

NOTA TECNICA

MODELOS PARA LA ESTIMACIÓN DEL ÍNDICE DE SITIO PARA *Pinus durangensis* Martínez EN SAN DIMAS, DURANGO

Juan Antonio López Hernández¹ y Arturo Gerardo Valles Gándara¹

RESUMEN

El índice de sitio es el método más utilizado en México y en otras partes del mundo para estimar la productividad de los terrenos forestales, ya que es una expresión numérica fácil de entender y es independiente de la densidad. El objetivo del presente estudio fue ajustar un grupo de modelos para predecir el índice de sitio de *Pinus durangensis* con datos derivados de una remediación de sitios permanentes establecidos en un bosque natural en el Ejido Vencedores en San Dimas, Durango. Se probaron 13 modelos matemáticos ajustados con el procedimiento de mínimos cuadrados, de los cuales 10 son lineales y tres no lineales; los lineales fueron: logarítmicos, cuadráticos y un modelo combinado, en tanto para los no lineales se trabajó con la función Chapman-Richards, la de Schumacher y el modelo Weibull. Se seleccionaron los mejores modelos de acuerdo al grado de ajuste o Pseudo R^2 , la prueba de "F", el cuadrado medio del error (CME), la prueba de hipótesis de los estimadores y el signo del parámetro. Se encontró que el modelo que mejor estima el índice de sitio fue el modelo logarítmico 6 ($\ln[E/H] = \beta_0 + \beta_1[1/E]$), pues dio los valores más altos: en la prueba de R^2 de los residuales fue de 0.7419; el de CME fue de 0.01608 y un valor en la prueba de "F" de 221.304.

Palabras clave: Función Chapman-Richards, Función Schumacher, índice de sitio, modelo logarítmico, modelo Weibull, *Pinus durangensis*.

Fecha de recepción: 20 de junio de 2005.

Fecha de aceptación: 30 de abril de 2009.

¹ Campo Experimental Valle del Guadiana, Centro de Investigación Regional Norte Centro, INIFAP.
Correo-e: lopez.juanantonio@inifap.gob.mx

ABSTRACT

Site index is the most commonly used method in Mexico and in several countries to estimate the productivity of forest lands, since it is a numerical expression easy to understand and density-free. The objective of this work was to adjust model groups to predict the site index of *Pinus durangensis* from data of a the remeasurement of 12 permanent plots settled in a natural forest in the Ejido Vencedores at San Dimas, Durango. Thirteen mathematical models were adjusted through the mean square procedure, ten of which are linear and three non-linear. Were adjusted three groups of models of linear simple regression, logarithmic, quadratic and a mixed model. In regard to the three non-linear, the Chapman-Richards and Schumacher functions as well as the Weibull model were tested. The best models were selected according to the degree of adjustment or Pseudo R^2 , the F test, the mean square error (MSE), the test of hypothesis of the estimators and the sign of the parameter. Results show that provided the best site index estimation was the logarithmic 6 ($\ln[E/H] = \beta_0 + \beta_1[1/E]$) since it revealed the highest values for the residual R^2 test, which was 0.7419; MSE was 0.01608 and 221.304 in the F test.

Key words: Chapman-Richards function, Schumacher function, site index, logarithmic model, Weibull model, *Pinus durangensis*.

Los modelos matemáticos son una de las herramientas analíticas más utilizadas en la actualidad para la generación de conocimientos en el área del crecimiento y producción de masas forestales ya que, a través de fórmulas matemáticas, se representan los procesos biológicos que ocurren a nivel de árbol individual y del rodal completo (Mendoza, 1983 citado por Alemán, 2001). Un modelo de predicción de índice de sitio es un sistema para proporcionar descripciones cuantitativas del desarrollo del rodal en un cierto intervalo o tiempo determinado y bajo algunas condiciones y tratamientos silvícolas específicos; ejemplos de tales estudios están consignados en Clutter *et al.* (1983), Bojorges (1990), Aguilar y Aguilar (1991), Benavides (1991), Valles (1994), Dimas (1996), Monroy (1996), Alemán (2001), García (1997) y Borders *et al.* (1984 citado por Quiñones, 1995). Para el conocimiento de la productividad forestal es necesario contar con herramientas que ayuden a predecir el crecimiento de los bosques. Sin embargo, el crecimiento es afectado por una gran cantidad de factores, muchos de los cuales son difíciles de medir y más complejo aún, determinar.

El objetivo del estudio fue evaluar 13 modelos matemáticos para la predicción del índice de sitio con información de sitios permanentes para la estimación precisa del potencial de producción de los bosques de *Pinus durangensis* Martínez en el Municipio de San Dimas, Durango, donde se ubicó el sitio experimental en

la zona boscosa del Ejido Vencedores en el paraje denominado Mesa Verde. El Ejido se localiza al oeste de la ciudad de Durango, a una distancia aproximada de 197 km. Respecto a los puntos siguientes se describen de acuerdo con Soto (1990) y Valenzuela (2000).

El Ejido Vencedores está ubicado en la provincia de la Sierra Madre Occidental, en la sub-provincia de las mesetas y cañadas del sur. Su sistema de topoforma es de sierra con laderas definidas u onduladas. Se definen tres tipos de formas: accidentada, ondulada y plana, las cuales están presentes en el predio a razón de 40% accidentada; 20 - 39% ondulada y 0 - 19% plana (Figura 1).

LOCALIZACION DEL AREA DE ESTUDIO

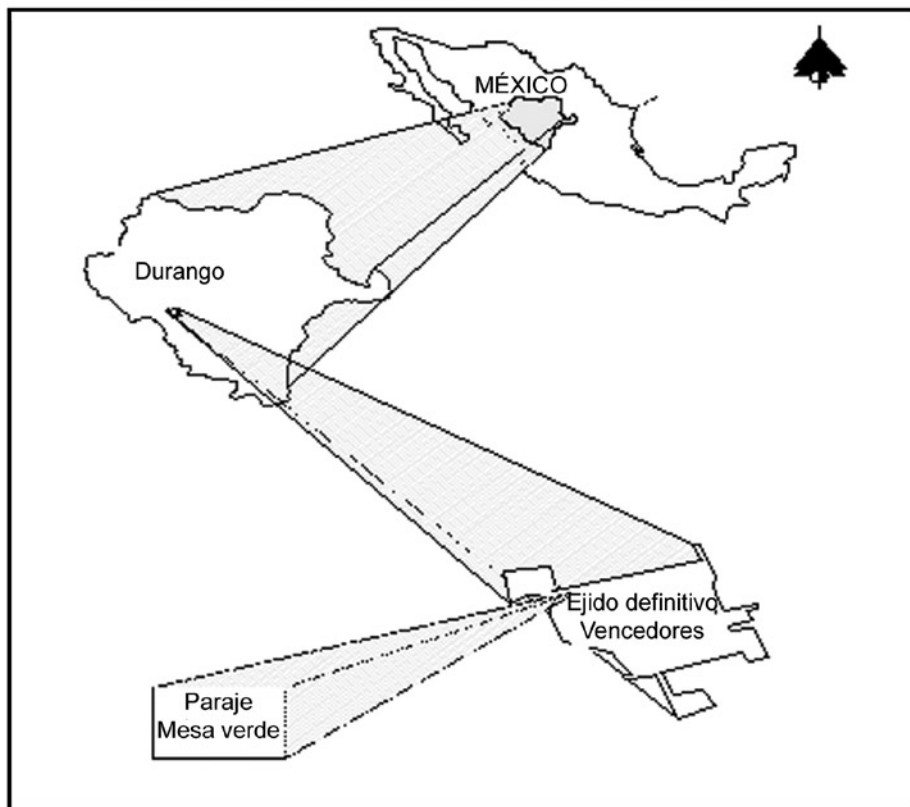


Figura 1. Localización del área de estudio en el Paraje Mesa Verde del Ejido Vencedores, Municipio de San Dimas, Dgo.

Pinus durangensis es un árbol de 20 a 40 m de altura y hasta 90 cm o más de diámetro. Fascículos de vaina persistentes con acículas en grupos de seis como cifra predominante, medianamente gruesas de 10 a 23 cm de largo, de color verde amarillento; conos ovoides o cónico ovoides, se presentan en pares o en grupos de tres, miden de 7 a 9 cm de largo y tienen un color moreno rojizo. Las escamas con umbo dorsal, tienen apófisis levantada, algo reflejada y subpiramidal, la cúspide saliente y provista de una espinita corta y delgada, semillas con ala, se le localiza principalmente en altitudes de 2,500 a 2,800 m; se asocia con *Pinus cooperi* Blanco, *P. teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham., *P. cooperi* var. *ornelasi* Martínez, *P. herrerae* Martínez y *P. leiophylla* Schiede & Deppe, entre otros (Valenzuela, 2000).

El lugar de estudio fue establecido en 1998, bajo una red de sitios permanentes y como parte de un proyecto financiado por el Sistema de Investigación Regional Francisco Villa del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (SIVILLA-CONACYT). Fue delimitado por personal del Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP) y la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 4 "La Victoria-Miravalles" (UCODEFO No. 4), mediante una planeación estratégica en la que se consideran aspectos sobre las condiciones ecológicas en que habitan las especies forestales, su distribución, las especies dominantes más frecuentes, los tipos de exposición y las condiciones topográficas, así como las distintas clases de desarrollo de la especie en estudio. El sitio experimental comprende 12 parcelas permanentes de investigación silvícola (SPIS). Los sitios son circulares de 2,000 m² con una parcela central de 17.84 m y una franja de protección de 7.39 m. La delimitación se realizó físicamente donde se anillaron los árboles límites con pintura blanca, se colocó una estaca metálica en el punto central del sitio y una de madera en cada punto (N, S, E, W).

Para organizar la toma de datos, cada uno de los sitios se dividió en cuatro cuadrantes numerados en el sentido de las manecillas del reloj. Todos los árboles y tocones por sitio y cuadrante con un diámetro mayor de 7.5 cm también se numeraron, con un número metálico en la parte inferior del tocón. La ubicación se realizó de manera precisa en fotografías aéreas propiedad de la UCODEFO 4. El registro de la información se basó en la metodología de Sitios Permanentes de Investigación Silvícola (SPIS) aplicada por el INIFAP en trabajos previos y los formatos para la toma de datos fueron diseñados para registrar en cada árbol 21 variables: cuadrante, número progresivo, clave, especie, diámetro normal, diámetro tocón, altura total, altura del fuste, edad, corteza, vigor, sanidad, posición, forma, proyección copa noreste, proyección copa sur-este, proyección copa sur-oeste, proyección copa noroeste, tipo, incremento y tiempo de paso.

Con la finalidad de evaluar los modelos para la predicción del índice de sitio se utilizaron las bases de datos correspondientes a la medición de 1998. De las 21 variables se usaron ocho que son: sitio, número progresivo, cuadrante, clave, especie, altura, edad y sanidad de los árboles dominantes y codominantes de cada sitio-cuadrante. De esta forma se integró la base de datos definitiva para establecer la relación altura-edad la cual estuvo conformada por 78 árboles. Una vez que se integró la base de datos se almacenó en el Sistema de Análisis Estadístico (SAS) para su manejo estadístico.

Con el propósito de depurar los datos atípicos, en la Figura 2 se ilustra la base de datos final para lo cual se realizó un análisis gráfico en la que se observa que es adecuada para ajustar modelos de índice de sitio para *Pinus durangensis*, ya que la línea de tendencia presenta una marcada normalidad de los datos para estimarlo.

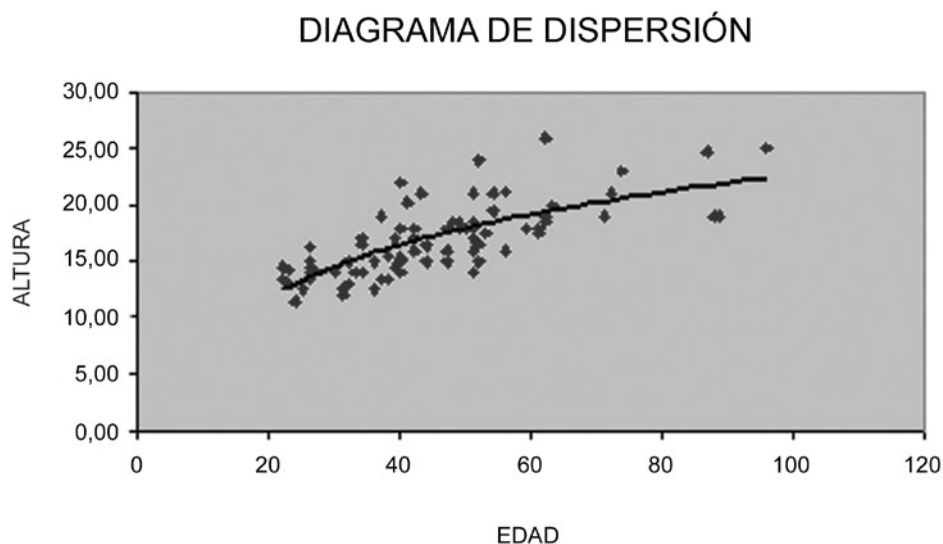


Figura 2. Diagrama de dispersión de la relación altura-edad para el ajuste de modelos matemáticos para estimar índice de sitio para *Pinus durangensis*.

En el Cuadro 1 se ordena la forma de los 10 modelos matemáticos lineales probados para predecir el índice de sitio en *Pinus durangensis*, que fueron ajustados mediante el paquete estadístico SAS a través del Método de Cuadrados Mínimos.

Cuadro 1. Modelos matemáticos lineales evaluados para predecir el índice de sitio en *Pinus durangensis*.

| Modelo | Forma de la ecuación |
|---|----------------------|
| $H = \beta_0 + \beta_1 E$ | (1) Lineal |
| $H/E = \beta_0 + \beta_1 E$ | (2) Lineal |
| $E/H = \beta_0 + \beta_1 E$ | (3) Lineal |
| $\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 (1/E)$ | (4) Logarítmico |
| $\ln(H/E) = \beta_0 + \beta_1 (1/E)$ | (5) Logarítmico |
| $\ln(E/H) = \beta_0 + \beta_1 (1/E)$ | (6) Logarítmico |
| $H = \beta_0 + \beta_1 (E^2)$ | (7) Cuadrático |
| $H/E = \beta_0 + \beta_1 (E^2)$ | (8) Cuadrático |
| $E/H = \beta_0 + \beta_1 (E^2)$ | (9) Cuadrático |
| $\log H = \beta_0 + \beta_1 (\log E \times \log E^2)$ | (10) Combinado |

H = Altura; E = Edad; β_0 β_1 = Parámetros a ser estimados.

En el Cuadro 2 se muestra la forma de los tres modelos matemáticos no lineales probados para predecir el índice de sitio para *Pinus durangensis*, mismos que fueron ajustados mediante el procedimiento NLIN del paquete estadístico SAS, mediante el método DUD.

Cuadro 2. Modelos matemáticos no lineales evaluados para predecir el índice de sitio en *Pinus durangensis*.

| Modelo | Forma de la ecuación |
|--|-----------------------|
| $H = \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 E)}] \beta^2$ | (11) Chapman-Richards |
| $H = \beta_0 e^{(-\beta_1 E)}$ | (12) Schumacher |
| $H = \beta_0 e^{(-\beta_1 E \beta^2)}$ | (13) Weibull |

Los 13 modelos propuestos para evaluar la predicción del índice de sitio en *Pinus durangensis* fueron seleccionados con base en otras investigaciones realizadas para predecirlo, los cuales han mostrado una estimación satisfactoria, como por ejemplo Aguilar y Aguilar (1991), Benavides (1991), Valles (1994), Quiñones (1995) y Monroy (1996).

En el Cuadro 3 se sintetizan las estadísticas más relevantes de los 10 modelos lineales evaluados en este estudio para predecir el índice de sitio.

Cuadro 3. Estadísticas relevantes en el ajuste de 10 modelos lineales de índice de sitio en *Pinus durangensis*.

| Modelo | R ² | CME | F |
|--------|----------------|---------|---------|
| 1* | 0.5386 | 4.80700 | 89.871 |
| 2 | 0.6542 | 0.00353 | 145.667 |
| 3* | 0.7481 | 0.11123 | 228.721 |
| 4 | 0.5224 | 0.01628 | 84.209 |
| 5* | 0.7419 | 0.01608 | 221.304 |
| 6 | 0.7419 | 0.01608 | 221.304 |
| 7* | 0.4847 | 5.36838 | 72.421 |
| 8 | 0.5304 | 0.00480 | 86.967 |
| 9* | 0.6863 | 0.13856 | 168.429 |
| 10* | 0.5621 | 0.01512 | 48.769 |

Del conjunto de modelos se indica (*) que seis de ellos muestran el signo incorrecto (+) en su parámetro β_1 (edad); esto es una clara evidencia de que la variable independiente (edad) no tiene un comportamiento real de lo que es la biología del crecimiento y en este caso, en la predicción de la altura para aquellos árboles dominantes, codominantes y sanos.

De los cuatro modelos restantes y con el signo correcto en su parámetro β_1 (edad), los estadísticos permiten deducir que el modelo 2 lineal, el modelo 8 cuadrático y los modelos 4 y 6 logarítmicos son los más adecuados. Con relación al grado de ajuste de los modelos mediante el estadístico R², el cual advierte poca variación con respecto a los modelos 4 y 8 con R² = 0.5224 y R² = 0.5304, ambos

fueron superados por la ecuación lineal del modelo 2 con un $R^2 = 0.6542$. Sin embargo, de los cuatro mejores modelos la función logarítmica tipo Schumacher (modelo 6) es superior a todos los demás puesto que presenta el mayor grado de ajuste con un $R^2 = 0.7419$.

Lo anterior se corrobora al observar la prueba de F en dichos modelos, ya que arrojaron valores de 145.6, 86.9, 84.2 y 221.3, respectivamente y puesto que dicho estadístico es un parámetro que determina el grado de confiabilidad en un modelo de regresión, se acepta que el modelo 6 muestra un grado de ajuste superior a los otros tres modelos.

De acuerdo a las pruebas de ajuste practicadas y los resultados encontrados, se asume que el modelo 6 muestra un grado de explicación satisfactorio, dado que explican 74% de la variación del crecimiento en altura en función de la edad para aquellos árboles dominantes y codominantes de *Pinus durangensis*. Además, esta misma prueba indica la primera ruta sobre cuales modelos pueden contribuir mejor a la predicción del índice de sitio, respecto al modelo 6 que fue el que arrojó el mayor ajuste ($R^2 = 0.7419$) con relación a los modelos investigados.

Resultados similares se han encontrado para este modelo en los estudios de índice de sitio de Gale y Grigal (1987), Valles (1994), Monroy (1996), Pérez (1997) y Alemán (2001). Su habilidad predictiva del modelo tipo Schumacher se debe a que es una función de tipo logarítmico y con un comportamiento no necesariamente potencial, sino con un cambio mucho más ajustado en la pendiente a una curva de tipo sigmoideal, razón por la cual se aproxima más al fenómeno estudiado.

En el Cuadro 4 se presenta lo obtenido en relación al grado de ajuste de los tres modelos no lineales mediante el coeficiente de determinación R^2 . Estos modelos fueron ajustados mediante el procedimiento NLIN del Sistema de Análisis Estadístico (SAS) a través del Método DUD. De acuerdo a la prueba de bondad de ajuste para los modelos y los valores indicados anteriormente, se asume un grado de variabilidad no muy eficiente con valores de $R^2 = 0.54$, 0.51 y 0.56 , correspondiendo el mayor valor para el modelo 13 Weibull, el cual explica en 56% la variación en el crecimiento en altura. Sin embargo, falta juzgar la exactitud de los modelos, con base a la eficiencia de los estimadores CME y prueba de F.

Cuadro 4. Estadísticas relevantes del análisis de varianza para los tres modelos no lineales de índice de sitio para *Pinus durangensis*.

| Modelo | R ² | CME | F |
|---------------------|----------------|----------|---------|
| 11 Chapman-Richards | 0.54 | 4.788267 | 1587.38 |
| 12 Schumacher | 0.51 | 5.045857 | 2257.08 |
| 13 Weibull | 0.56 | 4.431208 | 2049.84 |

Se aprecia una diferencia considerable en la varianza en dichos modelos, mostrando la menor del modelo Weibull con CME = 4.431208 seguido por el de Chapman-Richards, CME = 4.788267 y por último el modelo tipo Schumacher con CME = 5.045857. Sin embargo, al analizar los valores de F se observa que no corresponden al comportamiento anterior, lo que se puede deber a la poca eficiencia de los propios modelos, dado que se advirtió una dificultad muy fuerte para su convergencia en los trabajos de ajuste matemático.

Se resumen los estadísticos de los parámetros para los modelos no lineales los cuales indican la tendencia con respecto a la ordenada al origen, y la pendiente de las curvas de ajuste y la forma de distribución en los datos originales. Para estos modelos no lineales es importante hacer un análisis del parámetro β_1 dado que define la proyección de la curva de ajuste en el diagrama de dispersión original además de que β_0 marca la tendencia de desplazamiento de la curva de ajuste. Una manera más exacta para decidir sobre el mejor modelo no lineal de índice de sitio, es a través del coeficiente de variación (CV) del parámetro.

Este CV es la prueba más clara para seleccionar de entre los tres el mejor modelo de índice de sitio. En relación con dicho estimador en los modelos no lineales en el Cuadro 5 se sintetizan sus valores propios de CV de cada estimador. De acuerdo a los parámetros analizados de las tres funciones. El modelo Schumacher presenta un coeficiente de variación para $\beta_0 = 4.53$ y $\beta_1 = 10.40$ evidenciando un intervalo de variación considerable en β_1 , superando a los otros dos modelos. Lo anterior se corrobora con lo encontrado por Benavides (1991), el cual indica que el modelo Schumacher inicialmente se desarrolló para relacionar el volumen con la edad; sin embargo, el principal supuesto en que se basa el modelo, es que el crecimiento poblacional varía de forma inversa con la edad, una vez que alcanza dicho punto.

Cuadro 5. Coeficientes de variación de los parámetros en el ajuste de tres modelos no lineales en *Pinus durangensis*.

| Modelo | β_0 (CV) | β_1 (CV) | β_2 (CV) |
|---------------------|----------------|----------------|----------------|
| 11 Chapman-Richards | 14.6 | 71.7 | 46.1 |
| 12 Schumacher | 0.53 | 10.40 | |
| 13 Weibull | 19.2 | 66.9 | 32.6 |

Al realizar una comparación entre el modelo de Chapman-Richards y el modelo Weibull destaca que aunque el primero tiene una menor variación en la ordenada al origen con un valor en su parámetro β_0 con CV = 14.6, sus parámetros β_1 β_2 no son estimadores eficientes con CV = 71.7 y 46.1, lo mismo para el modelo Weibull donde sólo sus estimadores son ligeramente mejores al modelo de Chapman-Richards (CV = 66.9 y 32.6); sin embargo, sus parámetros siguen siendo ineficientes para predecir el índice de sitio. Con relación a lo indicado y quizás por la naturaleza de la información, ya que los datos provienen de bosques manejados, se presume que algunos árboles dominantes, codominantes y sanos, fueron extraídos y es quizás la razón principal por lo cual, la eficiencia del estimador β_1 no es muy buena para el modelo Schumacher. Lo encontrado aquí concuerda con lo indicado por Quiñones (1995), Pérez (1997) y Alemán (2001). Ellos realizaron un estudio para generar y ajustar curvas de índice de sitio en el que se concluye que el modelo de Schumacher es el que mejor se adecuó para la construcción de estas curvas.

Los modelos ajustados con procedimientos de cuadrados mínimos ordinarios son los que muestran la mayor habilidad predictiva, ya que su comportamiento no es necesariamente potencial y se ajusta más a la relación logarítmica.

Se concluye que los modelos no lineales no presentan un mejor ajuste al fenómeno bajo estudio; aún más, sus parámetros estadísticos β_n no fueron estimadores eficientes puesto que se apreció una dificultad muy fuerte para su convergencia en los trabajos de ajuste matemático. El modelo de Schumacher ajustado con cuadrados mínimos no lineales es el mejor en contraste a las funciones matemáticas de Chapman-Richards y el modelo Weibull puesto que muestra los menores coeficientes de variación en sus parámetros.

De acuerdo a las pruebas de estadísticas practicadas al grupo de modelos de regresión, en este estudio se concluye que el mejor modelo para predecir el índice

de sitio en *Pinus durangensis* es el modelo 4 logarítmico, el cual constituye una herramienta útil para estimar el potencial del sitio en los bosques bajo manejo en el Ejido Vencedores.

REFERENCIAS

- Alemán V., R. 2001. Evaluación de la calidad de sitio para cuatro especies de pino en el P. P. Sierra del Nayar, municipio de Durango. Tesis de Licenciatura. Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED). Escuela de Ciencias Forestales. Durango, Dgo. México. 80 p.
- Aguilar, R. M. y S. D. Aguilar 1991. Determinación de la "calidad de estación" en los bosques de la Comunidad Indígena de Nuevo San Juan Parangaricutiro, Michoacán. Rev. Cien. For. en Méx. 16(69): 35-57.
- Benavides S., J. D. 1991. Índices de sitio para estimar la calidad de sitio en bosques de coníferas. Rev. Cien. For. en Méx. 16(69): 3-34.
- Bojorges S., J. D. 1990. Índice de sitio para oyamel (*Abies religiosa* (H.B.K.) Schl. et Cham.) en Zoquiapan, México. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. México. 57 p.
- Clutter, J. L., J. C. Fortson, L. V. Pienaar, H. G. Briester and R. L. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY. USA. 333 p.
- Dimas M., J. F. 1996. Producción y crecimiento de los bosques. In: Memoria del VIII seminario de actualización. Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED), Escuela de Ciencias Forestales. Durango, Dgo. México. pp. 1-25.
- Gale, M. R. and D. F. Grigal. 1987. Performance of a soil productivity index model used to predict site quality and production. In: Proceedings of the IUFRO Forest Growth Modelling and Prediction Conference. Minneapolis, MN. USA. pp. 24-28.
- García V., M. 1997. Crecimiento y producción de los bosques. In: Memoria del VII seminario de actualización. Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED). Escuela de Ciencias Forestales. Durango, Dgo. México. pp. 1-25.
- Monroy R., C. 1996. Índice de sitio para *Pinus patula* Schl. et Cham. en la región de Huayacocotla, estado de Veracruz. Rev. Cien. For. en Méx. 21 (80):57-77.
- Pérez S., M. E. 1997. Evaluación de la calidad de sitio para *Pinus durangensis* y *Pinus teocote*, en el ejido la Cañita, Municipio de San Dimas, Dgo. Tesis de Licenciatura. Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED). Escuela de Ciencias Forestales. Durango, Dgo. México. 82 p.
- Quiñones Ch., A. 1995. Evaluación de la calidad de sitio y del efecto de la densidad en bosques del Estado de Durango. Tesis de Maestría. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. México. 133 p.

- Soto, F. 1990. Programa de manejo forestal para el Ejido Definitivo Vencedores Municipio de San Dimas, Dgo. UCODEFO No. 4 "La Victoria-Miravalles". Durango, Dgo. México. pp. 5-35.
- Valenzuela F., A. 2000. Reclasificación de los pinos del grupo *Ponderosae* en el Estado de Durango. Tesis de Licenciatura. Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED). Escuela de Ciencias Forestales. Durango, Dgo. México. 63 p.
- Valles G., A. G. 1994. Evaluación de índices de competencia para predecir el crecimiento de árboles individuales de *Pinus cooperi* en San Miguel de Cruces Dgo. Tesis de Maestría en Ciencias. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Edo. de Méx. México. 98 p.
- Valles G., A. G., F. Islas G. 2002. Sistemas de ecuaciones de simulador del crecimiento maderable para la región de San Dimas, Durango. Publicación Especial No. 14 CEVAG-INIFAP. SAGARPA. Durango, Dgo. México. 55 p.