

UN MODELO DE DAÑO PARA SIMULAR LA EVOLUCIÓN AL COLAPSO DE ELEMENTOS DE CONCRETO

Hilarión Méndez Martínez¹ y Gelacio Juárez Luna²

RESUMEN

En este artículo se formula, implementa y valida un modelo constitutivo, con superficie de daño diferente en tensión y compresión, para elementos de concreto simple y reforzado sometidos a acciones que inducen su colapso. Para modelar elementos de concreto reforzado, el comportamiento constitutivo del concreto considera el ablandamiento por deformación mediante una superficie de daño, mientras que el endurecimiento del acero de refuerzo con una superficie de plasticidad de Von Mises. Se considera adherencia perfecta entre ambos materiales. El modelo desarrollado no presenta el problema de atoramiento de esfuerzos, como sucede con el modelo de agrietamiento distribuido, garantizando una adecuada liberación de energía al fallar el material. Se presentan ejemplos numéricos que muestran la validez del modelo de daño formulado para predecir elementos al colapso.

Palabras clave: Colapso, modelo de daño, superficie de daño, comportamiento constitutivo, degradación del material, ablandamiento.

ABSTRACT

In this paper a damage model, with different damage surface in tension and compression, is formulated, implemented and validated to study elements of plain and reinforced concrete under actions which induce their collapse. For modelling reinforced concrete elements, the constitutive behaviour of concrete considers the softening deformation with a damage surface, whereas the hardening of the reinforcing steel is represented by a plasticity surface of Von Mises. Perfect bond between both materials was considered. The developed model does not exhibit the problem of stress locking as the smeared cracking model does; this guarantees an adequate energy release as the material fails. Numerical examples are presented showing the validity of the developed damage model for studying the behaviour of these elements up to their collapse.

Keywords: Collapse, damage model, damage surface, constitutive behavior, material degradation, softening.

RESUMO

Neste artigo é formulado, implantado e validado um modelo constitutivo, com superfície de dano diferente em tensão e compressão, para elementos de concreto simples e reforçado submetidos às ações que induzem o seu colapso. Para modelar elementos de concreto reforçado, o comportamento constitutivo do concreto considera o abrandamento por deformação mediante uma superfície de dano, enquanto o endurecimento do aço de reforço com uma superfície de plasticidade de Von Mises. Considera-se aderência perfeita entre ambos os materiais. O modelo desenvolvido não apresenta o problema de travamento de esforços, como acontece com o modelo de fissuração distribuído, garantindo uma adequada libertação de energia, caso o material chegue a falhar. Apresentam-se exemplos numéricos que demonstram a validade do modelo de dano formulado para prever elementos ao colapso.

Palavras chave: Colapso, modelo de dano, superfície de dano, comportamento constitutivo, degradação do material, abrandamento.

¹ Estudiante de posgrado, Universidad Autónoma Metropolitana.

² Profesor-Investigador, Universidad Autónoma Metropolitana.

INTRODUCCION

El estudio y la simulación del comportamiento de las estructuras en su evolución hasta el colapso es un tema de interés en la ingeniería estructural para conocer su condición estructural después de alcanzar la carga última, la cual depende principalmente del comportamiento constitutivo de los materiales con los que está construida. Durante el proceso de carga de una estructura hasta el colapso, parte de la energía de deformación acumulada se libera mediante el desarrollo de discontinuidades, las cuales se presentan como grietas, fracturas o líneas de deslizamiento, lo que depende del material del que está construida.

Una de las primeras investigaciones que utilizaron la teoría del daño se presentó en Kachanov (1958), quien introdujo los conceptos fundamentales de la mecánica del daño continuo, i.e., deformación efectiva, esfuerzo efectivo y variable de daño escalar. La variable de daño está relacionada con la densidad de defectos y puede describirse a través de un escalar, un vector o un tensor.

Actualmente existen diversos modelos constitutivos formulado con base en la teoría del daño como son: a) Modelos de daño isotrópico (Kachanov, 1958; Lemaitre, 1986; Simo y Ju, 1987); b) Modelos de daño anisotrópico o de daño direccionado utilizando tensores de daño de segundo orden (Murakami y Ohno, 1980; Murakami, 1983; Valanis, 1991; Lemaitre *et al.*, 2000; Carol *et al.*, 2001a, 2001b), de cuarto orden (Cordebois y Sidoroff, 1979; Ortiz, 1985), o vectores de daño, (Krajcinovic y Fonseka, 1981); c) Modelos de daño unilateral, (Mazars y Pijaudier Cabot, 1989; Chaboche, 1995); d) Modelos de daño viscoso (Ju, 1989; Lueguez *et al.*, 2002); e) Modelos de daño acoplado con plasticidad (Faria *et al.*, 1998, Voyiadjis y Deliktas, 2000).

El modelo constitutivo formulado por Govindjee *et al.* (1995), que es un modelo que considera el daño direccionado, propone que el potencial termodinámico para la energía libre incluya la energía como resultado del material dañado. Presenta el inconveniente de que la rigidez y la resistencia son ilimitadas en las direcciones paralelas a la superficie de la grieta. Este problema se ha resuelto en otros estudios que consideran que la orientación de la superficie de grietas activas puede cambiar introduciendo múltiples grietas fijas ficticias (Litton, 1974; De Borst y Nauta, 1985; Riggs y Powell, 1986) y otros métodos que considera que las grietas ficticias pueden rotar (Cope *et al.*, 1980), incluyendo las mejoras realizadas por Bazant y Oh, (1983), entre otros (Nicole, 1999).

El concreto al someterse a carga, más allá de su umbral, presenta un fenómeno conocido como ablandamiento por deformación, el cual se caracteriza por la disminución de los esfuerzos en el material con un incremento en las deformaciones. Cuando se modela el concreto con elementos finitos es necesario una distribución del daño sobre un volumen de material asociada al agrietamiento sobre una superficie, lo que produce una inconsistencia entre la energía disipada por unidad de volumen y la energía de fractura disipada por unidad de área. Este conflicto se resuelve utilizando una longitud característica del elemento finito, fundamentada en los resultados de modelos que no introducen una medida del tamaño de la malla, donde se observa una alta dependencia de la discretización de la malla. Uno de los métodos para calcular adecuadamente la longitud característica se presenta en Bazant y Oh (1983), quienes proponen un ancho de banda de agrietamiento que depende del área del elemento y de la dirección de propagación. Crisfield (1986) propuso que la longitud característica se defina por el Jacobiano en cada punto de integración de Gauss. Finalmente, Oliver (1989) desarrolló un método general para el cálculo del elemento de longitud característica, que depende del tamaño del elemento y del estado elástico de los esfuerzos.

El *software* Ansys 12.0 utiliza una superficie de daño que considera una resistencia distinta del concreto en tensión y en compresión, congruente con el comportamiento reportado en pruebas de laboratorio (Kupfer y Gerstle, 1973). Sin embargo, tiene la desventaja que la energía de fractura tiene un valor fijo, el cual no es posible modificar, por lo que en algunas ocasiones los resultados del modelo son poco confiables. Además, el *software* sólo considera un ablandamiento del tipo lineal, pese a que existen otros modelos que proporcionan una mejor aproximación como el bilineal, trilineal y exponencial. Por otra parte, el *software* Diana 9.0 utiliza el modelo del agrietamiento distribuido (Rashid 1968; Rots 1988), en el que es posible asignar el valor de la energía de fractura y que es capaz de simular la aparición de grietas en un sólido como múltiples fisuras. Sin embargo, este modelo presenta problemas de dependencia de la malla, atoramiento de esfuerzo y modos cinemáticos falsos.

En el intento por desarrollar formulaciones independientes del tamaño de la malla, Hillerborg *et al.*, (1976) propuso el método del agrietamiento discreto en el que se debe realizar un análisis de esfuerzos previo para conocer anticipadamente la posible ubicación y trayectoria de las grietas, lo que hace que los resultados sean dependientes de

la malla. Otro modelo alternativo se conoce como Localización de deformaciones (Oliver, 1996; Armero y Garikipati, 1996; Juárez y Ayala, 2009), el cual considera que solamente puede propagarse una grieta por elemento, de ahí que al presentarse múltiples fisuras, la propagación de las grietas es computacionalmente costosa.

Lo anterior promueve el uso de modelos de daño continuo que no requieren de algoritmos de propagación computacionalmente costosos en tiempos de ejecución, por lo que en el presente trabajo se formula e implanta un modelo de daño para representar el comportamiento constitutivo del concreto en su evolución al colapso basado en la teoría del daño continuo. Este modelo de daño, denominado Diferente Tensión–Compresión (DTC), tiene una superficie de daño que considera diferente magnitud de la resistencia del concreto en tensión y en compresión. Además, permite asignar independientemente la energía de fractura, sin que se presenten los problemas descritos por Rots (1988). En el desarrollo del modelo de daño DTC, se considera la superficie de daño propuesta por Oliver *et. al.*, (1990). Pese a lo anterior, el tensor constitutivo tangente es diferente al desarrollado por Linero (2006). La formulación se implanta en el código de elementos finitos del programa FEAP (Taylor, 2008), acrónimo de su nombre en idioma inglés, *Finite Element Analysis Program*, y se valida con los resultados de ejemplos numéricos y pruebas experimentales reportadas en la literatura.

Es importante mencionar que en la mecánica del daño la falla en el material se representa mediante una variable que indica la degradación del material, por lo que en los análisis computacionales nunca se observará el daño como discontinuidades físicas o grietas, sino que se observarán zonas en las que ocurren desplazamientos considerables asociadas a la degradación del material.

MODELO CONSTITUTIVOS DE DAÑO

En esta sección se presenta la formulación del modelo de daño DTC, el cual se fundamenta en el modelo de daño con superficie de daño igual en tensión y en compresión (ITC).

Modelo de daño igual tensión y compresión, ITC

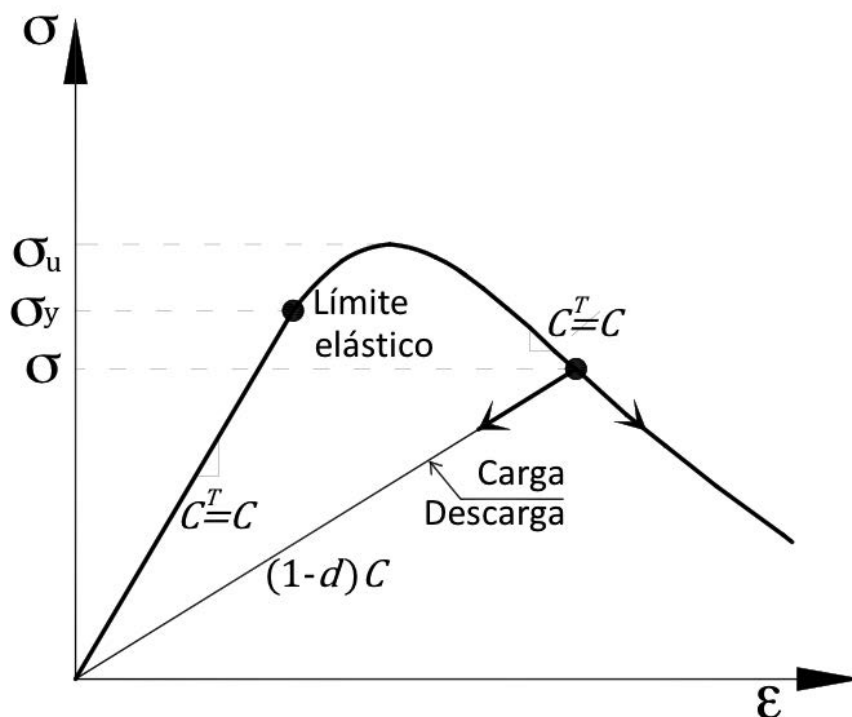


Fig. 1. Comportamiento de un material con ablandamiento por deformación.

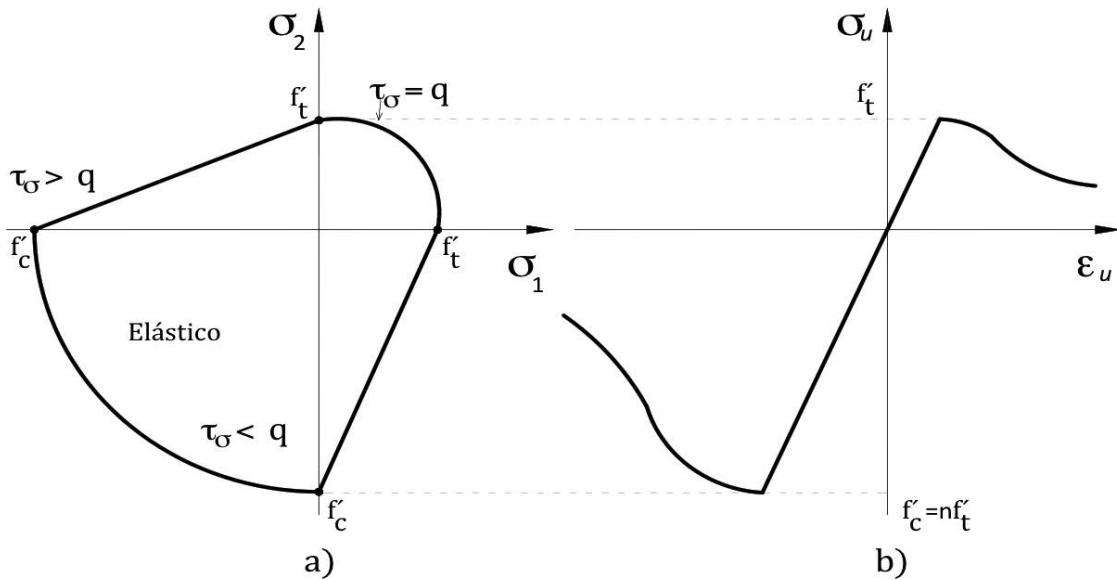


Fig. 2. Modelo de daño igual tensión y compresión:
a) Superficie de daño 2D y b) Curva esfuerzo-deformación 1D.

La formulación de los modelos de daño puede considerar materiales que presentan ablandamiento por deformación, como el mostrado en la Fig. 1. El modelo de daño ITC desarrollado por Simo y Ju (1987), con la superficie de daño, mostrado en la Fig. 2, se define como:

Energía libre de Helmholtz	$\Psi(\epsilon, d) = (1-d)\Psi_0(\epsilon)$	
Variable de daño	$d = 1 - \frac{q(r)}{r}; q \in [r_0, 0]; d \in [0, 1]$	
Ecuación constitutiva	$\sigma = \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon} = (1-d)C : \epsilon$	
Ley de evolución de daño	$r = \gamma \begin{cases} r \in [r_0, \infty] \\ r_0 = \frac{\sigma_u}{\sqrt{E}} \end{cases}$	(1)
Criterio de daño	$g(\tau_\epsilon, r) = \tau_\epsilon - r = \sqrt{\epsilon : C : \epsilon} - r; \begin{cases} r \in [r_0, \infty] \\ t = 0 \rightarrow r_0 = r \end{cases}$	
Regla de endurecimiento/ablandamiento	$q = H^d r \quad H^d = q'(r) \leq 0$	
Condiciones de carga y descarga	$\tau_\epsilon - r < 0; \gamma \geq 0; \gamma g(\tau_\epsilon, r) = 0$ $\gamma g(\tau_\epsilon, r) = 0 \quad \text{si} \quad g(\tau_\epsilon, r) = 0$	
Condición de persistencia		

donde la variable de daño d es función de la variable de endurecimiento/ablandamiento q , la cual a su vez depende del parámetro de endurecimiento/ablandamiento H . El factor γ , conocido como multiplicador de daño, determina las condiciones de carga y descarga, la función de daño $g(\tau_\epsilon, r)$ delimita el dominio elástico que define la superficie de daño en el espacio de deformaciones y r_0 es el valor umbral que limita el dominio elástico inicial.

El módulo tangente C^T es un operador que relaciona la razón de cambio entre los esfuerzos y las deformaciones, que se calcula con la ecuación (2) en términos incrementales para los casos de carga:

$$\sigma = C^T : \varepsilon \quad (2)$$

donde el tensor constitutivo tangente C^T , para el intervalo de carga inelástica se define con la ec. (3).

$$C^T = (1-d)C - \left(\frac{q(r)}{r^3} - \frac{H^d}{r^2} \right) (C : \varepsilon \otimes \varepsilon : C) \quad (3)$$

Mientras que para el caso de carga elástica y descarga ($\dot{d}=0$) se define con la ec. (4).

$$C^T = (1-d)C \quad (4)$$

Modelo de daño diferente tensión y compresión, DTC

En materiales como el concreto, el umbral de daño en compresión, f'_c , es mayor que el umbral de daño en tensión, f'_t , entre diez a veinte veces, $n=f'_c/f'_t$, como se muestra esquemáticamente en la Fig. 3. Para tener una superficie con estas características, la parte derecha de la ec. (1) que define la superficie de daño del modelo ITC (Fig. 2) se multiplica por un parámetro M , quedando como:

$$g(\tau_\varepsilon, r) = \tau_\varepsilon - r = M \sqrt{\varepsilon : C : \varepsilon} - r; \begin{cases} r \in [r_0, \infty] \\ t = 0 \rightarrow r_0 = r \end{cases} \quad (5)$$

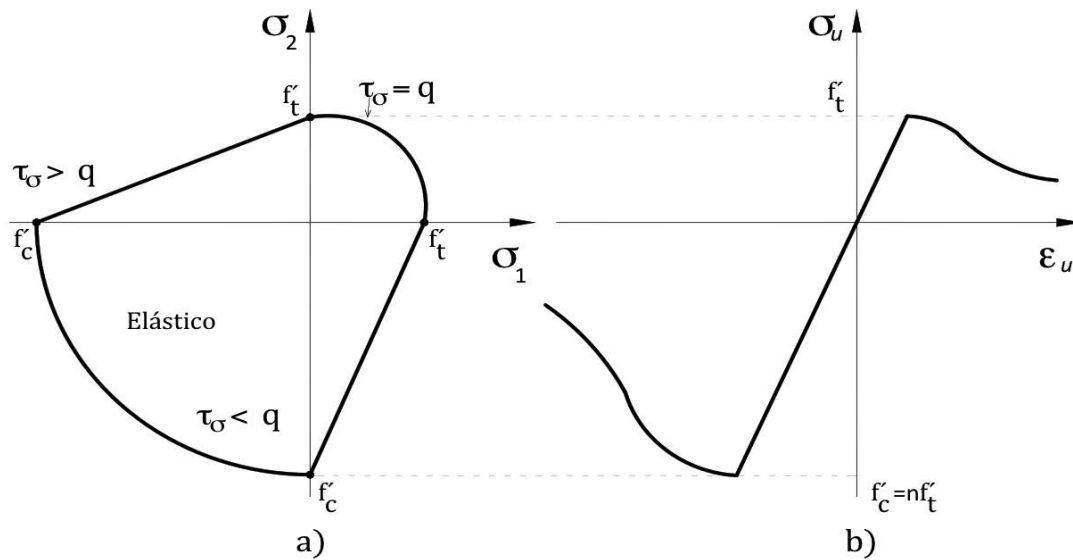


Fig. 3. Modelo de daño diferente tensión y compresión: a) Superficie de daño 2D y b) Curva esfuerzo-deformación 1D.

En la formulación matemática del modelo DTC, el operador constitutivo tangente C^T para el intervalo de carga no lineal, definido en la ec. (3), se modifica por:

$$C^T = (1-d)C - M^2 \left(\frac{q(r)}{r^3} - \frac{H^d}{r^2} \right) (C : \varepsilon \otimes \varepsilon : C) \quad (6)$$

En la ecuación (6), el parámetro M afecta únicamente al segundo sumando, la cual es diferente a la que obtiene Linero (2006), quien descompone el producto diádico como una sumatoria de los esfuerzos multiplicada por otros parámetros. En esta investigación se utilizó como parámetro M el propuesto por Lubliner *et. al.* (1989), el cual se define como:

$$M = \theta + \left(\frac{1-\theta}{n} \right) \quad (7)$$

donde θ es un factor de peso que depende del estado de esfuerzos principales que se define como:

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad (8)$$

en la que σ_i son los esfuerzos principales, el numerador corresponde a la sumatoria del operador de Macaulay ($\langle \rangle$) e indica que sólo se consideran los esfuerzos principales positivos, el denominador corresponde a la sumatoria del valor absoluto de cada uno de los esfuerzos principales. Así, los valores extremos que puede tomar el factor θ son $[0,1]$, cero para el caso de compresión triaxial ($0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$) y uno para el caso de tensión triaxial ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$). Entonces, los valores extremos del parámetro M , definido en la ec. (7), son $[1, 1/n]$, uno para el caso de tensión triaxial y $1/n$ para el caso de compresión triaxial.

El parámetro M escala los esfuerzos de compresión ($1/n$) veces para que éstos se comparen contra el valor del umbral de daño, que es función del esfuerzo último a tensión del material, de esta manera se determina si existe falla del material en compresión. La representación gráfica en 2D de la superficie de daño correspondiente a τ_e-r en el plano $\sigma_1-\sigma_2$ así como la curva esfuerzo-deformación uniaxial para el modelo propuesto se muestra en la Fig. 3.

Es importante mencionar que el caso de elementos donde sólo se presentan estados de esfuerzos en tensión, el parámetro M del modelo de daño DTC es uno, convirtiéndose automáticamente en el modelo de daño ITC y, en ese caso, se obtienen los mismos resultados con ambos modelos.

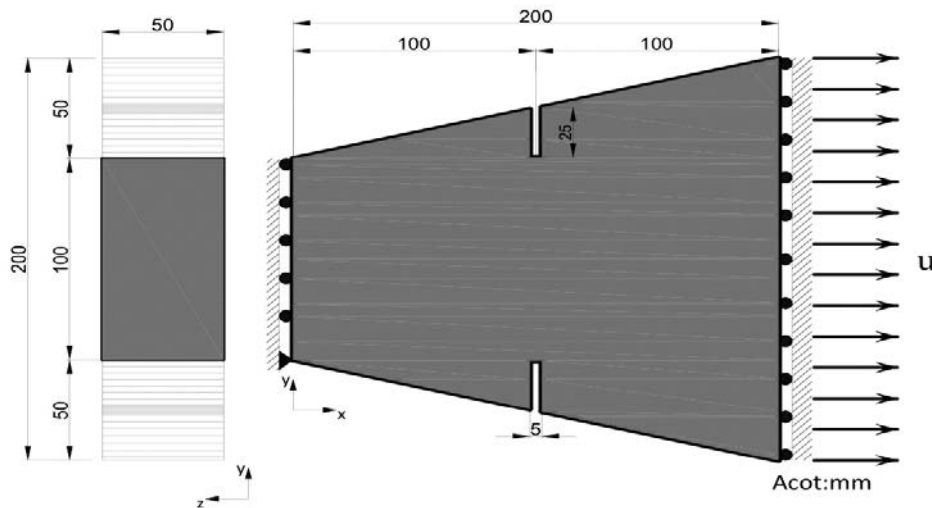


Fig. 4. Contribución de la losa a las características mecánicas de las vigas, flexión.

EJEMPLOS DE APLICACIÓN NUMÉRICA

En esta sección se presentan simulaciones de elementos de concreto simple y de concreto reforzado, considerando una ley de ablandamiento del tipo exponencial. La geometría de los modelos quedó definida a partir de resultados

experimentales y numéricos publicados para compararlos con los resultados obtenidos con el modelo de daño DTC y así validarlo. La metodología para el desarrollo de los ejemplos se divide básicamente en tres pasos: 1) Etapa de pre-proceso, consistente en la selección y generación del mallado a utilizar, 2) Proceso principal, en el que se elabora el archivo de entrada para calcularse en el programa de elementos finitos FEAP (Taylor, 2008) y 3) Etapa de pos-proceso, donde se visualizan y estudian los resultados. La programación de las subrutinas se realizó en el lenguaje de programación Fortran.

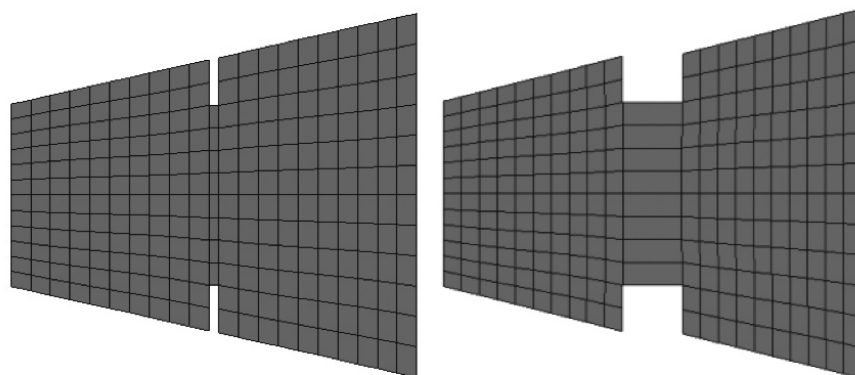


Fig. 5. Configuración de malla 2D: a) No deformada y b) Dañada.

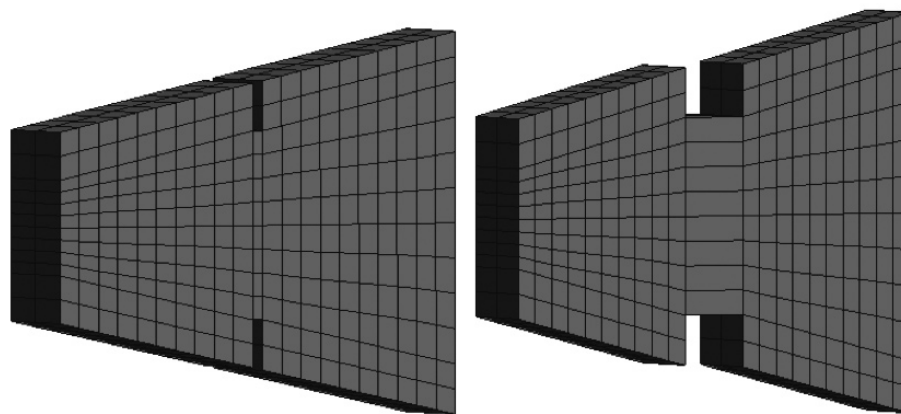


Fig. 6. Configuración de malla en 3D: a) No deformada y b) Dañada.

1. Espécimen de concreto simple con sección variable y dos ranuras

Un espécimen de concreto simple con sección transversal variable tiene dos ranuras ubicadas a la mitad de su longitud, su geometría y condiciones de frontera se muestran en la Fig. 4. El espécimen se somete a una carga de tensión, inducida mediante desplazamientos prescritos aplicados gradualmente en el borde derecho. En el modelo, las propiedades mecánicas del concreto son: módulo elástico $E=16,900 \text{ MPa}$ ($172,332 \text{ kg/cm}^2$), relación de Poisson $\nu=0.2$, esfuerzo máximo a tensión $\sigma_t=2.4 \text{ MPa}$ (24.5 kg/cm^2), esfuerzo máximo a compresión $\sigma_c=24 \text{ MPa}$ (245 kg/cm^2) y energía de fractura $G_f=0.3 \text{ N/mm}^2$ (3.1 kgf/cm^2). En la Fig. 5a se muestra la malla estructurada en 2D con elementos cuadriláteros de cuatro nodos. En la Fig. 6a la malla en 3D con elementos hexaedros de ocho nodos; como se esperaba, el daño inició en los elementos ubicados en la vecindad de las ranuras, a la mitad de la longitud del elemento. En las figuras 5b y 6b se muestra la configuración deformada de los modelos después de la aplicación de la carga.

La Fig. 7 muestra los resultados obtenidos con la simulación numérica en 2D y 3D, comparados con los presentados por Contrafatto *et. al.* (2007), quienes utilizaron un modelo de discontinuidades interiores. En estas curvas

se observa que en la rama ascendente, comportamiento elástico, los resultados obtenidos con los modelos de daño en 2D y 3D es igual al obtenido al emplear otra formulación. La magnitud máxima de carga del modelo en 3D es ligeramente superior al modelo en 2D por el efecto de las deformaciones en el espesor del espécimen en 3D. Puesto que este espécimen está sometido sólo a esfuerzos de tensión puede emplearse indistintamente los modelos ITC o DTC, ya que se obtendrían los mismos resultados.

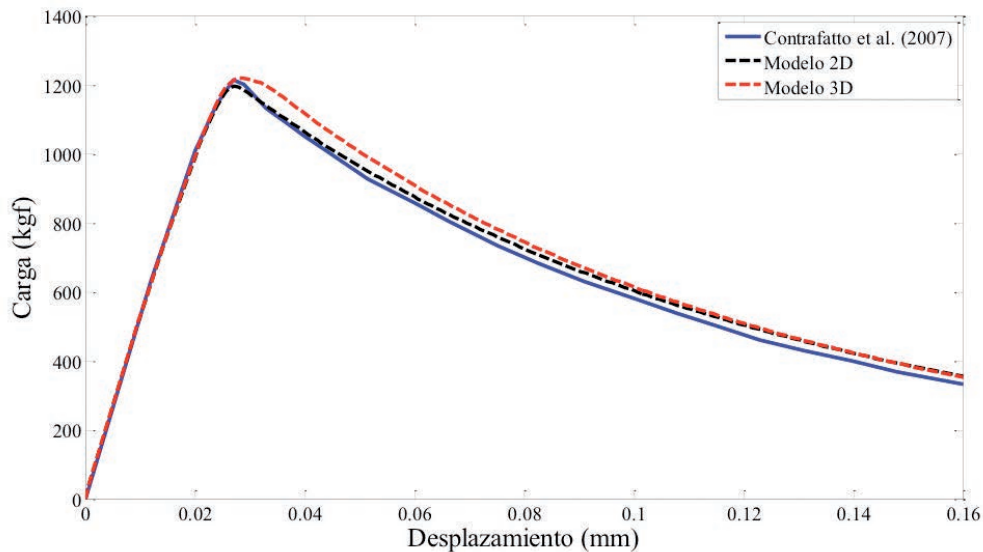


Fig. 7. Diagramas carga contra desplazamiento

2. Viga simplemente apoyada de concreto simple con sección constante y con ranura

Una viga simplemente apoyada de concreto simple, con dimensiones y condiciones de frontera mostradas en la Fig. 8, se somete a una carga en el centro del claro, que se induce mediante desplazamientos aplicados gradualmente en la dirección negativa del eje y . Las propiedades mecánicas son: módulo elástico $E=20,000 \text{ Mpa}$ ($203,943.3 \text{ kgf/cm}^2$), relación de Poisson $\nu = 0.2$, esfuerzo máximo a tensión $\sigma_t=2.4 \text{ Mpa}$ (24.5 kgf/cm^2), esfuerzo máximo a compresión $\sigma_c=24 \text{ Mpa}$ (245 kgf/cm^2) y energía de fractura $G_f= 113 \text{ J/m}^2$ (0.3 kgfm/cm^2).

Para la simulación de este ejemplo se utilizaron ambos modelos de daño, ITC y DTC. Los resultados obtenidos con el modelo de daño DTC se compararon con el comportamiento experimental reportado por Kormeling y Reinhardt (1983) para validar el modelo propuesto en este trabajo.

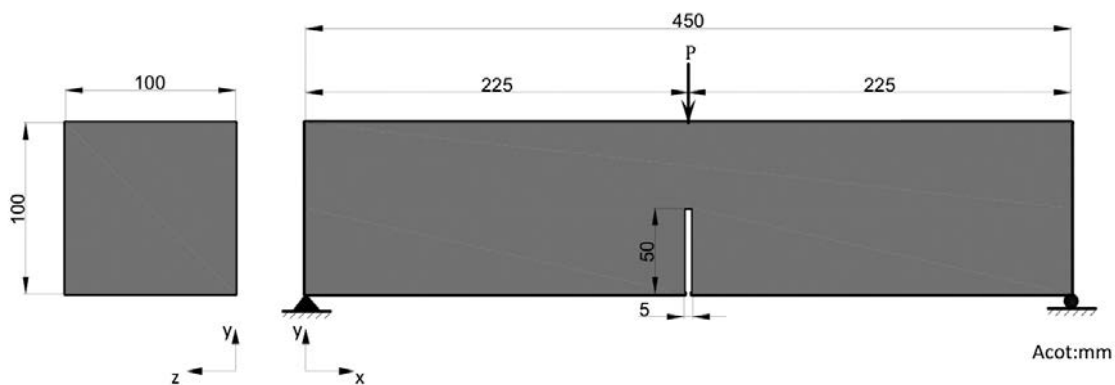


Fig. 8. Geometría de viga simplemente apoyada de concreto simple.

Las mallas utilizadas en la simulación se muestran en las figuras 9a y 10a para 2D y 3D respectivamente. El modelo en 2D consta de elementos cuadriláteros de cuatro nodos con cuatro puntos de integración de Gauss, mientras que en modelo en 3D está formada de elementos hexaedro de ocho nodos con ocho puntos de integración de Gauss. El daño en ambos modelos inicia en los elementos ubicados en la parte superior de la ranura.

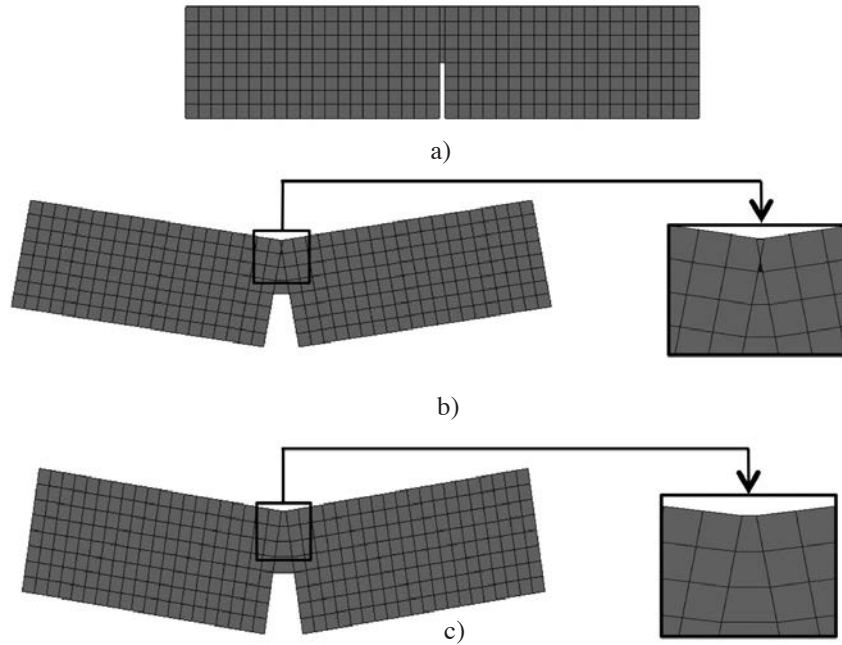


Fig. 9. Configuración de malla en 2D: a) No deformada, b) Dañada con traslape (modelo ITC) y c) dañada sin traslape (modelo DTC).

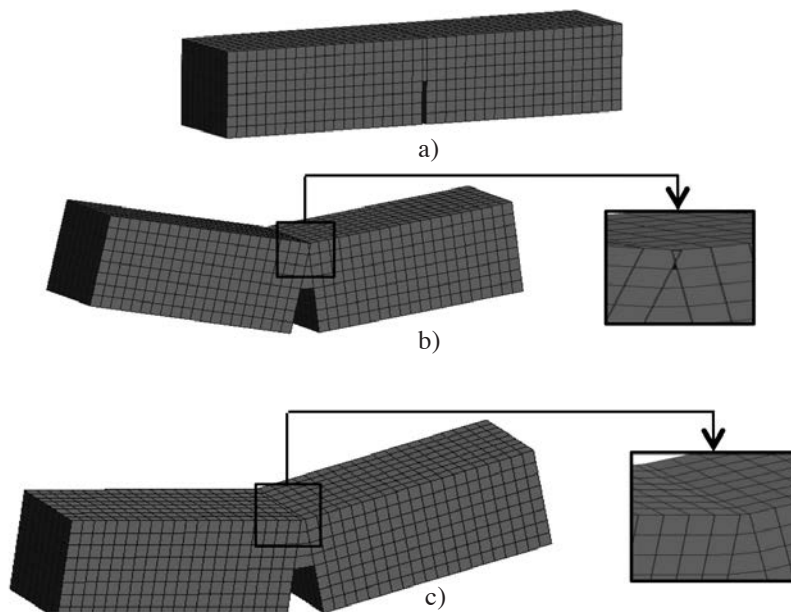


Fig. 10. Geometría de viga simplemente apoyada de concreto simple.

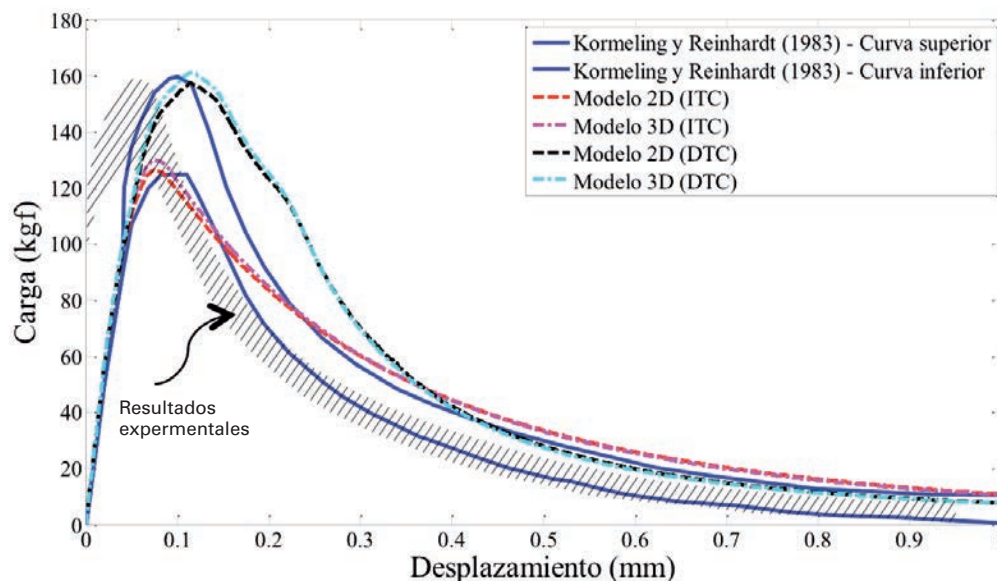


Fig. 11. Diagramas carga contra desplazamiento.

De acuerdo a los resultados obtenidos con el modelo de daño ITC, la parte superior de la viga desarrolla un fenómeno de traslape o empalme de elementos, como se muestra en las figuras 9b y 10b. Esta falla por aplastamiento prematuro es provocada por un estado de esfuerzos en compresión que alcanza la superficie de falla con una magnitud igual al estado de esfuerzos último en tensión del material, que no corresponde al comportamiento reportado en pruebas experimentales a elementos de concreto (Kupfer y Gerstle, 1973). Por otra parte, los resultados del análisis con el modelo de daño DTC indican que el fenómeno de aplastamiento prematuro no se presenta (figs. 9c y 10c), lo cual coincide con el comportamiento reportado en la experimentación.

En la Fig. 11 se muestran los resultados obtenidos con los modelos de daño ITC y DTC en 2D y 3D, comparados con resultados experimentales reportados por Kormeling y Reinhardt (1983), quienes variaron el esfuerzo máximo a tensión como la energía de fractura del material, este intervalo está acotado por dos curvas. En esta simulación se emplearon los parámetros utilizados por Kormeling y Reinhardt (1983) con los que se obtuvo la curva superior. En las curvas de la Fig. 11 se observa que una vez superado el límite de comportamiento elástico existen diferencias entre los resultados obtenidos con los modelos de daño ITC y DTC, respectivamente, esto se debe a que en el elemento estructural se presentan estados de esfuerzos dominados por la tensión como por la compresión. Las cargas máximas calculadas con el modelo de daño ITC son menores a las calculadas con el modelo de daño DTC, siendo este último el que describe un comportamiento similar al experimental (Kormeling y Reinhardt, 1983). La diferencia que existe entre las curvas de las simulaciones en 2D y 3D con el modelo DTC se debe a las deformaciones a lo ancho del elemento.

3. Bloque de concreto con varilla de refuerzo embebida

Este ejemplo consiste de un bloque de concreto con una barra de refuerzo de una pulgada de diámetro embebida al centro de la sección transversal, como se muestra en la Fig. 12. El modelo se somete a una carga de tensión uniaxial en ambos extremos de la barra inducida mediante desplazamientos aplicados gradualmente. Las propiedades del concreto son: módulo elástico $E=26,000$ MPa (265,126 kgf/cm²), relación de Poisson $\nu=0.2$, esfuerzo máximo a tensión $\sigma_u=3$ MPa (30.6 kgf/cm²), esfuerzo máximo a compresión $\sigma_c=30$ MPa (306 kgf/cm²) y energía de fractura $G_f=0.01$ Nm/mm² (0.1 kgfm/cm²). Las propiedades del acero de refuerzo son: módulo elástico $E=200$ GPa (2,039,432.43 kgf/cm²), esfuerzo de fluencia $f_y=470$ MPa (4792.7 kgf/cm²), relación de Poisson $\nu=0.3$, esfuerzo máximo a tensión $\sigma_u=520$ MPa (5,302.5 kgf/cm²), área transversal $A=5.07$ cm², módulo de endurecimiento de 670 MPa (6832.1 kgf/cm²) y deformación a la que inicia el endurecimiento por deformación 2.2%

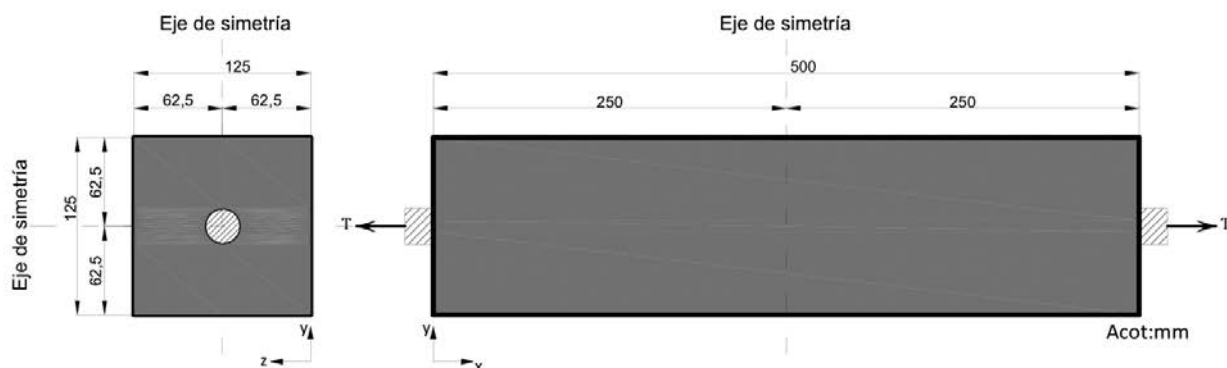


Fig. 12. Geometría de bloque con barra embebida de modelo de concreto reforzado.

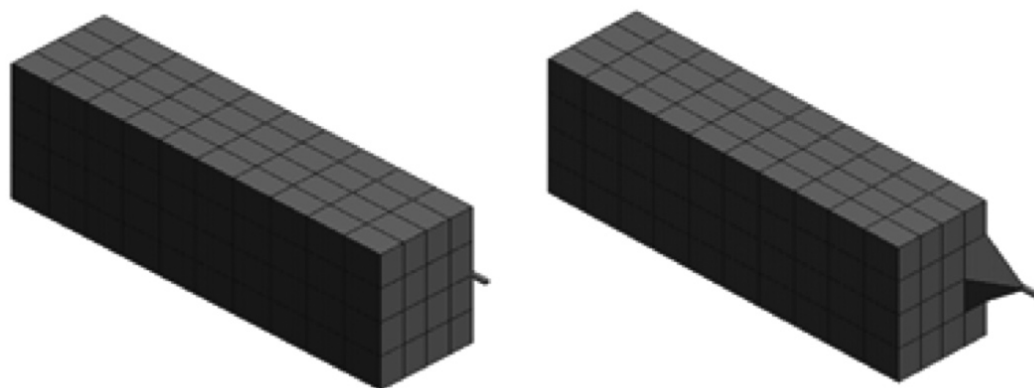


Fig. 13. Configuración de malla en 3D para simulación: a) No deformada y b) Dañada.

En la Fig. 13 se muestra la malla estructurada en 3D formada de elementos hexaedro de ocho nodos con ocho puntos de integración de Gauss; por simetría del bloque en este espécimen se modeló sólo una cuarta parte del concreto con una barra de la mitad del área transversal. En la Fig. 14 se muestran los desplazamientos en dirección de aplicación de la carga, donde se observa un cono de falla formado en la vecindad a la barra, en el que los elementos finitos fallan principalmente por cortante. Finalmente, en la Fig. 15 se muestra la curva carga contra desplazamiento de los resultados numéricos obtenidos en este estudio y los reportados de pruebas experimentales, por Goto (1972). La curva muestra que los resultados numéricos obtenidos, en general, son consistentes con los resultados experimentales. Además, se observa que después de que ocurre la falla en el concreto, el comportamiento global del elemento lo controla el endurecimiento por deformación que desarrolla el acero de refuerzo. En la curva experimental se reportan dos puntos donde se presenta una disminución de la carga resistente que corresponde a la formación de zonas de agrietamiento.

Es de interés mencionar que la convergencia de los análisis numéricos de elementos de concreto reforzado es más compleja en comparación a los análisis de elementos de concreto simple, debido al comportamiento constitutivo de los materiales, pues el concreto se ablanda después de alcanzar el esfuerzo umbral, mientras que el acero de refuerzo endurece.

Como se observa en los resultados obtenidos, el comportamiento de elementos estructurales de concreto armado se modela adecuadamente por el modelo de daño DTC, por lo que este modelo de daño es una aportación importante para estudiar elementos de concreto simple y reforzado en su evolución al colapso.

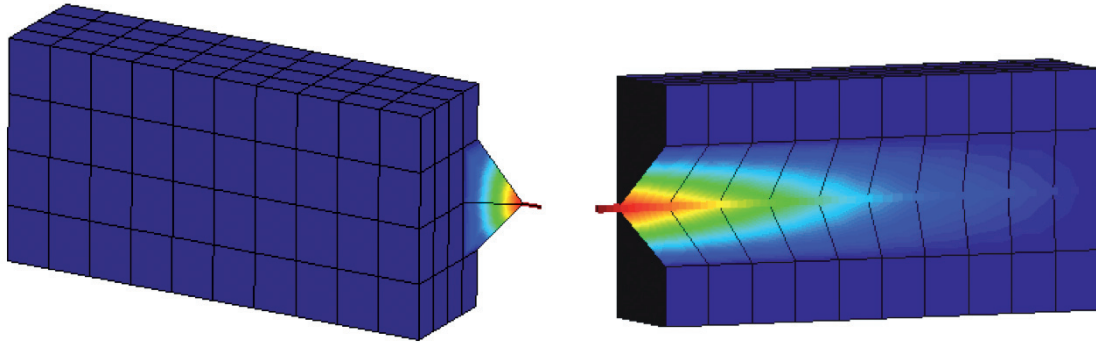


Fig. 14. Desplazamientos en la dirección de aplicación de la tensión (cono de falla).

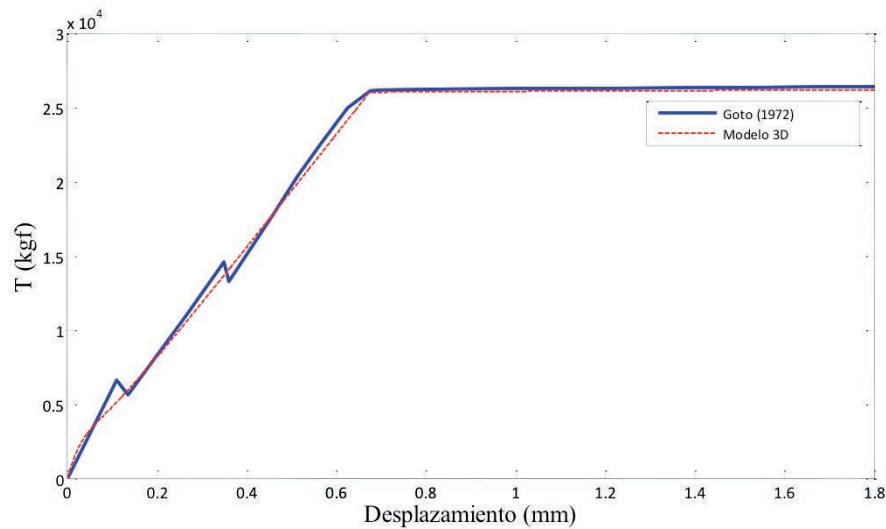


Fig. 15. Diagramas carga contra desplazamiento.

CONCLUSIONES

En esta investigación se desarrolla un modelo de daño para representar un comportamiento del concreto en su evolución al colapso con superficie de daño DTC con base en la teoría del daño continuo. El modelo propone para los elementos de concreto un comportamiento constitutivo del material con ablandamiento por deformación mediante una superficie de daño y, para el caso de elementos de concreto reforzado, se incluye un modelo de plasticidad que considere el endurecimiento del acero de refuerzo con una superficie de Von Mises.

Se presentaron dos ejemplos numéricos de elementos de concreto simple y un análisis de un elemento de concreto reforzado en los que se utilizó el modelo de daño DTC propuesto, los cuales se compararon con resultados de otras investigaciones y pruebas experimentales para mostrar la validez del modelo de daño formulado.

El primer espécimen estudiado de concreto simple tiene sección constante con dos ranuras. Los resultados demuestran que el modelo de daño DTC es válido para el estudio de elementos dominados por el primer modo de falla, donde los estados de esfuerzo en la zona de falla son de tensión.

El segundo ejemplo de concreto simple demuestra que el modelo DTC evita la aparición de aplastamiento prematuro que se presentó con los análisis realizados al modelo que consideró el modelo ITC, lo que valida que la superficie de daño implantada delimita adecuadamente los estados de esfuerzo en tensión y compresión, con base en pruebas experimentales. Por último, cuando se simulan elementos de concreto reforzado, el comportamiento global

lo controla el endurecimiento por deformación que sufre el acero de refuerzo. La simulación de elementos de concreto reforzado empleando los modelos de daño para el concreto y los modelos de plasticidad para el acero permiten conocer las zonas donde se presentan los agrietamientos, sus trayectorias y, particularmente, la carga última que soporta un elemento. Además, con base en los resultados obtenidos, el daño del elemento está dominado por la falla en cortante, pues se desarrolla un cono de concreto en la vecindad del acero de refuerzo.

Los resultados numéricos obtenidos con el modelo constitutivo del concreto con superficie de daño DTC, desarrollado en este trabajo, son consistentes con los resultados experimentales y numéricos reportados en la literatura, pues se observó que éste simula adecuadamente el ablandamiento que presenta el concreto y localiza adecuadamente las zonas de degradación.

El uso de la hipótesis de adherencia perfecta en el elemento de concreto reforzado no produjo efectos significativos en el análisis presentado. Conviene hacer notar que en el modelo desarrollado es posible asignar el valor de la energía de fractura G_f , a diferencia de otros software que presentan esta limitante, la cual se obtiene de pruebas experimentales reportadas en la literatura, del cual son dependientes los resultados numéricos.

El modelo implantado en 2D y 3D no presentó problemas de atoramiento de esfuerzo como ocurre con el modelo de agrietamiento distribuido, lo que garantiza simular adecuadamente elementos de concreto reforzado en su evolución al colapso.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Universidad Autónoma Metropolitana plantel Azcapotzalco por el patrocinio al proyecto titulado "Modelado numérico de estructuras en su evolución al colapso". Hilarión Méndez agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para realizar sus estudios de Maestría en Estructuras. Ambos autores agradecen a los doctores Edgar Tapia Hernández y Juan Casillas García de León por los comentarios a este trabajo.

REFERENCIAS

1. Kachanov, L.M., "Time of the rupture process under creep conditions", *IVZ Akad Nauk-S.S.R.- Otd Tech Nauk* 8, pp. 26-31, 1958.
2. Lemaitre, J., "A course on damage mechanics", Springer Verlag, Berlin, Alemania, 1986.
3. Simo, C.; Ju, J., "Stress and strain based continuum damage models, partes I y II", en *International Journal of Solids and Structures*, vol. 23, pp. 821-869, 1987.
4. Murakami, S.; Ohno, N., "A continuum theory of creep and creep damage", *Creep in structures*, A.R.S. Ponter, ed. *Third IUTAM Symposium*, Springer-Verlag, New York, pp. 422-453, 1980.
5. Murakami, S., "Notion of continuum damage mechanics and its application to anisotropic creep damage theory", en *Journal of Engineering Materials Technology*, vol. 105, pp. 99-105, 1983.
6. Valanis, K. C., "A global damage theory and the hyperbolicity of the wave problem", en *Journal of Applied Mechanics. ASME*, vol. 58, pp. 311-316, 1991.
7. Lemaitre, J.; Desmorat, R.; Sauzy, M., "Anisotropic damage law of evolution", en *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 19, pp. 187-208, 2000.
8. Carol, I.; Rizzi, E.; Willam, K., "On the formulation of anisotropic elastic degradation, part I: theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate", en *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38 (4), pp. 491-518, 2001a.
9. Carol, I.; Rizzi, E.; Willam, K., "On the formulation of anisotropic degradation. Part II. Generalized pseudo rankine model for tensile damage", en *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, pp. 519-543, 2001b.
10. Cordebois, J. P.; Sidoroff, F., "Damage-induced elastic anisotropy, in mechanical behavior of anisotropic solids", en *Colloque Euromech*, Dordrecht, Holanda, pp. 761-774, 1979.
11. Ortiz, M., "A constitutive theory for the inelastic behaviour of concrete", en *Mechanics of Materials*, vol. 4, pp. 67-93, 1985.
12. Krajcinovic, D.; Fonseka, U., "The continuous damage theory of brittle materials, Part I and II", en *Journal of Applied Mechanics, ASME*, vol.48, pp. 809-824, 1981.
13. Mazars, J.; Pijaudier-Cabot, G., "Continuum damage theory—application to concrete", en *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, vol. 115, pp. 354-365, 1989.

14. Chaboche, J.L., "A continuum damage theory with anisotropic and unilateral damage", en *La Recherche Aéropatiale*, núm.2, pp. 139-147, 1995.
15. Ju, J. W., "On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects", en *International Journal of Solids and Structures*, vol.25, núm.7, pp. 803-833, 1989.
16. Luege, M.; Luccioni, B.; Danesi, R., "Modelo de daño dependiente de la velocidad de deformación", en *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, vol.18, 2, 3-17, UPC, Barcelona, España, pp. 411-431, 2002.
17. Faria, R.; Oliver, J.; Cervera, M., "A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures", en *International Journal of Solids and Structures*, vol. 35, núm. 14. Pp. 1533-1558, 1998.
18. Voyiadjis, G. Z.; Deliktas, B., "A coupled anisotropic damage model for the inelastic response of composite materials", en *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 183, pp. 159-199, 2000.
19. Govindjee, S.; Kay, G.J.; Simo, J.C., "Anisotropic modelling and numerical simulation of brittle damage in concrete", en *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 38, pp. 3611-3633, 1995.
20. Litton, R.W., "A Contribution to the analysis of concrete structures under cyclic loading", en *Dissertation*, Universidad de California, Berkeley, 1974.
21. De Borst, R.; Nauta P., "Non-orthogonal cracks in a smeared finite element model", en *Engineering Computations*, vol. 2, pp. 35-46, 1985.
22. Riggs, H.R.; Powell, G.H., "Rough crack model for analysis of concrete", en *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, núm. 112(5), pp. 448-464, 1986.
23. Cope, R.J.; Rao, P.V.; Clark, L.A.; Norris P., "Modelling of reinforced concrete behaviour for finite element analysis of bridge slabs", en *Numerical Methods for Nonlinear problems 1*, eds. Taylor C. et. al., Pineridge Press, Swansea, pp. 457-470, 1980.
24. Bazant, Z.; Oh, B.H., "Crack band theory for fracture of concrete", en *Material Construction (RILEM)*, vol. 16, pp. 155-177, 1983.
25. Nicole, L., "Finite element modeling of reinforced concrete beam-column bridge connections", tesis de Doctorado, Universidad de California, Berkeley, pp. 266-274, 1999.
26. Crisfield, M.A., "Snap-through and snap-back response in concrete structures and the dangers of under integration", en *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 22, pp. 751-756, 1986.
27. Oliver, J., "A consistent characteristic length for smeared cracking models", en *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 28, pp. 461-474, 1989.
28. Ansys, "Ansys 12.0.1", Ansys Inc. Estados Unidos, 2009.
29. Kupfer, H.B.; Gerstle, K.H., "Behavior of concrete under biaxial stresses", en *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, vol. 99, pp. 853-866, 1973.
30. Rashid, Y.R., "Analysis of prestressed concrete pressure vessels", en *Nuclear Engineering and Design*, vol. 7 (4), pp. 334-344, 1968.
31. Rots, J.G., "Computational modeling of concrete fracture", tesis de Doctorado, Universidad de Tecnología de Delft, Holanda, p.132, 1988.
32. Diana, "Diana 9.0: Finite element analysis", TNO DIANA BV, Holanda, 2008.
33. Hillerborg, A.; Modeer, M.; Petersson, P.E., "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", en *Cement and Concrete Research*, vol. 6(6), pp. 773-782, 1976.
34. Oliver, J., "Modelling strong discontinuities in solid mechanics via deformation softening constitutive equations, Part 1: Fundamentals y Part 2: Numerical simulation", en *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol. 39, pp. 3575-3623, 1996.
35. Armero, F.; Garikipati, K., "An analysis of strong discontinuities in multiplicative finite strain plasticity and their relation with the numerical simulation of strain localization in solids", en *International Journal of Solids and Structures*, vol. 33, pp. 2863-2885.
36. Juárez, G.; Ayala, A.G., "Variational formulation of the material failure process in solids by embedded discontinuities model", en *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, vol. 25, pp. 26-62, 2009.
37. Oliver, J.; Cervera, M.; Oller, S.; Lubliner, J., "Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete", en N. B. et al., editores *SCI-C Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, Swansea, Pineridge Press, pp. 945-957, 1990.

38. Linero, D.L., “Un modelo del fallo material en el hormigón armado, mediante la metodología de discontinuidades fuertes de continuo y la teoría de mezclas”, tesis de Doctorado, Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports, Universidad Politécnica de Cataluña, 2006.
39. Taylor, L.R., “A finite element analysis program (FEAP) v8.2”, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California at Berkeley, Berkeley CA, 2008.
40. Lubliner, J.; Oliver, J.; Oller, S.; Oñate, E., “A plastic-damage model for concrete”, en *International Journal Solids Structures*, vol. 25, pp. 299-326, 1989.
41. Contrafatto, L.; Cuomo, M.; Micciché, M. L., “A intra-element discontinuities approach for modelling cohesive fracture processes”, en *Proceedings XVIII AIMETA*, National Congress, September, Brescia, Italia, pp. 11-14, 2007.
42. Kormeling, H.A; Reinhardt, H.W., “Determination of the fracture energy of normal concrete and epoxy modified concrete”, Stevin Laboratory, Delft University of Technology, Report No. 5-83-18, 1983.
43. Goto, Y., “Cracks formed in concrete around deformed tension bars”, *ACI Journal*, Vol. 68(4), pp. 244-251, 1972.