

# PREDICCIÓN ANALÍTICA DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE PILAS DE CONCRETO CON DISTINTOS NIVELES DE RESTRICCIÓN EN LA CABEZA

Luciano Roberto Fernández Sola<sup>1</sup>; Gadiel Martínez Galindo<sup>2</sup>.

## RESUMEN

Se presenta un estudio acerca de la variación de los momentos flexionantes en pilas y pilotes de concreto debidos a la interacción cinemática suelo estructura, cuando se someten a la incidencia de un movimiento sísmico, considerando distintos niveles de restricción al giro en la cabeza. En primer término es presentado un análisis paramétrico acerca de la rigidez rotacional necesaria para considerar que el elemento de cimentación se encuentra con cabeza empotrada y se propone una ecuación para determinarla, basada en las propiedades mecánicas de los materiales y la geometría de la pila o pilote. Posteriormente, se explora cómo varía la distribución y magnitud de los momentos flexionantes cuando la cabeza de la pila o pilote está parcialmente restringida, mostrando que existe una relación directa entre el momento que se desarrolla en la cabeza y el nivel de restricción al giro de la misma. Por último, es comparada la respuesta numérica de una pila sometida ante la acción de un sismo con los resultados obtenidos de las expresiones propuestas.

**Palabras clave:** Interacción cinemática, restricción en la cabeza, elementos mecánicos, interacción dinámica suelo estructura.

## ABSTRACT

A parametric study about the distribution of flexural moments in concrete piles produced by kinematic interaction, due to seismic excitation is presented. In the study different levels of the pile head rotational restriction are considered. First, a parametric analysis of the rotational stiffness needed to produce a fixed head condition in the pile is developed. An equation to define this stiffness is proposed. In second place, the variation of the distribution and magnitude of flexural moment considering partially rotation at pile head is studied. It is shown that pile head moment keeps a relation with the restriction level. Finally, a comparison between numerical transient pile response and the proposed equations is presented.

**Keywords:** Kinematic interaction, restriction in the head, mechanical elements, dynamic interaction, soil structure.

## RESUMO

Apresentamos um estudo a respeito da variação dos momentos flexionais em pilhas e pilotis de concreto devidos à interação cinemática solo estrutura, quando se submetem à incidência de um movimento sísmico, considerando diferentes níveis de restrição ao giro na cabeça. Apresentamos em primeiro lugar uma análise paramétrica a respeito da rigidez rotacional necessária para considerar que o elemento de cimentação se encontra com a cabeça embutida e propomos uma equação para determiná-la, baseada nas propriedades mecânicas dos materiais e da geometria da pilha ou pilote. Posteriormente, explora-se como varia a distribuição e magnitude dos momentos flexionais quando a cabeça da pilha ou pilote está parcialmente restringida, mostrando que existe uma relação direta entre o momento que se desenvolve na cabeça e o nível de restrição ao giro da mesma. Por último, compara-se a resposta numérica de uma pilha submetida ante a ação de um sismo com os resultados obtidos das expressões propostas.

**Palavras chave:** Interação cinemática, restrição na cabeça, elementos mecânicos, interação dinâmica, estrutura do solo.

<sup>1</sup> Profesor e Investigador de la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Departamento de Materiales.

<sup>2</sup> Ayudante en la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Departamento de Materiales.

## INTRODUCCIÓN

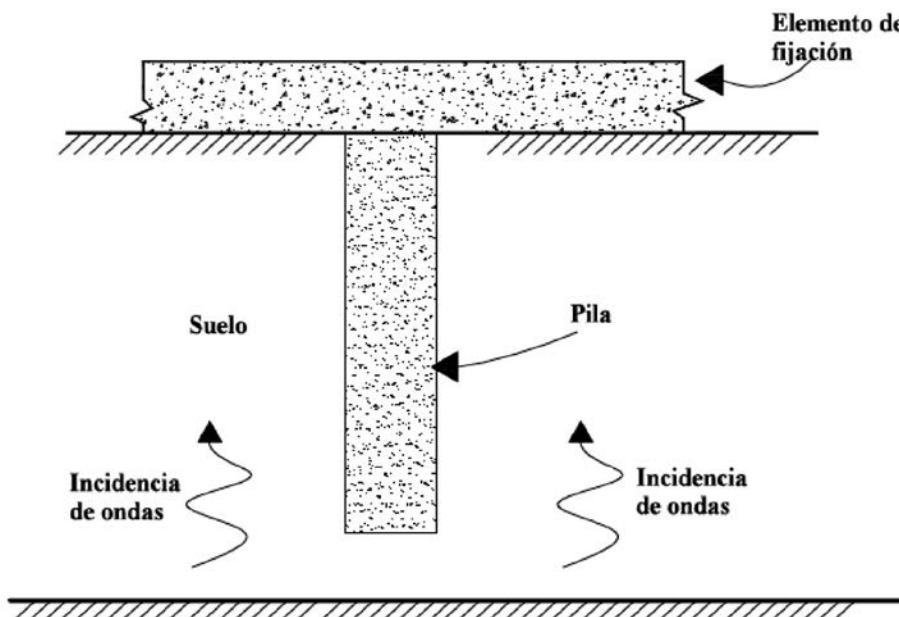
El diseño y análisis de la respuesta estructural de los elementos de cimentación requieren de conocimientos, tanto de la respuesta y propiedades del suelo, como del comportamiento del material del que esté construida la cimentación. Las acciones a las que estará sujeta la cimentación dependen por un lado, de la respuesta de la superestructura; sin embargo, también dependen ampliamente de la respuesta del depósito de suelo y de la relación que existe entre la rigidez de éste y de la pila, sobre todo en condiciones dinámicas. Por otra parte, una vez determinadas las acciones a las cuales estará sometido el elemento estructural, debe dimensionarse de acuerdo a los criterios de resistencia del material del que esté constituido.

Este proceso generalmente se desarrolla por separado ya que rara vez es considerada la influencia que tienen las características del elemento de cimentación en la respuesta tanto de la superestructura como del propio terreno. Desde la década de los cincuenta se reconoció la influencia que tiene en la respuesta dinámica de la superestructura las propiedades del suelo de desplante (Housner, 1957) introduciendo la Interacción Dinámica Suelo Estructura (IDSE) en el análisis de edificios.

Actualmente, un gran número de reglamentos en el mundo (ASCE 2010; Eurocódigo, 1998; RCDF-04, MDOC-CFE, 08) consideran la influencia de la IDSE casi exclusivamente en el cambio de propiedades dinámicas de la superestructura y en algunos casos, en la modificación del movimiento al que estará sujeta la edificación debido a la presencia de la cimentación, definidos como interacción inercial y cinemática respectivamente (Whitman y Bielak, 1980).

En cuanto a la práctica actual del análisis y diseño estructural de cimentaciones ante acciones sísmicas, suelen considerarse como acciones de diseño, exclusivamente las descargas que produce la superestructura sobre la cimentación debido a su respuesta dinámica, considerando en algunos casos la influencia de la IDSE en la modificación de la respuesta estructural. Esta práctica podría considerarse adecuada para el análisis de cimentaciones superficiales, en donde efectivamente las acciones a las que estarán sujetas, dependen casi exclusivamente de las descargas de la superestructura debidas a la respuesta dinámica de ésta.

Por otro lado, cuando se trata de cimentaciones profundas (pilas o pilotes), además de considerar las acciones que introducirá la superestructura en la cabeza de dichos elementos, es necesario considerar las solicitudes dinámicas producto del paso de las ondas sísmicas a través del elemento de cimentación. Estas acciones se pueden asociar con la cinemática del fenómeno de interacción, ya que son producto exclusivamente de la necesidad del elemento de cimentación de acoplar el campo de desplazamientos que se produce en el suelo debido a la incidencia de las ondas elásticas mediante las cuales se propaga el sismo (Fig. 1).



**Fig. 1:** Esquema del problema de interacción cinemática suelo-estructura.

Este fenómeno ha sido observado experimentalmente en pilas (Mizuno 1987; Tazoh *et al.* 1987; Luo y Murono, 2001) y estudiado analíticamente por varios autores con distintas metodologías (Milonakis 2001; Tabesh y Poulos, 2001; Nikolau, *et al.* 2001; Luo, *et al.* 2002, Poulos, 2007, Dezi, *et al.* 2010, Fernández-Sola *et al.*, 2012) haciendo evidente la necesidad de incluir los elementos mecánicos producidos por la interacción cinemática en el diseño estructural de cimentaciones profundas. De hecho, en el análisis de estructuras enterradas (túneles, tuberías, etc.) los procedimientos de análisis para determinar las acciones de diseño están basados en el concepto de evaluar el campo de desplazamientos que se presenta en la vecindad de la estructura y determinar los elementos mecánicos que se desarrollarán debidos únicamente al diferencial de movimiento (Newmark 1968; Kuesel 1969; Zeevaert 1983; St John *et al.*, 1987; Wang, 1993, Hashash *et al.*, 2001).

Las distribuciones de los elementos mecánicos en cimentaciones profundas que se producen debido tanto a las descargas de la superestructura como al paso de ondas sísmicas son completamente diferentes en términos cualitativos y cuantitativos (Fernández-Sola *et al.*, 2012b).

En las Normas Técnicas Complementarias para diseño de Cimentaciones del RCDF (NTC-Cimentaciones, 2004) se menciona sobre las acciones de diseño lo siguiente: “La distribución de esfuerzos de contacto podrá determinarse para las diferentes combinaciones de solicitudes a corto y largo plazos, con base en simplificaciones e hipótesis conservadoras o mediante estudios explícitos de interacción suelo–estructura”.

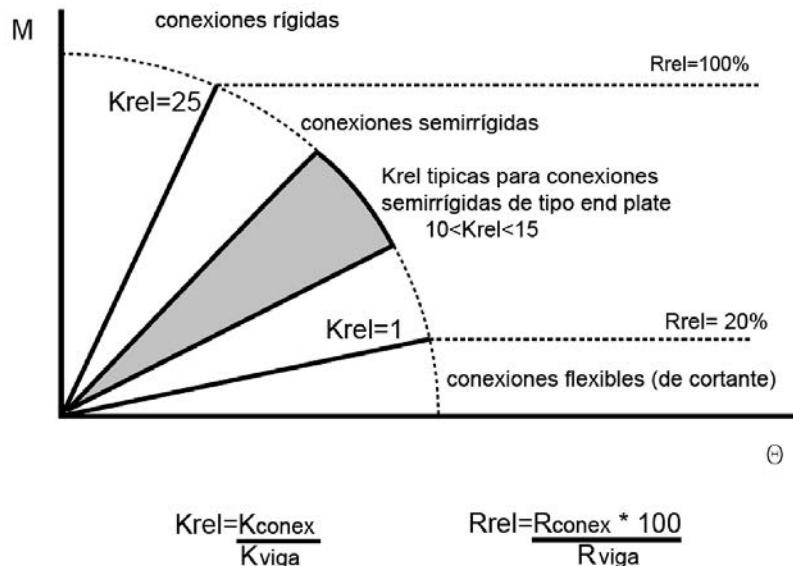
En general, las presiones de contacto a las que se hace referencia en el párrafo citado son las causadas por las descargas de la superestructura; sin embargo, también deberían de incluirse las solicitudes debidas a la interacción cinemática en el caso de cimentaciones profundas, como ya se ha mencionado. El hecho de que las NTC-Cimentaciones (NTC-Cimentaciones 2004) se refieren primordialmente a las descargas que genera la superestructura queda claro en un párrafo posterior en el que se menciona que: “Los pilotes y sus conexiones se diseñarán para poder soportar los esfuerzos resultantes de las acciones verticales y horizontales consideradas en el diseño de la cimentación y los que se presenten durante el proceso de transporte, izaje e hinca. Los pilotes deberán poder soportar estructuralmente la carga que corresponde a su capacidad de carga última con factor de resistencia unitario”. De esta manera, es claro que en el diseño convencional de cimentaciones profundas se suele considerar exclusivamente las descargas de la superestructura, ignorando los posibles esfuerzos producidos por la interacción cinemática.

Otro punto que merece atención es la condición de apoyo de la cabeza de las pilas o pilotes. Por lo general, se considera que la cabeza de los elementos de cimentación está perfectamente empotrada (cabeza fija); lo que significa que la restricción al giro es total. En estudios previos ha quedado demostrado que la respuesta de pilas o pilotes con cabeza empotrada es distinta a la respuesta de aquellos elementos en los cuales la cabeza puede moverse libremente, sin ninguna restricción (cabeza libre) (Nikolau *et al.*, 2001; Dezi *et al.*, 2010; Fernández-Sola *et al.*, 2012a).

La restricción en la cabeza en realidad se encuentra en un punto medio entre el empotramiento perfecto y la condición de cabeza libre. Del estudio de las conexiones viga columna en estructuras de acero es sabido que el nivel de restricción al giro del extremo de un elemento depende de la rigidez relativa del elemento a analizar (ya sea una viga o una pila), respecto al elemento que la confina en su cabeza (ya sea una columna, conexión o una zapata, losa, contratrabe, etc.). El AISC (2005) clasifica las conexiones entre rígidas, en las cuales se puede considerar que la viga está perfectamente empotrada; semirrígidas, en las cuales el giro del extremo de las vigas se considera parcialmente restringido; y flexibles, en las cuales el giro no está restringido (Fig. 2).

Para el caso de pilas y pilotes de concreto, no existen recomendaciones acerca de la relación mínima que debe existir entre la rigidez del elemento confinante respecto a la rigidez del elemento de cimentación, para considerar si la pila se encuentra empotrada en su cabeza o no.

En cuanto al dimensionamiento estructural de las pilas o pilotes de concreto reforzado las NTC-Cimentaciones (NTC-Cimentaciones 2004) comentan lo siguiente: “Los pilotes de concreto deberán cumplir con lo estipulado en el Reglamento y en sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto.”, normas en las cuales no existe comentario alguno acerca de las condiciones y tipos de acciones que deben de tomarse en cuenta (NTC-Concreto, 2004). Por lo anterior, es claro que se necesita mejorar la práctica en el análisis y diseño de cimentaciones profundas de concreto reforzado, para tomar en cuenta, aunque sea de manera aproximada en primera instancia, los efectos comentados previamente.



**Fig. 2:** Clasificación de las conexiones según el ASCE, tomado de Cruz-Mendoza (2011).

### DEFINICIÓN DE LA RIGIDEZ DE EMPOTRAMIENTO

Como ya se dijo, el nivel de restricción al giro en la cabeza de la pila o pilote depende de la relación entre la rigidez a flexión de ésta y la rigidez a flexión del elemento que la restringe, por lo que en primera instancia se debe definir el nivel de rigidez necesario para considerar si los elementos de cimentación están perfectamente empotados o no.

El modelo numérico que se utilizó para este trabajo es el presentado por Fernández-Sola *et al.* (2012a). Éste es un modelo basado en elementos de frontera el cuál puede considerar explícitamente distintos niveles de restricción al giro en la cabeza por medio de un resorte rotacional. El modelo trabaja indistintamente, tanto con pilas como con pilotes, por lo que cuando se refiera a pilas de aquí en adelante se debe entender que se está refiriendo a pilas y pilotes por igual. Por su parte, los parámetros que controlan la rigidez a flexión del sistema suelo-pila los siguientes:

- La relación de esbeltez de la pila ( $L/r$ ).
- La relación entre la velocidad de propagación de ondas de cortante del suelo y el concreto ( $V_s/V_0$ ).
- La relación entre las relaciones de Poisson del suelo y el concreto ( $v_s, v_0$ )
- La relación entre las densidades de masa del suelo y el concreto ( $\rho_s/\rho_0$ )
- El nivel de amortiguamiento crítico tanto del suelo como del concreto ( $\zeta_s, \zeta_0$ )

Los valores considerados para las propiedades mecánicas del concreto en este trabajo se presentan en la Tabla 1. Se realizó un análisis paramétrico considerando los valores presentados en las tablas 2 y 3. Para todos los casos se consideró la relación  $\rho_s/\rho_0 = 0.75$ , y un amortiguamiento del suelo de  $\zeta_s = 0.05$ .

**Tabla 1. Parámetros del concreto de las pilas**

$$V_0 = 2,000 \text{ m / s}$$

$$v_0 = 0.3$$

$$\rho_0 = 2.0 \text{ kg / m}^3$$

$$\zeta_0 = 0.03$$

**Tabla 2. Rango de valores de los parámetros considerados para los grupos A, B y C**

<b>Grupo</b>	<b>Caso</b>	<b>L/r</b>	$\rho_s/\rho_0$	$V_s/V_0$
A	1	10	0.75	0.025
	2			0.035
	3			0.045
	4			0.050
	5			0.100
	6			0.150
	7			0.200
	8			0.250
B	1	20	0.75	0.025
	2			0.035
	3			0.045
	4			0.050
	5			0.100
	6			0.150
	7			0.200
	8			0.250
C	1	30	0.75	0.025
	2			0.035
	3			0.045
	4			0.050
	5			0.100
	6			0.150
	7			0.200
	8			0.250

Para determinar la rigidez en la cual la pila puede considerarse empotrada en la cabeza ( $K_0$ ), se define el valor para el cual la respuesta de la pila ya no se modifica para valores de rigidez de la conexión ( $K_c$ ) mayores. Como ya se señaló, para el caso de las conexiones en estructuras de acero se suele utilizar la relación entre la rigidez de la conexión y la rigidez del elemento a conectar para analizar si dicha conexión puede clasificarse como rígida, semi-rígida o flexible. Si esta relación es mayor que 20 se puede decir que la conexión es rígida, por lo que la rotación en el extremo de la viga se encuentra completamente restringida.

Siguiendo la misma idea, se definió como rigidez relativa a la relación entre la rigidez rotacional de la conexión respecto a los parámetros que definen la rigidez a flexión de la pila ( $K_{re}$ ), de donde la relación entre la rigidez de empotramiento y la rigidez relativa queda expresada mediante la ecuación 1, de la misma manera que lo define el AISC (2005).

$$K_{re} = \frac{K_c}{\frac{EI}{L}} \quad (1)$$

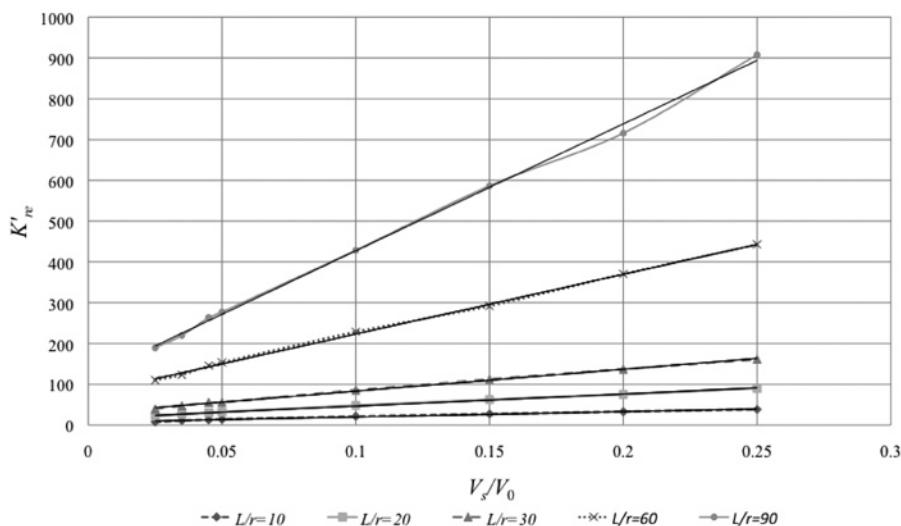
Para vigas de acero, en los manuales ASD y LRFD del AISC (AISC 2005) se define a las conexiones como rígidas cuando  $K_{re} > 20$ . En general, para el caso de estructuras de concreto, se supone que la conexión entre la viga y la columna siempre es rígida, debido a que en la mayoría de los casos existen conexiones coladas monolíticamente. Cuando se trata

**Tabla 3. Rango de valores de los parámetros considerados para los grupos D y E**

<b>Grupo</b>	<b>Caso</b>	<b><math>L/r</math></b>	$\rho_s/\rho_0$	$V_s/V_0$
D	1	60	0.75	0.025
	2			0.035
	3			0.045
	4			0.050
	5			0.100
	6			0.150
	7			0.200
	8			0.250
E	1	90	0.75	0.025
	2			0.035
	3			0.045
	4			0.050
	5			0.100
	6			0.150
	7			0.200
	8			0.250

de pilas, sobre todo de aquellas de gran diámetro, es posible que la rigidez rotacional de la conexión dada por la rigidez rotacional del elemento confinante (zapata, losa, contrarabe, etc.) no sea suficiente para restringir completamente el giro de la cabeza de la pila, ya que al tener ésta una rigidez a flexión alta debido a sus grandes dimensiones, el valor de la rigidez necesaria de la conexión para mantenerla empotrada debe ser también de gran magnitud.

Una vez definidos los valores de rigidez rotacional para los cuales la pila puede considerarse empotrada ( $K_0$ ), se calculan los valores de  $K_{re}$  utilizando  $K_C = K_0$  para todos los casos estudiados. A este valor de la rigidez relativa de empotramiento se define como  $K^l_{re}$ . Los resultados se presentan en las Tablas 4 y 5. Como ya se ha dicho, para el

**Fig. 3:** Variación de  $K^l_{re}$  respecto a  $v_s/v_0$  para los grupos A, B, C, D y E.

caso de vigas de acero, el AISC define un valor para  $K_{re}^I$  constante de 20, independientemente el tipo de viga. Es claro que los valores de  $K_{re}^I$  para pilas no son constantes; de hecho, tienen una clara dependencia tanto con la relación de esbeltez de la pila como con la relación de velocidades de onda de cortante del suelo y el concreto.

En la Fig. 3 se muestra la variación de  $K_{re}^I$  respecto a  $V_s/V_0$  para los distintos grupos de pruebas que corresponden a distintas relaciones de esbeltez. Es claro que a medida que la pila es más esbelta, el valor de  $K_{re}^I$  es mayor, lo cuál indica que la relación entre la rigidez de la conexión para considerar la pila empotrada y la rigidez a flexión de la pila debe ser más grande a medida que la pila es más esbelta. Por otra parte, también se observa en la Fig. 3 que a medida que la relación  $V_s/V_0$  se vuelve más grande, lo que significa que el suelo es más rígido, el valor de  $K_{re}^I$  se vuelve también mayor.

Este comportamiento se puede explicar mediante el concepto de longitud activa de la pila. Las pilas, al ser elementos que están confinados lateralmente por el terreno, cuando son sometidos a fuerzas laterales en la cabeza son susceptibles a flexionarse sólo en un porcentaje de su longitud, el cual depende del contraste de rigideces que existe entre el propio elemento y el suelo que lo confina. El concepto de longitud activa es ampliamente utilizado en el diseño de pilas ante cargas aplicadas en la cabeza, ya que se considera que solamente la porción respectiva de la longitud activa va a desarrollar elementos mecánicos. La longitud activa de una pila puede calcularse mediante la ecuación 2 (Nikolau *et al.*, 2001):

$$L_a \approx 3.0 \left( \frac{E_\theta}{E_s} \right)^{1/4} r \quad (2)$$

**Tabla 4. Valores de  $K_{re}^I$  para los grupos A, B y C**

Grupo	Caso	$K_{re}^I$
A	1	7.74
	2	11.07
	3	13.01
	4	14.10
	5	21.48
	6	27.16
	7	32.73
	8	38.15
B	1	21.91
	2	26.51
	3	30.03
	4	32.04
	5	48.23
	6	62.46
	7	75.25
	8	89.97
C	1	39.40
	2	47.26
	3	55.34
	4	56.07
	5	85.35
	6	112.14
	7	137.05
	8	161.15

**Tabla 5. Valores de  $K'_{re}$  para los grupos D y E**

<b>Grupo</b>	<b>Caso</b>	<b><math>K'_{re}</math></b>
D	1	110.10
	2	122.98
	3	145.93
	4	153.50
	5	228.65
	6	291.86
	7	370.22
	8	442.74
E	1	189.40
	2	219.90
	3	263.46
	4	277.22
	5	428.62
	6	586.56
	7	715.67
	8	907.70

Dividiendo ambos términos de la ecuación entre la longitud total de la pila  $L$  se puede encontrar una expresión para determinar que porcentaje de la pila es susceptible a flexionarse, como se muestra en la Ecuación 3.

$$\frac{L_a}{L} \approx 3.0 \left( \frac{E_0}{E_s} \right)^{1/4} \frac{1}{\frac{L}{r}} \quad (3)$$

Al observar la Ecuación 3 surgen dos tendencias claras. La primera es que a medida que la pila es más esbelta (valores de  $L/r$  más grandes), el porcentaje de la pila que es susceptible a flexionarse es menor. Esto implica que en realidad la rigidez a flexión del elemento es mayor que la que se considera si se toma en cuenta la longitud total de la pila. Se puede decir entonces que si se utiliza la longitud total del elemento se está considerando una rigidez a flexión reducida, por lo que la relación entre la rigidez de la conexión que empotra al elemento y esta rigidez reducida se ve incrementada.

Por otro lado, algo similar sucede con la relación de  $V_s/V_0$ . La velocidad de ondas de cortante es una medida de la rigidez de los materiales, y es directamente proporcional al módulo de elasticidad  $E$ . A medida que  $V_s/V_0$  se vuelve más grande, significa que la relación  $E_0/E_s$  se vuelve más pequeña, y a su vez la longitud activa de la pila también. Nuevamente, la rigidez "real" a flexión de la pila es mayor que la rigidez calculada considerando la longitud total de la misma.

Otro fenómeno que puede impactar la rigidez a flexión de la pila es la condición de apoyo de la punta de la misma. Es bien sabido del análisis estructural, que la rigidez a flexión de un elemento depende tanto de las propiedades mecánicas del material y de las propiedades geométricas de la sección transversal como de las condiciones de apoyo del mismo. Para una viga doblemente empotrada la rigidez a flexión se define como  $4EI/L$ , mientras que para vigas con un apoyo empotrado y uno articulado la rigidez a flexión se reduce a  $3EI/L$ . En el caso de las pilas de cimentación, la condición de apoyo de su punta no es ni empotrada ni articulada, sino que depende de la rigidez del suelo en el que se desplanta y el diámetro de la misma, por lo que la rigidez a flexión también se ve afectada tanto por la dimensiones como por las propiedades del suelo de desplante.

De la Fig. 3 se puede observar que es posible realizar un ajuste lineal de la relación de  $K'_{re}$  con  $V_s/V_0$ , para cada uno de los grupos de prueba. Las ecuaciones correspondientes a estos ajustes se presentan en la Tabla 6. Las expresiones de esta tabla tienen una forma paramétrica correspondiente a la de una línea recta, que puede ser expresada mediante la ecuación 5.

$$K'_{re} = m \left( \frac{V_s}{V_0} \right) + b \quad (5)$$

**Tabla 6. Ecuaciones de los ajustes lineales para los valores de  $K'_{re}$**

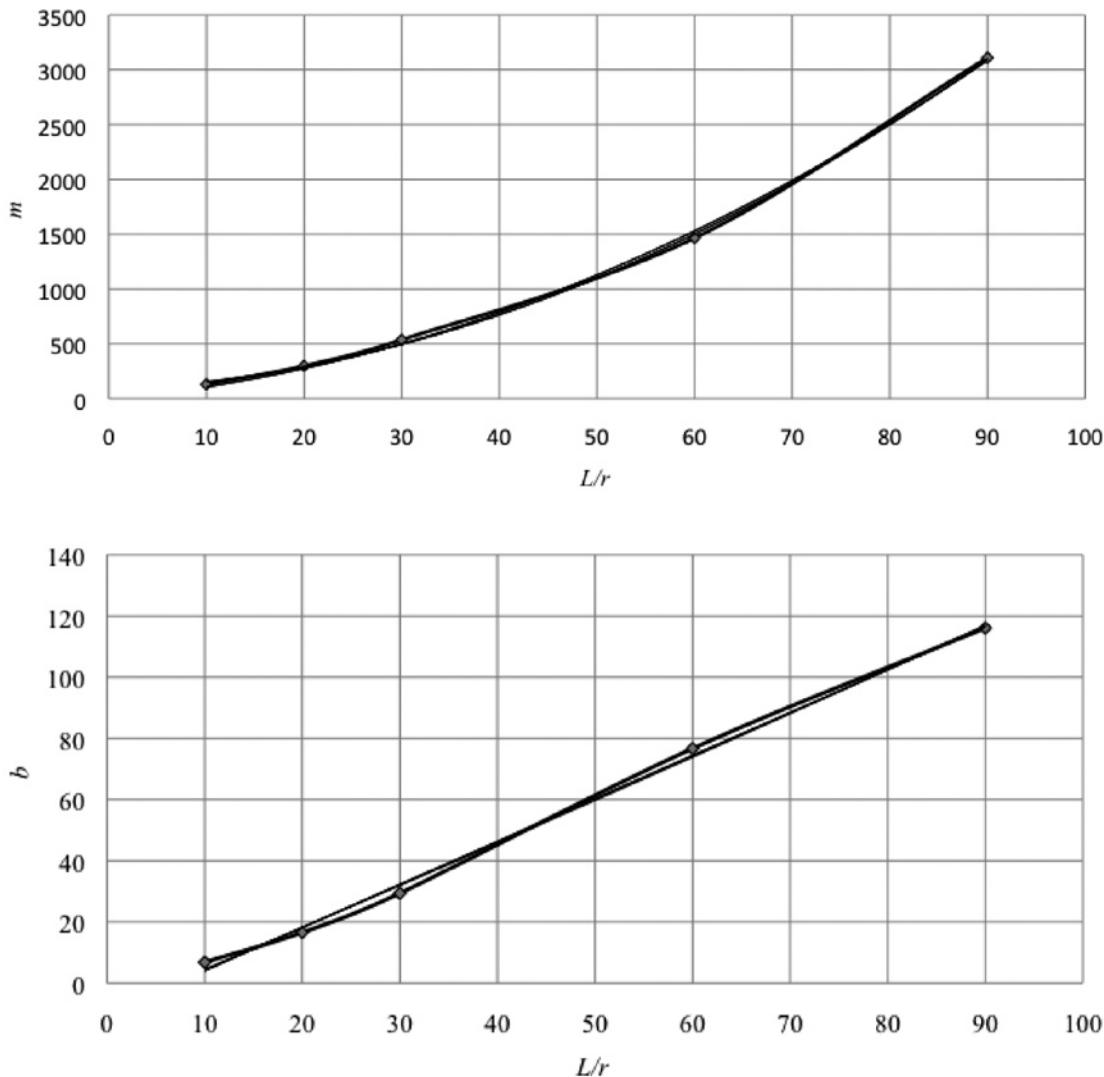
Grupo	$L/r$	$K'_{re}$
A	10	$K'_{re} = 129.90 \left( \frac{V_s}{V_0} \right) + 6.80$
B	20	$K'_{re} = 129.30 \left( \frac{V_s}{V_0} \right) + 15.52$
C	30	$K'_{re} = 536.80 \left( \frac{V_s}{V_0} \right) + 29.34$
D	60	$K'_{re} = 1,465.00 \left( \frac{V_s}{V_0} \right) + 76.67$
E	90	$K'_{re} = 3,110.00 \left( \frac{V_s}{V_0} \right) + 116.10$

En la Fig. 4 se muestra la variación de la pendiente de las rectas correspondientes a cada grupo de pruebas ( $m$ ) y el valor de la ordenada al origen ( $b$ ) respecto a  $L/r$ . De aquí se puede observar que existe una tendencia clara de la variación de ambos parámetros respecto a la relación de esbeltez. Si nuevamente se realiza un ajuste, ahora con un polinomio de segundo grado para el caso de la pendiente y uno lineal para la ordenada al origen, se pueden expresar estas variaciones mediante las Ecuaciones 6 y 7

$$m = 0.3 \left( \frac{L}{r} \right)^2 + 7.9 \left( \frac{L}{r} \right) \quad (6)$$

$$b = 1.4 \left( \frac{L}{r} \right) - 10 \quad (7)$$

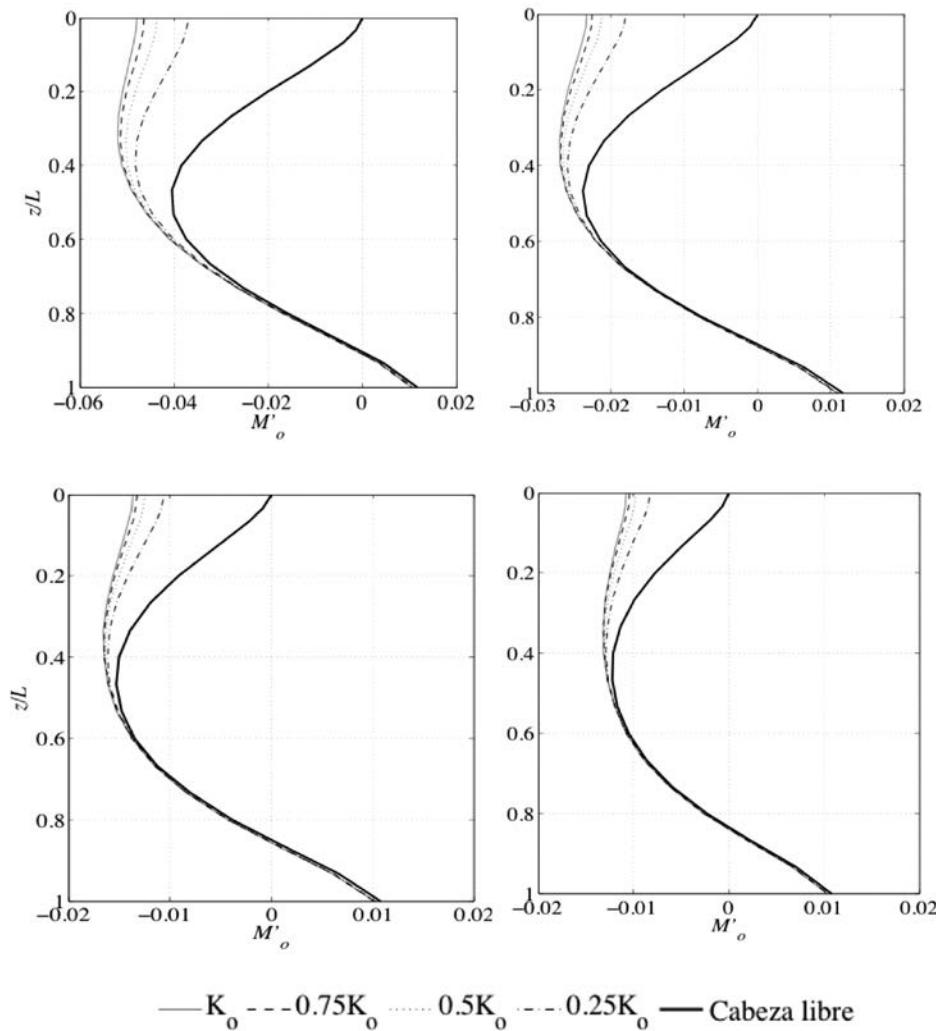
De esta manera es posible conocer qué valor de rigidez rotacional debe tener la conexión entre la pila y el elemento confinante para poder suponer que se encuentra perfectamente empotrada en la cabeza, conociendo las propiedades geométricas del elemento y las propiedades mecánicas de los materiales. Es suficiente con determinar los parámetros adimensionales  $V_s/V_0$  y  $L/r$  y establecer el valor de  $K'_{re}$  mediante las ecuaciones 5, 6 y 7. Esta información es útil por un lado, para poder dimensionar los elementos y las conexiones de las pilas con la superestructura y por otro, para evaluar si efectivamente los elementos confinantes proporcionados son suficientes para considerar un empotramiento perfecto.

**Fig. 4:** Variación de los parámetros  $m$  y  $b$  respecto a  $L/r$ 

### PILAS CON DISTINTOS NIVELES DE RESTRICCIÓN AL GIRO EN LA CABEZA

El nivel de restricción al giro en la cabeza de la pila se puede ver afectado por distintos factores. Ya se ha mostrado que la rigidez rotacional necesaria que debe tener la conexión en la cabeza de la pila para que sea considerada como perfectamente empotrada ( $K_0$ ) es función de la rigidez a flexión de la pila, y ésta a su vez, depende tanto de las propiedades geométricas y mecánicas del elemento de cimentación, cómo de las propiedades del suelo que la rodea.

Existen distintos factores que pueden producir que la rigidez rotacional de la conexión sea menor que la rigidez  $K_0$ , ya sea que el elemento confinante no es suficientemente rígido o incluso que exista algún nivel de daño que tuvo lugar en la conexión el cual reduzca su capacidad de transmitir momento. Para estudiar la influencia que tiene el contar con niveles parciales de empotramiento en la cabeza de las pilas en la distribución de los elementos mecánicos producidos por la interacción cinemática, se analizaron las respuestas de los distintos grupos de pruebas (A, B, C, D y E) con 5 diferentes niveles de rigidez rotacional de la conexión ( $K_0$ ,  $0.75K_0$ ,  $0.5K_0$ ,  $0.25K_0$  y cabeza libre).



**Fig. 5:** Distribución de  $M^l_0$  para los casos 1, 2, 3 y 4 del grupo C con distintos niveles de restricción al giro en la cabez.

En estudios previos (Fernández-Sola *et al.*, 2012a) se ha mostrado que la influencia de la condición de apoyo de la cabeza de la pila se ve acotada solamente a la longitud activa de la misma. En la Fig. 5 se muestra la variación del momento normalizado ( $M^l_0$ ) con la profundidad normalizada ( $z/L$ ) para los casos 1, 2, 3 y 4 del grupo de pruebas C. Los resultados para los demás grupos de pruebas son similares, pueden ser consultados en el trabajo de Martínez (2011). No se presentan en este trabajo por cuestión de espacio. La normalización del momento es la misma que la utilizada en Fernández *et al.* (2012a).

En las Tablas 7 y 8 se presenta una relación entre el momento en la cabeza de la pila, expresado como un porcentaje del momento bajo la condición de empotramiento perfecto ( $\%M^l_0$ ), y la rigidez rotacional de la conexión, expresada como un porcentaje de la rigidez que produce un empotramiento perfecto ( $\%K_0$ ) para dos casos de los grupos A y C respectivamente. Es claro que la relación entre el momento desarrollado en la cabeza de la pila y la rigidez en la conexión no es lineal. Un punto a destacar es que esta relación es independiente tanto de la relación de esbeltez de la pila como del parámetro  $V_s/V_0$ . Los resultados para los demás casos de los grupos A y C y para los grupos B, D y E, son exactamente los mismos y no se presentan por cuestión de espacio. Éstos resultados también se pueden consultar en el trabajo de Martínez (2011).

**Tabla 7. Relación de  $\%K_0$  con  $\%M_0$  para los casos 1 y 5 del grupo A**

<b>Caso</b>	<b><math>\%K_0</math></b>	<b><math>\%M_0</math></b>
1	100	100
	75	97
	50	91
	25	77
	0	0
5	100	100
	75	97
	50	91
	25	77
	0	0

**Tabla 8. Relación de  $\%K_0$  con  $\%M_0$  para los casos 3 y 8 del grupo C**

<b>Caso</b>	<b><math>\%K_0</math></b>	<b><math>\%M_0</math></b>
3	100	100
	75	97
	50	91
	25	77
	0	0
8	100	100
	75	97
	50	91
	25	77
	0	0

En la Fig. 6 se muestra la variación del momento desarrollado en la cabeza ( $\%M_0$ ) respecto a la rigidez rotacional de la conexión ( $\%K_0$ ). Esta relación puede expresarse por medio de una función logarítmica descrita en la ecuación 8.

$$\begin{aligned} \%M_0 &= 100 - [20.5 \ln(\%K_0/100) - 9(1-(\%K_0/100))] && \text{si } \%K_0 > 0 \\ \%M_0 &= 0 && \text{si } \%K_0 \leq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

En la Ecuación 8, el término entre corchetes se refiere al porcentaje de reducción de momento que se tendrá en la cabeza debida a la reducción en la rigidez. De esta manera es posible conocer, dado el nivel de restricción al giro en la cabeza de una pila, el porcentaje del momento de empotre que se va a desarrollar.

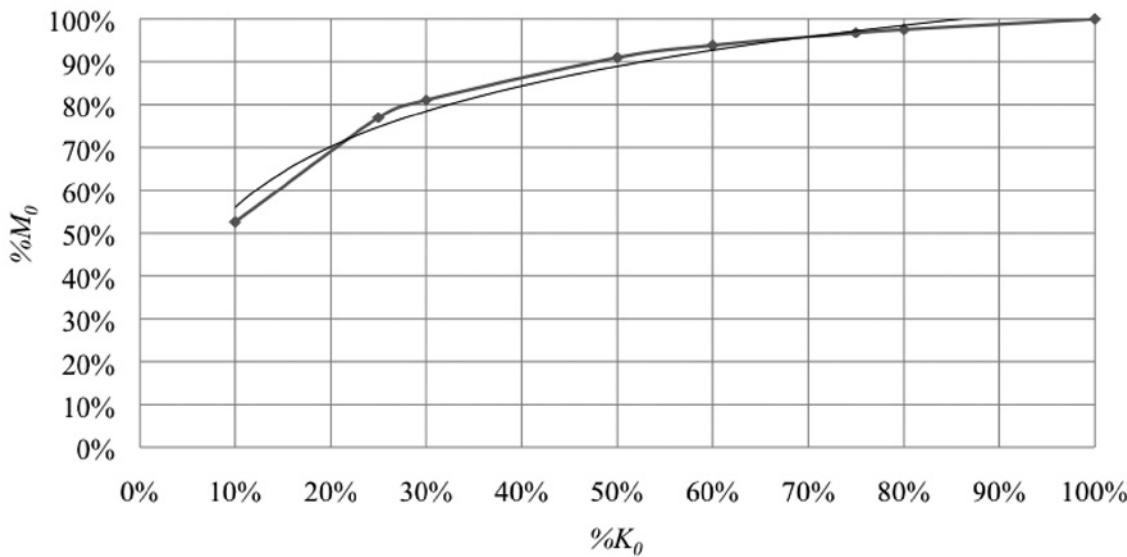
### EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para mostrar la aplicación de las ecuaciones definidas se lleva a cabo el siguiente análisis. Se considera una pila de fricción desplazada en un medio homogéneo con un espesor  $H$ . Las características tanto de la pila como del suelo se presentan en la Tabla 9. Para el suelo se utilizaron propiedades representativas de las arcillas del Valle de México (Ovando, 1996). El acelerograma utilizado corresponde a un registro de pozo correspondiente a los depósitos profundos en un sitio clasificado en la zona III-b según el RCDF 2004 (Fig. 6). Los parámetros normalizados del

sistema pila-suelo se presentan en la Tabla 10. Dados estos parámetros es posible estimar el valor  $K_{re}^l$  específico para el sistema suelo pila presentado, utilizando las ecuaciones 5-7. Para el caso estudiado se tienen los resultados presentados en la Tabla 8.

**Tabla 9. Parámetros de la pila y el suelo**

Parámetro	Pila	Suelo
$L (m)$	20.0	-
$r (m)$	0.50	-
$H (m)$	-	40.0
$V (m/s)$	2,000	70
$\rho (kg/m^3)$	2.0	1.5
$\zeta$	0.03	0.05
$v$	0.3	0.5



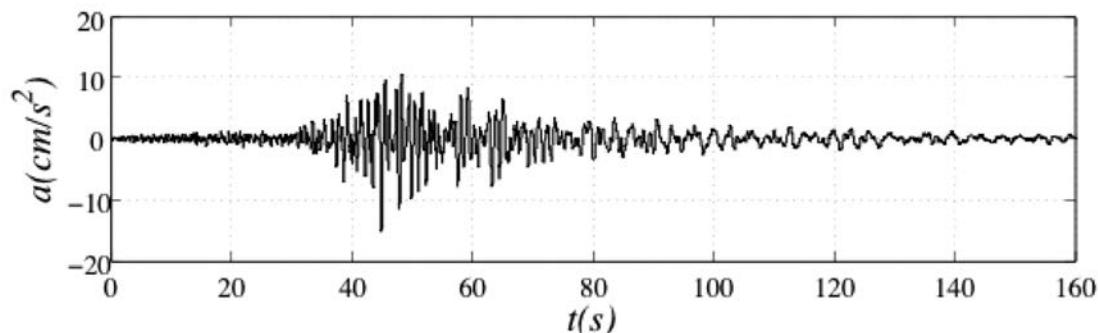
**Fig. 6:** Variación de  $\%M_0$  con respecto a  $\%K_0$ .

Una vez definido el valor de  $K_{re}^l$  y conociendo las propiedades geométricas y mecánicas de la pila se establece el valor  $K_0$ .

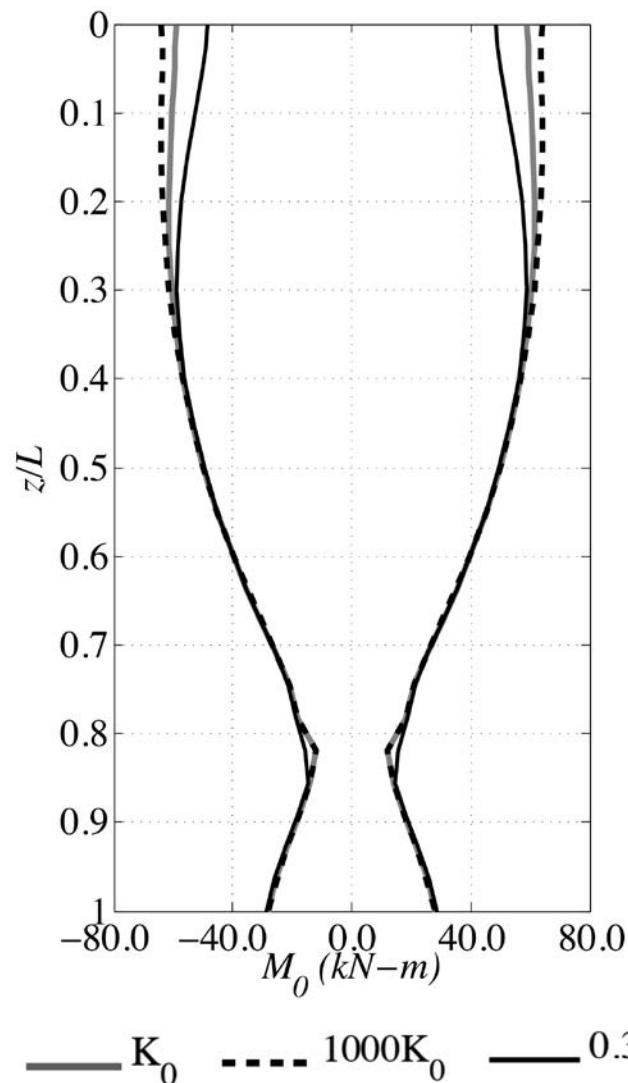
En la Fig. 8 se presenta la envolvente de momentos flexionantes calculada con el modelo numérico que se producen en la pila ante la incidencia del movimiento previamente definido, para una rigidez rotacional de la conexión  $K_c=K_0$  y para una rigidez  $K_c=1000K$ . Al momento que se desarrolla en la cabeza de la pila varía muy poco al aumentar drásticamente el valor  $K_c$  (menos del 10%), lo que reafirma que efectivamente el valor de  $K_0$  corresponde a la condición de empotramiento de la cabeza. El valor del momento en la cabeza de la pila es de  $M_0 = 58.01 \text{ kN}\cdot\text{m}$ .

Posteriormente se considera una degradación de rigidez de la conexión de 70% ( $\%K_0=30$ ), por lo que utilizando la Ecuación 8 se estima que el porcentaje del momento que se desarrolla en la cabeza es de  $\%M_0= 81.62$ . De esta manera el momento que se debe desarrollar para este caso debe ser de  $M_0 = 0.816(58.01) = 47.37 \text{ kN}\cdot\text{m}$ .

En la Fig. 8 se presenta también la envolvente de momento flexionante para la pila considerando una rigidez parcial de la conexión en la cabeza ( $\%K_0=30$ ). El valor del momento que se presenta en la cabeza es igual al momento calculado con la Ecuación 8.



**Fig. 7:** Registro de pozo correspondiente a los depósitos profundos de un sitio ubicado en la zona III-b del RCDF 2004.



**Fig. 8:** Envolvente de momentos de la respuesta sísmica de una pila con distintas rigideces rotacionales en la cabeza ( $K_0$ ,  $1000K_0$  y  $0.3K_0$ ).

**Tabla 10. Parámetros normalizados y cálculo de  $K^I_{re}$** 

$L/r$	40
$V_s/V_0$	0.035
$\rho_s/\rho_0$	0.75
$m$	796
$b$	46
$K^I_{re}$	73.86

## COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

Se presentó un análisis de los momentos flexionantes que se desarrollan en pilas de concreto sometidas al paso de ondas sísmicas considerando distintas condiciones de restricción al giro en la cabeza utilizando un método numérico basado en elementos de frontera.

Mediante un análisis paramétrico quedó demostrado que el valor de la rigidez rotacional de la conexión en la cabeza de la pila para la cuál la se puede considerar que está empotrada, depende de la rigidez a flexión del sistema suelo-pila, la cuál a su vez depende de las propiedades mecánicas tanto del suelo como del concreto y de la relación de esbeltez de la pila. Se propuso una ecuación para determinar el valor de esta rigidez en función del contraste de velocidades de propagación de onda entre el suelo y el concreto y la relación de esbeltez de la pila.

Por otro lado, se analizó la variación del momento flexionante en la cabeza considerando distintos niveles de restricción al giro, mostrando que esta variación es independiente de la relación de esbeltez de la pila y la relación de la velocidad de propagación de onda del suelo y el concreto, por lo que se propuso una ecuación para determinar el valor del momento en función del porcentaje de rigidez con el que cuenta la conexión respecto a la rigidez de empotra.

Mediante el análisis numérico de la respuesta ante sismo de una pila en términos de la envolvente de momentos flexionantes, se compararon los resultados obtenidos con las ecuaciones propuestas y con el modelo numérico, mostrando que los resultados son congruentes. Cabe decir que en este trabajo se exploraron únicamente pilas desplantadas en estratos homogéneos. La presencia de estratigrafías heterogéneas puede modificar en gran medida la distribución de los elementos mecánicos en las pilas debidos a la interacción cinemática como se ha mostrado en trabajos previos (Nikolau *et al.* 2001; Poulos 2007; Dezi *et al.*, 2010; Fernández-Sola *et al.*, 2012a, entre otros).

## REFERENCIAS

1. AISC, "Prequalified connections for special and intermediate steel moment frames for seismic applications", AISC 358-05, 2005.
2. ASCE-10, "Minimum design loads for buildings and other structures" ASCE/SEI 7-10, 2010.
3. Cruz-Mendoza, E., "Influencia de las conexiones semirrígidas e la respuesta de marcos de acero", Tesis de Maestría, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, México, 2011.
4. Dezi, F.; Carbonari, S.; Leoni, G., "Kinematic bending moments in pile foundations", en *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30, pp. 119-132, 2010.
5. *Eurocódigo 8*, "Disposiciones para el proyecto de estructuras sismorresistentes, Parte 5: Cimentaciones, estructuras de contención de tierras y aspectos geotécnicos", en *Eurocódigo 8-5*, 1998.
6. Fernández-Sola, L.R., Avilés-López, J. y Murià-Vila, D. "Distribución de elementos mecánicos en pilas sujetas a fuerzas en la cabeza y ante la incidencia de ondas sísmicas", *Revista de Ingeniería Sísmica* 87, pp. 1-23 (2012<sup>a</sup>).
7. Fernández-Sola, L.R.; Avilés-López, J.; Murià-Vila, D., "Fully and partially toe restrained piles subjected to ground motion excitation", en *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 39, pp. 1-10, 2012<sup>b</sup>.
8. Hashash, Y.; Hook, J.; Schmidt, B.; Yao, J., "Seismic design and análisis of underground structures", en *Tunnelling and Underground Space Technology*, 16 (4), pp. 247-293, 2001.
9. Housner, G.W. "Interaction of building and ground during an earthquake", en *Bulletin of the Seismological Society of America*, 47 (3), pp. 179-186, 1957.

10. Kuesel, T.R., "Earthquake design criteria for subways", en *Journal of the Structural Division*, ASCE, 95 (ST6), 1969.
11. Luo, X.; Murono, Y., "Seismic análisis of pile foundations damaged in the January 17, 1995 South Hyogo earthquake by using the seismic deformation method", en *4th Int. Conf. On Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, San Diego, 2001.
12. Luo, X.; Murono, Y.; Nishimura, A., "Verifying adequacy of the seismic deformation method by using real examples of earthquake damage", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 22, pp- 17-28, 2002.
13. Martínez-Galindo, G., "Análisis del comportamiento dinámico en pilas de cimentación ante cargas sísmicas con distintas restricciones al giro en la cabeza", Proyecto terminal, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, México, 2011.
14. MDOC-CFE-08, "Manual de diseño de obras civiles: Diseño por sismo", MDOC-CFE, 2008.
15. Milonakis, G., "Simplified model for seismic pile bending at soil layer interfaces", en *Soils and Foundations*, 41 (4), pp. 47-58, 2001.
16. Mizuno, H., "Pile damage during earthquakes in Japan (1923-1983)", *Dynamic response of pile foundations*, ed. T. Nogami, ASCE, Geotechnical Special Publication, No. 11, pp. 53-78, 1987.
17. Newmark, N.M., "Problems in wave propagation in soil and rock", en *International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of the Earth Material*, 1968.
18. Nikolau, S.; Mylonakys, G.; Gazetas G.; Y Tazoh, T., "Kinematic piles bending during earthquakes: análisis and field measurements", en *Geotechnique*, 51 (5), pp. 425-440, 2001.
19. NTC-Cimentaciones, "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de cimentaciones", en *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*, México, 2004.
20. NTC-Concreto, "Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto", en *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*, México, 2004.
21. Ovando, E., "Initial dynamic stiffness of Mexico city clay from field test", en *11th World Conference on Earthquake Engineering*, artículo núm. 1031, 1996.
22. Poulos, H.G., "Ground movements—a hidden source of loading on deep foundations", en *Deep Foundations Institute Journal*, 1 (1), pp. 37-52, 2007.
23. RCDF-04, "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF)", *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, décima cuarta época, enero, 2004.
24. St John, C.M.; Zahrah, T.F., "Aseismic design of underground structures", en *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2 (2), pp. 165-197, 1987.
25. Tabesh, A.; Poulos, H.G., "Pseudostatic approach for seismic analysis of single piles", en *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 127 (9), pp. 757-765, 2001.
26. Tazoh, T.; Shimizu, K.; Wakahara, T., "Seismic observations and analysis of grouped piles", en *Dynamic Response of Pile Foundations*, ed. T. Nogami, ASCE, Geotechnical Special Publication, núm. 11, pp. 1-20, 1987.
27. Wang, J., "Seismic design tunnels", Parsons Brinckerhoff inc., Nueva York, 1993.
28. Whitman, R.V.; Bielak, J., "Design earthquake resistant structures: foundations", Ed. E. Rosenblueth, Pentech Press, Inglaterra, 1980.
29. Zeevaert, L., "Foundation engineering", Van Nostrand Reinhold, Nueva York, 1983.