

# Recuperación de la forma de objetos con patrones de luz estructurada mediante curvas de Bezier

Juan Pablo Guerra Ibarra<sup>1</sup>, Oziel Arellano Arzola<sup>2</sup>, Ana Celia Segundo Sevilla<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Zamora,  
México

<sup>2</sup> Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Zamora,  
México

{juan.gi, oziel\_aa, ana\_ss}@zamora.tecnm.mx

**Resumen.** La recuperación de la forma de los objetos es de suma importancia para poder contar con modelos numéricos, por ejemplo: en la industria para la generación de moldes de piezas, en la salud en construcción de prótesis, en arqueología para la conservación de piezas únicas [24-26]. Un método para recuperar la forma de los objetos, consiste en la proyección de luz estructurada, la cual básicamente consiste en hacer incidir un haz de luz sobre el objeto y medir la distorsión que este sufre, la cual es proporcional a la forma del objeto, que fue capturado a través de una imagen digital [15, 16]. Las imágenes digitales contienen una gran cantidad de información, la cual necesita ser procesada con el objetivo de extraer aquellas zonas relevantes para un determinado fin. En la teoría de métodos numéricos destacan diversas técnicas de interpolación, cuya finalidad es establecer aproximaciones que sean de utilidad en aquello que se desea estudiar o analizar. Una de ellas es Bezier cuyas características geométricas y analíticas de dichos polinomios trae como consecuencia la pertinencia de su empleo. En este trabajo se aplican las áreas de estudio mencionadas en párrafos anteriores con la finalidad de recuperar la forma del objeto sobre el cual incide el haz de luz estructurada, la extracción de puntos de interés usando visión por computadora y aplicando polinomios de Bézier para la obtención de la forma.

**Palabras clave.** Visión por computadora, luz estructurada, reconstrucción de objetos, Bezier.

## Shape Recovery of Objects with Structured Light Patterns using Bezier Curves

**Abstract.** The recovery of the shape of the objects is of utmost importance in order to have numerical models,

for example, in industry for the generation of pieces, in health in prosthesis construction, in archeology for the conservation of the unique pieces [24-26]. A method to recover the shape of objects consists of the projection of structured light, which basically consists of making a beam of light fall on the object and measuring the distortion it suffers, which is proportional to the shape of the object, which was captured through a digital image [15, 16]. Digital images contain a large amount of information, which needs to be processed in order to extract those relevant areas for a specific purpose. In the theory of numerical methods, various interpolation techniques stand out, the purpose of which is to establish approximations that are useful in what you want to study or analyze. One of them is Bezier, whose geometric and analytical characteristics of these polynomials result in the relevance of their use. In this work, the study areas mentioned in previous paragraphs are applied in order to recover the shape of the object on which the structured light beam falls, the extraction of points of interest using computing vision and applying Bezier polynomials to obtain shape.

**Keywords.** Computer vision, structured light, interpolation, Bezier.

## 1. Introducción

En la elaboración de la presente investigación se aplican tres áreas de las ciencias: La visión por computadora que tiene como finalidad la extracción de información por medio de la manipulación de imágenes digitales. Donde una imagen se puede definir como una función de intensidad de luz bidimensional  $f(x, y)$ , donde "x" e "y" indican las coordenadas espaciales y el valor

de  $f$  en cualquier punto  $(x, y)$  es proporcional a la luminosidad de la imagen en dicho punto [3]. Se usarán técnicas de filtrado de orden que están basados en la vecindad de un píxel, así como segmentación basada en un determinado nivel de intensidad [4, 12].

Métodos numéricos aplicando la interpolación la cual es ampliamente utilizada en diversas áreas científicas del saber humano, por ejemplo, en óptica, economía, modelos poblacionales, por citar algunos de ellos. El proceso relacionado con la interpolación está vinculado con la obtención de una función  $f(x)$ , denominada interpolante, la cual usualmente es un polinomio en la variable  $x$ . Dados  $n + 1$  puntos conocidos, el polinomio interpolante en cuestión es de grado  $n$ . Dentro del abanico de posibilidades existentes dentro de las técnicas de interpolación, se utilizarán las curvas de Bezier como polinomio de interpolación [17-22].

Óptica es la rama de la física que estudia las características y propiedades de la luz. Una de las ramas de estudio de esta ciencia es la proyección de luz estructura, la cual consiste en la emisión de patrones de luz mediante un proyector y el registro mediante una cámara digital. El haz de luz experimenta una deformación como consecuencia de su proyección sobre el objeto que se pretende obtener su modelo tridimensional. En particular se usará una rejilla de Ronchi, que a su vez con el estudio y posterior combinación de las tres áreas de conocimiento mencionadas, el potencial para crear modelos 3D a partir de objetos reales con gran fidelidad del mundo real aumenta, lo que permitiría la conservación y difusión de diferentes piezas de gran valor para la humanidad.

## 2. Marco teórico

### 2.1. Visión por computadora

Tiene como objetivo la manipulación de los valores de intensidad de la función  $f(x, y)$ , para la eliminación de ruido producido por la forma de adquisición de la imagen o por ruido ambiental, etc., o del mismo modo resaltar áreas de interés o grupos de píxeles que pertenezcan a la imagen [4, 12].

En el área de estudio de la visión por computadora hay una diversidad amplia de

ecuaciones o algoritmos que permiten preparar la imagen para un determinado fin. Estos son algunos de las técnicas más utilizadas:

- Transformaciones de dominio.
- Suavizado, realzado.
- Extracción de bordes y esquinas.
- Extracción de regiones.
- Descripción de regiones.
- Operaciones morfológicas.

### Suavizado y realzado

Estos tipos de algoritmos o técnicas trabajan de forma directa en el dominio espacial. Dada una imagen  $f(x, y)$ , se tiene como resultado una imagen  $g(x, y)$  suavizada cuya intensidad de cada punto  $(x, y)$  se calcula a partir de la vecindad del punto o pixel  $(x, y)$  incluyendo a este [4, 12].

Este se puede definir de acuerdo a la ecuación 1. Filtro de la media:

$$g(x, y) = \frac{1}{P} \sum_{(m,n) \in S} f(x, y), \quad (1)$$

donde  $S$  es el conjunto de coordenadas de los puntos situados en el entorno de vecindad de  $(x, y)$  incluido el propio  $(x, y)$  y  $P$  es el número total de puntos del entorno de vecindad [4, 12].

Sean  $x_1, x_2, \dots, x_n$  los valores de intensidad de una conjunto de píxeles ordenado de forma creciente y designando  $M$  como la mediana. Se pueden distinguir dos casos en base a la cantidad de valores en la vecindad [4, 12].

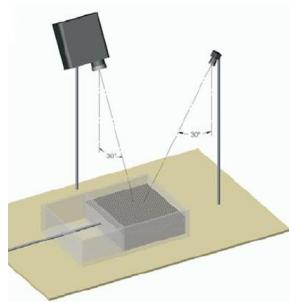
Si  $n$  es impar, la mediana es el valor que ocupa la posición  $\frac{(n+1)}{2}$  una vez que han sido ordenados, por lo la mediana para este caso se determina por la ecuación 2. Filtro de la mediana impar:

$$M = \frac{x_{(n+1)}}{2}. \quad (2)$$

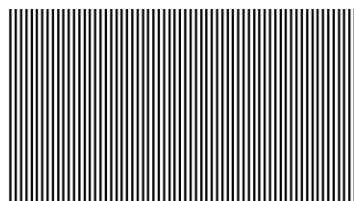
Si  $n$  es par, la mediana es la media aritmética de los valores centrales de acuerdo a la ecuación 3. Filtro de la mediana par:

$$M = \frac{x_{(n+1)} + x_{(n+1)+1}}{2}. \quad (3)$$

En estadística la moda es el valor con mayor de ocurrencia o repeticiones en una colección de datos. La frecuencia de ocurrencia se calcula de acuerdo a la ecuación 4, donde con la ocurrencia calculada para cada uno de los valores de



**Fig. 1.** Armado básico de experimento de luz estructurada



**Fig. 2.** Patrón de Ronchi

intensidad  $f(x, y)$  dentro de la ventana, se toma el mayor de ellos [4, 12]. Ecuación 1 describe frecuencia relativa:

$$frec = \sum f(x, y). \quad (4)$$

### Extracción de regiones

Dentro de las imágenes la unidad mínima es el pixel el cual lo es representado por  $f(x, y)$ , esta unidad puede constituir regiones conectados entre sí o por alguna características que comparten. Dichas regiones pueden marcarse o extraerse con un fin en particular. La binarización es un proceso por el cual se transforma una imagen con diferentes niveles de intensidad en dos o más niveles, dependiendo de cuantas regiones se vaya a resaltar, la Ecuación 5 genera una imagen con dos niveles de distintos de intensidad [4, 12]:

$$g(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{if } (x, y) > T, \\ 1 & \text{if } (x, y) \leq T, \end{cases} \quad (5)$$

donde  $T$  es el umbral que separa las regiones dentro de la imagen. Cuando  $T$  depende solo de  $f(x, y)$ , el umbral se llama global.

Si  $T$  depende de tanto de  $f(x, y)$  y alguna propiedad de este el umbral se denomina local. Si  $T$  depende de las coordenadas espaciales  $x$  e  $y$  se llama umbral dinámico.

### Operaciones morfológicas

La morfología matemática comenzó en la década de los 60. Está basada en la geometría y la forma. El resultado de su aplicación es la simplificación y la conservación de las formas principales de los objetos en la imagen [4, 12].

#### Erosión binaria

Dados dos conjuntos  $A$  y  $B$  de  $\mathbb{Z}^2$  la erosión, se define en la ecuación 6:

$$A \oplus B = \left\{ x \in E^N \mid x = x + b \in A \text{ para todo } b \in B \right\}. \quad (6)$$

### 2.2. Luz estructurada

A la proyección de patrones de luz sobre una escena se le conoce como luz estructurada. Se proyectan patrones de luz sobre objetos que se encuentran en el campo visual de la cámara, los patrones proyectados pueden ser de una o más franjas, en la Figura 1 se observa el armado básico de la proyección de luz estructurada [6, 14-16]. El método de proyección de varias franjas de la Figura 2 tiene la ventaja de que requiere, en algunas técnicas, de una sola imagen para llevar a cabo una reconstrucción adecuada del objeto bajo observación. Cuenta además con la ventaja de que pueden medirse objetos de distintas dimensiones a través de la modificación de la frecuencia de las franjas, con limitantes de la resolución del proyector y la cámara.

### 2.3. Bernstein-Bézier

Es normal en ciencia y tecnología manipular una cantidad amplia de puntos, resultado de la experimentación. Intentar analizar procesos de interpolación con tal cantidad de datos puede conducir al estudio de un polinomio de grado significativo, lo cual vendría acompañado de comportamientos raros o indeseables, ya es conocido el efecto de látigo que tienen éstos para grados altos. Es deseable construir una curva de

interpolación que cumpla con ciertos requerimientos de suavidad y derivabilidad.

Al darle un empleo adecuado a los polinomios se llega al concepto de Curvas de Bézier [1]. Éstas se utilizan como una base para el espacio vectorial de los polinomios de grado menor que  $n$ , los cuales representan una herramienta básica para el objetivo en mente. Ahora, entrando en materia, se propone trabajar en el intervalo  $[0, 1]$  y se fija el valor de  $n$ , para proceder a definir las funciones base del polinomio:

$$\varphi_i(x) = \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i}, 0 \leq i \leq n. \quad (7)$$

Los polinomios  $\varphi_i(x)$  tienen nombre propio, se denominan Polinomios de Bernstein. Para una función continua  $f(x)$  definida en el intervalo  $[0, 1]$ , Bernstein demostró, en 1912, que la sucesión de polinomios:

$$P(x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \varphi_i(x), n \geq 1 \quad (8)$$

converge uniformemente a la función  $f(x)$ , lo cual proporciona una demostración interesante del teorema de aproximación de Weierstrass, el cual es fundamental en análisis numérico (una demostración de este teorema se puede ver en [17]). Los polinomios de Bernstein poseen varias propiedades importantes, se citan dos de ellas:

$$\begin{cases} \varphi_i(x) \geq 0, \\ \sum_{i=0}^n \varphi_i(x) = 1. \end{cases} \quad (9)$$

Cualquier conjunto de funciones que posea estas dos propiedades es llamada partición de la unidad en el intervalo  $[0, 1]$ .

El conjunto de funciones  $\{\varphi_{n0}(x), \varphi_{11}(x), \varphi_{n2}(x), \dots, \varphi_{nn}(x)\}$  es una base para el espacio de polinomios de grado menor que  $n$ , de modo que todo polinomio de grado a lo más  $n$  tiene una representación:

$$\sum_{i=0}^n a_i \varphi_i(x), \quad (10)$$

Si se desea obtener un polinomio que aproxime a los valores de interpolación  $(\frac{i}{n}, y_i)$  para  $i = 0, 1, \dots, n$  se puede utilizar la representación:



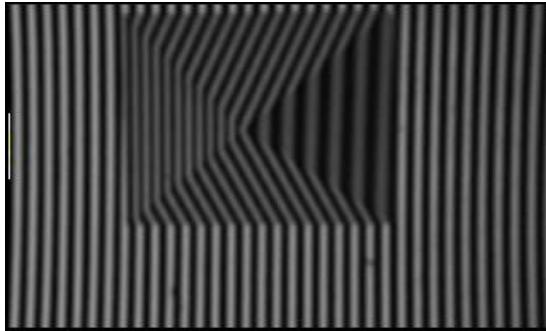
**Fig. 3.** Estructura para la toma de imágenes



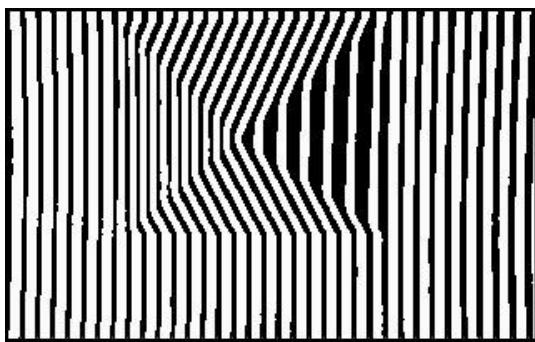
**Fig. 4.** Cámara de adquisición de imágenes de luz estructurada



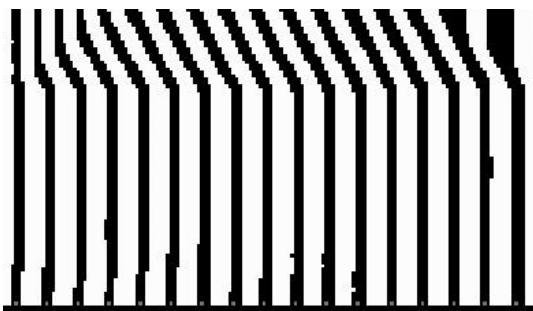
**Fig. 5.** Imagen con proyección de Luz estructurada



**Fig. 6.** Imagen con la aplicación de uno o más filtros



**Fig. 7.** Imagen binarizada



**Fig. 8.** Imagen con los centros de las franjas detectados

$$\sum_{i=0}^n y_i \varphi(x) \quad (11)$$

para comenzar el proceso y realizar los ajustes necesarios a partir de la visualización de la curva resultante. La teoría anterior se puede establecer desde el punto de vista vectorial. Por ejemplo, dados dos puntos en el plano cartesiano  $\vec{P}_0$  y  $\vec{P}_1$ , el segmento de recta que une éstos se

puede representar paramétricamente en la forma usual, donde es un parámetro real el cual toma valores en el intervalo [0,1]:

$$\vec{B}(t) = \vec{P}_0 + (\vec{P}_1 - \vec{P}_0)t. \quad (12)$$

Del mismo modo las curvas cuadráticas de Bézier se estudian y manejan mediante una representación paramétrica. En este caso se trabaja con tres puntos conocidos como  $\vec{P}_0, \vec{P}_1$  y  $\vec{P}_2$  de tal suerte que la expresión paramétrica de utilidad lo muestra la Ecuación 11:

$$\vec{B}(t) = (1 - t^2)\vec{P}_0 + 2t(1 - t) + t^2\vec{P}_2. \quad (13)$$

De paso se dice que los puntos  $\vec{P}_i$ , son llamados puntos de control y éstos son seleccionados bajo algún criterio establecido por el investigador.

Continuando de esta forma se pueden obtener las curvas cúbicas de Bézier, sin embargo, se prefiere abordar aquí la generalización (llamadas curvas Spline) de las curvas de Bézier. La curva de grado  $n$  se obtiene considerando  $n + 1$  puntos,  $\vec{P}_i, 0 \leq i \leq n$ , de modo que:

$$\vec{B}(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \vec{P}_i (1 - t)^{n-i} t^i. \quad (14)$$

Ésta expresión se puede reescribir, empleando los polinomios de Bernstein  $b_{i,n}(t)$ , como:

$$\vec{B}(t) = \sum_{i=0}^n \vec{P}_i b_{i,n}(t). \quad (15)$$

Nuevamente,  $t$  es un parámetro real el cual toma valores en el intervalo [0,1], siendo los polinomios de Bernstein, definidos mediante la expresión:

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} (1 - t)^{n-i} t^i, i = 0, \dots, n. \quad (16)$$

### 3. Desarrollo

#### 3.1. Arreglo óptico

En el experimento de proyección de Luz estructurada se utilizó una rejilla de Ronchi, la cual se observa en la Figura 2, la cual es proyectada haciendo uso de un proyector multimedia marca

DBPOWER T22 HD de 2200 lumens y resolución de 1080p (Figura 3) y la adquisición de imágenes con una cámara Sony DSC-HX400 (Figura 4).

### 3.2. Procesamiento de imágenes

Con el arreglo descrito en la sección 3.1 se obtienen las imágenes para comenzar el procesamiento de las mismas.

El objetivo del procesamiento es poder extraer de las franjas los puntos con los que se parametrizará al algoritmo de las curvas de Bezier para generar la forma del objeto que se encuentra bajo la luz del proyector.

La adquisición de imágenes es afectada por diversos factores, tales como la iluminación ambiental, polvo en el aire, suciedad en la lente de la cámara etc. Para solucionar la parte de las imperfecciones de las imágenes se programaron los algoritmos descritos en la sección 2.1, los cuales se pueden aplicar según el tipo de error que tenga la imagen a procesar.

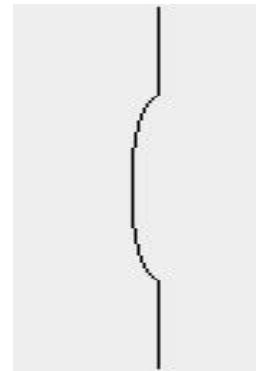
Para iniciar el proceso de recuperación de la forma es necesario cargar los datos de una imagen para procesarla como lo muestra la Figura 5.

Aplicando diferentes filtros de la sección 2.1 se puede lograr marcar o definir más las fronteras de las diferentes franjas dentro del patrón con la finalidad de poder segmentar de una mejor forma las franjas como lo muestra la Figura 6, aplicando las Ecuaciones 1-4.

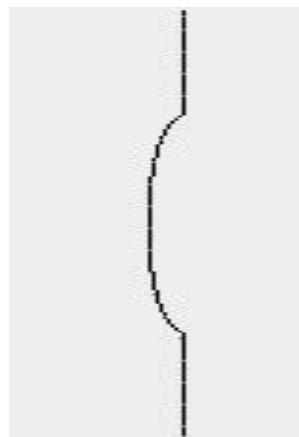
Con una imagen con niveles de gris controlados en ciertos valores es factible poder pasar una imagen con varios niveles de gris a otra con solamente dos, como lo muestra la Figura 7, aplicando la ecuación 5.

Con imágenes similares a la Figura 7, el siguiente paso es identificar y separar cada una de las franjas en el patrón, para posteriormente extraer los puntos con los que se parametriza el algoritmo de interpolación.

El proceso de separación de las diferentes franjas que conforman el patrón comienza con la realización de un barrido buscando el inicio de cada una de las franjas, para su posterior seguimiento y generación de imágenes individuales, como lo muestra la Figura 8.



**Fig. 9.** Imagen con franja erosionada



**Fig. 10.** Imagen con puntos detectados sobre la línea



**Fig. 11.** Imagen con puntos marcados sobre la línea 2

Con imágenes como la de la Figura 8 de base es posible la separación y selección de franjas que se procesarán para el algoritmo de Bezier.

Con franjas individuales se procede a realizar una erosión de la franja aplicando la ecuación 6 de la sección de 2.1 lo que genera resultados que se muestran en la figura 9.

Ya con una franja erosionada a un pixel de ancho, es posible seccionar  $n$  puntos sobre ella, los cuales tienen dos finalidades, la primera identificar las franjas que interesan procesar y segunda alimentar el algoritmo de interpolación, como lo muestra la Figura 10.

Para la identificación de franjas se calcula la pendiente entre el punto  $n$  y el punto  $n + 1$  y así sucesivamente con los puntos sobre la franja. Al finalizar los cálculos de las pendientes si todas son indeterminadas, esto indica que esa franja en particular no toca el objeto, como lo muestra la figura 11, en caso contrario, deben existir por lo menos dos pendientes que sea posible su cálculo, como lo muestra Figura 11.

### 3.3. Interpolación

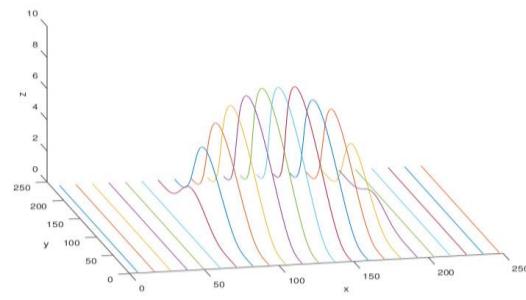
Para llevar a cabo la interpolación se utilizan las curvas de Bézier descritas en el apartado 2.3 en específico la ecuación 13.

En la sección 3.2 se describe el proceso para determinar que franjas alimentarán de forma iterada el algoritmo de las curvas de Bézier, así como la forma de determinar los puntos que servirán de parámetros para trazar las diferentes franjas.

En las figuras 12 y 13 se pueden observar la reconstrucción de las figuras 14 y 15 respectivamente.

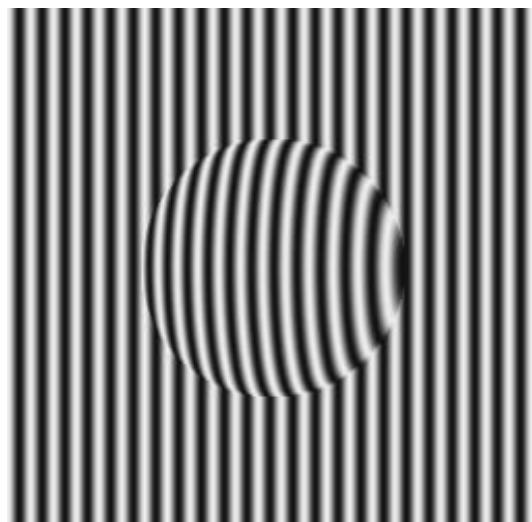
## 4. Resultados

Se muestra en las Figuras 13 y 14 que es posible la recuperación del objeto que se encuentra bajo el patrón de luz estructurada. del mismo modo que es factible discriminar entre las franjas de que tocan el objeto de las que no, en la figura 14 se muestran únicamente las que tocan el objeto, mientras que en la 13 se muestra el patrón completo.



**Fig. 12.** Reconstrucción de la figura 14

**Fig. 13.** Reconstrucción de la figura 15



**Fig. 14.** Semi esfera



**Fig. 15.** Prisma de base rectangular

De forma cualitativa en las pruebas realizadas sobre los objetos se observó que las curvas de Bézier describen de una mejor forma objetos de formas redondeadas de los que tienen formas agudas.

Una limitante del sistema presentado es la alineación del eje Y es indispensable que esté alineado con el eje de proyección del proyector esto con el de poder llevar acabo selección de las franjas.

## 5. Conclusiones

La continuación del trabajo se trabajará en las siguientes áreas:

- Refinar las técnicas de visión por computadora usadas con la finalidad de aumentar la eficiencia de estas.
- Estudiar e implementar técnicas para trabajar en el dominio de la frecuencia como lo es la transformada de Fourier lo que permitirá otro tipo de filtros como el pasa altos y pasa bajos.
- Cuantificar el error del modelo generado usando la distancia euclíadiana, esta sería tomada entre el punto control  $n$  y el más cercano del modelo.

## Referencias

1. Farin, G. (2014). Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design. Computer Science and Scientific.
2. Hasimoto-Beltrán, R. Khokhar, A.A. (2006). Ocultamiento de Errores Espacial Mediante Curvas de Bezier. Computación y Sistemas, Vol. 9, No. 3, pp. 256–269.
3. Elsevier. (1993). Computation Academic Press, Inc., New York, NY.
4. Pajares, G., de la Cruz García, J.M. (2008). Visión por computador. Alfaomega Ra-Ma, pp. 1–3.
5. Lin, C., He, H., Guo, H., Chen, M., Shi, X., Yu, T. (2005). Fringe projection measurement system in reverse engineering. Journal of Shanghai University, Vol. 9, No. 2, pp. 153–158.
6. Horn, B.K.P. (1970). Shape from shading: a method for obtaining the shape of a smooth opaque object from one view. Ph. D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass.
7. Muñoz-Rodríguez, J.A., Asundi A., Rodríguez-Vera, R. (2005). Recognition of a light pattern by Hu moments for 3-D reconstruction of a rotated object. Science direct. Optics & Laser Technology, Vol. 37. No. 2, pp. 131–138. DOI: 10.1016/j.optlastec. 2004.02.019.
8. Joenathan, C., Khorana, B.M. (1992). Phase measurement by differenting Interferometric Fringes. Journal of Modern Optics, Vol. 39, No. 10, pp. 2075–2087. DOI: 10.1080/09500349214552111.
9. Chen, L., Huang, C. (2005). Miniaturized 3D surface profilometer using digital fringe projection. Measurement Science and Technology, Vol. 16, No. 5, pp. 1061–1068.
10. Costa, M.F.M. (1996). Surface inspection by optical triangulation method. Optical Engineering, Vol. 35, No. 9, pp. 2743–2747. DOI: 10.1117/1.600840.
11. Kouchi, M., Mochimaru, M. (2001). Development of a low cost foot-scanner for a custom shoe making system. 5th ISB Footwear Biomechanics, pp. 58–59.
12. Ortiz, M.M. (2013). Procesamiento Digital de Imágenes. Alfaomega & RA-MA, Vol. 10, No. 21
13. Quiroga, J.A., Gómez-Pedrero, J.A., García-Botella, A. (2001). Algorithm for fringe pattern normalization, Optics Communications Vol. 197, No. 1, pp. 43–51. DOI: 10.1016/S0030-4018(01)01440-7.
14. Siva Gorthi, S., Rastogi, P. (2009) Fringe Projection Techniques: Whither we are? Optics and Lasers in Engineering. Vol. 48, No. 2, pp. 133–140.
15. Vazquez, M., Cuevas, F.J. (2014). A 3D Facial Recognition System using Structured Light Projection International Conference on Hybrid Artificial Intelligence Systems, pp. 241–253.
16. Xiao, G., Ong, S.H., Foong, K.W.C. (2005). Efficient partial surface registration for 3D objects, Computer Vision and Image Understanding, Vol. 99, No. 2, pp. 271–274. DOI: 10.1016/j.cviu.2004.10.001.
17. Bartle, R.G. (1976). Elements of Real Analysis. New York: John Wiley and Sons.
18. Biswas, S., Lovell, B.C. (2008). Bézier and Splines in Image Processing and Machine Vision. London: Springer-Verlag.
19. Burden, R.L., Faires, J.D. (1985). Análisis Numérico. Grupo Editorial Iberoamérica.
20. Chapra, S.C., Canale, R.P. (1988). Métodos Numéricos para Ingenieros. McGraw-Hill.

- 21.** Hoffman, J.D. (1992). Numerical Methods for Engineers and Scientists. McGraw-Hill.
- 22.** Kincaid, D., Cheney, W. (2011). Métodos numéricos y computación. Cengage Learning.
- 23.** Ecured (2017). [https://www.ecured.cu/Pendiente\\_de\\_una\\_recta](https://www.ecured.cu/Pendiente_de_una_recta)
- 24.** Awang, N., Wirza-Rahmat, R. (2017). Reconstruction of smooth surface by using cubic bezier triangular patch in GUI. Malaysian Journal of Industrial Technology, Vol. 2, No. 1, pp. 61–68.
- 25.** Bajaj, C.L., Bernardini, F. (2016). Automatic Reconstruction of Surfaces and Scalar Fields from 3D Scans. Department of Computer Sciences Purdue University, pp. 109–118. <http://www.cs.purdue.edu/research/shastrashasta.html>.
- 26.** Foroozandeh, A. (2012). 3D Reconstruction Using Cubic Bezier Spline Curves and Active Contours. Iranian Journal of Medical Physics, Vol. 9, No. 3, pp. 169–176.
- 27.** Huang, Q., Huang, Y., Hu, W., Li, X. (2015). Bezier Interpolation for 3-D Freehand Ultrasound. IEEE Transactions on Human-Machine Systems, Vol. 45, No. 3 pp. 385–392. DOI: 10.1109/THMS.2014.2374551.
- 28.** Li, Z., Ma, L., Tan, W., Zhao, M. (2006). Reconstruction from contour lines based on bicubic Bézier spline surface. Journal of Zhejiang University Science, Vol. 7, pp. 1241–1246. DOI: 10.1631/jzus.2006.A1241.
- 29.** Wang, Y., Chen, Y., Liu, J., Tang, X. (2009). 3D Reconstruction of Curved Objects from Single 2D Line Drawings. IEEE, pp. 1834–1841. DOI: 10.1109/CVPR.2009.5206841.

*Article received on 03/04/2019; accepted on 26/10/2020.*

*Corresponding author is Juan Pablo Guerra Ibarra.*