

ÍNDICE DE MALMQUIST Y PRODUCTIVIDAD ESTATAL EN MÉXICO

MALMQUIST INDEX AND STATE PRODUCTIVITY IN MÉXICO

Miguel A. Martínez-Damián*, José J. Brambila-Paz, Roberto García-Mata

Colegio de Postgraduados. Km 36.5 Carretera México-Texcoco, Montecillo Edo. de México.
56230. (angel01@colpos.mx)

RESUMEN

La escasez de recursos hace necesaria la eficiencia en la producción. Esta es una medida comparativa y no absoluta; con esto en mente se presenta un estudio de la eficiencia productiva de las entidades federativas en México. El enfoque empleado es el de análisis de datos envolventes bajo el Índice de Malmquist. Dicho índice evalúa cada unidad referente al grupo en dos puntos del tiempo, generando una medida de eficiencia de la unidad bajo análisis. Con datos del Producto Interno Bruto por entidad, mano de obra e inventario de capital de 2005 a 2010, se encuentra que la productividad nacional está en la frontera eficiente. Con respecto a las entidades federativas se encontró que 18 están sobre la frontera eficiente, 12 la exceden, y sólo dos aparecen por debajo de ella

Palabras clave: análisis de datos envolventes, eficiencia productiva, función distancia.

INTRODUCCIÓN

El análisis de eficiencia es de tipo relativo; es decir, la eficiencia es una medida relativa; por otra parte, en la actividad productiva las unidades tomadoras de decisiones emplean insumos para obtenerla. Es generalmente aceptado que aquella unidad que con los mismos insumos obtenga más producto, o que para la misma cantidad de producto obtenido emplee menos insumos, es la más eficiente. Sin embargo, las unidades productivas pueden emplear distintas combinaciones de insumos en el tiempo, lo mismo que otras unidades con las que se compara, esto hace que la medición de la eficiencia productiva no sea directa. En México se tiene información del Producto Interno Bruto (PIB) de entidades federativas y, dada la escasez de recursos, es pertinente un estudio de la eficiencia de dichas entidades.

* Autor responsable ♦ Author for correspondence.

Recibido: junio, 2013. Aprobado: agosto, 2013.

Publicado como ARTÍCULO en ASyD 10: 359-369. 2013.

ABSTRACT

The scarcity of resources makes efficiency in production necessary. This is a comparative measure and is not absolute; with this in mind, this study is about the productive efficiency of federal entities in México. The approach used is data envelopment analysis with the Malmquist Index. This index evaluates each unit that refers to the group in two points in time, generating a measure of efficiency of the unit under analysis. With data from the Gross Domestic Product per state, labor and capital inventory from 2005 to 2010, it was found that national productivity is on the efficient limit. With regards to the federal entities, it was found that 18 are above the efficient limit, 12 exceed it, and only two appear below it.

Key word: data envelopment analysis, productive efficiency, distance function.

INTRODUCTION

Efficiency analysis is relative; that is, efficiency is a relative measure; on the other hand, in productive activity the decision-making units use inputs to obtain it. It is generally accepted that a unit that obtains more product with the same inputs, or that uses less inputs for the same amount of product obtained, is more efficient. However, productive units can use different combinations of inputs over time, as can other units with which they are compared; this makes the measurement of productive efficiency something that is not direct. In México, there is information about the Gross Domestic Product (GDP) of federal entities and, given the scarcity of resources, a study of the efficiency of these entities is pertinent. An adequate measure of efficiency is the Malmquist Index (MI). The MI has been used to study bank services, hospitals, agricultural sectors, etc. (Tortosa-Ausina *et al.*, 2003; Chul-Young *et al.*, 2011; Nin-Pratt and Bingxin, 2010), with the

Una medida adecuada de eficiencia es el índice de Malmquist (IM). El IM se ha empleado para estudiar servicios bancarios, hospitales, sectores agrícolas, etcétera. Tortosa-Ausina *et al.* (2003), Chul-Young *et al.* (2011), Nin-Pratt y Bingxin (2010). Con la característica de que se requieren por lo menos dos observaciones en el tiempo tanto de insumos como de productos. Una vez obtenidos estos, se puede ordenar las unidades analizadas en términos de eficiencia, quedando el análisis estático. Aquí se emplea el índice de Malmquist para el estudio de la eficiencia de las entidades federativas de México, con la salvedad de que se comparan las combinaciones de insumos empleados para obtener el producto interno bruto estatal de varios años relativas a las condiciones de producción de un periodo base, lo que convierte este estudio en dinámico. El objetivo fue hacer un seguimiento de la eficiencia productiva de las entidades federativas en México, bajo la hipótesis de que dicha eficiencia es baja.

CAPITULO DESCRIPTIVO Y METODOLÓGICO

Se generó una base de datos para el análisis de la productividad; se empleó como variable Producto el PIB por entidad federativa y como variables insumos: la Población Económicamente Activa Ocupada (MO) y el Inventario de Capital (K), también por entidad federativa.

Con respecto a la obtención del Inventario de Capital, en primera instancia se deflactó la información de la variable formación del capital fijo (ΔK) con el índice de precios implícitos del PIB año base 2003. Después se recopiló la información del personal ocupado por entidad y capital por trabajador del año 2009, este último se transformó al deflactarlo con el Índice de Precios al Consumidor (IPC) de 2009 con base 2003. Con estos datos se obtuvo el inventario de capital para el año 2009 (K_{2009}) utilizando la expresión: $K_{2009} = \text{personal ocupado}_{2009} \times \text{capital por trabajador}_{2009}$; para el año 2008: $K_{2008} = K_{2009} - \Delta K_{2009}$. El procedimiento de substracción se repitió para los siguientes años en forma descendente hasta el año 2005 (método del inventario perpetuo; Acevedo, 2009); finalmente $K_{2010} = K_{2009} + \Delta K_{2010}$.

Para el estudio de los índices de productividad basados en funciones distancia se identifican dos enfoques diferenciados. El primer enfoque se inicia con Caves, *et al.* (1982), que introducen de manera

characteristic that at least two observations in time are required, both of inputs and of products. Once these are obtained, the units analyzed can be ordered in terms of efficiency, and the analysis remains static. Here, the Malmquist index is used to study the efficiency of federal entities in México, with the exception that the combinations of inputs used are compared to obtain the state gross domestic product of several years relative to the production conditions during a base period, which makes this study dynamic. The objective was to monitor productive efficiency of the federal entities in México, with the hypothesis that such efficiency is low.

DESCRIPTIVE AND METHODOLOGIC CHAPTER

A database was generated for the analysis of productivity; as Product variable, the GDP per federal entity was used, and as Input variables, the following: Employed Economically Active Population (MO) and the Capital Inventory (K), also per federal entity.

With regards to obtaining the Capital Inventory, at first the information of the fixed capital formation variable (ΔK) was deflated with the implicit price index of the GDP base year 2003. Later, information about the personnel employed per state and capital per worker in 2009 was gathered, and the latter was transformed by deflating it with the Consumer Price Index (CPI) in 2009 with base 2003. With these data the capital inventory was obtained for the year 2009 (K_{2009}) using the expression: $K_{2009} = \text{personnel employed}_{2009} \times \text{capital per worker}_{2009}$; for the year 2008: $K_{2008} = K_{2009} - \Delta K_{2009}$. The procedure of subtracting was repeated for the subsequent decreasing years until 2005 (perpetual inventory method; Acevedo, 2009); finally, $K_{2010} = K_{2009} + \Delta K_{2010}$.

For the study of productivity indexes based on distance functions, two differentiated approaches were identified. The first approach begins with Caves *et al.* (1982), who introduce theoretically the MI for productivity in inputs and products. This is based on ratios or quotients with distance functions directed at inputs and distance functions directed at products. Obtaining these indexes empirically could only be done once Färe *et al.* (1994) showed a calculation method through linear programming techniques (second approach).

teórica el *IM* de productividad en insumos y productos. Éste se basa en razones o cocientes con funciones distancia orientadas a insumos y funciones distancia orientadas a productos. La obtención empírica de estos índices pudo realizarse hasta que Färe *et al.* (1994), mostraron un método de cálculo a través de técnicas de programación lineal (segundo enfoque).

ÍNDICE DE PRODUCTIVIDAD DE MALMQUIST CON LA TÉCNICA DATOS ENVOLVENTES

El Índice de Productividad de Malmquist (1953), representa el crecimiento de la productividad total de los factores (PTF) de una unidad productiva, en este caso la entidad federativa. Refleja el progreso en eficiencia¹ de conformidad con los cambios tecnológicos en el tiempo, que se manifiesta como desplazamiento de la propia frontera bajo un marco de múltiples insumos y productos (Caves *et al.*, 1982). Bajo este enfoque, las observaciones fuera de la frontera reflejan los períodos en los cuales la utilización de los recursos resulta menos eficiente en comparación con las prácticas empleadas durante los mejores años. La distancia entre la frontera y los puntos de producción representa la ineficiencia técnica. Las funciones distancia o medidas de eficiencia técnica, permiten cuantificar la ineficiencia técnica en un plan de producción, mediante la comparación de las cantidades de insumos y de productos que necesita una unidad que es técnicamente eficiente con los que utiliza una unidad ineficiente.

El *IM* bajo análisis de datos envolventes (Caves *et al.*, 1982) define funciones distancia orientadas a insumos que caracterizan una tecnología por la máxima contracción proporcional posible en el uso de insumos, mientras los niveles del producto se mantienen constantes; o bien orientadas a la producción, que consideran la expansión proporcional maximal del vector de producción, dados los insumos utilizados. En el enfoque de datos envolventes se supone convexidad, eliminación gratuita de productos e insumos y rendimientos constantes a escala.² Se puede referir de tres formas distintas: fraccional, multiplicativa y envolvente (Charnes *et al.*, 1978).

La metodología de la media geométrica de los índices de productividad Malmquist con orientación hacia los insumos que se utilizó en esta investigación, tiene como ventajas: primero, no se requiere información de precios, utiliza datos sobre unidades físicas

MALMQUIST PRODUCTIVITY INDEX WITH THE DATA ENVELOPMENT TECHNIQUE

The Malmquist Productivity Index (1953) represents the growth of total factor productivity (TFP) of a productive unit, in this case the federal entity. It reflects the progress in efficiency¹ in agreement with the technological changes in time, which manifest as a shift in the limit itself under a framework of multiple inputs and products (Caves *et al.*, 1982). Under this approach, the observations outside the limit reflect the periods in which the use of resources is less efficient in comparison with the practices used during the better years. The distance between the limit and the production points represents technical inefficiency. The distance functions or measures of technical efficiency allow quantifying the technical inefficiency in a production plan, through comparison of the amounts of inputs and of products that a unit which is technically efficient needs with those used by an inefficient unit.

The *MI* under data envelopment analysis (Caves *et al.*, 1982) defines distance functions directed at inputs that characterize one technology because of the maximum possible proportional contraction in the use of inputs, while the product levels are kept constant; or else, directed at production, which consider the maximum proportional expansion of the production vector, given the inputs used. In the data envelopment approach, convexity is assumed, as well as free elimination of products and inputs and constant yields at scale.² It can be referred in three different ways: fractional, multiplicative and enveloping (Charnes *et al.*, 1978).

The methodology of the geometric mean of the Malmquist productivity indexes directed at inputs that was used in this study has the following advantages: first, no information on prices is required, since it uses data about physical units of inputs and products, which allows comparing the federal entities. Second, the assumptions of benefit maximization or cost minimization are not used, and it is free of the specification errors in a functional manner. However, the data envelopment analysis does not take into account random effects, which is why external disturbances that cause a deviation in the limit and affect the performance of a unit are seen as inefficiencies, making it possible to over or underestimate the measure.³ If there are enough

de insumos y productos, lo que permite comparar las entidades federativas. Segundo, los supuestos de maximización de beneficios o la minimización de costos no se utilizan, y está libre de los errores de especificación en la forma funcional. Sin embargo, el análisis de datos envolventes no considera los efectos aleatorios, por lo que los disturbios externos que ocasionen una desviación de la frontera y afecten el desempeño de una unidad son captados como ineficiencias, pudiéndose sobre o subestimar la medición.³ Si se tienen suficientes datos se puede tomar una media móvil para controlar por dichos efectos aleatorios (Trueblood y Coggins, 2001).

Suponiendo que la tecnología está caracterizada por rendimientos constantes a escala, permitiendo el desplazamiento de la frontera eficiente, entonces el cociente entre su eficiencia técnica en el periodo $t+1$ y t es una medida del cambio productivo experimentado, siendo posible realizar la evaluación de eficiencia tomando como referencia, bien la tecnología del periodo t , o bien la del periodo $t+1$ (Thanassoulis, 2001).

En los periodos de tiempo t y $t+1$, bajo el supuesto de que las entidades federativas como unidades de producción generan un producto ($Y=PIB$) a partir de dos insumos ($X_1=K$, $X_2=MO$), el cambio productivo para cada entidad, tomando como referencia la tecnología del período t (CP_A^t) estaría dado por:

$$CP_A^t = \frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t}^t} \quad (1)$$

dónde:

$E_{A,t}^t$ es la eficiencia técnica de la entidad federativa A en el periodo t (subíndice) respecto a la frontera eficiente del mismo periodo (superíndice).

$E_{A,t+1}^t$ es la eficiencia técnica de la entidad federativa A en el periodo $t+1$ respecto a la frontera en t .

El índice de la ecuación (1) es el IM insumo-orientado que, basado en la tecnología de referencia en t definieron Caves *et al.*, (1982) en términos de funciones distancia.

El cambio productivo experimentado por la entidad A entre el periodo t y el $t+1$, con esta metodología, puede obtenerse a partir de la expresión:

$$IM(x_{t+1}, y_{t+1}, x_t, y_t) = \left[\frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t}^t}, \frac{E_{A,t+1}^{t+1}}{E_{A,t}^{t+1}} \right]^{1/2} = \quad (2)$$

data, a mobile mean can be used to control for such random effects (Trueblood and Coggins, 2001).

Assuming that technology is characterized by constant yields at a scale, allowing the shift of the efficient limit, then the quotient between its technical efficiency in period $t+1$ and t is a measure of the productive change experienced, and the evaluation of efficiency is possible, taking as reference either the technology of period t or that of period $t+1$ (Thanassoulis, 2001).

In time periods t and $t+1$, under the assumption that the federal entities as product units generate a product ($Y=GDP$) from two inputs ($X_1=K$, $X_2=MO$), the productive change for each entity, taking the technology at period t (CP_A^t) as reference, would be given by:

$$CP_A^t = \frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t}^t} \quad (1)$$

where:

$E_{A,t}^t$ is the technical efficiency of the federal entity A during the period t (subscript) with regards to the efficient limit during the same period (superscript).

$E_{A,t+1}^t$ is the technical efficiency of federal entity A during the period $t+1$ with regards to the limit in t .

The index of equation (1) is the MI input-oriented, which, based on the reference technology in t was defined by Caves *et al.* (1982) in terms of distance functions.

The productive change experienced by entity A between the period t and $t+1$, can be obtained with this methodology from the following expression:

$$IM(x_{t+1}, y_{t+1}, x_t, y_t) = \left[\frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t}^t}, \frac{E_{A,t+1}^{t+1}}{E_{A,t}^{t+1}} \right]^{1/2} = \quad (2)$$

In equation (2), the component $\frac{E_{A,t+1}^{t+1}}{E_{A,t}^{t+1}}$ is the

so-called change in technical efficiency (CE) and it captures the changes in time of the relative efficiency; that is, whether the entity is moving closer to or away from the efficient limit.

$$\frac{E_{A,t+1}^{t+1}}{E_{A,t}^t} \left[\frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t+1}^{t+1}}, \frac{E_{A,t}^t}{E_{A,t}^{t+1}} \right]^{1/2}$$

En la ecuación (2), el componente $\frac{E_{A,t+1}^{t+1}}{E_{A,t}^t}$ es el denominado cambio en eficiencia técnica (CE) y captura los cambios en el tiempo de la eficiencia relativa; es decir, si la entidad se está acercando o se está alejando de la frontera eficiente.

El componente $\left[\frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t+1}^{t+1}}, \frac{E_{A,t}^t}{E_{A,t}^{t+1}} \right]^{1/2}$ es el progreso tecnológico, que captura el cambio en tecnología (CT), entre los periodos t y $t+1$. El primer componente $\frac{E_{A,t+1}^{t+1}}{E_{A,t}^t}$ es el efecto del cambio en la frontera en (X_t, Y_t) , evaluada como el cambio en la eficiencia de (X_t, Y_t) con respecto al período t y las fronteras de $t+1$, respectivamente. El segundo componente $\left[\frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t+1}^{t+1}}, \frac{E_{A,t}^t}{E_{A,t}^{t+1}} \right]^{1/2}$ es el efecto del cambio de la frontera en (X_{t+1}, Y_{t+1}) evaluada como el cambio de eficiencia de (X_{t+1}, Y_{t+1}) con respecto al período t y las fronteras de $t+1$ respectivamente. Sin embargo, el efecto de cambio en la tecnología es definido por la media geométrica de los dos componentes.

Cuando una entidad federativa tiene (entre los periodos t y $t+1$) una mejora de productividad, entonces el $IM(X_{t+1}, Y_{t+1}; X_t, Y_t)$ será mayor que 1; si ocurre lo contrario, el resultado será inferior a 1; y si no existe ningún cambio en el período estudiado, el resultado será la unidad. Sin embargo, al mismo tiempo se puede producir una mejora de la eficiencia técnica y un retroceso tecnológico.

Para calcular el IM insumo orientado, se requiere calcular cuatro funciones distancia insumo que son obtenidas mediante programación lineal. Estas funciones permiten describir un modelo de producción multi-producto, multi-insumo sin necesidad de asumir un criterio determinado, como minimización del costo o maximización de ganancia (Perelman, 1995). Una función distancia de insumo está definida por la tecnología de producción cuyo consumo de insumos es el mínimo posible dado un determinado nivel de producción (Coelli *et al.*, 1998).

The component $\left[\frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t+1}^{t+1}}, \frac{E_{A,t}^t}{E_{A,t}^{t+1}} \right]^{1/2}$ is technological progress, which captures the change in technology (CT) between periods t and $t+1$. The first component $\frac{E_{A,t+1}^{t+1}}{E_{A,t}^t}$ is the effect of change of the limit in (X_t, Y_t) , evaluated as the change in efficiency of (X_t, Y_t) with regards to period t and the limits of $t+1$, respectively. The second component $\left[\frac{E_{A,t+1}^t}{E_{A,t+1}^{t+1}}, \frac{E_{A,t}^t}{E_{A,t}^{t+1}} \right]^{1/2}$ is the effect of change of the limit in (X_{t+1}, Y_{t+1}) evaluated as the change in efficiency of (X_{t+1}, Y_{t+1}) with regards to the period t and the limits of $t+1$, respectively. However, the effect of change in technology is defined by the geometric mean of the two components.

When a federal entity has (between periods t and $t+1$) an improvement in productivity, then the $MI(X_{t+1}, Y_{t+1}; X_t, Y_t)$ will be higher than 1; if the opposite occurs, the result will be lower than 1; and if there is no change in the period studied, the result will be the unit. However, at the same time an improvement of the technical efficiency can be produced, as well as technological set-back.

To calculate the MI input-oriented, four input distance functions must be calculated that are obtained through linear programming. These functions allow describing a model of multi-product, multi-input production without the need to assume a specific criterion, such as cost minimizing or profit maximizing (Perelman, 1995). An input distance function is defined by the production technology whose input consumption is the least possible given a specific level of production (Coelli *et al.*, 1998).

The distance functions involved in $MI(X_{t+1}, Y_{t+1}; X_t, Y_t)$ are:

$$1. \left[D_A^t(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^t$$

This is the measure of technical efficiency of entity A evaluated, using the data observed (input and production) for the entity during period t with regards to the technological limit of period t .

$$\left[D_A^t(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^t = \text{Min}_{A,t} \theta$$

Las funciones distancia involucradas en el $IM(X_{t+1}, Y_{t+1}; X_t, Y_t)$ son:

$$1. \left[D_A^t(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^t$$

Ésta es la medida de la eficiencia técnica de la entidad evaluada A , usando los datos observados (insumo y producción) para la entidad en el periodo t con relación a la frontera tecnológica del periodo t .

$$\left[D_A^t(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^t = \text{Min}_{A,\lambda} \theta$$

sujeto a: $Y_t \lambda \geq Y_{A,t}$

$$\theta X_{A,t} \geq X_{A,t} \lambda$$

$$\lambda \geq 0$$

donde θ es un escalar (distancia a minimizar), λ es un vector de constantes por obtener, Y_t y X_t son los vectores de producción e insumos utilizados en el conjunto al tiempo t respectivamente (excepto aquellos de la entidad evaluada), X_A es el nivel de insumos empleados en la entidad evaluada A , Y_A es el nivel de producción generada por la entidad evaluada A .

$$2. \left[D_A^{t+1}(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^{t+1}$$

Es la eficiencia técnica de la entidad A , que se calcula usando los datos observados para dicha entidad en el periodo $t+1$ con relación a la frontera eficiente en el periodo $t+1$.

$$\left[D_A^{t+1}(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^{t+1} = \text{Min}_{A,\lambda} \theta$$

sujeto a: $Y_{t+1} \lambda \geq Y_{A,t+1}$

$$\theta X_{A,t+1} \geq X_{A,t+1} \lambda$$

$$\lambda \geq 0$$

En las siguientes funciones distancia se requiere información de los periodos t y $t+1$, puesto que se comparan los datos de un periodo con la frontera eficiente del otro. Además, por esta razón, el valor óptimo de θ , θ^* , puede ser mayor a la unidad.

$$3. \left[D_A^t(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^t$$

Es la eficiencia técnica de la entidad A , calculada a partir de los datos observados en el periodo $t+1$

subject to: $Y_t \lambda \geq Y_{A,t}$

$$\theta X_{A,t} \geq X_{A,t} \lambda$$

$$\lambda \geq 0$$

where θ is a scalar (distance to be minimized), λ is a vector of constants to be obtained, Y_t and X_t are the production and input vectors used in the set at time t , respectively (except those of the entity being evaluated), X_A is the level of inputs used in the entity A evaluated, Y_A is the level of production generated by the entity A evaluated.

$$2. \left[D_A^{t+1}(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^{t+1}$$

Is the technical efficiency of entity A , which is calculated using the data observed for that entity during the period $t+1$ with regards to the efficient limit in period $t+1$.

$$\left[D_A^{t+1}(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^{t+1} = \text{Min}_{A,\lambda} \theta$$

subject to: $Y_{t+1} \lambda \geq Y_{A,t+1}$

$$\theta X_{A,t+1} \geq X_{A,t+1} \lambda$$

$$\lambda \geq 0$$

In the subsequent distance functions, information about periods t and $t+1$ is required, since the data from one period are compared with the efficient limit of the other. Also, because of this, the optimal value of θ , θ^* , can be higher than the unit.

$$3. \left[D_A^t(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^t$$

Is the technical efficiency of entity A , calculated from the data observed during period $t+1$ with regards to the efficient limit of period t .

$$\left[D_A^t(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^t = \text{Min}_{A,\lambda} \theta$$

subject to: $Y_t \lambda \geq Y_{A,t+1}$

$$\theta X_{A,t+1} \geq X_{A,t+1} \lambda$$

$$\lambda \geq 0$$

$$4. \left[D_A^{t+1}(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^{t+1}$$

Is the technical efficiency of entity A calculated from the data observed in period t with regards to the

respecto a la frontera eficiente del periodo t .

$$\left[D_A^t(X_{t+1}, Y_{t+1}) \right]^{-1} = E_{A,t+1}^t = \text{Min}_{A,\lambda,\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{sujeto a: } Y_t \lambda &\geq Y_{A,t+1} \\ \theta X_{A,t+1} &\geq X_t \lambda \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned}$$

$$4. \left[D_A^{t+1}(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^{t+1}$$

Es la eficiencia técnica de la entidad A calculada a partir de los datos observados en el periodo t respecto a la frontera eficiente del periodo $t+1$.

$$\left[D_A^t(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^{t+1} = \text{Min}_{A,\lambda,\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{sujeto a: } Y_{t+1} \lambda &\geq Y_{A,t} \\ \theta X_{A,t} &\geq X_{t+1} \lambda \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned}$$

Como puede verse, el problema es computacional, pues requiere la solución de cuatro problemas de programación lineal por cada entidad federativa $4 \times 32 = 128$ multiplicado por el número de años del estudio, que en este caso son cinco, dan un total de 640 problemas de programación lineal por resolver. Emrouznejad (2005), ha escrito una macro en SAS que requiere pequeñas adecuaciones para poder hacer el análisis de datos envolventes.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el Cuadro 1 se presenta el cálculo del índice de productividad de Malmquist para las 32 entidades federativas de México tomando como año de referencia para el análisis al 2005, esto hace comparable la eficiencia en producción de cualquier par de años por medio de dicho año.

Del Cuadro 1 se hacen dos tipos de análisis, uno vertical que envuelve la productividad nacional y otro horizontal indicando la productividad por entidad.

La productividad nacional presenta cuatro de los cinco periodos analizados como eficientes, aunque sin una tendencia a crecer. Como se tiene variabilidad se presenta una prueba de hipótesis, bajo la nula de que el índice de Malmquist es 1 contra la

efficient limit of period $t+1$.

$$\left[D_A^t(X_t, Y_t) \right]^{-1} = E_{A,t}^{t+1} = \text{Min}_{A,\lambda,\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to: } Y_{t+1} \lambda &\geq Y_{A,t} \\ \theta X_{A,t} &\geq X_{t+1} \lambda \\ \lambda &\geq 0 \end{aligned}$$

As can be seen, the problem is in computing, since it requires the solution of four linear programming problems for each federal entity $4 \times 32 = 128$, multiplied by the number of years of study, which in this case is five, giving a total of 640 linear programming problems to be solved. Emrouznejad (2005) has written a macro in SAS that requires small alterations to be able to carry out the data envelopment analysis.

RESULTS AND DISCUSSION

In Table 1 the calculation of the Malmquist productivity index is presented for the 32 federal entities in México, taking 2005 as year of reference for the analysis, making the efficiency in production comparable for any pair of years through that year.

From Table 1, two types of analysis are done: one vertical that envelops the national productivity and another horizontal that indicates the productivity per entity.

The national productivity presents four of the five periods analyzed as efficient, although without a growing trend. Since there is variability, a hypothesis test is presented, under the null hypothesis that the Malmquist index is 1 against the alternative of higher than 1. The result of this contrast at the levels of confidence 0.1 or 0.05 significantly reject the null hypothesis of an index equal to 1 in favor of an alternative higher than 1; only for the year 2009 it is concluded that the null hypothesis of an index equal to 1 cannot be rejected. This implies that, although without a tendency to grow, the national productive efficiency is significantly greater than 1 in four of the periods analyzed, and equal to 1 in only one year (2009). This result is analogous to that by Acevedo (2009), although that author follows a different methodology and a different period of time, obtaining a higher productivity than the one found here.

In terms of the second analysis, Table 2 presents an analysis of productivity per entity. There,

Cuadro 1. Índice de productividad de Mamquist para entidades federativas en México.
Table 1. Malmquist productivity index for federal entities in México.

Estado	2006/2005	2007/2005	2008/2005	2009/2005	2010/2005	media
Aguascalientes	1.087	1.145	1.147	1.091	1.176	1.129
Nayarit	1.154	1.103	1.145	1.092	1.115	1.122
Yucatán	1.055	1.119	1.116	1.083	1.123	1.099
Tabasco	1.032	1.060	1.088	1.116	1.177	1.095
Querétaro	1.047	1.114	1.133	1.051	1.097	1.088
Quintana Roo	1.048	1.144	1.134	1.031	1.073	1.086
Puebla	1.059	1.097	1.119	1.010	1.105	1.078
San Luis Potosí	1.055	1.074	1.109	1.035	1.108	1.076
Tlaxcala	1.063	1.082	1.083	1.024	1.091	1.069
Jalisco	1.049	1.089	1.091	1.005	1.065	1.060
Distrito Federal	1.048	1.079	1.083	1.023	1.066	1.060
Sinaloa	1.034	1.064	1.092	1.003	1.039	1.046
Baja California Norte	1.052	1.076	1.071	0.979	1.013	1.038
Nuevo León	1.029	1.065	1.062	0.972	1.046	1.035
Michoacán	1.000	1.025	1.027	0.955	1.161	1.034
Veracruz	1.018	0.996	0.997	0.980	1.163	1.031
Baja California Sur	1.031	1.047	1.025	1.052	0.988	1.029
Sonora	1.065	1.057	1.018	0.987	1.007	1.027
Morelos	1.016	1.045	1.006	0.997	1.053	1.023
Guerrero	1.011	1.055	1.026	0.977	1.031	1.020
México	1.020	1.022	1.006	0.958	1.069	1.015
Durango	1.019	1.027	1.024	0.979	1.008	1.011
Campeche	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Guanajuato	1.042	0.999	0.995	0.953	1.006	0.999
Colima	1.023	1.027	0.991	0.930	1.014	0.997
Tamaulipas	0.981	1.007	1.020	0.956	0.985	0.990
Zacatecas	0.983	0.962	0.997	0.973	1.031	0.989
Hidalgo	0.987	0.999	1.030	0.921	1.002	0.988
Chiapas	1.011	0.978	0.992	0.956	1.000	0.987
Oaxaca	0.980	0.973	0.968	0.926	0.995	0.968
Chihuahua	1.024	1.021	0.984	0.882	0.920	0.967
Coahuila de Zaragoza	1.009	0.939	0.924	0.829	0.866	0.913
media	1.032	1.047	1.047	0.992	1.050	
t	5.244	5.076	4.548	-0.784	3.965	
Valor_p	0.003	0.004	0.005	0.220	0.008	

alternativa de mayor que 1. El resultado de este contraste a los niveles de confianza 0.1 o 0.05, rechazan significativamente la hipótesis nula de un índice igual a 1 en favor de la alternativa de mayor que 1; solamente para el año 2009 se concluye que no se puede rechazar la hipótesis nula de un índice igual a 1. Esto

the variability in the Malmquist index per year is considered again, which is why the statistical contrast of the Malmquist index being 1 against the alternative of different from 1 for each entity, is presented. In this case, due to the low number of observations and to having to estimate the standard

implica que, aunque sin tendencia a crecer, la eficiencia productiva nacional es significativamente mayor a 1 en cuatro de los periodos analizados e igual a 1 en solo un año (2009). Este resultado es análogo al de Acevedo (2009), aunque dicho autor sigue una metodología distinta y otro periodo de tiempo, obteniendo una productividad mayor a la aquí encontrada.

Con respecto al segundo análisis, en el Cuadro 2 se presenta un análisis de la productividad por entidad. Ahí se considera nuevamente la variabilidad del índice de Malmquist por año, por lo que se presenta el contraste estadístico de que el índice de Malmquist es 1 contra la alternativa diferente de 1 para cada entidad. En este caso, debido al reducido número de observaciones y a tener que estimar la desviación estándar, el nivel de confiabilidad empleado en este contraste fue de 0.10; con tres posibilidades: rechazar la nula en favor de un índice mayor que 1, no rechazar la nula de un índice de Malmquist igual a 1 y rechazar la nula en favor de un índice de Malmquist menor que 1. Los resultados muestran que de las 32 entidades federativas 18 presentan una productividad estadísticamente significativa mayor que 1; 12 presentan una productividad igual a 1 y solamente dos entidades presentan una productividad menor a la unidad, es decir son ineficientes estadísticamente. Esto indicaría que, tomado el PIB estatal como único producto, y como únicos insumos a la mano de obra y el inventario de capital, la productividad de las entidades es mayoritariamente mayor o igual a la unidad y solo los estados de Oaxaca y Coahuila presentan un problema de baja productividad. Con 32 entidades federativas el número de comparaciones posibles con distintos trabajos es difícil. Sin embargo, bajo una metodología distinta el CIDAC (2011) presenta un análisis de productividad de entidades federativas; el resultado similar concluyente es encontrar que Oaxaca es de las entidades con menor productividad bajo ambas metodologías. Estos resultados son similares a los obtenidos por Padilla y Guzmán (2010); en este caso tanto Oaxaca como Coahuila son entidades de productividad baja.

CONCLUSIONES

Con un análisis de productividad relativa se concluye que la productividad nacional, si bien no crece, tampoco presenta problemas de ineficiencia. Por su parte, cuando el análisis se hace por entidad se

deviation, the level of reliability used in this contrast was 0.10; with three possibilities: rejecting the null in favor of an index higher than 1, not rejecting the null from a Malmquist index equal to 1, and rejecting the null in favor of a Malmquist index lower than 1. Results show that out of the 32 federal entities, 18 present a statistically significant productivity higher than 1; 12 present a productivity equal to 1, and only two entities present a productivity lower than the unit; that is, they are statistically inefficient. This would indicate that, taking the state GDP as sole product and labor and capital inventory as the only inputs, the productivity of entities is mostly higher or equal to the unit and only the states of Oaxaca and Coahuila present a problem of low productivity. With 32 federal entities, the number of possible comparisons with different studies is difficult. However, under a different methodology, CIDAC (2011) presented a productivity analysis of federal entities; the similar conclusive result is finding that Oaxaca is one of the entities with lower productivity under both methodologies. These results are similar to those found by Padilla and Guzmán (2010); in this case, both Oaxaca and Coahuila are entities with low productivity.

CONCLUSIONS

With a relative productivity analysis, it is concluded that the national productivity, although it is not growing, also does not present inefficiency problems. In its turn, when the analysis is done per entity, it is concluded that federal entities in México are mostly efficient and only two present problems with efficiency. With regards to the second conclusion, it is supported by two similar studies but with different methodology. With regards to the national efficiency, the working hypothesis of low efficiency is rejected.

- End of the English version -

concluye que las entidades federativas en México son mayoritariamente eficientes, y sólo dos presentan problemas de eficiencia. Con respecto a la segunda conclusión, ésta es respaldada con dos estudios similares pero diferente metodología. Con respecto a la eficiencia nacional, la hipótesis de trabajo de baja eficiencia es rechazada.

Cuadro 2. Contraste de eficiencia por entidad federativa.
Table 2. Contrast of efficiency per federal entity.

Estado	Media	Valor de t	Valor de probabilidad	
Aguascalientes	1.129	7.458	0.001	>1
Nayarit	1.122	10.172	0.000	>1
Yucatán	1.099	7.582	0.001	>1
Tabasco	1.095	3.792	0.010	>1
Querétaro	1.088	5.186	0.003	>1
Quintana Roo	1.086	3.802	0.010	>1
Puebla	1.078	3.963	0.008	>1
San Luis Potosí	1.076	5.244	0.003	>1
Tlaxcala	1.069	5.750	0.002	>1
Jalisco	1.060	3.786	0.010	>1
Distrito Federal	1.060	5.375	0.003	>1
Sinaloa	1.046	3.090	0.018	>1
Baja California Norte	1.038	2.070	0.054	>1
Nuevo León	1.035	2.048	0.055	>1
Michoacán de Ocampo	1.034	0.981	0.191	=1
Veracruz de Ignacio de la Llave	1.031	0.917	0.205	=1
Baja California Sur	1.029	2.524	0.033	>1
Sonora	1.027	1.819	0.072	>1
Morelos	1.023	2.123	0.050	>1
Guerrero	1.020	1.547	0.098	>1
México	1.015	0.839	0.224	=1
Durango	1.011	1.325	0.128	=1
Campeche	1.000	n.a.	n.a.	=1
Guanajuato	0.999	-0.089	0.467	=1
Colima	0.997	-0.162	0.439	=1
Tamaulipas	0.990	-0.919	0.205	=1
Zacatecas	0.989	-0.889	0.212	=1
Hidalgo	0.988	-0.672	0.269	=1
Chiapas	0.987	-1.347	0.125	=1
Oaxaca	0.968	-2.732	0.026	<1
Chihuahua	0.967	-1.188	0.150	=1
Coahuila de Zaragoza	0.913	-2.792	0.025	<1

Nota: >1 eficiente; =1 en frontera eficiente; <1 ineficiente. ♦ >1 efficient; =1 on the efficient limit; <1 inefficient.

NOTAS

¹Cambios en la distancia a la frontera, lo que se denomina convergencia; así, una entidad federativa podría estar sobre la frontera en un periodo, pero no en el siguiente. ♦ Changes in the distance to the limit, which is called convergence; thus, a federal entity could be on the limit during a period but not during the next one.

²Este supuesto está cerca de cumplirse en el agregado de la economía mexicana, (Acevedo, 2009). ♦ This assumption is close to being fulfilled in the Mexican economy aggregate (Acevedo, 2009).

³En el análisis de resultados esta variabilidad es tomada en cuenta por medio de una prueba de hipótesis. ♦ In the analysis of results, this variability is taken into account through a hypothesis test.

LITERATURA CITADA

- Acevedo F. E. 2009. PIB potencial y productividad total de los factores. Recesiones y expansiones en México. *Economía Mexicana*. Nueva Época. XVIII: 175-219.
- Caves, Christensen, and Diewert. 1982. The economic theory of index numbers and the measurement of input, output and productivity. *Econometrica* 50: 1393-1414.
- CIDAC. 2011. Hacerlo Mejor: Índice de productividad México. <http://www.cidac.org/esp/uploads/1/WEB.pdf>
- Coelli, T. J., D. S. Prasada Rao, and G. E. Battese. 1998. *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Charnes, A., W. W. Cooper. and E. Rhodes. 1978. *European Journal of Operational Research*. 2(4): 429-444. pp: 271.
- Chul-Young, Roh, Changsuh Park, Moon, and M. Jae. 2011. Economic performances of U.S. non-profit hospitals using the Malmquist productivity change index. *Journal of Management & Marketing Research*. 8: 1-16.
- Emrouznejad Ali. 2005. Measurement efficiency and productivity in SAS/OR. *Computers & Operations Research* 32 pp: 1665 – 1683.
- Färe, R., S Grosskopf, and C.A.K. Lovell. 1994. *Productivity Frontiers*, Cambridge University Press. 303 p.
- Malmquist, S. 1953. Index Numbers and Indifference Surfaces. *Trabajos de Estadística* v4 n2. pp: 209–242.
- Nin-Pratt Alejandro, and Bingxin Yu. 2010. Getting implicit shadow prices right for the estimation of the Malmquist index: the case of agricultural total factor productivity in developing countries. *Agricultural Economics*. 41: 349–360.
- Padilla H. R., y M. P. Guzmán P. 2010. Productividad total de los factores y crecimiento manufacturero en México: un análisis regional, 1993-2007. *Análisis Económico*. Núm. 59. Vol. XXV. 155-178
- Perelman, Sergio. 1995. R&D, Technological Progress and Efficiency Change in Industrial Activities. *Review of Income and Wealth*. v:41 n3. pp: 349-66.
- Thanassoulis, E. 2001. *Introduction to the theory and application of data envelope analysis: a foundation text with integrated software*. Kluwer Academic Publishers. Norwell, Massachusetts USA. 281 p.
- Tortosa-Ausina E, E Grifell-Tatje, C Armero, and D Conesa. 2003. Sensitivity analysis of efficiency and Malmquist productivity indices: An application to Spanish saving banks. *Centre for Applied Economic Research (Working paper 02)*. pp: 35.
- Trueblood Michael A., and Jay Coggins. 2001. *Intercountry Agricultural Efficiency and Productivity: A MALMQUIST Index Approach* Washington D.C. U.S. Department of Agriculture, Economic Research Service. June. pp:37.