

# ESTIMACIÓN DEL VOLUMEN COMERCIAL EN PLANTACIONES DE *Eucalyptus urophylla* CON MODELOS DE VOLUMEN TOTAL Y DE RAZÓN

## *Eucalyptus urophylla* MERCHANTABLE VOLUME ESTIMATION WITH TOTAL VOLUME AND RATIO MODELS

Jonathan Hernández-Ramos<sup>1</sup>, Héctor M. De los Santos-Posadas<sup>1</sup>, José R. Valdéz-Lazalde<sup>1</sup>, Juan C. Tamarit-Urias<sup>2</sup>, Gregorio Ángeles-Pérez<sup>1</sup>, Adrián Hernández-Ramos<sup>1</sup>, Benjamin Méndez-Lopez<sup>1</sup>, Alicia Peduzzi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Postgrado en Ciencias Forestales, Colegio de Postgraduados. 56230. Carretera México-Tezcoco, km. 36.5. Montecillo, Texcoco, Estado de México. (forestjonathanhdez@gmail.com). <sup>2</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). 74060. Campo experimental San Martinito, Tlhuapán, Puebla, México. (tamarit.juan@inifap.gob.mx). <sup>3</sup>Woods Hole Research Center. Gilman Ordway Campus. 149 Woods Hole Road. Falmouth, MA 02540. (apeduzzi@whrc.org).

### RESUMEN

Para el manejo técnico y aprovechamiento de plantaciones forestales comerciales (PFC), es fundamental el conocimiento de las relaciones funcionales entre el diámetro normal ( $dn$ ) y la altura ( $A$ ) con el volumen total ( $Vt$ ) de un árbol, además de la proporción de distintas alturas comerciales ( $Ai$ ) o diámetros mínimos ( $di$ ) a lo largo del fuste con el volumen comercial ( $Vc$ ). Con la hipótesis de que con tales relaciones expresadas matemáticamente es posible realizar estimaciones precisas de  $Vt$  y  $Vc$ , el objetivo fue proponer una herramienta para cuantificar el  $Vt$  y  $Vc$  en PFC de *Eucalyptus urophylla* procedentes de semilla y clones en el sureste mexicano a través de funciones de razón volumétrica ( $r$ ). Con información dasométrica de 175 árboles de clones medidos en 2007 (P1), 93 en 2014 (P2) y 459 provenientes de semilla y medidos en 2007 (P3), se evaluaron seis modelos de  $Vt$ , ajustados y corregidos por heterocedasticidad ponderando la varianza, y diez de razón corrigiendo la autocorrelación con una estructura autoregresiva. El modelo de Schumacher-Hall con inclusión de variables dicotómicas demostró que las poblaciones son diferentes estadísticamente. Los mejores modelos de  $Vt$  fueron el de Schumacher-Hall para P1 y P3 y el de Spurr para P2; en los de  $r$  que consideran el diámetro a distintas alturas, el modelo de Burkhardt fue el mejor para P1 y P2 y el de Cao para P3. Para los modelos que utilizan la altura en el fuste, el de Zepeda fue el adecuado para las tres poblaciones. Con estos modelos de  $Vt$  y  $r$ , por población se determinó el  $Vc$  a cualquier  $di$  o  $Ai$  establecidos, que explicaron más de

### ABSTRACT

The functional relationships between diameter at breast height ( $dn$ ) and height ( $A$ ) with the total volume ( $Vt$ ) of a tree is essential for the technical management and exploitation of commercial forest plantations (PFC), along with the rate of different commercial heights ( $Ai$ ) or minimum diameters ( $di$ ) along the bole with the merchantable volume ( $Vc$ ). Based on the hypothesis that with such mathematically-expressed relationships it is possible to accurately estimate  $Vt$  and  $Vc$ , the objective was to propose a tool to quantify the  $Vt$  and  $Vc$  in *Eucalyptus urophylla* PFCs from seed and clones in southeastern Mexico, by means of volume-ratio functions ( $r$ ). Six  $Vt$  models—fitted and corrected for heteroscedasticity taking variance into consideration—and ten ratio models—correcting autocorrelation with an autoregressive structure—were evaluated using dasometric information from 175 clone trees measured in 2007 (P1), 93 in 2014 (P2), and 459 in 2007 (P3); the third group was grown from seeds. The Schumacher-Hall model—which includes dichotomous variables—showed that populations are statistically different. The best  $Vt$  models were: Schumacher-Hall for P1 and P3, and Spurr for P2. The best  $r$  models—which consider the diameter at different heights—were: Burkhardt for P1 and P2, and Cao for P3. When bole height models are used, Zepeda's was the most appropriate for the three populations. With these  $Vt$  and  $r$  models, each population's  $Vc$  was determined at any given  $di$  or  $Ai$ , which accounted for more than 94 % of the variability. The slenderness ratio was 114, 122, and 118 cm  $cm^{-1}$  and the form factor was 0.45, 0.34, and 0.34 for P1, P2 and P3, respectively.

\*Autor responsable ❖ Author for correspondence.

Recibido: febrero, 2016. Aprobado: febrero, 2017.

Publicado como ARTÍCULO en *Agrociencia* 51: 561-580. 2017.

**Key words:** stem profile, taper, forest plantations, product distribution, *Eucalyptus urophylla*.

94 % de la variabilidad. El índice de esbeltez fue 114, 122 y 118  $\text{cm cm}^{-1}$  y el factor de forma fue 0.45, 0.34 y 0.34 para P1, P2 y P3.

**Palabras clave:** Perfil fustal, ahusamiento, plantaciones forestales, distribución de productos, *Eucalyptus urophylla*.

## INTRODUCCIÓN

Las plantaciones forestales comerciales (PFC) son una opción para disminuir la presión sobre los bosques naturales de México (CONAFOR-COLPOS, 2012). Su establecimiento en la década reciente ha incrementado significativamente (CONAFOR, 2014) y han abastecido de productos maderables a la industria (Rodríguez-Juárez *et al.*, 2014). El género *Eucalyptus* es uno de los más utilizados como fuente de germoplasma en PFC (Juárez-Palacios *et al.*, 2013; CONAFOR, 2014) y ocupa el segundo lugar nacional en las especies establecidas entre 2000 y 2014 con una superficie de 32 452 ha (18.31 %) (CONAFOR, 2015).

*Eucalyptus urophylla* es la especie más usada en los climas tropicales (CONAFOR, 2012) y es plantada en el mundo por su rápido crecimiento (Rosa *et al.* 2011), su intervalo altitudinal amplio (0 a 1200 msnm) y sus requerimientos edáficos mínimos para su establecimiento (Nieto y Rodríguez, 2003). Además, se adapta a lugares con precipitaciones medias, entre 2000 y 3000 mm anuales y a temperaturas promedio de 24 a 28 °C (Vieira y Bucsan, 1980).

El volumen maderable de las plantaciones es un indicador del potencial productivo de un rodal (Moret *et al.*, 1998) y puede ser dividido en volumen total ( $V_t$ ) y volumen comercial ( $V_c$ ) (Chauchard y Sbrancia, 2005). De acuerdo con Prodan *et al.* (1997), para estimar  $V_c$  de árboles individuales existen tres metodologías: 1) implementar funciones de  $V_t$  con la restricción de un diámetro o altura límite, en las cuales se omite en la predicción la porción del árbol restante (Gilbert y Paci, 2010), un ejemplo son las ecuaciones de volumen de fuste limpio ( $V_{tfl}$ ); 2) ajustar funciones que describan el perfil del árbol y después estimar el  $V_c$  a un diámetro definido o una altura dada (Chauchard y Sbrancia, 2005), para lo cual se usa como base una función de ahusamiento; 3) implementar la razón proporcional entre un volumen predeterminado y el  $V_t$  para distintas clases de

## INTRODUCTION

Commercial forest plantations (PFC) are an option to achieve the reduction of the pressure over natural forests in Mexico (CONAFOR-COLPOS, 2012). In the last decade, PFC establishment has increased significantly (CONAFOR, 2014) and it has supplied timber to the industry (Rodríguez-Juárez *et al.*, 2014). The *Eucalyptus* genus is one of the most frequently used sources of germplasm in PFC (Juárez-Palacios *et al.*, 2013, CONAFOR, 2014) and it's ranked in second place among the species established in Mexico between 2000 and 2014, with a surface of 32 452 ha (18.31 %) (CONAFOR, 2015).

*Eucalyptus urophylla* is the most frequently used species in tropical climates (CONAFOR, 2012) and it is planted worldwide due to its rapid growth (Rosa *et al.*, 2011), its wide altitudinal range (0 to 1200 m), and its minimum edaphic establishment requirements (Nieto and Rodríguez, 2003). In addition, it can adapt to places with mean annual precipitation between 2000 and 3000 mm and mean annual temperature between 24 and 28 °C (Vieira and Bucsan, 1980).

The timber volume of the plantations is an indicator of the stand productive potential (Moret *et al.*, 1998) and it can be divided in total volume ( $V_t$ ) and merchantable volume ( $V_c$ ) (Chauchard and Sbrancia, 2005). According to Prodan *et al.* (1997), there are three  $V_c$  estimation methodologies for individual trees: 1) to implement  $V_t$  functions with the restriction of a limit diameter or height, in which the portion of the remaining tree is omitted in the prediction (Gilbert and Paci, 2010), for example the free bole volume equations ( $V_{tfl}$ ); 2) to adjust functions that describe the tree profile and, afterwards, to estimate the  $V_c$  at a defined diameter or a given height (Chauchard and Sbrancia, 2005), based on a taper function; 3) to implement the proportional ratio between a predetermined volume and the  $V_t$  for different tree types (Pece, 1994), using volume-ratio functions ( $frv$ ).

The  $frv$  concept was introduced by Honner (1967), and developed by Burkhart (1977), Alder (1980), Cao *et al.* (1980), Van Deusen *et al.* (1981), and Parresol *et al.* (1987) provided some complementary variants. Their efficiency was

árboles (Pece, 1994), con funciones de razón volumétrica ( $frv$ ).

El concepto de  $frv$  fue introducido por Honner (1967), desarrollado por Burkhart (1977) y complementado con algunas variantes por Alder (1980), Cao *et al.* (1980), Van Deusen *et al.* (1981) y Parresol *et al.* (1987). Su eficiencia fue discutida por Prodan *et al.* (1997), quienes señalan que el empleo de este tipo de funciones permite calcular de forma precisa el volumen a cualquier dimensión de diámetro o altura definida de una forma más simple, que el ajuste o el uso de un modelo de ahusamiento. Además, Gilabert y Paci (2010) compararon los resultados de este tipo de sistemas en dos especies, en Chile, con los de un ajuste de funciones de ahusamiento y señalaron la precisión de los resultados y sencillez al obtenerlos.

Estas funciones porcentuales son un sistema de ecuaciones integrado por una ecuación de  $Vt$  y una ecuación de razón de volumen ( $r$ ), que operan en conjunto para estimar el volumen por tipos de productos por árbol ( $Vc$ ) (Chauchard y Sbrancia, 2005; Gilabert and Paci, 2010);  $r$  corresponde al cociente del volumen hasta un porcentaje de utilización o un diámetro no comercial ( $Vi$ ) y el  $Vt$  del fuste ( $Vi/Vt$ ) (Trincado *et al.*, 1997; Barrio *et al.*, 2007; Barrios *et al.*, 2014).

Los modelos que integran una  $frv$  son conceptual y matemáticamente simples, generan resultados consistentes, pueden ser utilizados en la estimación del  $Vc$  en diferentes rangos de diámetro y altura sin implementar métodos numéricos complejos de integración y permiten acoplarse a cualquier tipo de función de  $Vt$  (Chauchard y Sbrancia, 2005). Además, a partir de variables independientes, con una función de razón ( $r$ ) se puede estimar el diámetro mínimo ( $di$ ) o altura comercial ( $Ai$ ) por tipo de producto (Chauchard y Sbrancia, 2005).

La demanda creciente de productos maderables de alta calidad y los cambiantes estándares de la industria del aserrío, ha causado el remplazo del concepto de volumen total ( $Vt$ ) de madera, como indicador del rendimiento de las PFC, por el volumen de productos ( $Vp$ ) o volumen comercial ( $Vc$ ), conceptos importantes en la planificación, manejo y valoración de este tipo de masas forestales. Por ello, bajo la hipótesis de que mediante la representación matemática de las relaciones funcionales entre las variables de un árbol es posible realizar estimaciones precisas de  $Vt$  y  $Vc$ , el objetivo de este estudio fue proponer una herramienta

discutida por Prodan *et al.* (1997) who pointed out that using this type of function enables the accurate calculation of the volume at any dimension of diameter or height defined in a simpler way, than fitting or using a taper model. In addition, Gilabert and Paci (2010) compared the results of this type of systems in two species, in Chile, with those of a taper function and pointed out the precision of the results and the simplicity to obtain them.

These percentage functions are a system of equations made up of a  $Vt$  equation and a volume ratio equation ( $r$ ), which operate together in order to estimate the volume by product type per tree ( $Vc$ ) (Chauchard and Sbrancia, 2005; Gilabert and Paci, 2010);  $r$  matches the volume ratio up to a utilization percentage or a non-merchantable diameter ( $Vi$ ) and the  $Vt$  of the bole ( $Vi/Vt$ ) (Trincado *et al.*, 1997; Barrio *et al.*, 2007; Barrios *et al.*, 2014).

The models that include a  $frv$  are conceptually and mathematically simple, generate consistent results, can be used to estimate  $Vc$  in different diameter and height ranges without implementing complex numerical integration methods, and can be coupled with any type of  $Vt$  function (Chauchard and Sbrancia, 2005). In addition, based on independent variables, using a ratio function ( $r$ ), the minimum diameter ( $di$ ) or merchantable height ( $Ai$ ) can be estimated by product type (Chauchard and Sbrancia, 2005).

The increasing demand for high-quality timber products and the changing standards of the sawmill industry have replaced the concept of total timber volume ( $Vt$ ), as an indicator of PFC performance, with the concepts of product volume ( $Vp$ ) or merchantable volume ( $Vc$ ), which are important for the planning, management, and estimation of this type of forest masses. Therefore, based on the hypothesis that it is possible to carry out precise estimates of  $Vt$  and  $Vc$ , by means of the mathematical representation of the functional relations between the variables of a tree, the objective of this study was to propose a tool made up of a total volume model and a volume ratio model, in order to quantify total and merchantable volumes in commercial plantations in southeastern Mexico; these plantations use seed and two clonal sources of *E. urophylla*.

conformada por un modelo de volumen total y un modelo de razón de volumen para cuantificar los volúmenes totales y comerciales en plantaciones comerciales provenientes de semilla y de dos fuentes clonales de *E. urophylla* en el sureste mexicano.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Área de estudio

Las PFC de *E. urophylla* evaluadas están en el municipio de Huimanguillo, Tabasco, México, el clima es cálido húmedo (Am), temperatura media anual de 26 °C y una precipitación promedio anual de 2500 mm. Los suelos son Phaeozem con un relieve de tipo lomerío (INEGI, 2005).

### Descripción de la muestra y estimación del volumen total

La muestra provino de 727 árboles de *E. urophylla*, de estos, 175 pertenecen a los clones medidos en 2007 (P1), 93 a los clones medidos en 2014 (P2) y 459 a los árboles provenientes de semilla medidos en 2007 (P3). La edad de los clones (P1 y P2) fluctuó de uno a siete años, mientras que los provenientes de semilla (P3) variaron de dos a once años.

Los árboles muestra se eligieron según su condición morfológica, para cubrir la mayor variabilidad fenotípica posible dentro de las plantaciones, la variabilidad entre sus dimensiones de  $dn$  y  $A$ , y además de su distribución de edad. En cada árbol se midió el diámetro normal ( $dn$ ) y altura total ( $A$ ), y después fueron derribados y troceados para medir su diámetro y altura a diferentes secciones ( $di$  y  $Ai$ ) sobre el fuste a 1 m de distancia entre mediciones, iniciando con el diámetro y altura del tocón ( $dt$  y  $ht$ , respectivamente). Para obtener el volumen de cada troza ( $V_{troza}$ ) se utilizó la fórmula de Newton y del cono para la punta ( $V_{punta}$ ). El volumen total ( $V_t$ ), se calculó con el método de trozas traslapadas propuesto por Bailey (1995).

### Comparación de árboles entre poblaciones

Para determinar diferencias entre las poblaciones de clones (P1 y P2) con respecto a los árboles provenientes de semilla (P3), se probaron las siguientes hipótesis sobre las variables  $dn$  y  $A$ . El análisis se realizó contrastando P1 vs. P2, P1 vs. P3 y P2 vs. P3.

Hipótesis nula (H<sub>0</sub>). Las poblaciones son iguales entre sí.

Hipótesis alternativa (H<sub>a</sub>). Las poblaciones son diferentes entre sí.

Para verificar si árboles de las tres poblaciones presentan diferencias en  $V_t$  y bajo el supuesto que dos árboles pueden tener el mismo volumen sin presentar forzosamente las mismas

## MATERIALS AND METHODS

### Study Area

The *E. urophylla* PFCs evaluated are located in the municipality of Huimanguillo, Tabasco, Mexico. The climate is hot and humid (Am): the mean annual temperature is 26 °C and the mean annual precipitation is 2500 mm. The soils belong to the Phaeozem group and the terrain is made up of low hills (INEGI, 2005).

### Description of the sample and estimation of the total volume

The sample was taken from 727 *E. urophylla* trees, out of which: 175 belonged to clones measured in 2007 (P1), 93 to clones measured in 2014 (P2), and 459 to trees grown from seeds measured in 2007 (P3). The clones' age (P1 and P2) fluctuated from one to seven years, while trees grown from seeds (P3) ranged from two to eleven years.

The sample trees were chosen according to: their morphological condition (to cover the greatest possible phenotypic variability within the plantations); the variability between their  $dn$  and  $A$  dimensions; and their age distribution. In each tree, the diameter at breast height ( $dn$ ) and total height ( $A$ ) were measured, and then they were felled and cut at different sections ( $di$  and  $Ai$ ) along the bole, in order to measure their diameter and height; measures were taken 1 m distance from each other, starting with the diameter and height of the tree stump ( $dt$  and  $ht$ , respectively). The Newton and the cone formulas were used to find out the volume of each log ( $V_{troza}$ ) and each tip ( $V_{punta}$ ), respectively. The total volume ( $V_t$ ) was calculated using Bailey's overlapping bolts method (1995).

### Interpopulation comparison of trees

In order to determine differences between clones' populations (P1 and P2) with regard to trees grown from seeds (P3), the following hypotheses were tested on the  $dn$  and  $A$  variables. The analysis was performed contrasting P1 vs. P2, P1 vs. P3, and P2 vs. P3.

Null hypothesis (H<sub>0</sub>): populations are the same.

Alternative hypothesis (H<sub>a</sub>): populations are different.

In order to verify if trees of the three populations have differences in  $V_t$ —and on the assumption that two trees can have the same volume without necessarily presenting the same  $dn$  and  $A$  dimensions—, the  $V_t$  of the two types of clones and plantations grown from seed was fitted. In addition, to quantify the effect of

dimensiones de  $dn$  y  $A$ , se ajustó el  $Vt$  de los dos tipos de clones y las plantaciones de semilla. Además, para cuantificar el efecto de cada tipo de árbol ya sea clon o derivado de semilla, se insertó una variable indicadora en el modelo de volumen de Schumacher-Hall (Draper and Smith, 1996) (Cuadro 1). Los análisis se realizaron con SAS 9.2. (Institute Inc. Statistical Analysis System, 2008).

En el modelo de volumen de Schumacher-Hall (1) se programaron las variables indicadoras ( $W_n$ ) de acuerdo con el contraste realizado para cada población.

$$W_1 = \begin{cases} P1 = 0 \\ P2 = 1 \end{cases} \quad W_2 = \begin{cases} P1 = 0 \\ P2 = 0 \end{cases} \quad W_3 = \begin{cases} P2 = 0 \\ P3 = 1 \end{cases}$$

La expresión del modelo es de la forma siguiente:

$$Vt = (a_0 + a_{0c}W_n)(dn^{a_1+a_{1c}(W_n)})A^{a_2} \quad (1)$$

donde,  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  son los parámetros de regresión, mientras que  $a_{0c}$  y  $a_{1c}$  son los parámetros de adición para las distintas poblaciones.

#### Estimación del índice de esbeltez y factor de forma

El cálculo del índice de esbeltez ( $IE$ ) se realizó para verificar el grado de estabilidad mecánica de los árboles contra la presencia de vientos o huracanes y se obtuvo al dividir el promedio de  $A$  entre el promedio de  $dn$ , como lo reportan Arias (2004 y 2005) y Nájera y Hernández (2008). Para verificar si estos son estadísticamente diferentes entre sí, se realizó un ANDEVA de un factor para el  $IE$  promedio entre las poblaciones a un nivel de  $p=0.05$ .

El factor de forma ( $ff$ ) se estimó mediante el cálculo de la pendiente ( $p$ ) del volumen fustal con la variable combinada ( $dn^2A$ ), y después, la estimación del factor con respecto a un cilindro teórico se realizó con la fórmula siguiente:

$$ff = p \times 4 / \pi \quad (2)$$

Los modelos de volumen total ajustados son los de Da Cunha y Guimaraes (2009), Corral-Rivas y Nívar-Cháidez (2009), Tschieder *et al.* (2011) y Casnati *et al.* (2014) y los de tipo estándar o de doble entrada (Prodan *et al.*, 1997), solo presentan diferencia entre ellos en la forma y el número de parámetros a ser estimados (Cuadro 1).

La selección del modelo mejor se basó en el valor mayor del coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros ( $R_{aj}^2$ ) y los valores menores en la suma de cuadrados del error ( $SCE$ ) y la raíz del cuadrado medio del error ( $RCME$ ), así como la mejor distribución gráfica de residuales. Con el modelo

each type of tree (either clone or grown from seeds), an indicator variable was inserted into the Schumacher-Hall volume model (Table 1). Analyzes were carried out with SAS 9.2. (Institute Inc. Statistical Analysis System, 2008).

The indicator variables ( $W_n$ ) were programmed in the Schumacher-Hall volume model (1), according to the contrast performed for each population.

$$W_1 = \begin{cases} P1 = 0 \\ P2 = 1 \end{cases} \quad W_2 = \begin{cases} P1 = 0 \\ P2 = 0 \end{cases} \quad W_3 = \begin{cases} P2 = 0 \\ P3 = 1 \end{cases}$$

The model is expressed as follows:

$$Vt = (a_0 + a_{0c}W_n)(dn^{a_1+a_{1c}(W_n)})A^{a_2} \quad (1)$$

where  $a_0$ ,  $a_1$ , and  $a_2$  are the regression parameters, whereas  $a_{0c}$  and  $a_{1c}$  are the addition parameters for the different populations.

#### Estimation of slenderness ratio and form factor

The slenderness ratio ( $IE$ ) was calculated to verify the trees' degree of mechanical stability against winds or hurricanes, dividing the  $A$  average by the  $dn$  average, as reported by Arias (2004 and 2005) and Nájera and Hernández (2008). In order to verify if these are statistically different from each other, a one-factor ANOVA was carried out for the average  $IE$  between the populations at a  $p=0.05$  level.

The form factor ( $ff$ ) was calculated with the slope ( $p$ ) of the bole volume and the combined variable ( $dn^2A$ ), and, then, the factor was calculated with regard to a theoretical cylinder, using the following formula:

$$ff = p \times 4 / \pi \quad (2)$$

The adjusted total volume models are those of Da Cunha y Guimaraes (2009), Corral-Rivas and Nívar-Cháidez (2009), Tschieder *et al.* (2011), and Casnati *et al.* (2014). Meanwhile, the standard type or double-entry types (Prodan *et al.*, 1997) only differ in the form and number of parameters to be estimated (Table 1).

The best model was selected on the basis of the highest value of the determination coefficient, adjusted by the number of parameters ( $R_{aj}^2$ ) and the lower values in the sum of squares error ( $SCE$ ) and the root mean square error ( $RCME$ ), as well as the best graphic distribution of residuals. With a model that complied with the above-described conditions, and, in order to avoid increasing the variance as the diameter increases (heteroscedasticity), weighted regression was used (Cailliez, 1980; Tschieder *et al.*, 2011), with the following

que cumpliera lo ya descrito y para evitar que aumentara la varianza a mayor diámetro (heterocedasticidad), se utilizó regresión ponderada (Cailliez, 1980; Tschieder *et al.*, 2011) en la cual se usaron las variables de ponderación:  $1/dn$ ,  $1/dn^2$ ,  $1/dnA$  y  $1/d^2A$ . Las estimaciones de volumen fustal para las tres poblaciones se hicieron con los modelos corregidos.

**Modelos de razón volumétrica**

La razón volumétrica ( $r$ ) se calculó como el cociente del volumen a distintas alturas y diámetros y el volumen total ( $V_i/V_t$ ). Para ello se utilizan modelos de razón de volumen que usan el  $dn$ ,  $di$ ,  $A$  y  $Ai$  como variables independientes y se utilizaron con éxito en otros estudios (Pece, 1994; Chauchard y Sbrancia, 2005; Barrio *et al.*, 2007; Gilabert and Paci, 2010; Barrios *et al.*, 2014) (Cuadro 2).

En el ajuste de estos modelos se usaron 1958, 2113 y 6060 pares de datos  $di-Ai$ , de las poblaciones P1, P2 y P3, respectivamente. Como primera fase, los modelos de razón de volumen se ajustaron sin incluir el término del error con el propósito de verificar las tendencias de los residuales y el valor del estadístico de autocorrelación de Durbin-Watson (DW), como lo indican Barrios *et al.* (2014).

Para ajustar este tipo de modelos se calcula el volumen a diferentes alturas y diámetros, para así obtener una razón volumétrica, por lo cual es inevitable la estructura longitudinal de la información utilizada donde las diferentes medidas a lo largo del fuste tienen una correlación estrecha por ser del mismo individuo. Debido a ello se usó un modelo de tipo autoregresivo en tiempo continuo (CAR) para corregir la estructura de los errores (Zimmerman and Nuñez-Antón, 2001), y la expresión del modelo es:

$$Y_{ij} = f(X_{ij}, B) + e_{ij} \tag{22}$$

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=X} I_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-k}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij} \tag{23}$$

donde  $Y_{ij}$  es el vector de la variable dependiente;  $X_{ij}$  la matriz de las variables independientes;  $B$  es el vector de los parámetros a estimar;  $e_{ij}$  es el  $j$ -ésimo residuo del árbol  $i$ ;  $I_k=1$  para  $j>k$  y es 0 para  $j\leq k$ ;  $\rho_k$  es el parámetro autoregresivo de orden  $k$  a estimar;  $h_{ij}-h_{ij-k}$  es la distancia que separa la altura de medición  $j$ -ésima de la altura de medición  $j$ -ésimo- $k$  en cada árbol ( $h_{ij}>h_{ij-k}$ ) y,  $\varepsilon_{ij}$  es el error aleatorio (Barrios *et al.*, 2014). El número de retrasos aplicados en el modelo CAR(X) se estableció al evaluar el estadístico DW, que deberá ser cercano a 2 como lo menciona Verbeek (2004).

weight variables:  $1/dn$ ,  $1/dn^2$ ,  $1/dnA$  y  $1/d^2A$ . The bole volume estimates for the three populations were made with the corrected models.

**Volumetric ratio models**

The volumetric ratio ( $r$ ) was calculated as the volume (at different heights and diameters) and the total volume ( $V_i/V_t$ ) quotient. With this purpose, volume ratio models using  $dn$ ,  $di$ ,  $A$ , and  $Ai$  as independent variables were successfully utilized in other studies (Pece, 1994; Chauchard and Sbrancia, 2005; Barrio *et al.*, 2007; Gilabert and Paci, 2010; Barrios *et al.*, 2014) (Table 2).

To fit these models, 1958, 2113 and 6060 pairs of  $di-Ai$  data were used for the P1, P2 and P3 populations, respectively. As a first step, the volume ratio models were adjusted without including the error term with the purpose of verifying the residuals trends and the value of the Durbin-Watson (DW) autocorrelation statistic, as Barrios *et al.* (2014) indicate.

In order to fit this type of models, the volume is calculated at different heights and diameters to obtain a volumetric ratio. Therefore, the longitudinal structure of the information used is inevitable; its measures are different along the bole and they have a close correlation, because they belong to the same tree. As a result of this, a continuous-time autoregressive (CAR) model was used to correct the error structure (Zimmerman and Nuñez-Antón, 2001), and the model is expressed as follows:

$$Y_{ij} = f(X_{ij}, B) + e_{ij} \tag{22}$$

**Cuadro 1. Modelos utilizados para estimar  $V_t$  de árboles en PFC de *E. urophylla*.  
Table 1. Models used to estimate  $V_t$  of trees in *E. urophylla* PFC.**

| Modelo | Autor                           | Expresión                                  |
|--------|---------------------------------|--|
| (3)    | Schumacher – Hall               | $V_t = b_0 dn^{b_1} A^{b_2}$               |
| (4)    | Thorner                         | $V_t = b_0 (A / dn)^{b_1} dn^2 A$          |
| (5)    | Spurr                           | $V_t = b_0 (dn^2 A)^{b_1}$                 |
| (6)    | Meyer                           | $V_t = b_0 dn^{b_1} (dn^2 A)^{b_2}$        |
| (7)    | Honner                          | $V_t = \frac{dn^2}{b_0 + b_1 \frac{1}{A}}$ |
| (8)    | Coefficiente mórfoico constante | $V_t = b_0 dn^2 A$                         |

**Cuadro 2. Modelos de razón de volumen utilizados en PFC de *E. urophylla*.**

**Table 2. Volume ratio models used in *E. urophylla* PFC.**

| Modelo | Autor  | Expresión  |
|--------|--|--|
| (9)    | Van Deusen <i>et al.</i> (1981)  | $R_d = \exp\left(b_0 \times \left(\frac{di}{dn}\right)^{b_1}\right)$   |
| (10)   | Van Deusen <i>et al.</i> (1981) modificado                               | $R_d = \exp\left(b_0 \times \left(\frac{di}{dn} \times A\right)^{b_1}\right)$  |
| (11)   | Burkhart (1977)  | $R_d = 1 + b_0 \left(\frac{di^{b_1}}{dn^{b_2}}\right)$   |
| (12)   | Burkhart (1977) modificado   | $R_d = b_0 + d_1 \left(\frac{di^{b_1}}{dn^{b_2}}\right)$   |
| (13)   | Burkhart (1977) modificado   | $R_d = 1 + b_0 (di^{b_1} \times dn^{b_2})$   |
| (14)   | Parresol <i>et al.</i> (1987)  | $R_d = \exp\left(b_0 \times \frac{di^{b_1}}{dn^{b_2}}\right)$  |
| (15)   | Cao <i>et al.</i> (1980)   | $Rd = 1 + b_0 \left(\frac{di}{dn}\right) + b_1 \left(\frac{di}{dn}\right)^2 + b_2 \left(\frac{di}{dn}\right)^3 + b_3 \left(\frac{di}{dn}\right)^4 + b_4 \left(\frac{di}{dn}\right)^5 + b_5 \left(\frac{di}{dn}\right)^6$ |
| (16)   | Cao <i>et al.</i> (1980)   | $R_b = 1 + b_0 (A - Ai)$   |
| (17)   | Cao <i>et al.</i> (1980)   | $R_b = 1 + b_0 (A - Ai)^{b_1} A^{b_2}$   |
| (18)   | Honner (1967)  | $R_d = b_0 + b_1 \left(\frac{di}{dn}\right) + b_3 \left(\frac{di}{dn}\right)^2$  |
| (19)   | Honner (1967) modificado   | $R_d = b_0 + b_1 \left(\frac{di}{dn}\right)^2 + b_3 \left(\frac{di}{dn}\right)^4$  |
| (20)   | Mattney y Sullivan (1982)  | $R_d = b_0 + b_1 \left(\frac{di}{dn}\right) + b_2 \left(\frac{di}{dn}\right)^2 A$  |
| (21)   | Zepeda, Estrada y Esparza (1990) citado por Prodan <i>et al.</i> , 1997. | $R_b = b_0 \left(\frac{Ai}{A}\right) + b_1 \left(\frac{Ai}{A}\right)^2$  |

$R_d$  es la razón de volumen que utiliza como variables independientes el diámetro normal ( $dn$ ) y diámetro a distintas alturas ( $di$ );  $R_b$ , la que incluye en el modelo la altura total ( $A$ ) y la altura a diferentes secciones en el fuste ( $Ai$ );  $b_0, b_1, b_2, b_3, b_5$  y  $b_6$  son los parámetros a estimar ❖  $R_d$  is the volume ratio that uses the following as independent variables: the diameter at breast height ( $dn$ ) and the diameter at different heights ( $di$ );  $R_b$ , which includes in the model the total height ( $A$ ) and height at different sections along the bole ( $Ai$ );  $b_0, b_1, b_2, b_3, b_5$ , and  $b_6$  are the parameters to be estimated.

**Ajuste de modelos y criterios de evaluación**

El ajuste estadístico de los modelos de  $Vt$  y de  $r$  se realizó con el procedimiento MODEL en SAS 9.2 y la técnica de máxima verosimilitud (FIML) (Institute Inc. Statistical Analysis System, 2008).

La evaluación y selección del mejor modelo se realizó con el valor mayor de  $R_{aj}^2$  y los valores menores en la SCE y RCME, además de las pruebas de independencia ( $DW$ ) y normalidad de

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=X} I_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-k}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij} \tag{23}$$

where  $Y_{ij}$  is the vector of the dependent variable;  $X_{ij}$  is the matrix of independent variables;  $B$  is the vector of the parameters to be estimated;  $e_{ij}$  is the  $j$ -th residual of  $i$  tree;  $I_k=1$  for  $j>k$  and  $I_k=0$  for  $j\leq k$ ;  $\rho_k$  is the autoregressive parameter of the  $k$  order to be estimated;  $h_{ij}-h_{ij-k}$  is the distance that separates the  $j$ -th

la frecuencia de los residuos (Da Cunha y Guimaraes, 2009). La homogeneidad de varianza se evaluó de forma gráfica (Tschieder *et al.*, 2011), mientras que la capacidad predictiva de los mejores modelos se evaluó estimando el sesgo absoluto ( $\bar{E}$ ) y la desviación agregada ( $DA\%$ ) para cada población.

#### Determinación de volumen comercial ( $V_c$ )

Para estimar el volumen comercial en cualquier punto a lo largo del fuste, se conformó un sistema de cubicación compuesto por el mejor modelo de  $V_t$  y  $r$ , para cada una de las poblaciones. Con el  $V_t$  del árbol y aplicando el modelo de razón volumétrica, se tiene que el volumen comercial es el producto de la multiplicación de los resultados de las dos ecuaciones (Chauchard y Sbrancia, 2005). La evaluación de la precisión de las estimaciones se realizó con un gráfico de tendencia lineal de predichos contra los valores observados (Pece, 1994).

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Comparación de $V_t$ , $dn$ y $A$ de árboles entre poblaciones

El ajuste del modelo Schumacher-Hall fue aceptable (Cuadro 3) y los valores de los parámetros en la variable indicadora  $W_n$  fueron significativos ( $p \leq 0.05$ ), por lo cual se ratifica que las tres poblaciones son diferentes en promedio de  $dn$  y  $A$ , además del promedio en el  $V_t$ , con tasas de crecimiento distintas. Esta diferencia entre los clones de 2007 y 2014 se debe a que la selección para reproducir estos últimos se realizó con base en las mayores dimensiones de  $dn$  o  $A$ , sin tomar en cuenta el  $V_t$  o el factor de forma.

#### Estimación del índice de esbeltez, factor de forma y volumen total

Una vez identificado que las tres poblaciones se debían analizar por separado, se calculó el  $IE$ . Los valores promedio por población fueron 114, 122 y 118  $\text{cm cm}^{-1}$  para P1, P2 y P3, respectivamente. El valor promedio inferior de  $IE$  sugiere que los clones medidos en 2007 fueron seleccionados más por su crecimiento en diámetro que por su crecimiento en altura, porque es más práctico y sencillo tomar solo el diámetro normal como indicador de producción. En la prueba de ANDEVA la diferencia mínima significativa fue 4.77 para el  $IE$ ; además, las medias del índice

measurement height from the  $j$ -th- $k$  measurement height in each tree ( $h_{ij} > h_{ij-k}$ ), and  $\varepsilon_{ij}$  is the random error (Barrios *et al.*, 2014). The number of lags applied in the CAR(X) model was established at the moment that the DW statistic was evaluated, which should have been close to 2 as mentioned by Verbeek (2004).

#### Model adjustment and evaluation criteria

The statistical fit of  $V_t$  and  $r$  models was carried out using the MODEL procedure in SAS 9.2 and the full information maximum likelihood (FIML) technique (Institute Inc. Statistical Analysis System, 2008).

The evaluation and selection of the best model was performed with the highest value of  $R_{aj}^2$  and the lowest values in the SCE and RCME, along with the tests of independence ( $DW$ ) and normality of the frequency of the residuals (Da Cunha and Guimaraes, 2009). The homogeneity of variance was subject to a graphical evaluation (Tschieder *et al.*, 2011), while the predictive capacity of the best models was evaluated estimating the absolute bias ( $\bar{E}$ ) and the aggregate deviation ( $DA\%$ ) for each population.

#### Determination of merchantable volume ( $V_c$ )

In order to estimate the merchantable volume at any point along the bole, a scale system consisting of the best  $V_t$  and  $r$  model was formed for each of the populations. With the tree's  $V_t$  and applying the volumetric ratio model, the merchantable volume is the result of multiplying the two equations results (Chauchard and Sbrancia, 2005). The evaluation of the estimation accuracy was carried out with a linear trend chart of predicted against observed values (Pece, 1994).

## RESULTS AND DISCUSSION

### Interpopulation comparison of $V_t$ , $dn$ and $A$ in trees

The fitting of the Schumacher-Hall model was acceptable (Table 3) and the values of the parameters in the  $W_n$  indicator variable were significant ( $p \leq 0.05$ ), which confirms that the three populations have different  $dn$  and  $A$  averages, as well as different  $V_t$  averages, and that their growth rates are different. This difference between the 2007 and 2014 clones is the result of the reproduction selection of the latter, because it was made on the basis of their larger  $dn$  or  $A$  dimensions, without taking into account the  $V_t$  or the form factor.



**Cuadro 3. Parámetros estimados y estadísticos de bondad de ajuste del modelo de  $V_t$  de Schumacher-Hall con variables indicadoras en las tres poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.**  
**Table 3. Estimated parameters and goodness of fit statistics of the Schumacher-Hall  $V_t$  model with indicator variables in the three populations of *E. urophylla*, in Huimanguillo, Tabasco, Mexico.**

| Comparación     | SCE   | RCME  | $R_{aj}^2$ | Parámetros | Estimación | Eea                   | Valor t | P<t    |
|-----------------|-------|-------|------------|------------|------------|-----------------------|---------|--------|
| W1<br>P1 vs. P2 | 0.138 | 0.023 | 0.982      | $a_0$      | 0.1020     | $2.6 \times 10^{-2}$  | 3.85    | 0.0001 |
|                 |       |       |            | $a_{0c}$   | -0.0620    | $1.7 \times 10^{-2}$  | -3.59   | 0.0004 |
|                 |       |       |            | $a_1$      | 1.8130     | $6.3 \times 10^{-2}$  | 28.92   | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_{1c}$   | -0.5190    | $5.9 \times 10^{-2}$  | -8.77   | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_2$      | 1.3070     | $6.0 \times 10^{-2}$  | 21.69   | <.0001 |
| W2<br>P1 vs. P3 | 0.944 | 0.042 | 0.968      | $a_0$      | 0.1406     | $2.17 \times 10^{-2}$ | 6.48    | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_{0c}$   | -0.0543    | $9.9 \times 10^{-3}$  | -5.48   | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_1$      | 1.7011     | $2.55 \times 10^{-2}$ | 66.61   | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_{1c}$   | -0.2904    | $5.63 \times 10^{-2}$ | -5.16   | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_2$      | 1.1253     | $4.0 \times 10^{-2}$  | 28.13   | <.0001 |
| W3<br>P2 vs. P3 | 0.868 | 0.037 | 0.972      | $a_0$      | 0.1716     | $2.43 \times 10^{-2}$ | 7.07    | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_{0c}$   | 0.0911     | $4.05 \times 10^{-2}$ | 2.25    | 0.025  |
|                 |       |       |            | $a_1$      | 1.7212     | $2.31 \times 10^{-2}$ | 74.53   | <.0001 |
|                 |       |       |            | $a_{1c}$   | 0.2298     | $8.45 \times 10^{-2}$ | 2.72    | 0.0067 |
|                 |       |       |            | $a_2$      | 1.0720     | $3.67 \times 10^{-2}$ | 29.24   | <.0001 |

SCE: Suma de cuadrados del error; RCME: Raíz del cuadrado medio del error;  $R_{aj}^2$ : Coeficiente de determinación ajustado; Eea: Error estándar aproximado;  $a_n$ : Parámetros a estimar ❖ SCE: Squared sum of errors; RCME: Root mean square error;  $R_{aj}^2$ : Adjusted coefficient of determination; Eea: Approximate standard error;  $a_n$ : Parameters to be estimated.

de esbeltez entre las poblaciones son estadísticamente diferentes (P1=122.571, P2=112.168 y P3=93.804), porque el valor de probabilidad de error es bajo (Pr>F= < 0.0001).

Estos índices son semejantes a los de especies tropicales de rápido crecimiento como *E. Nitens* para el cual IE=124 (Díaz *et al.*, 2012), *Hieronyma alchorneoides* (IE=111) y *Terminalia amazonia* (IE=106) (Arias, 2005). No obstante, debido a que el IE es superior a la relación de crecimiento 1:1 entre el  $dn$  y  $A$ , se asume que los árboles son delgados y se deberá tener cuidado al aplicar intensidades de aclareo fuertes (Arias, 2005; Díaz *et al.*, 2012), por la susceptibilidad de daños mecánicos por efecto de los vientos en las PFC (Wilson y Oliver, 2000).

Respecto al  $ff$ , la forma de los árboles de las poblaciones P2 y P3 fue igual, de tipo cónico con un valor de 0.34, mientras la población P1 es diferente ( $ff=0.45$ ), lo cual indica mayor semejanza a una forma paraboloides en los árboles.

Por los estadísticos de ajuste de los mejores modelos de  $V_t$ , determinados por los valores mayores en  $R_{aj}^2$ , los valores menores en la SCE, RCME y la

**Estimation of slenderness index, form factor, and total volume**

Once it was identified that the three populations should be analyzed separately, IE was calculated. The mean values by population were 114, 122, and 118 cm cm<sup>-1</sup>, for P1, P2 and P3, respectively. The lower average IE value suggests that the clones measured in 2007 were selected for their growth in diameter, rather than for their growth in height, because it is more practical and simple to take only the diameter at breast height as a production indicator. In the ANOVA test, the minimum significant IE difference was 4.77; in addition, the means of the slenderness ratio between the populations were statistically different (P1=122.571, P2=112.168, and P3=93.804), because the error probability value was low (Pr>F= <0.0001).

These indexes are similar to those for fast-growing tropical species such as *E. Nitens* (IE=124) (Díaz *et al.*, 2012), *Hieronyma alchorneoides* (IE=111), and *Terminalia amazonia* (IE=106) (Arias, 2005). However, because IE is higher than

significancia del valor de los parámetros ( $p < t$ ), el modelo de mejor ajuste a los datos para P1 y P3 fue el de Schumacher-Hall, y para P2 el modelo de Spurr (Cuadro 4).

En los tres ajustes, todos los parámetros obtenidos fueron significativos con una confiabilidad de 95 %, la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk presentó valores superiores a  $W=0.92$  y un nivel de  $Pr < W=0.0001$ , mientras que las gráficas de residuales presentaron tendencia hacia una línea recta y con forma de campana de Gauss, lo cual indica normalidad de los datos. Sin embargo, en la prueba de homogeneidad de varianzas se observaron tendencias muy marcadas, por lo cual se asumen problemas de heterocedasticidad y, al corregirla, la variable de ponderación con mejores resultados fue  $1/dn^2A$ , con la cual se logró una distribución homogénea de los de residuales (Figura 1). La estimación de los parámetros y los indicadores de bondad de ajuste de las ecuaciones de volumen fustal para las poblaciones P1, P2 y P3 se muestran en el Cuadro 5.

En las estimaciones realizadas con los modelos corregidos, así como sus proyecciones se consideró el IE promedio en el cálculo de la altura para cada una de las poblaciones. Y se observa que la selección del material vegetativo para producir los clones medidos en 2014, se realizó tomando las muestras de los mayores  $dn$  y  $A$ , sin considerar el  $Vt$  debido a que la línea correspondiente a esta población es la más baja de las tres y se refiere a que los árboles

the 1:1 growth ratio between  $dn$  and  $A$ , the trees are assumed to be thin and strong thinning intensities must be applied with care (Arias, 2005; Díaz *et al.*, 2000), due to the PFC's susceptibility to the mechanical damages caused by winds (Wilson and Oliver, 2000).

With regard to  $ff$ , the shape of trees in the P2 and P3 populations was the same (conical type with a value of 0.34), while it was different in the P1 population ( $ff=0.45$ ), which indicates that the shape of trees is more similar to a paraboloid.

As a result of the fit statistics of the best  $Vt$  models —determined by the higher  $R_{aj}^2$  values, the lower SCE and RCME values and the significance of the parameter value ( $p < t$ )—, the Schumacher-Hall model was best fitted to P1 and P3 data, and the Spurr model for P2 (Table 4).

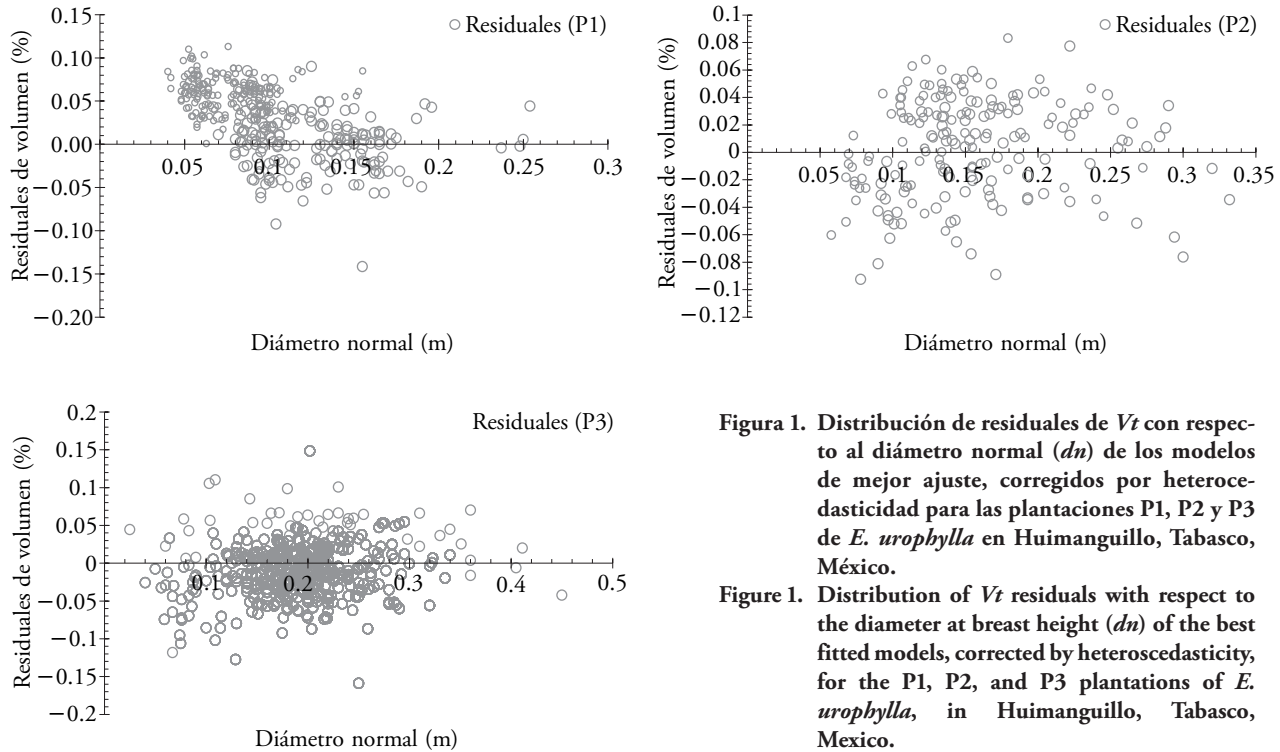
In the three fittings, all the resulting parameters were significant (95 % confidence), and the Shapiro-Wilk normality test showed values higher than  $W=0.92$  and a level of  $Pr < W=0.0001$ , whereas the residual plots showed a tendency towards a straight line in the form of a Gaussian bell curve, which indicates that the data are normal. However, in the variance homogeneity test, very marked trends were observed; therefore, heteroscedasticity problems were assumed, and the weighted variable with best corrective results was  $1/dn^2A$ , with which a homogenous distribution of residuals was obtained (Figure 1). The estimation of the parameters and the goodness of fit indicators

**Cuadro 4. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos de  $Vt$  para las tres poblaciones de *E. urophylla* en Hui-manguillo, Tabasco, México.**

**Table 4. Estimated parameters and goodness of fit statistics of the  $Vt$  models for the three populations of *E. urophylla*, in Hui-manguillo, Tabasco, Mexico.**

| Población | Modelo | SCE   | RCME  | $R_{aj}^2$ | Parámetros | Estimación | Eea   | Valor t | P < t  |
|-----------|--------|-------|-------|------------|------------|------------|-------|---------|--------|
| P1        | (3)    | 0.024 | 0.012 | 0.985      | $b_0$      | 0.5480     | 0.122 | 4.50    | <.0001 |
|           |        |       |       |            | $b_1$      | 2.0603     | 0.042 | 49.59   | <.0001 |
|           |        |       |       |            | $b_2$      | 0.8911     | 0.054 | 16.67   | <.0001 |
| P2        | (5)    | 0.151 | 0.041 | 0.967      | $b_0$      | 0.3305     | 0.007 | 45.71   | <.0001 |
|           |        |       |       |            | $b_1$      | 0.8258     | 0.022 | 37.33   | <.0001 |
| P3        | (3)    | 0.807 | 0.042 | 0.968      | $b_0$      | 0.1759     | 0.014 | 12.31   | <.0001 |
|           |        |       |       |            | $b_1$      | 1.7246     | 0.011 | 154.61  | <.0001 |
|           |        |       |       |            | $b_2$      | 1.0662     | 0.023 | 46.01   | <.0001 |

SCE: Suma de cuadrados del error; RCME: Raíz del cuadrado medio del error;  $R_{aj}^2$ : Coeficiente de determinación ajustado; Eea: Error estándar aproximado;  $b_n$ : Parámetros estimados ❖ SCE: sum of squared errors; RCME: Root mean square error;  $R_{aj}^2$ : Adjusted coefficient of determination; Eea: Approximate standard error;  $b_n$ : Parameters to be estimated.



**Figura 1.** Distribución de residuales de  $V_t$  con respecto al diámetro normal ( $dn$ ) de los modelos de mejor ajuste, corregidos por heteroscedasticidad para las plantaciones P1, P2 y P3 de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

**Figure 1.** Distribution of  $V_t$  residuals with respect to the diameter at breast height ( $dn$ ) of the best fitted models, corrected by heteroscedasticity, for the P1, P2, and P3 plantations of *E. urophylla*, in Huimanguillo, Tabasco, Mexico.

de esta población son más esbeltos (forma cónica) y tienen menor cantidad de volumen, comparados con los clones de 2007 y los árboles provenientes de semillas (Figura 2).

Al tomar como referencia las plantaciones de clones de 2007, las cuales tienen mayor cantidad de  $V_t$

of the bole volume equations for the P1, P2, and P3 populations are shown in Table 5.

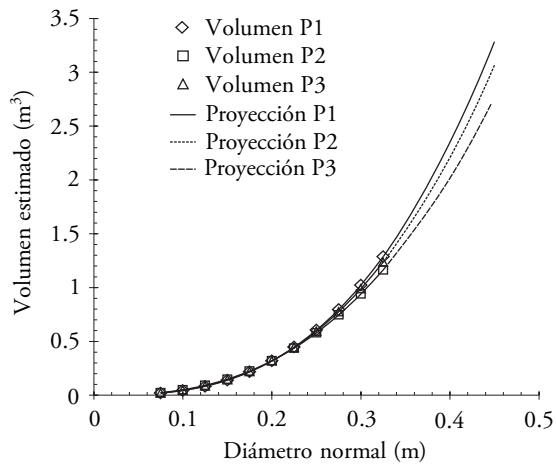
In the estimates made with the corrected models, as well as their projections, the average  $IE$  was considered when calculating the height of each population. As it is observed, the selection

**Cuadro 5. Parámetros estimados y estadísticos de bondad de ajuste de los modelos de Schumacher-Hall (P1 y P3) y Spurr (P2) corregidos por heteroscedasticidad para las tres poblaciones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.**

**Table 5. Estimated parameters and goodness of fit statistics of the Schumacher-Hall (P1 and P3) and Spurr (P2) models, corrected for heteroscedasticity, for the three populations of *E. urophylla*, in Huimanguillo, Tabasco, Mexico.**

| Modelo | Población | SCE   | RCME  | $R_{aj}^2$ | Parámetros | Estimación | $E_{ea}$ | Valor de t | P < t  |
|--------|-----------|-------|-------|------------|------------|------------|----------|------------|--------|
| (3)    | P1        | 0.001 | 0.985 | 0.985      | $b_0$      | 0.5466     | 0.085    | 6.44       | <.0001 |
|        |           |       |       |            | $b_1$      | 2.0143     | 0.032    | 62.67      | <.0001 |
|        |           |       |       |            | $b_2$      | 0.8639     | 0.037    | 23.50      | <.0001 |
| (5)    | P2        | 0.097 | 0.033 | 0.978      | $b_0$      | 0.3261     | 0.004    | 81.13      | <.0001 |
|        |           |       |       |            | $b_1$      | 0.8682     | 0.014    | 63.13      | <.0001 |
| (3)    | P3        | 0.609 | 0.037 | 0.981      | $b_0$      | 0.1744     | 0.025    | 7.09       | <.0001 |
|        |           |       |       |            | $b_1$      | 1.7161     | 0.021    | 80.34      | <.0001 |
|        |           |       |       |            | $b_2$      | 1.0647     | 0.037    | 28.91      | <.0001 |

SCE: Suma de cuadrados del error; RCME: Raíz del cuadrado medio del error;  $R_{aj}^2$ : Coeficiente de determinación ajustado;  $E_{ea}$ : Error estándar aproximado;  $b_n$ : Parámetros estimados ❖ SCE: sum of squared errors; RCME: Root mean square error;  $R_{aj}^2$ : Adjusted coefficient of determination;  $E_{ea}$ : Approximate standard error;  $b_n$ : Parameters to be estimated.



**Figura 2.** Estimación y proyección del  $V_t$  con el modelo de Schumacher-Hall para P1 y P3 y de Spurr para la población P2 de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México.

**Figure 2.** Estimation and projection of  $V_t$  with the Schumacher-Hall model for P1 and P3 and Spurr model for P2 of *E. urophylla* populations, in Huimanguillo, Tabasco, Mexico.

que las demás, se observó que hasta la categoría diámetro de 0.30, que en promedio es la máxima en las tres poblaciones, las plantaciones de 2014 tienen 3.60 % menos  $V_t$  respecto a las cultivadas en 2007, y 1.47 % menos que los árboles provenientes de semilla (Figura 2). Las proyecciones fuera de la muestra hasta 45 cm de diámetro indican que las diferencias de la población P2 aumentan a 11.35 % y de P3 a 4.72 %, con respecto al  $V_t$  proyectado de P1.

### Modelos de razón volumétrica

Al realizar un primer ajuste los valores de los parámetros y los estadísticos obtenidos fueron adecuados, pero se observó que los residuales presentaron una tendencia heterocedástica y el valor de  $DW$  para P1 varió de 0.59 a 1.03, en P2 de 0.13 a 0.82, y en P3 de 0.44 a 1.09, lo cual muestra correlación entre los datos. Por lo anterior, y tras el análisis gráfico de la función de autocorrelación (ACF) en las tres poblaciones, se empleó una estructura autorregresiva de primero, segundo y tercer orden para corregir la autocorrelación de los errores (CAR(X)) y se seleccionó la que mejores resultados arrojara (Cuadro 5).

Para el modelo de  $R_d$  (11) de la P2 después de haber corregido la autocorrelación, se decidió que este fuera el mejor con base en lo propuesto por Fuentes *et al.* (2001a y 2001b) sobre la ausencia de correlación para valores en este estadístico superiores e iguales a 1 y a las estimaciones más precisas que generaba este modelo con respecto al resto. Esto se debe a que los valores de  $DW$  evidencian una correlación serial del tipo autorregresiva CAR(1) debida a la existencia de secciones con diámetros en el fuste

of the vegetative material to produce the clones measured in 2014 was carried out taking the samples of highest  $dn$  and  $A$ , without considering the  $V_t$ , because the line that corresponds to this population is the lowest of the three and makes reference to the more slender trees (conical form) and have less volume than the 2007 clones and the trees grown from seeds (Figure 2).

Taking as reference the 2007 clone plantations—which have more  $V_t$  than the rest—, it was observed that, up to the 0.30 diameter range—which on average is the maximum in the three populations—, the 2014 plantations have 3.60 % less  $V_t$  than those grown in 2007, and 1.47 % less than trees grown from seeds (Figure 2). Projections outside the sample up to 45 cm diameter indicate that the differences increase to 11.35 % and 4.72 % in the P2 and P3 populations, respectively, with regard to P1's projected  $V_t$ .

### Volumetric ratio models

When the first fitting was made, the values of the parameters and the statistics obtained were relevant, but the residuals showed a trend towards heteroscedasticity, and the value of  $DW$  for P1 varied from 0.59 to 1.03, for P2 from 0.13 to 0.82, and for P3 from 0.44 to 1.09, which shows that the data are correlated. Therefore—after a graphical analysis of the autocorrelation function (ACF) was carried out in the three populations—, a auto-regressive structure of first, second, and third order was used to correct the autocorrelation of the errors (CAR(X)) and the one that had best results was selected (Table 5).

a una altura dada, que se relacionan con el diámetro similar o igual a una distinta  $Ac$  (Pérez, 1996; Pérez, 1998) y porque al aplicar un retraso más a los errores y mejorar el valor de  $DW$ , se perdía calidad en el ajuste al presentar parámetros no significativos, esto es,  $R_{aj}^2$  menores o estimaciones sesgadas con respecto a los datos observados.

En las tres poblaciones analizadas se eligió un modelo de razón de volumen de tipo  $R_d$  y uno de  $R_b$ , con la finalidad de utilizar cualquiera de estas dos variantes en la estimación del  $Vc$ . Esta selección se hizo con base en los valores más altos de  $R_{aj}^2$ , y los valores más bajos de  $SCE$  y  $RCME$ , como lo reportan Trincado *et al.* (1997) y Barrio *et al.* (2007). El ajuste de los mejores modelos dio resultados satisfactorios y los valores de los parámetros fueron todos diferentes de cero ( $p \leq 0.05$ ) (Cuadro 6).

Al verificar la distribución de los residuales (Figura 3) para los modelos  $R_d$  en las poblaciones P1 y P3, los resultados concuerdan con los mencionados por Barrios *et al.* (2014) en *E. grandis*, donde la distribución de éstos es homocedástica (a y c). No obstante, en P2 hay una ligera presencia de heterocedasticidad sin ser preocupante en las estimaciones realizadas con este modelo, ya que al calcular la razón de volumen con modelos de mejor distribución, el error absoluto fue menor en el modelo seleccionado (b). Los modelos  $R_b$  en ninguno de los casos muestran una tendencia (d, e y f), lo cual concuerda con lo expuesto por Pece (1994) al utilizar este tipo de modelos en *E. pellita*.

Al estimar el sesgo absoluto ( $\bar{E}$ ) y la desviación agregada ( $DA$  %) para cada población, y con la finalidad de verificar la precisión de las estimaciones con los modelos de tipo  $R_d$  y  $R_b$ , respectivamente, se observó que los valores de estos son bajos para las tres poblaciones, sin exceder 1.29 % para  $DA$  en ninguna situación (Cuadro 7).

### Estimación de volumen comercial de árboles

Los modelos ajustados permiten encontrar la razón de como se acumula el volumen a medida que se llega a la altura total partiendo de la altura de tocón; además, la relación entre el volumen total y el volumen correspondiente a un diámetro o altura límite de utilización. Las expresiones para obtener el  $Vc$  de árboles individuales en cada una de las poblaciones están integradas por un modelo de  $V_t$  y  $r$ , que al multiplicarlos tendrán como resultado el  $Vc$  a cualquier

After the autocorrelation was corrected for the  $R_d$  model (11) of P2, we decided that this was the best one, based on Fuentes *et al.* proposal (2001a and 2001b) about the absence of correlation for values in this statistic that are higher and equal to 1 and the greater precision that this model generated with regard to the rest. The  $DW$  values demonstrate an autoregressive type CAR(1) serial correlation, due to the existence of logs with bole diameters at a given height, related to a similar or equal diameter to a different  $Ac$  (Pérez, 1996; Pérez, 1998), and that —when another delay was applied to the errors and the  $DW$  value was improved— we observed that quality was lost in the fit, because no significant parameters were evident (*i.e.*,  $R_{aj}^2$  lower or biased estimations with regard to the observed data).

In the three populations analyzed, one  $R_d$ -type and one  $R_b$ -type volume ratio models were selected in order to use either of these two variants to estimate  $Vc$ . This selection was based on the highest  $R_{aj}^2$  values, and the lowest  $SCE$  and  $RCME$  values, as reported by Trincado *et al.* (1997) and Barrio *et al.* (2007). The fit of best models had satisfactory results and all the parameter values were different than zero ( $p \leq 0.05$ ) (Table 6).

When the residuals' distribution was verified (Figure 3) for the  $R_d$  models in the P1 and P3 populations, the results matched those mentioned by Barrios *et al.* (2014) for *E. grandis*, which has an homoscedastic distribution (a and c). However, there is a slight presence of heteroscedasticity in P2; but it does not affect the estimations made with this model, because when the volume ratio was calculated with better distribution models, the absolute error was lower in the selected model (b). In no case, the  $R_b$  models show a trend (d, e, and f), which matches what Pece (1994) described when he used this type of model for *E. pellita*.

When the absolute bias ( $\bar{E}$ ) and the aggregate deviation ( $DA$  %) for each population were estimated —and with the purpose of verifying the precision of the estimations with the  $R_d$  y  $R_b$  models— we observed that their values were low for the three populations, and in no situation did  $DA$  without exceed 1.29 % (Table 7).

### Estimation of the merchantable volume of trees

The fitted models allow us to find the volumetric accumulation ratio, as the total height is reached,

**Cuadro 6. Parámetros estimados y estadísticos de ajuste de los modelos de razón de volumen que mejor ajustaron a cada población en PFC de *E. urophylla*, en Huimanguillo, Tabasco, México.**  
**Table 6. Estimated parameters and goodness of fit statistics of the volume ratio models that best fit each population in *E. urophylla* PFC, in Huimanguillo, Tabasco, Mexico.**

| Población | Modelo   | SCE    | RCME  | $R_{aj}^2$ | Parámetros | Estimación | Eea     | Valor t | P<t     | DW  |
|-----------|----------|--------|-------|------------|------------|------------|---------|---------|---------|-----|
| P1        | (11)     | 3.370  | 0.046 | 0.965      | $b_0$      | -1.7776    | 0.032   | -55.47  | <0.0001 | 1.7 |
|           |          |        |       |            | $b_1$      | 2.9809     | 0.026   | 114.72  | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $b_2$      | 2.5464     | 0.026   | 98.55   | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $p_{1r}$   | 0.4588     | 0.021   | 22.25   | <0.0001 |     |
|           | (21)     | 1.117  | 0.025 | 0.990      | $b_0$      | 2.3628     | 0.005   | 438.60  | <0.0001 | 1.5 |
|           |          |        |       |            | $b_1$      | -1.3747    | 0.006   | -213.40 | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $p_{1r}$   | 0.8367     | 0.017   | 49.61   | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $p_{2r}$   | 0.7359     | 0.023   | 32.77   | <0.0001 |     |
| P2        | (11)     | 10.198 | 0.073 | 0.935      | $b_0$      | -1.0741    | 0.019   | -56.89  | <0.0001 | 1.4 |
|           |          |        |       |            | $b_1$      | 1.8237     | 0.015   | 124.85  | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $b_2$      | 1.5361     | 0.018   | 87.56   | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $p_{1r}$   | 0.6122     | 0.015   | 39.94   | <0.0001 |     |
|           | (21)     | 0.397  | 0.014 | 0.998      | $b_0$      | 2.3156     | 0.008   | 294.57  | <0.0001 | 1.5 |
|           |          |        |       |            | $b_1$      | -1.3356    | 0.010   | -131.74 | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $p_{1r}$   | 1.2792     | 0.015   | 85.83   | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $p_{2r}$   | 1.0277     | 0.011   | 91.12   | <0.0001 |     |
| P3        | (15)     | 17.811 | 0.054 | 0.970      | $b_1$      | -1.3130    | 0.093   | -14.07  | <0.0001 | 1.6 |
|           |          |        |       |            | $b_2$      | 8.7902     | 0.398   | 22.07   | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $b_3$      | -20.7495   | 0.646   | -32.15  | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $b_4$      | 18.8408    | 0.497   | 37.95   | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $b_5$      | -7.4121    | 0.182   | -40.76  | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $b_6$      | 1.0641     | 0.026   | 41.78   | <0.0001 |     |
|           | $p_{1r}$ | 0.6295 | 0.007 | 89.39      | <0.0001    |            |         |         |         |     |
|           | (21)     | 2.382  | 0.020 | 0.996      | $b_0$      | 2.3123     | 0.003   | 788.27  | <0.0001 | 1.5 |
| $b_1$     |          |        |       |            | -1.3182    | 0.003      | -378.45 | <0.0001 |         |     |
|           |          |        |       |            | $p_{1r}$   | 0.9745     | 0.004   | 219.04  | <0.0001 |     |
|           |          |        |       |            | $p_{2r}$   | 0.8335     | 0.004   | 203.22  | <0.0001 |     |

SCE: Suma de cuadrados del error; RCME: Raíz del cuadrado medio del error;  $R_{aj}^2$ : Coeficiente de determinación ajustado; Eea: Error estándar aproximado;  $b_n$ : Parámetros estimados;  $p_{1r}$ ,  $p_{2r}$  y  $p_{3r}$  indican el orden y el número de retrasos aplicados en el modelo tipo CAR(X) aplicado ❖ SCE: Sum of squared errors; RCME: Root mean square error;  $R_{aj}^2$ : Adjusted coefficient of determination; Eea: Approximate standard error;  $b_n$ : Parameters to be estimated;  $p_{1r}$ ,  $p_{2r}$  and  $p_{3r}$  indicate the order and number of delays applied in the CAR (X) type model applied.

diámetro o altura de aprovechamiento definido. Las ecuaciones resultantes se presentan a continuación. Ecuaciones de  $V_c$  para la población P1.

$$V_c = \left( 0.546618 dn^{2.014329} A^{0.863912} \right) \left( 1 - 1.77764 \left( di^{2.980938} / dn^{2.546364} \right) \right) \quad (24)$$

starting from the tree stump height, as well as the relation between the total volume and the volume of a limited diameter or height. The expressions used to obtain the  $V_c$  of individual trees in each population consist of a  $V_t$  and  $r$  model; when multiplied, they will result in the  $V_c$  of any diameter or height of defined exploitation. The resulting equations are the following:

**Cuadro 7. Sesgo absoluto ( $\bar{E}$ ) y diferencia agregada % (DA %) de los modelos de razón volumétrica en las tres poblaciones.**

**Table 7. Absolute bias ( $\bar{E}$ ) and aggregate difference % (DA %) of the volumetric ratio models in the three populations.**

| Población | Modelo     | Sesgo ( $\bar{E}$ )  | Diferencia agregada % |
|-----------|------------|----------------------|-----------------------|
| P1        | $R_d$ (11) | $1.5 \times 10^{-3}$ | 0.214                 |
|           | $R_b$ (21) | $2.0 \times 10^{-4}$ | 0.026                 |
| P2        | $R_d$ (11) | $1.1 \times 10^{-3}$ | 0.157                 |
|           | $R_b$ (21) | $7.7 \times 10^{-3}$ | -1.129                |
| P3        | $R_d$ (15) | $3.0 \times 10^{-4}$ | -0.041                |
|           | $R_b$ (21) | $5.8 \times 10^{-3}$ | 0.914                 |

$$V_c = (0.546618 (dn^{2.014329})(A^{0.863912})) (2.362756(Ai/A) - 1.37474(Ai/A)^2) \tag{25}$$

Ecuaciones de  $V_c$  para la población P2.

$$V_c = 0.3261 \times (dn^2 A)^{0.8682} \times (1 - 1.0741 \times (di^{1.8236} / dn^{1.5361})) \tag{26}$$

$$V_c = 0.3261 \times (dn^2 A)^{0.8682} \times (2.3156 \times (Ai/A) - 1.3356 \times (Ai/A)^2) \tag{27}$$

Ecuaciones de  $V_c$  para la población P3.

$$V_c = 0.1759 \times dn^{1.7246} \times A^{1.0662} \times \left( \begin{aligned} &1 - 1.3129 \times (di / dn) + 8.79025 \times (di / dn)^2 \\ &- 20.7495 \times (di / dn)^3 + 18.8408 \times (di / dn)^4 \\ &- 7.4121 \times (di / dn)^5 + 1.0641 \times (di / dn)^6 \end{aligned} \right) \tag{28}$$

$$V_c = 0.1759 \times dn^{1.7246} \times A^{1.0662} \times (2.3123 \times (Ai/A) - 1.3182 \times (Ai/A)^2) \tag{29}$$

$V_c$  equations for the P1 population.

$$V_c = (0.546618 dn^{2.014329} A^{0.863912}) (1 - 1.77764(di^{2.980938} / dn^{2.546364})) \tag{24}$$

$$V_c = (0.546618 (dn^{2.014329})(A^{0.863912})) (2.362756(Ai/A) - 1.37474(Ai/A)^2) \tag{25}$$

$V_c$  equations for the P2 population.

$$V_c = 0.3261 \times (dn^2 A)^{0.8682} \times (1 - 1.0741 \times (di^{1.8236} / dn^{1.5361})) \tag{26}$$

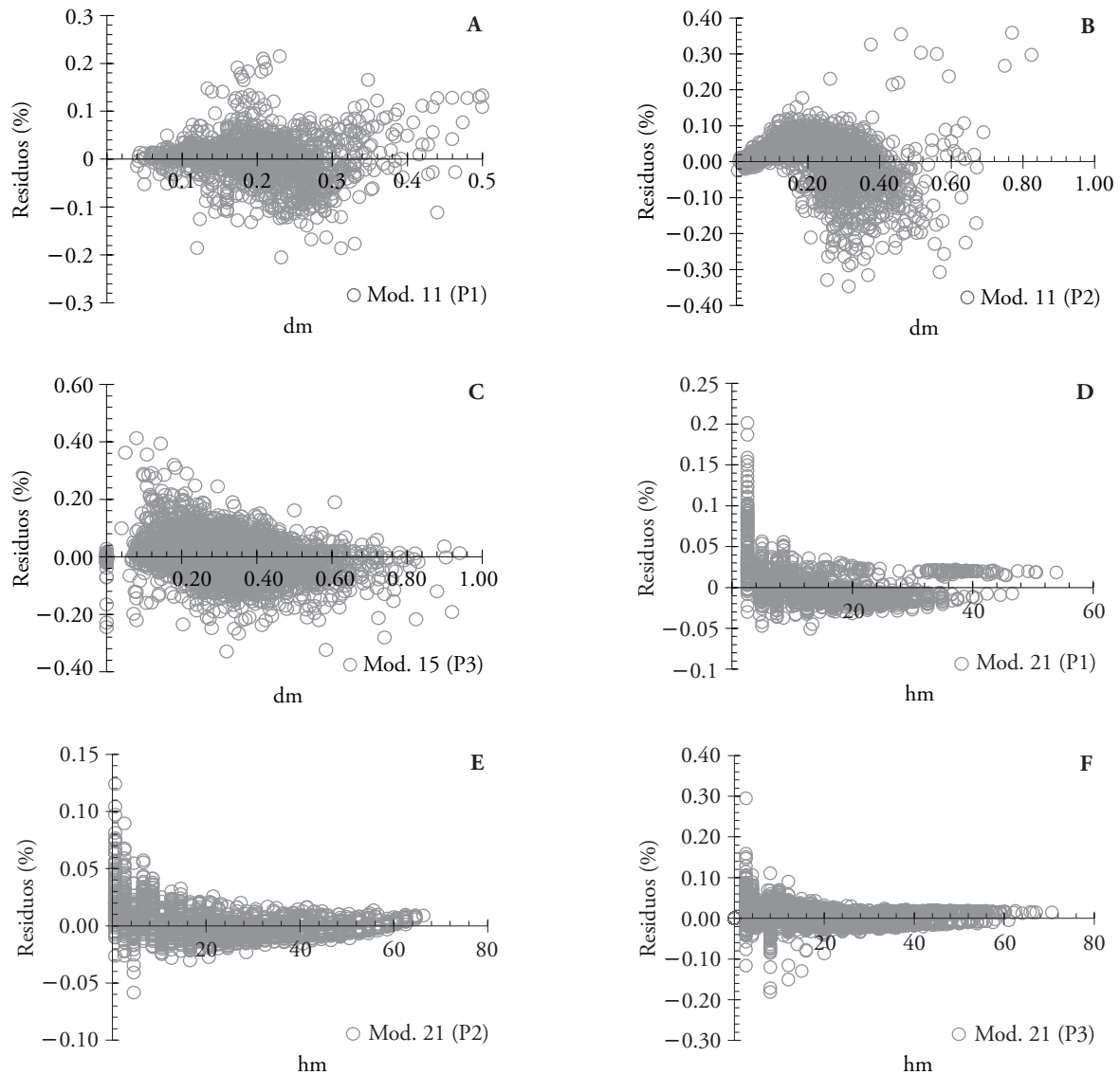
$$V_c = 0.3261 \times (dn^2 A)^{0.8682} \times (2.3156 \times (Ai/A) - 1.3356 \times (Ai/A)^2) \tag{27}$$

$V_c$  equations for the P3 population.

$$V_c = 0.1759 \times dn^{1.7246} \times A^{1.0662} \times \left( \begin{aligned} &1 - 1.3129 \times (di / dn) + 8.79025 \times (di / dn)^2 \\ &- 20.7495 \times (di / dn)^3 + 18.8408 \times (di / dn)^4 \\ &- 7.4121 \times (di / dn)^5 + 1.0641 \times (di / dn)^6 \end{aligned} \right) \tag{28}$$

$$V_c = 0.1759 \times dn^{1.7246} \times A^{1.0662} \times (2.3123 \times (Ai/A) - 1.3182 \times (Ai/A)^2) \tag{29}$$

When the  $V_c$  predictions obtained with the volume ratio method are subject to a graphic comparison with the accumulated volume, the result is close to a straight line (Figure 4); and, when a linear regression is applied to these data the use of the  $R_d$ -type models shows —by the value of  $R^2$ — that the sample estimation is higher than 94 %, while the use of  $R_b$ -type models has 96 % results. When the accuracy and absolute bias are verified, taking as reference the  $R^2$  value and the difference in its



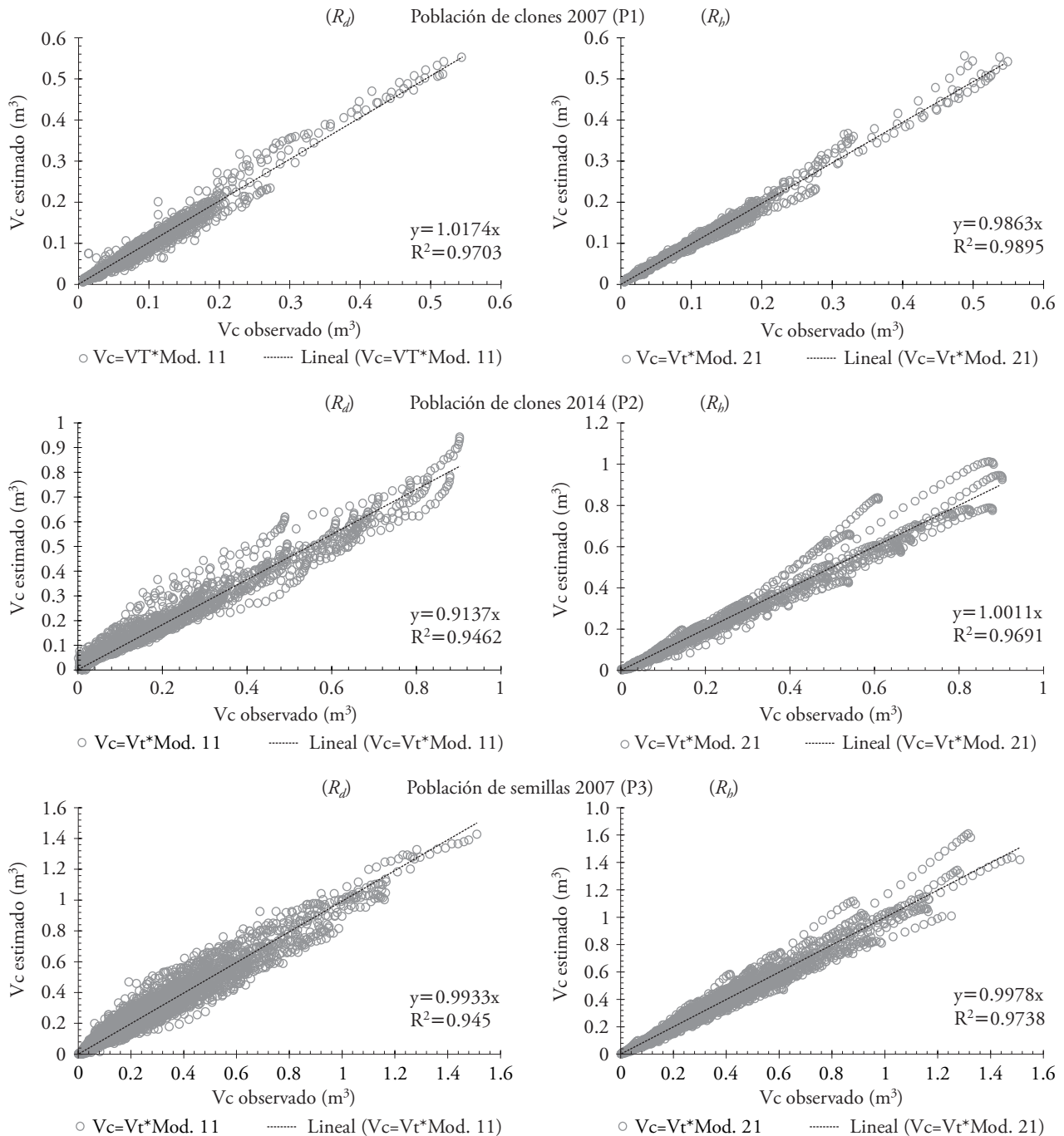
**Figura 3. Residuales de los mejores modelos de razón volumétrica para árboles de las tres poblaciones de *E. urophylla* evaluadas en Huimanguillo, Tabasco, México.**  
**Figure 3. Residuals of the best volumetric ratio models for trees of the three *E. urophylla* populations evaluated in Huimanguillo, Tabasco, Mexico.**

Al comparar gráficamente de las predicciones de  $V_c$  obtenidas con el método de razón de volumen contra el volumen acumulado el resultado es cercano a una línea recta (Figura 4), y al aplicar una regresión lineal a estos datos muestra, por el valor de  $R^2$ , que al utilizar los modelos de tipo  $R_d$  la estimación de la muestra es mayor a 94 % y al usar los modelos de tipo  $R_b$  es 96 %. Al verificar la precisión y el sesgo absoluto tomando como referencia el valor de  $R^2$  y la diferencia en su aproximación a la unidad, para los modelos de  $R_d$  es 3.0, 5.4 y

aproximación a la unidad, the difference for the  $R_d$  models is 3.0, 5.4 and 5.5 % in the P1, P2 and P3 populations, respectively; while it is 1.1, 3.1, and 2.6 % in  $R_b$  models (Figure 4). The trend observed and the values of the fittings between the predicted and the observed values match those indicated in the studies carried out by Pece (1994) in *Eucalyptus pellita*, by Chauchard and Sbrancia, (2005) in *P. radiata*, and by Barrios *et al.* (2014) in *E. grandis*.

In order to estimate a merchantable diameter at a given commercial height for P1 and P2 populations,





**Figura 4. Volumen comercial ( $V_c$ ) estimado vs.  $V_c$  predicho para las poblaciones P1, P2 y P3, utilizando los modelos seleccionados.**

**Figure 4. Estimated merchantable volume ( $V_c$ ) vs. the predicted  $V_c$  for P1, P2, and P3 populations, using the models selected.**

5.5 % en las poblaciones P1, P2 y P3, respectivamente; mientras que en los modelos de tipo  $R_b$  es 1.1, 3.1 y 2.6 % (Figura 4). La tendencia observada y los valores de los ajustes entre los valores predichos y los observados concuerdan con lo indicado

we solve for  $d_i$  from equation (11) and  $R_d$  is replaced by  $R_b$  (equation 30), according to the procedure set forth by Trincado *et al.* (1997), using the parameters estimated for each model and replacing them in the resulting equation. If the inverse calculation was

en estudios realizados por Pece (1994) en *Eucalyptus pellita*, Chauchard y Sbrancia, (2005) en *P. radiata*, y Barrios *et al.* (2014) en *E. grandis*.

Para estimar algún diámetro comercial a una determinada altura comercial para las poblaciones P1 y P2, se despeja  $di$  de la ecuación (11) y se reemplaza  $R_d$  por  $R_b$  (ecuación 30), de acuerdo con el procedimiento de Trincado *et al.* (1997), utilizando los parámetros estimados para cada modelo y sustituyéndolos en la ecuación resultante. En el caso de que se requiera realizar el cálculo inverso, es decir, estimar  $Ac$  para un diámetro específico en las tres poblaciones, se despeja  $Ai$  de la ecuación (21) y se sustituye  $R_b$  por  $R_d$  (ecuación 31).

$$di = \left( \frac{dn^{d_2} (R_b - 1)}{d_0} \right)^{\frac{1}{d_1}} \quad (30)$$

$$Ai = \frac{R_d A}{d_0 + d_1} \quad (31)$$

Para la P3, en el modelo 15 de  $R_d$  la estimación del  $di$  a cualquier altura se obtiene mediante una aproximación numérica con la herramienta SOLVER de Excel, debido a que al despejar esta variable de la ecuación existen raíces que matemáticamente pueden reducirse hasta desaparecer.

Los modelos seleccionados muestran consistencia en la determinación volumétrica total y comercial, no presentan entrecruzamiento de valores y permiten estimar de forma directa el diámetro del fuste a una altura establecida, o bien, la altura del fuste a un diámetro límite de utilización. Estos modelos en conjunto son altamente confiables y permiten realizar estimaciones de distribución de productos, elaborar tablas de volúmenes comerciales para cualquier diámetro o altura de aprovechamiento establecido por la industria del aserrío o cálculos de valoración económica de las plantaciones. Para la validación de los modelos generados son necesarios datos de inventarios y de cosecha operativa.

## CONCLUSIONES

Las relaciones funcionales entre las variables  $dn$  y  $A$  del árbol son confiables en la estimación del

necesario (*i.e.*, to estimate  $Ac$  for a specific diameter in the three populations),  $Ai$  would be solved from equation (21), and  $R_b$  would be replaced by  $R_d$  (equation 31).

$$di = \left( \frac{dn^{d_2} (R_b - 1)}{d_0} \right)^{\frac{1}{d_1}} \quad (30)$$

$$Ai = \frac{R_d A}{d_0 + d_1} \quad (31)$$

For P3, in model 15 of  $R_d$ ,  $di$  at any height is calculated by a numerical approximation with the Excel tool SOLVER, because when this variable is solved from the equation, the roots can be mathematically reduced until they disappear.

The models selected show consistency in the total and merchantable volume determination, their values do not crossover, and they enable a direct estimation of the bole diameter at an established height, or the bole height at a limit diameter. As a whole, these models are highly trustworthy and allow to carry out estimations of product distribution, to create tables of merchantable volumes for any useful diameter or height established by the sawmill industry or to calculate the economic valuation of plantations. Stock and operational harvest data are required to validate the models generated.

## CONCLUSIONS

The functional relations between the tree's  $dn$  and  $A$  variables are reliable in the estimation of total and merchantable volume. In addition, the adjustment of their mathematical expressions suggests that—if the owners or investors intend to maximize the volume to be obtained in *Eucalyptus urophylla* clone plantations—the selection of trees for clonal reproduction purposes should consider an analysis of the tree's total volume (rather than the diameter at breast height and total height). Likewise, we observed statistically significant changes in the populations in a relatively short period (7 years); the reliability of the models used to estimate the potential timber harvest and the value of the forestry investment also underwent changes. Therefore, in this type of fast-growing plantations, these models must be updated

volumen total y comercial. Además, el ajuste de sus expresiones matemáticas sugiere que si la intención de los dueños o inversionistas es maximizar el volumen a obtener en las plantaciones de clones de *Eucalyptus urophylla*, la selección de árboles con fines de reproducción clonal deberá contemplar un análisis del volumen total del árbol, más que de las dimensiones de diámetro normal y altura total. De igual manera en este tipo de plantaciones de rápido crecimiento es necesario mantener la actualización de estos modelos al mismo ritmo del remplazo del material vegetativo usado y de las prácticas culturales aplicadas, pues se observó que en un lapso relativamente corto (7 años) hay cambios estadísticamente significativos en las poblaciones y, por lo tanto, en la confiabilidad de los modelos para estimar la cosecha maderable potencial y el valor de la inversión forestal.

### AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue financiada por el Programa de Paisajes Sustentables de la Agencia para el Desarrollo Internacional de Estados Unidos de América, a través de la Oficina de Programas Internacionales del Servicio Forestal del Departamento de Agricultura, y El Northern Research Station.

### LITERATURA CITADA

Alder, D., 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 22/2. Predicción del Rendimiento. Ed. FAO, Montes, 189 p.

Arias, D. 2004. Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la zona sur de Costa Rica. Rev. For. Kurú 1: 1-11.

Arias, D. 2005. Morfometría del árbol en plantaciones forestales tropicales. Rev. For. Kurú 2: 2-11.

Barrio, M., H. Sixto, I. Cañellas, y F. González. 2007. Sistema de cubicación con clasificación de productos para plantaciones de *Populus×euramericana* (Dode) Guinier cv. 'I-214' en la meseta norte y centro de España. Inv. Agraria: Sistemas Recursos For. 16: 65-75.

Barrios, A., A. M. López, y V. Nieto. 2014. Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. Colombia For. 17: 137-149.

Bailey, R. L. 1995. Upper-stem volumes from stem-analysis data: An overlapping bolt method. Can. J. For. Res. 25: 170-173.

Burkhart, H. E. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. Southern J. App. For. 1: 7-9.

Cailliez, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos: estimación del volumen. Vol. 22/1. Estudio FAO: Montes, Roma, Italia. 92 p.

at the same rate that the vegetative material used and the applied cultural practices are replaced.

—End of the English version—



Cao, Q., H. Burkhart, and T. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. For. Sci. 26: 71-80.

Casnati, C., R., G. Mason E., R. Woollons, and F. Resquin. 2014. Volume and taper equations for *P. tadea* (L.) and *E. grandis* (Hill ex. Maiden). Agrocienca 18: 47-60.

Chauchard, L., y R. Sbrancia. 2005. Funciones de razón para la estimación de los volúmenes maderables de *Pino radiata* en el País Vasco. Inv. Agraria: Sistemas Recursos For. 14: 185-194.

CONAFOR (Comisión Nacional Forestal). 2012. Logros y perspectivas del desarrollo forestal en México 2007-2012. [http://www.conafor.gob.mx/biblioteca/documentos/LOGROS\\_Y\\_PERSPECTIVAS\\_DEL\\_DESARROLLO\\_FORESTAL\\_EN\\_MEXICO.PDF](http://www.conafor.gob.mx/biblioteca/documentos/LOGROS_Y_PERSPECTIVAS_DEL_DESARROLLO_FORESTAL_EN_MEXICO.PDF) (Consulta: diciembre, 2015).

CONAFOR (Comisión Nacional Forestal). 2014. Boletín 77. CONAFOR. <http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/7/5752M%C3%A9xico%20cuenta%20con%20270%20mil%20hect%C3%A1reas%20de%20%20Plantaciones%20Forestales%20Comerciales.pdf>. (Consulta: diciembre 2015).

CONAFOR (Comisión Nacional Forestal). 2015. Principales especies maderables establecidas en PFC por año (2000 – 2014) y Principales especies maderables establecidas en PFC por Entidad Federativa (2000 – 2014). <http://www.conafor.gob.mx/web/temas-forestales/plantaciones-forestales/> (Consulta: diciembre 2015).

CONAFOR-COLPOS (Comisión Nacional Forestal-Colegio de Posgraduados). 2012. Situación Actual y Perspectivas de las Plantaciones Forestales Comerciales en México. <http://www.conafor.gob.mx/web/temas-forestales/plantaciones-forestales/> (Consulta: enero 2017).

Corral-Rivas, S., y J. de J. Nívar-Cháidez. 2009. Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de Durango, México. Rev. Chapingo Serie Ciencias For. Ambiente 15: 5-13.

Da Cunha, T., y C. A. Guimaraes F. 2009. Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus tadea* L. en el sur de Brasil. Rev. For. Kurú: 2-15.

Díaz, B., S., M. Espinosa. L. Valenzuela, J. Cancino, y J. P. Lasserre. 2012. Efecto del raleo en el crecimiento y algunas propiedades de la madera de *Eucalyptus nitens* en una plantación de 15 años. Madera, Ciencia Tecnol. 14: 373-388.

Draper, N., R., and H. Smith. 1966. Applied Regression Analysis. John Wiley & Sons, New York. USA. 407 p.

Fuentes E., D., J. J. Troncoso, y C. A. Bonilla. 2001a. Operaciones forestales y concentración de sedimentos en cauces naturales I: Formulación de un modelo matemático. Bosque 22: 15-24.

Fuentes E., D., J. J. Troncoso, y C. A. Bonilla. 2001b. Operaciones forestales y concentración de sedimentos en cauces naturales II: Análisis de sensibilidad y comparación con otros modelos. Bosque 22: 25-27.

- Gilbert, H., and C. Paci. 2010. An assessment of volume-ratio functions for *Eucalyptus globulus* and *E. nitens* in Chile. *Ciencia Inv. Agraria* 37: 5-15.
- Honner, T. G. 1967. Standard volume tables and merchantable conversion factors for the commercial tree species of central and eastern Canada. Information Report FMR-X-5. Forest Management Research and Service Institute. 162 p.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía). 2005. Marco Geoestadístico Municipal 2005, versión 3.1. <http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/datos-geograficos/27/27008.pdf> (Consulta: diciembre 2015).
- Institute Inc. Statistical Analysis System. 2008. SAS/STAT® 9.2 User's Guide Second Edition. SAS Institute Inc. Raleigh, NC USA. s/p. <https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statugmcmc/63125/PDF/default/statugmcmc.pdf> (Consulta: diciembre,2015).
- Juárez-Palacios, J. C., J. A. Honorato-Salazar, L. Vázquez-Silva, y J. F. C. Parraguirre-Lezama. 2013. Patogenicidad de *Cryosporthe cubensis* en clones de *Eucalyptus grandis* y *E. urophylla* en el sureste de México. *Madera y Bosques* 19: 17-36.
- Matney, T. G., and D. Sullivan A. 1982. Variable top volume and height predictors for slash pine trees. *For. Sci.* 22: 283-289
- Moret, A. Y., M. Jerez, y A. Mora. 1998. Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) en la unidad experimental de la reserva forestal Caparo, estado de Barinas-Venezuela. *Rev. For. Venez.* 42: 41-50
- Nájera, L., J. A., y E. Hernández H. 2008. Relaciones morfométricas de un boque coetáneo de la región del Salto, Durango. *Ra-Ximhai* 4: 69.81.
- Nieto, V. M., y J. Rodríguez. 2003. *Eucalyptus urophylla* Dehnh. In: *Vozzo*, Manual de Semillas JA Árbol Tropical. Parte II. Especies descripciones. Washington, DC: USDA Forest Service. 473 p.
- Parresol, B. R., J. E. Hotvedt, and Q. V. Cao. 1987. A volume and taper prediction system for bald cypress. *Can. J. Forest Res.* 17: 250-259.
- Pece, R., M. 1994. Tabla de volumen comercial para *Eucalyptus pellita* utilizando el método de la razón volumétrica. *Quebracho* 2: 54-63.
- Pérez, C. 1996. *Econometría y Análisis Estadístico Multivariable con Statgraphics*. Técnicas Avanzadas. Ed. Rama. Madrid, España, 745 p.
- Pérez, C. 1998. *Métodos Estadísticos con Statgraphics para Windows*. Técnicas Básicas. Ed. Rama. Madrid, España, 705 p.
- Prodan, M., R. Peters, F. Cox, y P. Real. 1997. *Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación de Desarrollo Sostenible*. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA)/BMZ/GTZ. San José, Costa Rica. 561 p.
- Trincado, G., K. Von Gadow, y V. Sandoval. 1997. Estimación de volumen comercial en latifoliadas. *Bosque* 18: 39-44.
- Tschieder E. F., E. Fassola H., y M. García C. 2011. Ecuaciones de volumen total para *Populus deltoides* de plantaciones del Bajo Delta del Paraná. *Rev. Inv. Agropec.* 37: 172-179.
- Rodríguez-Juárez M., I., A. Velázquez-Martínez, A. Gómez-Guerrero, A. Aldrete, y M. Domínguez-Domínguez. 2014. Fertilización con boro en plantaciones de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake en Tabasco. *Rev. Chapingo: Serie Ciencias For.* 20: 204-213.
- Rosa, F. G., C. Morel P., R. Montanari., J. Motta S., G. Machado S., y E. Casarin Z. 2011. Variabilidad espacial de propiedades dendrométricas do eucalipto e de atributos físicos de um Latossolo Vermelho. *Bragantia, Campinas* 70: 439-446.
- Van Deusen, P., A. Sullivan, and T. Matney. 1981. A prediction system for cubic foot volume of loblolly pine applicable through much of its range. *Southern J. Appl. For.* 5: 186-189.
- Verbeek, M. 2004. *A Guide to Modern Econometrics*. Second edition. West Sussex: John Wiley & Sons. 429 p.
- Vieira, F. S. y Bucsan. 1980. Ocurrencia natural de *Eucalyptus urophylla* en Indonesia. *Silvicultura* 3: 359-361.
- Wilson, J. S., and C. Oliver. 2000. Stability and density management in Douglas-fir plantations. *Can. J. Forrest Res.* 30: 910-920.
- Zimmerman, D., L., and V. Núñez-Antón. 2001. Parametric modelling of growth curve data: An overview (with discussion). *Test* 10: 1-73.