. (2018). Learning about statistical inference. En D. Ben-Zvi, K. Makar y J. Garfield (Eds.), *International handbook of research in statistics education* (pp. 261–294). Springer. http://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_8

Makar, K., y Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal, 8*(1), 82–105. https://doi.org/10.52041/serj.v8i1.457

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2018). *Bases Curriculares Primero a Sexto básico.* https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Ministerio de Educación de Chile [MINEDUC]. (2022). *Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para Carreras de Pedagogía en Educación General Básica.* https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2023/05/basica_2023_digital.pdf

Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings International Conference On Teaching Statistics 7: Working cooperatively*

in statistics education (pp. 1–6). IASE. http://iase-web.org/documents/papers/icots7/6A2_PFAN.pdf

Pfannkuch, M., Arnold, P., y Wild, C. (2015). What I see is not quite the way it really is: Students' emergent reasoning about sampling variability. *Educational Studies in Mathematics, 88*(1), 343–360. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9539-1

Rossman, A. (2008). Reasoning about informal statistical inference: A statistician's view. *Statistics Education Research Journal, 7*(2), 5–19. https://doi.org/10.52041/serj.v7i2.467

Silvestre, E., Sánchez, E., e Inzunza, S. (2022). El razonamiento de estudiantes de bachillerato sobre el muestreo repetido y la distribución muestral empírica. *Educación Matemática, 34*(1), 100–130. https://doi.org/10.24844/em3401.04

Stake, R. (2020). *Investigación con estudio de casos*. (6a ed.). Ediciones Morata.

van Dijke-Droogers, M., Drijvers, P., y Bakker, A. (2020). Repeated sampling with a black box to the informal statistical inference accessible. *Mathematical Thinking and Learning, 22*(2), 116–138. https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1617025

van Dijke-Droogers, M., Drijvers, P., y Bakker, A. (2021). Introducing statistical inference: Design of a theoretically and empirically based learning trajectory. *International Journal of Science and Mathematics Education, 20*(4), 1743–1766. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10208-8

Watson, J. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 44–70.

Weiland, T. (2017). Problematizing statistical literacy: An intersection of critical and statistical literacies. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 33–47.

Zieffler, A., Garfield, J., delMas, R., y Reading, C. (2008). A framework to support research on informal inferential reasoning. *Statistic Education Research Journal, 7*(2), 40–58. https://doi.org/10.52041/serj.v7i2.469

Autora de correspondencia
Soledad Estrella
Dirección: Blanco Viel 596, Cerro Barón, Valparaíso, Chile.
soledad.estrella@pucv.cl