

Heurística biobjetivo de dos etapas para rediseño de territorios de venta

JUAN GABRIEL CORREA MEDINA,
MA. LOECELIA GUADALUPE RUVALCABA SÁNCHEZ,¹
ELÍAS OLIVARES BENÍTEZ, VITTORIO ZANELLA PALACIOS²

- **Resumen:** El rediseño apropiado de territorios de ventas es un elemento clave para incrementar las ventas y minimizar los costos asociados. Por lo tanto, su práctica se vuelve frecuente al ser motivada por fusiones y cambios en un mercado en constante movimiento. En este trabajo se presenta y describe una heurística biobjetivo de dos etapas para el rediseño de territorios de venta inspirada por un problema real de una empresa que vende productos en México. La heurística busca reducir al mínimo la distancia total recorrida y la variación del volumen de ventas de cada vendedor con respecto a la situación actual. Se resuelve un conjunto de instancias reales. Se construye un superfrente a partir de un conjunto de ejecuciones de la heurística por instancia. Además se presentan los resultados obtenidos a partir de las métricas de comparación por instancia y algunas conclusiones.
- **Abstract:** The appropriate redesign of sales territories is a key element to increase the sales and minimize costs. So, it becomes a common practice to be motivated by mergers and changes in a market in constant motion. This paper presents and describes a two-stage heuristic bi-objective to redesign sales territories inspired by a real problem for a company that sells products in Mexico. The heuristic seeks to minimize the total distance traveled and the variation in volume of sales for each salesperson with respect to the current situation. A set of real instances is solved. A super-front from one set of runs of the heuristic per instance is built. In addition, the results obtained from the metrics of comparison and some conclusions are presented.
- **Palabras clave:** rediseño de territorios de venta, heurística, multiobjetivo.
- **Clasificación JEL:** C61, C63.
- **Recepción:** 14/04/2011 **Aceptación:** 18/08/2011

¹ Universidad Autónoma de Aguascalientes. E-mail: jgcorrea@correo.uaa.mx; lgruvalcaba@correo.uaa.mx, respectivamente.

² UPAEP. E-mail: elias.olivares@upaep.mx; vittorio.zanella@upaep.mx, respectivamente.
Agradecemos los comentarios de los dictaminadores anónimos. Asumimos la responsabilidad de los errores que pudieran persistir.

■ *Introducción*

En una economía globalizada y en competencia constante, uno de los objetivos principales de las empresas es vender sus productos y/o servicios. Para ello, busca un acercamiento eficiente con los clientes de manera que al menos se conserven sus ventas y se minimicen los costos derivados de ellas al mismo tiempo. Un elemento clave para lograrlo es una buena organización y control de la fuerza de ventas. Una actividad estratégica importante para lograrlo es la delimitación de zonas geográficas de gestión conocidas comúnmente como territorios de venta.

Los territorios de venta son las áreas geográficas donde se llevan a cabo las operaciones de venta y que están conformados por la cartera actual o potencial de clientes. Es común que varios territorios conformen un distrito o región de ventas. La delimitación de los territorios de venta busca cumplir diferentes objetivos y está sujeta a una serie de condiciones establecidas por la gerencia de la empresa. Entre los principales objetivos considerados para la conformación de los territorios de venta se encuentran la ubicación geográfica, mercado potencial, productos y cargas de trabajo, por mencionar algunos.

Para las empresas que inician operaciones, la actividad de agrupar áreas geográficas pequeñas, denominadas unidades de cobertura de venta (SCUs – Sales Coverage Units) en unidades geográficas más grandes se conoce como diseño de territorios de venta. Cuando la práctica de esta actividad se vuelve frecuente o cuando se recurre a ella por empresas que ya operan desde algún tiempo, se denomina rediseño de territorios de venta.

El rediseño de territorios puede obedecer a diversas causas como fusiones y cambios en el mercado (expansión, contracción), entre otras. La generalización del problema de diseño de territorios es difícil debido a que los objetivos y restricciones obedecen a las políticas y objetivos particulares de cada empresa.

Tanto el diseño como el rediseño de territorios de venta pertenecen a los problemas de distritación y han sido clasificados como problemas de optimización combinatoria NP-hard (Tavares-Pereira *et al.* 2007; Ríos-Mercado y Fernández, 2009).

Hess y Samuels en 1971 fueron pioneros en proponer un modelo matemático denominado GEOLINE aplicado al problema de diseño de territorios de venta. El objetivo de GEOLINE fue el desarrollo de territorios equilibrados conformados por SCUs contiguos y que debían estar igualados en términos de volumen de trabajo, minimizando una medida de compacidad (Shönke y Murali, 2008).

Kalcsics *et al.* (2005) hacen una revisión del estado del arte, caracterizando las aplicaciones e identificando diversas técnicas de solución, modelos y aplicaciones genéricas. Además identificaron un amplio rango de problemas reales a los que pueden ajustarse.

Por su propia naturaleza, los problemas de distritación involucran múltiples criterios que suelen ser inconmensurables y conflictivos entre sí. Uno de los primeros en considerar esta condición en el diseño de territorios de venta fue Zoltners (1979). Guo *et al.* (2000) desarrollan y aplican una herramienta computacional para la división de zonas

óptimas llamada Multi-Objective Zoning and AggRegation Tool (MOZART). MOZART es una interfaz gráfica de usuario que trata el problema de diseño de zonas como un problema de partición matemática de grafos y que integra un sistema de información geográfica (GIS). Ricca (2004) sugiere un conjunto de criterios de optimalidad que encuentran buenas agregaciones territoriales. Para identificarlos utilizó la heurística old bachelor acceptance aplicada a un caso de estudio en la ciudad de Roma. Wei y Chai (2004) presentan una metaheurística multiobjetivo de zonificación espacial basada en GIS que integra los métodos tabú y scatter search. Tavares-Pereira *et al.* (2007) proponen un algoritmo evolutivo con búsqueda local para un problema multiobjetivo de distribución de servicios públicos y lo aplican a un problema de transporte público en la región de París. Ricca y Simeone (2008) consideran un problema de distribución política multicriterio y lo transforman en un modelo de objetivo único usando una combinación convexa. Ellos comparan el comportamiento de las metaheurísticas descent, tabu search, simulated annealing y old bachelor acceptance. Gentile y Tiddi (2009) proponen un algoritmo de aglomeración (clustering) para el diseño de zonas de tráfico multiobjetivo. Ellos aplican el método en un caso real para analizar la sensibilidad de los parámetros de la heurística y de las ponderaciones de los objetivos del problema. Smith *et al.* (2009) presentan una formulación matemática y un procedimiento heurístico para un problema biobjetivo de una compañía que recolecta y entrega productos en distintos territorios. Salazar-Aguilar *et al.* (2011a) proponen un modelo de programación biobjetivo donde la dispersión y el balance, con respecto al volumen de ventas, son considerados en el modelo. Ellos utilizan el método ε -restricción para resolver problemas de hasta 150 unidades básicas y 6 territorios. Salazar-Aguilar *et al.* (2011b) proponen estrategias GRASP para el problema biobjetivo de diseño de territorios comerciales. Ellos desarrollan dos esquemas generales con dos estrategias para cada uno y comparan los resultados obtenidos mediante éstas con el algoritmo NSGA-II de manera empírica.

En el presente trabajo se describe la implementación de una heurística biobjetivo de dos etapas inspirada en una aplicación real proveniente de una empresa dedicada a la venta de productos en México. Los objetivos buscan minimizar la variación en la cartera de clientes y la suma de las distancias recorridas por los vendedores. El problema fue modelado previamente por Correa *et al.* (2010) como un problema de programación entero mixta y fue resuelto de manera exacta mediante el método ε -restricción utilizando GAMS 21.0/CPLEX 8.0. Sin embargo, mediante este método no fue posible resolver todas las instancias. Por lo tanto, la heurística propuesta busca dar solución a estas últimas.

Este trabajo está organizado como sigue. En la siguiente sección se definen las principales características del problema. El modelo de programación entero mixta se presenta, luego el modelo de programación entero mixta. Después se describen algunas consideraciones previas a la heurística propuesta. Luego se presenta una descripción de la heurística de dos etapas. En la siguiente sección se presentan las métricas de comparación utilizadas. Después se presentan las características de las instancias de prueba, se describen los experimentos y se muestran los resultados obtenidos y, finalmente, se presentan algunas conclusiones y recomendaciones derivadas de la investigación, así como el trabajo futuro.

■ *Definición del problema*

Una región de ventas está formada por varios territorios de ventas. Un territorio es un área específica atendida por un vendedor. Cada región cuenta con su propia fuerza de ventas, la cual es heterogénea con respecto a las demás en número de vendedores y que además genera su propio volumen de ventas, que es distinto entre territorios.

Desde luego, cada región tiene una geografía particular, sujeta a la conectividad que le proporcionan las vías de comunicación principales (autopistas y carreteras estatales). Adicionalmente, la concentración de los clientes está sujeta a la geografía propia de la región.

El objetivo es rediseñar la configuración de las regiones actuales considerando los siguientes criterios definidos por la administración de la empresa:

- Minimización de la variación del volumen de ventas para la zona analizada y
- Minimización de la distancia total en la región.

Para cada región existen n vendedores, de los cuales se conoce:

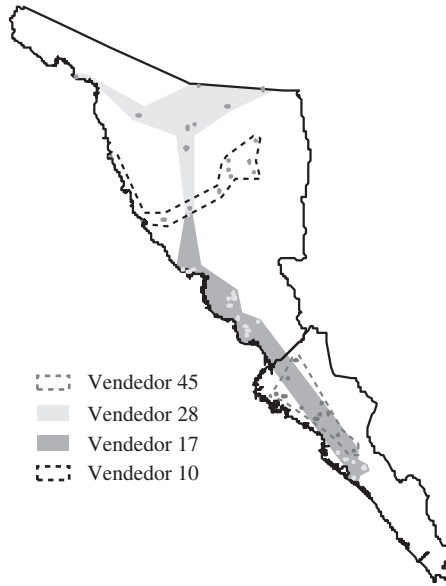
- Su conjunto o cartera de clientes, que en suma representan su volumen de ventas, sobre el cual se basa la comisión otorgada a cada vendedor.
- Cada vendedor atiende o visita personalmente a cada cliente, por lo cual, cada cliente tiene asignado un tiempo de atención previamente definido o conocido.
- De la condición anterior se desprende que cada vendedor tiene que recorrer una distancia determinada para llegar a los clientes desde la población en que radica. Estas distancias se asocian a un costo variable de viáticos, los cuales son absorbidos por la empresa y que por tanto deben reducirse.
- Actualmente, los vendedores no tienen un área de trabajo (territorio de ventas) delimitada, lo que conlleva a que varios clientes dentro de una misma población sean atendidos por diferentes vendedores y, en casos más extremos, a que un vendedor tenga clientes en la población de residencia de otro vendedor. En resumen, al momento del análisis no había control de la asignación de clientes por parte de la empresa. La Gráfica 1 ilustra esta condición.

Para evitar que los esfuerzos y recursos a disposición de los vendedores se dupliquen y mejorar el servicio al cliente, la empresa ha decidido agrupar a los clientes de cada localidad (población) dando lugar a m macroclientes. Por lo que, en adelante, las localidades serán consideradas como SCUs. Cada SCU debe ser atendido exclusivamente por un vendedor, exceptuando los SCU donde radiquen dos o más vendedores (localidades de residencia). Adicionalmente se desea emplear sólo la fuerza de ventas actual.

■ *Modelo de programación entero mixta*

El problema anteriormente expuesto fue modelado como un problema de programación entero mixta por Correa *et al.* (2010) como sigue:

Gráfica 1
Estado actual de la región de ventas Sonora-Sinaloa



Fuente: Elaboración propia.

Índices y conjuntos: Sea C el conjunto de SCUs, V el conjunto de vendedores que atienden la zona o región y K el conjunto de localidades donde residen los vendedores, i el índice para los vendedores ($i \in V = \{1 \dots V\}$), j el índice para los SCUs ($j \in C = \{1 \dots C\}$) y K es el subconjunto ($K \subseteq C$) de SCUs de residencia k ($k \in K = \{1 \dots K\}$).

Variables: Sea $x_{ij} \in \{0, 1\}$ una variable de asignación que toma el valor de 1 si el SCU j es atendido por el vendedor i o 0 en cualquier otro caso, $T_{new_i} \in R^+$ es el nuevo volumen de ventas de cada vendedor, $D_{max_i} \in R^+$ es la sumatoria de la distancia recorrida por cada vendedor, $W_{new_i} \in R^+$ es la nueva carga de trabajo de cada vendedor.

Parámetros: Sea $d_{ij} \in R^+$ la distancia más corta entre el vendedor i y el SCU j , $T_{now_i} \in R^+$ el volumen actual de ventas del vendedor i , $m_j \in R^+$ el volumen de ventas por período del SCU j , $w_j \in R^+$ la carga de trabajo en horas por período dedicadas al SCU j y $C_{max} \in R^+$ es la carga de trabajo máxima para cada vendedor.

$$(1) \quad \text{Min} \sum_{i \in V} \sum_{j \in C} x_{ij} d_{ij}$$

$$(2) \quad \text{Min} \sum_{i \in V} \left| 1 - \frac{1}{T_{now_i}} T_{new_i} \right|$$

Sujeto a:

$$(3) \quad \sum_{j \in C} m_j x_{ij} = T_{new_i} \forall i \in V$$

$$(4) \quad \sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \forall j \in C$$

$$(5) \quad \sum_{j \in C} w_j x_{ij} = W_{new_i} \forall i \in V$$

$$(6) \quad W_{new_i} \leq C_{max} \forall i \in V$$

$$(7) \quad x_{ij} = 1 \forall i \in V, \forall j \in K$$

$$(8) \quad x_{ij} = \{0, 1\} \forall i \in V, \forall j \notin K$$

Donde la función (1) busca minimizar la suma de las distancias recorridas por los vendedores. La función (2) busca minimizar la diferencia absoluta entre las carteras nuevas y actuales de cada vendedor. Las carteras nuevas son obtenidas de acuerdo con los clientes asignados a vendedor (ecuación (3)). La ecuación (4) asegura que el volumen de venta de cada SCU es cubierto. La ecuación (5) calcula las cargas de trabajo de cada vendedor de acuerdo a los clientes que le son asignados, en tanto que la ecuación (6) restringe su carga de trabajo a cuando mucho C_{max} unidades de tiempo. La ecuación (7) preasigna los SCUs de residencia de los vendedores que servirán como centros o centroides de los nuevos territorios, en tanto que la ecuación (8) define la variable binaria de asignación que toma el valor de 1 si el j -ésimo SCU es asignado al i -ésimo vendedor o 0 en cualquier otro caso.

■ Consideraciones previas

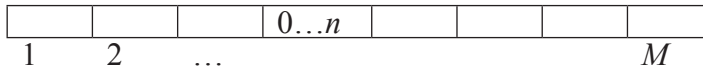
Solución factible

Para facilitar la exploración del espacio de búsqueda, una solución factible se representa mediante un vector de tamaño m que representa el número de SCUs en la región de ventas. Cada elemento del vector representa un SCU (en donde los números de índice y código de SCU se asocian) y puede contener valores de cero hasta el número de vendedores n . Cada valor distinto de cero se asocia al identificador del vendedor. El valor cero indica que el SCU no ha sido asignado aún y está disponible para cualquier vendedor (Gráfica 1).

Políticas de construcción de una solución inicial

Las soluciones iniciales se construyen en dos etapas: la preasignación y la post-asignación. La preasignación consiste en asignar los SCUs de residencia a su correspondiente vendedor y garantizar que estos SCU no participaran en la post-asignación. La post-asignación asigna los SCUs restantes de acuerdo con las reglas descritas a continuación:

Gráfica 2
Estructura de datos empleada para representar un punto



Fuente: Elaboración propia.

- *Al vendedor más cercano*; es un procedimiento constructivo, cuya solución se crea asignando cada SCU al vendedor más cercano de forma iterativa. En algunos casos, esta política no garantiza que todos los vendedores tengan más de un SCU asignado, pero no presenta un problema significativo, como se detallará posteriormente.
- *Estilo FIFO* (First Input, First Output); puesto que la estructura de datos empleada para representar la solución inicial es un arreglo unidimensional y cada elemento de ese arreglo representa un SCU, se recorre el arreglo desde el primer SCU hasta el último de manera incremental y asignando de forma aleatoria un vendedor al SCU. La condición es que no se repita dos veces consecutivas el mismo vendedor.
- *Estilo LIFO* (Last Input, First Output); se realiza un recorrido decreciente, comenzando desde el último elemento hasta el primero. La condición es que no se repita de forma consecutiva el vendedor. Por lo que el vendedor se genera aleatoriamente de entre los vendedores disponibles.
- *Completamente al azar*, en donde un SCU disponible y un vendedor son seleccionados aleatoriamente. El SCU se asigna al vendedor seleccionado siempre y cuando el número de vendedor no se repita dos veces consecutivas. El proceso es iterativo hasta que todos los SCUs tienen asignado a un vendedor.

La primera política fue inicialmente propuesta por Correa *et al.* (2010) y las restantes se pensaron como posibles alternativas. Aunque todas las políticas presentan ventajas y desventajas entre sí, es difícil evaluar cuál es más eficiente en términos generales, sobre todo porque la solución inicial representa sólo un punto de partida para la exploración del espacio de búsqueda. Sin embargo, se usan todas las anteriores de manera aleatoria con la intención de obtener frentes de Pareto dispersos.

Espacio de búsqueda

Como se mencionó antes, el problema de rediseño de territorios de venta es NP-hard y se vuelve más complejo a medida que se hacen consideraciones adicionales, como la de varios vendedores residiendo en un mismo SCU. Desde el punto de vista de la exploración del espacio de búsqueda, el problema que se considera en esta investigación puede verse de la siguiente manera:

Se tienen n vendedores, los cuales se disputan el control de m SCUs. Se conoce previamente que los n vendedores tienen k SCUs de residencia y esos SCUs de residencia están incluidos en los m SCUs, por lo que $k = n$. Ya que sólo restan $m - k$ SCUs por los cuales competir, a cada vendedor se le deben asignar z_i SCUs (omitido su j -ésimo SCU

de residencia, de forma que $\sum_{i=1}^n z_i = m - k$), por lo que el tamaño del espacio de búsqueda se reduciría de n^{m-k} a lo expresado en la ecuación (9):

(9)

$$\left(\frac{(m-k)!}{((m-k)-z_1)!z_1!} \right) \times \left(\frac{((m-k)-z_1)!}{((m-k)-z_1-z_2)!z_2!} \right) \times \dots \times \left(\frac{\left((m-k) - \sum_{i=1}^{n-1} z_i \right)!}{\left((m-k) - \sum_{i=1}^n z_i \right)!z_n!} \right) m > n$$

La dificultad mencionada para resolver el problema radica en que no hay forma de conocer a priori la cantidad máxima de SCUs para z_i para cada vendedor. Además debe considerarse que, aunque se conozca el número de SCUs ideal para cada vendedor, también se debería contar con una forma de conocer a priori cuáles son los mejores SCUs asociados a dicha cantidad. Esto permitiría conocer la cantidad exacta de soluciones no dominadas que se encuentran en el espacio muestral. En resumen, el problema de diseño de territorios de venta que se describe plantea dos preguntas: ¿cuántos SCUs debe atender cada vendedor? y ¿cuáles SCUs representan la mejor asignación para cada vendedor?

■ Descripción de la heurística de dos etapas

Las características del espacio de búsqueda descritas anteriormente dan lugar al planteamiento de una heurística de dos etapas que buscan mejorar una solución inicial obtenida con las políticas descritas previamente. En la primera etapa se aplica un procedimiento de reasignación con la intención de ajustar la cantidad de SCUs. En la segunda etapa, mediante un procedimiento de intercambio, se busca identificar cuáles SCUs son idóneos de acuerdo a la cantidad antes mencionada. Desde luego, esto para cada vendedor.

Procedimiento de reasignación

Para la reasignación de un SCU se define aleatoriamente un SCU candidato que no sea SCU de residencia de algún vendedor. Conocido el SCU candidato se obtiene el vendedor al que está asignado actualmente (vendedor actual) y se determina aleatoriamente un vendedor (vendedor propuesto) distinto del vendedor actual al que se le asignará el SCU candidato. Esta reasignación se realiza sólo si se mejora al menos un valor en las funciones objetivo o si se equiparan sus valores actuales. Si la reasignación cumple esta condición se conserva esa secuencia mejorada y el contador de excepciones se limpia. En caso contrario se incrementa el contador de excepciones. El procedimiento continúa mientras no se alcance el número de excepciones designado. El número de excepciones se asume como el mecanismo encargado de detectar que no se encuentran mejoras en una determinada cantidad de ciclos consecutivos y por tanto se asume que ha alcanzado un mínimo local. El pseudocódigo del procedimiento de reasignación se muestra en la Gráfica 3.

Gráfica 3

Pseudocódigo del procedimiento de reasignación

```

Procedimiento Reasignacion (SCUs, nExcepciones)
  cntExcepciones ← 0
  Repetir
    SCU candidato ← Aleatorio(1...m)
    vendedor actual ← SCUs[SCU candidato]
    vendedor propuesto ← Aleatorio(1...n) ≠ vendedor actual
    SCUs[SCU candidato] ← vendedor propuesto
    Si mejora cartera O mejora distancia Entonces
      SCUs mejor ← SCUs
      cntExcepciones ← 0
    Sino
      SCUs[SCU candidato] ← vendedor actual
      cntExcepciones ← cntExcepciones + 1
    Fin Si
  Hasta (cntExcepciones = nExcepciones)
Fin Procedimiento

```

Fuente: Elaboración propia.

Procedimiento de intercambio

En este procedimiento se eligen aleatoriamente dos SCUs que no sean SCUs de residencia y que estén asignados a diferentes vendedores. La finalidad es intercambiar las localidades entre vendedores. Si la solución mejora se registra como la mejor del momento y, en caso contrario, se incrementa el contador de excepciones. El procedimiento termina cuando se alcanza el número de excepciones preestablecidas (Gráfica 4).

Gráfica 4

Pseudocódigo del procedimiento de intercambio

```

Procedimiento Intercambio(SCUs, nExcepciones)
  cntExcepciones ← 0
  Repetir
    SCU candidato 1 ← Aleatorio(1...m)
    vendedor candidato 1 ← SCUs[SCU candidato 1]
    SCU candidato 2 ← Aleatorio(1...m) ≠ SCU candidato 1
    vendedor candidato 2 ← SCUs[SCU candidato 2] ≠ vendedor candidato 1
    SCUs[SCU candidato 1] ← vendedor candidato 2
    SCUs[SCU candidato 2] ← vendedor candidato 1
    Si mejora cartera O mejora distancia Entonces
      SCUs mejor ← SCUs
      cntExcepciones ← 0

```

```

Sino
    SCUs[SCU candidato 1] ← vendedor candidato 1
    SCUs[SCU candidato 2] ← vendedor candidato 2
    cntExcepciones ← cntExcepciones + 1
Fin Si
Hasta (cntExcepciones = nExcepciones)
Fin Procedimiento
    
```

Fuente: Elaboración propia.

Heurística de dos etapas

Puesto que el procedimiento de reasignación juega con la posibilidad de “quitar y dar”, contribuye a establecer una cantidad de SCUs para cada vendedor hasta donde la secuencia de asignación en análisis lo permite. Aunque el procedimiento es poco eficiente en seleccionar la calidad de los SCUs adecuados, se hace frente a dicho inconveniente con el procedimiento de intercambio, ya que éste juega con la posibilidad “mejor o peor” y, de esa forma, ambos procedimientos se complementan entre sí. Como se mencionó antes, la heurística de dos etapas incluye ambos procedimientos, así como la implementación de una memoria tipo tabú para facilitar la exploración del espacio de búsqueda y un modulo dedicado a la construcción del frente de Pareto. Los parámetros requeridos por el procedimiento heurístico son el número de excepciones (nExcepciones) que será utilizado para la detección de óptimos locales, el tiempo de ejecución que será utilizado como criterio de paro global y el horizonte de la memoria tabú que tiene por objeto deshabilitar los SCUs para su intercambio o reasignación durante un número determinado de ciclos y que puede estar en función del tamaño de la instancia. Basado en observaciones empíricas, en esta investigación, el horizonte de la memoria tabú se estableció como el cociente entero de la relación $(m-n)/factor$. La Gráfica 5 muestra el pseudocódigo de la heurística de dos etapas:

Gráfica 5
Algoritmo de dos etapas

```

Procedimiento HeuristicaDosEtapas(nExcepciones, tiempo de ejecución, horizonte de memoria tabú)
    Repetir
        SCUs ← solución inicial
        SCUs mejor ← SCUs
        Reasignacion(SCUs mejor, nExcepciones)
        Deshabilitar( SCUs mejor, horizonte de memoria tabú)
        Intercambio(SCUs mejor, nExcepciones)
        Deshabilitar(SCUs mejor, horizonte de memoria tabú)
        terminar ← tiempo de ejecución < Tiempo
    Hasta terminar
Fin Procedimiento
    
```

Fuente: Elaboración propia.

■ Métricas de comparación

Para determinar la calidad de las soluciones obtenidas mediante la heurística de dos etapas se construye un superfrente a partir del conjunto de frentes aproximados obtenidos de la experimentación (conjunto de ensayos) por instancia. Se efectúa una comparación pareada entre el superfrente y cada frente aproximado obtenido. Para ello se emplean las métricas de tasa $R_{POS}(S_i)$ y de diferencia media y mínima, las cuales se definen a continuación:

Métricas de tasa $R_{POS}(S_i)$

Empleada por Altıparmak *et al.* (2006) para comparar diferentes algoritmos. Esta métrica permite conocer la tasa de puntos del conjunto S_i (conjunto de soluciones no dominadas) que pertenecen a un conjunto eficiente P , el cual contiene las soluciones no dominadas procedentes de los distintos conjuntos S_i . El procedimiento se establece a continuación:

1. Construir un conjunto de referencia R a partir de la unión de las soluciones eficientes de los r conjuntos (ecuación 10).

$$(10) \quad R = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_r$$

2. Eliminar las soluciones dominadas del conjunto R para dar lugar al conjunto P (ecuación 11).

$$(11) \quad P = \{s \in R \mid \nexists q \in R: q \prec s\}$$

3. Calcular la tasa $R_{POS}(S_i)$ utilizando ecuación 12.

$$(12) \quad R_{POS}(S_i) = \frac{|\{s \in S_i \mid s \in P\}|}{|S_i|}$$

Un mayor valor de $R_{POS}(S_i)$, se considera mejor.

Métricas de diferencia media y mínima

Estas métricas fueron propuestas por Olivares-Benítez (2007) y se definen a continuación.

Sean f_1 y f_2 las funciones objetivo del problema y S_1 y S_2 los conjuntos de soluciones no dominadas asociados a los frentes de Pareto verdadero y aproximado respectivamente.

Mediante la discretización de la función f_2 podemos construir un conjunto T , tal que sus elementos serán aquellos valores de f_2 que existan en S_1 y S_2 (ecuación 13)

$$(13) \quad T = \{f_2(s) \vee f_2(s'), s \in S_1, s' \in S_2 \mid \exists f_1(s) \wedge \exists f_1(s') \wedge f_2(s) = f_2(s')\}$$

Entonces se calcula una desviación promedio con las tasas de la función objetivo f_1 para cada valor de f_2 que se encuentran en el conjunto T (ecuación 14).

$$(14) \quad D_{avg} = \frac{\sum_{t \in T} \frac{f_1(s); f_2(s) = t}{f_1(s'); f_2(s') = t}}{|T|} \quad \forall s \in S_1, s' \in S_2$$

Se calcula el mínimo de las tasas D_{min} con la ecuación 15.

$$(15) \quad D_{min} = \min_{t \in T} \left(\frac{f_1(s); f_2(s) = t}{f_1(s'); f_2(s') = t} \right) \quad \forall s \in S_1, s' \in S_2$$

Cada tasa de diferencia D_{avg} indicará qué tanto se “parece” una solución aproximada a una solución verdadera con base en una proporción, por lo que mientras D_{avg} se aproxime al valor de 1, más “parecido” habrá entre dichas soluciones. El valor de 1 debe considerarse como igualdad entre soluciones aunque, para efectos prácticos, una tasa de diferencia de 0.9999 puede considerarse como igualdad por efectos de los redondeos.

■ Experimentación y resultados

La heurística de dos etapas fue programada con Free Pascal para Windows y al igual que el método exacto fue corrida en una laptop HP Compaq nx6125, procesador AMD Sempron 2800+ a 1.60 GHz y con 1.25 GB en memoria RAM.

Características de las instancias de prueba

Para un mayor control, la empresa en cuestión ha dividido el territorio mexicano en nueve regiones de venta. Esta división es reutilizada para esta investigación con la intención de reducir la complejidad del problema. Además se aplicó la heurística a una instancia que agrega los datos de la totalidad de las regiones de venta y que no pudo ser resuelta por el software de optimización en más de 30 días. La solución a esta instancia puede ayudar a la empresa en la reestructuración de su configuración regional actual, además de que puede dar una perspectiva integral del problema. El Cuadro 1 muestra la información disponible para cada región.

Las distancias punto a punto colindantes se obtienen a partir de un grafo no completo, donde el peso de las aristas se calculan a partir de las distancias en carreteras primarias y secundarias entre SCUs y son obtenidas de los mapas por entidad Federativa de México obtenidos de SCT (Secretaría de Comunicaciones y Transportes, 2010) y/o mapas de carreteras de México (Guía Roji, 2010). Las distancias de red se obtienen mediante la aplicación parcial del algoritmo de Floyd (1962), omitiendo el cálculo de la ruta punto a punto.

Cuadro 1
Información disponible por cada región de ventas

Por vendedor	Por SCU	Por región
Identificador único	Identificador único	Tablas de distancias punto a punto
SCU de residencia	Consumo actual	colindantes
Monto actual de ventas	Tiempo total en horas requerido para	Tabla de distancias de red
Tiempo de venta asociado	su atención	
Tiempo máximo disponible	Posición geográfica	

Fuente: Elaboración propia.

Las características relacionadas a la complejidad de cada una de las instancias de prueba, así como los tiempos requeridos por el método ε -restricción se muestran en el Cuadro 2.

Cuadro 2
Características de las regiones de venta usadas en la experimentación

ID de la region	Número de Estados mexicanos cubiertos	Número de vendedores	Número de SCUs	Número de SCUs de residencia diferentes	Tiempo en hrs. requerido por ε -restricción
		V	C	K	
Ags	8	6	93	6	1.967
Chi	1	4	29	2	0.083
Gdl	6	6	101	3	50.967
Mer	3	3	36	2	0.083
Mex	7	9	99	8	68.2
Nvl	4	7	48	3	9.1
Sos	2	4	48	3	20.25
Tor	3	5	24	4	0.083
Ver	10	9	143	7	140.617
País	30	42	618	29	**

**Resultados no obtenidos.

Fuente: Elaboración propia.

Caracterización del tiempo de ejecución

Aunque puede resultar poco ortodoxo, en la heurística propuesta se considera el tiempo de ejecución como un criterio de paro general. La razón principal de hacerlo obedece a que las corridas de la heurística se realizan en la misma computadora en que se ejecutó el método exacto, del cual se conocen los tiempos. Partiendo de estos tiempos y del conocimiento de las principales características de las instancias de prueba, se caracterizan los tiempos de ejecución para la heurística de dos etapas mediante análisis multivariante.

Para ello se usa el análisis de regresión lineal que nos permite identificar que la única variable asociada con los tiempos de ejecución en el método exacto es el número de SCUs.

Una vez identificada esta variable se aplica análisis de conglomerados de tipo jerárquico y k-medias, a través de los cuales se identifican dos grupos principales de instancias. Para determinar si existe una diferencia significativa entre grupos y evaluar la precisión de la clasificación se usa el análisis discriminante.

De este último análisis se obtienen las funciones de discriminación asociadas a cada grupo, las cuales nos ayudan a clasificar correctamente 96 de cada 100 instancias actuales y futuras.

El Cuadro 3 muestra el tiempo de ejecución estimado para cada instancia con base en este análisis y un tiempo de ejecución reajustado al 30 por ciento y que se utiliza como criterio de paro de la heurística de dos etapas.

Cuadro 3
Reajuste del tiempo pronosticado

Instancia	Grupo	Tiempo pronosticado (hrs)	Tiempo pronosticado reajustado (hrs)
Chi	1	0.728	0.2184
Mer	1	1.744	0.5232
Nvl	1	3.141	0.9423
SoS	1	3.141	0.9423
Tor	1	0.220	0.0660
Ags	2	13.398	4.0194
Gdl	2	16.334	4.9002
Mex	2	14.866	4.4598
Ver	2	31.748	9.5244
País	2	206.073	61.8219

Fuente: Elaboración propia.

Se realizan diez ensayos por instancia utilizando los tiempos pronosticados reajustados. Para cada instancia se elabora un superfrente que es construido a partir de la agregación de los resultados de los diez experimentos. Cada uno de los ensayos se compara con el superfrente con la intención de identificar el mejor y el peor escenario obtenido por instancia. El Cuadro 4 presenta el promedio y la desviación estándar de las métricas de diferencia media y mínima.

Las métricas de diferencia media y mínima muestran soluciones suficientemente próximas para casi todas las instancias. La excepción es la instancia Nvl en donde se detectan soluciones menos parecidas entre corridas y un alto coeficiente de variabilidad entre ellas. Esta situación puede deberse a que, en esta instancia, existe una gran cantidad de vendedores residiendo en el mismo SCU. Por lo tanto, el procedimiento de intercambio es miope al detectar mejoras en la solución sólo a través de la minimización de la variación en cartera.

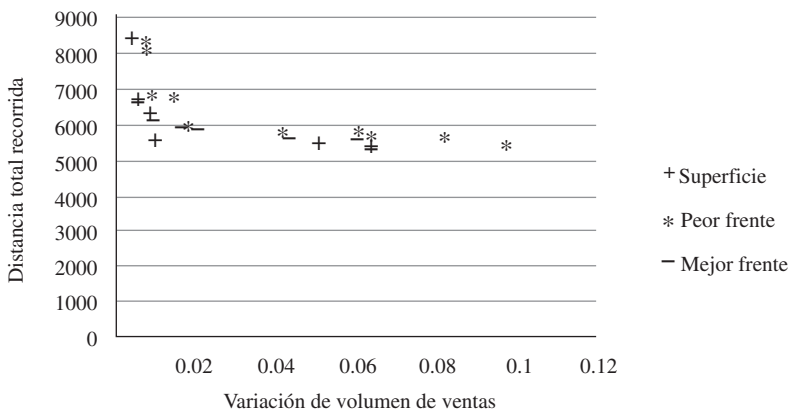
Cuadro 4
Promedio y desviación estándar por instancia

ID de la región	Promedio		Desviación estándar		Coeficiente de variabilidad	
	D_{avg}	D_{min}	D_{avg}	D_{min}	D_{avg}	D_{min}
Chi	0.9998	0.9993	0.0001	0.0004	0.0001	0.0004
Mer	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Nvl	0.6384	0.4690	0.2265	0.3373	0.3548	0.7191
SoS	0.9771	0.5939	0.0113	0.2263	0.0116	0.3811
Tor	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Ags	0.9803	0.7179	0.0190	0.2656	0.0193	0.3700
Gdl	0.9753	0.6408	0.0100	0.1464	0.0103	0.2284
Mex	0.9562	0.7997	0.0185	0.1122	0.0193	0.1403
Ver	0.9735	0.7463	0.0311	0.2744	0.0319	0.3676
País	0.9500	0.8914	0.0888	0.1696	0.0935	0.1902

Fuente: Elaboración propia.

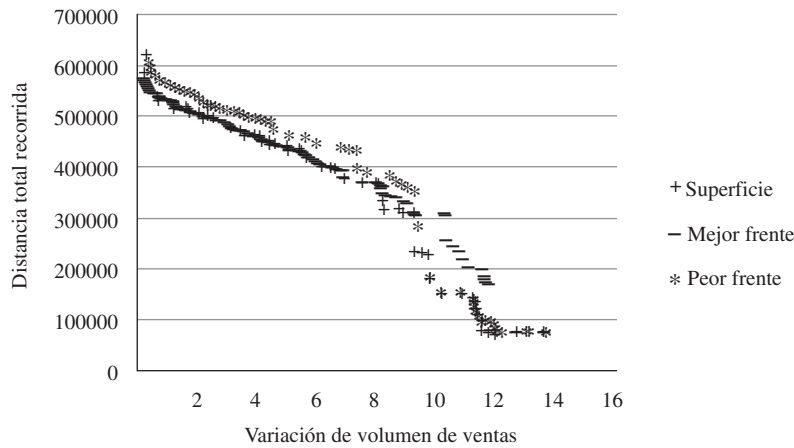
Las Gráficas 6 y 7 muestran el mejor y peor frente para las instancias Nvl y País, respectivamente.

Gráfica 6
Peor y mejor frentes obtenidos para la instancia Nvl



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 7
Peor y mejor frentes obtenidos para la instancia País



Fuente: Elaboración propia.

Aplicando la métrica $R_{POS}(S_i)$, el superfrente representa el mejor frente de Pareto (P) por cada instancia, el cual es comparado con los frentes aproximados de cada corrida (S_i). El Cuadro 5 presenta la media, desviación estándar y coeficiente de variabilidad de la tasa $R_{POS}(S_i)$ por instancia.

Cuadro 5
Media, desviación estándar y coeficiente de variabilidad por instancia sobre la métrica $R_{POS}(S_i)$

Region ID	$R_{POS}(S_i)$			Desviación estándar	Coeficiente de variabilidad
	Mínimo	Máximo	Media		
Chi	0.0000	0.6667	0.3667	0.2194	0.5984
Mer	1.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000
Nvl	0.0000	0.4286	0.1057	0.1387	1.3120
SoS	0.1724	0.4483	0.3345	0.0920	0.2751
Tor	0.9524	1.0000	0.9952	0.0151	0.0151
Ags	0.3333	0.5156	0.4299	0.0613	0.1425
Gdl	0.0645	0.2545	0.1133	0.0552	0.4868
Mex	0.0313	0.2182	0.1184	0.0636	0.5373
Ver	0.0345	0.2698	0.1420	0.0705	0.4965
País	0.0739	0.7895	0.3129	0.2305	0.7367

Fuente: Elaboración propia.

Observando las soluciones obtenidas a partir de las métricas de comparación se puede deducir que la heurística de dos etapas es casi óptima para instancias donde el tamaño de SCUs es relativamente pequeño (no más de 43), pocos vendedores residen en un mismo SCU (hasta 3) y con una distribución espacial de SCUs regularmente dispersa (es decir, la mayoría de los SCUs están suficientemente alejados entre sí).

En las instancias donde la cantidad de SCUs se puede considerar como grande (a partir de 93) la métrica $R_{POS}(S_i)$, presenta un alto coeficiente de variabilidad. Esto puede atribuirse a la falta de tiempo en las corridas o al tamaño de las zonas. Además, la diversidad de las soluciones puede deberse también a la heterogeneidad de las zonas respecto a la concentración, dispersión y conectividad entre los SCUs que las conforman.

■ *Conclusiones, recomendaciones y trabajo futuro*

Debido al cambio constante de los mercados actuales, la necesidad de efectuar con periodicidad el rediseño de territorios de venta es evidente. Ya que la integración de esta tarea puede impactar de manera positiva en la planeación estratégica y operativa de cualquier empresa dedicada a la venta y distribución de productos.

Es necesario considerar que las soluciones que se pudiesen obtener a través de métodos exactos o aproximados deben evaluarse con la finalidad de verificar su viabilidad, pues los cambios que se deriven de ellas requieren un tiempo de implantación y culturización de la fuerza de ventas. Además será necesario utilizarlas durante un tiempo razonable para permitir que los vendedores disfruten de los beneficios y ventajas de su nuevo territorio.

Aunque los métodos exactos tienen la ventaja de proporcionar las mejores soluciones, su desventaja radica en que el tiempo requerido para su obtención es grande y difícil de determinar. Esto puede limitar su uso. Por otro lado, no se puede garantizar que las mejores soluciones puedan implementarse en la práctica.

En contraste, las heurísticas pueden llegar a proponer soluciones de calidad similar que las derivadas de los métodos exactos, pero en un menor tiempo, aunque también pueden producir soluciones de calidad más baja, que bien pudiesen ser más fáciles de implementar en la práctica y que ofrecen pequeñas mejoras paulatinas y alcanzables.

Un problema de desempeño presentado por la heurística de dos etapas es la deficiencia encontrada particularmente en una zona, donde hay una alta concentración de vendedores en un SCU de residencia, así como una alta concentración de los SCUs circundantes y la alta conectividad entre éstos. Posiblemente, la razón es que no existe un factor que contribuya significativamente a la mejora de los valores de las funciones objetivo, causando que la heurística converja rápidamente en óptimos locales.

Una característica deseada en el diseño de territorios es la compacidad de éstos, es decir, es deseable que el territorio de un vendedor no se traslape con el de otro debido a razones económicas y administrativas. El modelo propuesto no fue capaz de producir de forma constante zonas compactas a través de la función de distancia total, por lo que es deseable tratar de integrar y garantizar la compacidad, ya sea a través de otras funciones de distancia o algún mecanismo adicional pertinente que pueda desarrollarse en el futuro.

En la medida de lo posible es necesario considerar más instancias, entre las cuales es deseable que existan instancias que cuenten con 44 a 92 y 144 a 617 SCUs. Instancias más diversas permitirán evidenciar o descartar el uso de estadística multivariante en la caracterización de los tiempos de ejecución.

Adicionalmente, se plantea la implementación de diversas metaheurísticas entre las que se contemplan algoritmos evolutivos estándar como el NSGA II y SPEA II con la finalidad de comparar los resultados derivados de éstas.

■ Bibliografía

- Altıparmak, F.; Gen, M.; Lin, L.; Paksoy, T. (2006). "A Genetic Algorithm Approach for Multi-objective Optimization of Supply Chain Networks", *Computers & Industrial Engineering*, vol. 51(1), pp. 197-216.
- Correa, J. G.; Ruvalcaba, M. L.; Olivares-Benítez, E.; Aguilar, J. A. (2010). "Biobjective Model For Redesign Sales Territories", *15th Annual International Conference on Industrial Engineering Theory, Applications & Practice*, México.
- Floyd, R. W. (1962). "Algorithm 97: Shortest Path", *Communications of the ACM* 5 (6): 345.
- Gentile, G.; Tiddi, D. (2009). "Clustering methods for the automatic design of traffic zones", *SIDT International Conference*, Milan, Italia.
- Guía Roji (2010). "Por las Carreteras de México", *Guía Roji S. A. de C. V.*, México.
- Guo, J.; Trinidad, G.; Smith, N. (2000). "MOZART: A multi-objective zoning and aggregation tool", *Proceedings of the Philippine Computing Science Congress (PCSC)*, pp. 197-201.
- Kalcsics, J.; Nickel, S.; Schröder, M. (2005). "Towards a Unified Territory Design Approach – Applications: Algorithms and GIS Integration", *Berichte des Fraunhofer ITWM*, Nr. 71.
- Olivares-Benítez, E. (2007). "Capacited fixed cost facility location problem with transportation choices", *PhD thesis*, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Monterrey, México.
- Ricca, F. (2004). "A multicriteria districting heuristic for the aggregation of zones and its use in computing origin-destination matrices", *INFOR*, vol 42(1), pp. 61-77.
- Ricca, F.; Simeone, B. (2008). "Local search algorithms for political districting", *European Journal of Operational Research*, vol 189 (3), pp. 1409-1426.
- Ríos-Mercado, R.; Fernández, E. (2009). "A reactive GRASP for a commercial territory design problem with multiple balancing requirements", *Computers & Operations Research*, vol 36 (3), pp. 755-776.
- Salazar-Aguilar, A.; Ríos-Mercado, R.; González-Velarde, J. L. (2011a). "A bi-objective programming model for designing compact and balanced territories in commercial districting", *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 19(5), pp. 885-895.
- Salazar-Aguilar, A.; Ríos-Mercado, R.; González-Velarde, J. L. (2011b). "GRASP strategies for a biobjective commercial territory design problem", *Journal of Heuristics*. (DOI: 10.1007/s10732-011-9160-8).

- Secretaría de Comunicaciones y Transportes (2010). Retrieved on October 25, 2010 from <http://www.sct.gob.mx/carreteras/>.
- Smith, N. R.; González-Ramírez, R. G.; Askin, R. G. (2009). "A districting procedure for a pickup and delivery parcel company", *Proceedings of the 2009 Industrial Engineering Research Conference*, Hong kong.
- Shönke, A.; Murali, M. (2008). "Models for Sales Management Decision. Handbook of Marketing Decision Models", *International Series in Operations Research & Management Science*, vol. 121, Part III, pp. 163-210.
- Tavares-Pereira, F.; Figueira, J. R.; Mousseau, V.; Roy, B. (2007). "Multiple criteria districting problems: The public transportation network pricing system of the Paris region", *Annals of Operation Research*, vol. 154, pp. 69-92.
- Wei, B.; Chai, W. (2004). "A multiobjective hybrid metaheuristic approach for GIS-based spatial zone model", *J. Math. Model, Algorithms* vol 3(3), pp. 245-261.
- Zoltners, A. (1979) "A unified approach to sales territory alignment. In: Sales Management: New Developments from Behavioral and Decision Model Research", *Marketing Science Institute*, Cambridge, MA, pp. 360-376.