

A DOMINANT HEIGHT GROWTH AND SITE INDEX MODEL FOR *Pinus pseudostrobus* Lindl. IN NORTHEASTERN MEXICO

MODELO DE CRECIMIENTO EN ALTURA DOMINANTE E ÍNDICE DE SITIO PARA *Pinus pseudostrobus* Lindl. EN EL NORESTE DE MÉXICO

Benedicto Vargas-Larreta^{1*}, Oscar A. Aguirre-Calderón², José J. Corral-Rivas³,
Felipe Crecente-Campo⁴, Ulises Diéguez-Aranda⁴

¹Instituto Tecnológico de El Salto. Mesa del Tecnológico s/n. 34942. El Salto, Durango, México. (bvargas@itelsalto.edu.mx). ²Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León. Carretera Nacional km. 145. 67700. Linares, Nuevo León, México. (oaguirre@fcf.uanl.mx). ³Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Juárez del Estado de Durango. Río Papaloapan y Boulevard Durango s/n, Colonia Valle del Sur. 34120. Durango, México. (jcorral@ujed.mx). ⁴Departamento de Ingeniería Agroforestal, Universidad de Santiago de Compostela, Escuela Politécnica Superior. R/ Benigno Ledo, Campus universitario. 27002. Lugo, España.

ABSTRACT

Foresters in northeastern Mexico currently use height growth curves developed 20 years ago to estimate the dominant height and productivity of *Pinus pseudostrobus* Lindl. The development of new curves could improve the ability to predict heights and would allow increasingly precise yield projections for this species. Data from stem analysis of 72 *P. pseudostrobus* dominant trees growing in natural stands in Nuevo Leon, Tamaulipas and Coahuila (northeastern Mexico), were used to evaluate several dynamic site equations derived with the Generalized Algebraic Difference Approach (GADA). All the equations directly estimate dominant height and site index from any dominant height and age. The fittings were carried out using the base-age-invariant nested iterative approach. A second-order continuous-time autoregressive error structure was used to correct the inherent autocorrelation of the longitudinal data used. The GADA formulation derived from the Korf model, by considering the asymptote and the rate parameters as related to site productivity, had the best fit to the data. Therefore, it is recommended for estimating dominant height growth and site index for *Pinus pseudostrobus* in northeastern Mexico.

Key words: site quality, height-age relationship, generalized algebraic difference approach, base-age dynamic equation, autocorrelation.

RESUMEN

Los silvicultores en el noreste de México utilizan actualmente las curvas de crecimiento de altura desarrolladas hace 20 años para estimar la altura dominante y la productividad de *Pinus pseudostrobus* Lindl. El desarrollo de nuevas curvas podría mejorar la habilidad de predecir las alturas y permitiría proyecciones de la producción cada vez más precisas para esta especie. Se usaron datos de análisis de tronco de 72 árboles dominantes de *P. pseudostrobus* que crecen en rodales naturales en Nuevo León, Tamaulipas y Coahuila (noreste de México), para evaluar varias ecuaciones dinámicas de índice de sitio derivadas con la metodología de diferencias algebraicas generalizadas (GADA, por sus siglas en inglés). Todas las ecuaciones estiman directamente la altura dominante y el índice de sitio, a partir de cualquier altura dominante y edad. Los ajustes se realizaron usando la metodología iterativa anidada, invariante con respecto a la edad base. Se utilizó una estructura de error autorregresiva de tiempo continuo de segundo orden, para corregir la autocorrelación inherente a los datos longitudinales usados. La formulación GADA derivada del modelo Korf, al considerar la asíntota y los parámetros de cambio relacionados con la productividad del sitio, tuvo el mejor ajuste a los datos. Por tanto, se recomienda para estimar el crecimiento en altura dominante y el índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* en el noreste de México.

Palabras clave: calidad de estación, relación altura-edad, metodología de diferencias algebraicas generalizadas, ecuación dinámica de edad base, autocorrelación.

* Author for correspondence ♦ Autor responsable.

Received: May, 2012. Approved: October, 2012.

Published as ARTICLE in *Agrociencia* 47: 91-106. 2013.

INTRODUCTION

The most accepted indirect estimate of potential forest productivity (*i.e.* site quality) of a given species on a given even-aged stand is the site index, defined as the height of trees that have always been dominant or codominant and healthy at a reference age (Clutter *et al.*, 1983). Site index models provide a convenient and effective tool for determining potential productivity, thus allowing implementation of appropriate forest management practices. Therefore, reliable dominant height prediction based on unbiased and accurate site index models is essential for growth and yield modeling.

Currently, site index values (productivity estimates) applied to *Pinus pseudostrobus* stands in northeastern Mexico are estimated with the height growth model developed by Aguirre (1989). This was constructed from stem analysis on the basis of the direction field approach (Sloboda, 1971). The direction field is defined by the amount of three age-height-height increment data groups of a particular dominant height class. The first order differential equation developed by Sloboda (1971) and used by Aguirre (1989) to describe the direction field to estimate the current height increment was:

$$i_H = \frac{a \cdot H}{t^b} \ln(c/H) \quad (1)$$

where i_H is the current height increment (m), H is dominant height (m), t is age (years), and a , b and c are parameters to be estimated.

Dominant height H at an age t and the site index (S , m) at a fixed base-age of 50 years were calculated through substitution of a base-model's parameter (in this case c). The resultant integral equation was:

$$H = b \left(\frac{S}{b} \right) \cdot \exp \left[\frac{-b}{(a-1) \cdot 50^{a-1}} + \frac{b}{(a-1) \cdot t^{a-1}} \right] \quad (2)$$

Equation (2) produces anamorphic curves with different asymptotes. Nowadays, it is believed that anamorphic curves do not adequately represent the dominant height-age relationship, and the use of polymorphic models is preferred (Cieszewski,

INTRODUCCIÓN

La estimación indirecta más aceptada de la productividad potencial de un bosque (es decir, la calidad de estación) de una especie dada en un rodal regular específico es el índice de sitio, definido como la altura de los árboles que siempre han sido dominantes o codominantes y sanos a una edad de referencia (Clutter *et al.*, 1983). Los modelos de índice de sitio dan una herramienta conveniente y efectiva para determinar la productividad potencial, permitiendo implementar prácticas de manejo forestal apropiadas. Por tanto, una correcta predicción de la altura dominante, basada en modelos de índice de sitio, no sesgados y precisos, es esencial para modelizar el crecimiento y la producción.

Actualmente, los valores de índice de sitio (estimaciones de productividad) aplicados a rodales de *Pinus pseudostrobus* en el noreste de México se estiman con el modelo de crecimiento de altura desarrollado por Aguirre (1989). Este se construyó a partir de análisis troncales con base en la metodología de campo de dirección (Sloboda, 1971). El campo de dirección se define por la cantidad de grupos de datos de tres incrementos de edad-altura-altura de cada clase de altura dominante particular. La ecuación diferencial de primer orden desarrollada por Sloboda (1971) y utilizada por Aguirre (1989) para describir el campo de dirección para estimar el incremento en altura actual fue:

$$i_H = \frac{a \cdot H}{t^b} \ln(c/H) \quad (1)$$

donde i_H es el incremento en altura actual (m), H es la altura dominante (m), t es edad (años), y a , b y c son los parámetros a estimar.

La altura dominante H a una edad t y el índice de sitio (S , m) a una edad base fija de 50 años se calcularon con la sustitución de un parámetro del modelo base (en este caso c). La ecuación integral fue:

$$H = b \left(\frac{S}{b} \right) \cdot \exp \left[\frac{-b}{(a-1) \cdot 50^{a-1}} + \frac{b}{(a-1) \cdot t^{a-1}} \right] \quad (2)$$

La ecuación (2) produce curvas anamórficas con asíntotas diferentes. Hoy se cree que las curvas

2002) and biologically more plausible. Moreover, Aguirre (1989) modeled the dominant height-age relationship using the static site equation (2), which requires the use of a fixed reference age (50 years) and its associated observed height or site index as predictors. The choice of this base age was arbitrary, since it was not selected by comparing the errors that can occur with the use of either base age. This common approach is based on the assumption that site indices are equal to the observed height values at the base age, even though the estimated height at any age is expected to be different in the process of parameter estimation than the measured height (Cieszewski, 2004). Since the observed height values contain measurement and sampling errors, assuming that a height at base-age does not contain errors results in parameter estimates that are biased (Goelz and Burk, 1996) and unique to the pre-selected base age.

Although these types of models have been the most common forms of site equations used for modeling self-reference height-age relationships in even-aged stands (Cieszewski, 2001), there are advantages of dynamic site equations (*e.g.*, Cieszewski and Bailey, 2000; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006): base-age-invariance, definition of both height-growth and site index as special cases of the same equation, logical behavior, polymorphism, asymptote as a function of site index, and existence of an inflection point. Two approaches allow getting one or more of these important desirable attributes of site index equations: the Algebraic Difference Approach (ADA, Bailey and Clutter, 1974) and the Generalized Algebraic Difference Approach (GADA, Cieszewski and Bailey, 2000). The main limitation of the ADA is that most models derived with it are either anamorphic or have single asymptotes (Bailey and Clutter, 1974). The GADA can be used to derive more flexible dynamic models than the ADA; its main advantage is that it permits the expansion of the base equations according to various theories about growth characteristics (*e.g.*, asymptote, growth rate), allowing more than one parameter to be site-specific. Additionally, for many of the most used base models [*e.g.*, Bertalanffy-Richards (Bertalanffy, 1949, 1957; Richards, 1959), and Korf (cited in Lundqvist, 1957)] it is the only way to simulate concurrent polymorphism and multiple asymptotes (Cieszewski, 2002).

anamórficas no representan adecuadamente la relación altura dominante-edad y se prefiere el uso de modelos polimórficos (Cieszewski, 2002) y biológicamente más plausibles. Además, Aguirre (1989) modelizó la relación altura dominante-edad usando la ecuación de sitio estática (2), que requiere usar una edad de referencia fija (50 años) y su altura observada asociada o índice de sitio como predictores. La elección de esta edad base fue arbitraria, porque no se seleccionó comparando los errores que pueden ocurrir con el uso de una edad base u otra. Este enfoque común se basa en la suposición de que los índices de sitio son iguales a los valores de altura observados en la edad base, aunque se espera que la altura estimada a cualquier edad sea diferente a la altura medida en el proceso de estimación de parámetros (Cieszewski, 2004). Dado que los valores de altura observados contienen errores de medición y muestreo, asumir que una altura a la edad base no contiene errores resulta en estimaciones de parámetros sesgadas (Goelz y Burk, 1996) y sólo para la edad base preseleccionada.

Aunque estos tipos de modelos han sido las formas más comunes de ecuaciones de índice de sitio utilizadas para modelizar relaciones autorreferenciales de altura-edad en rodales de edad uniforme (Cieszewski, 2001), hay ventajas en las ecuaciones de índice de sitio dinámicas (por ejemplo, Cieszewski y Bailey, 2000; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006): invariabilidad de la edad base, definición de el crecimiento en altura dominante y el índice de sitio como casos especiales de la misma ecuación, comportamiento lógico, polimorfismo, asíntota como una función del índice de sitio, y existencia de un punto de inflexión. Dos metodologías permiten obtener uno o más de estos importantes atributos deseables de las ecuaciones de índice de sitio: la metodología de diferencia algebraica (ADA, por sus siglas en inglés; Bailey y Clutter, 1974), y la metodología de diferencia algebraica generalizada (GADA; Cieszewski y Bailey, 2000). La limitación principal de ADA es que la mayoría de los modelos derivados con ella son anamórficos o tienen asíntotas comunes (Bailey y Clutter, 1974). GADA puede usarse para derivar modelos dinámicos más flexibles que ADA; su principal ventaja es permitir la expansión de las ecuaciones base según varias teorías sobre características del crecimiento (por ejemplo, asíntota, tasa de crecimiento), permitiendo

The objective of this study was to develop a dynamic dominant height growth model for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in northeastern Mexico by comparing several model forms and then contrasting the best one with that developed by Aguirre (1989), which is presently in use by forest managers in this region.

MATERIALS AND METHODS

Location

The study area is located in the states of Nuevo Leon, Coahuila and Tamaulipas (NE Mexico), in the Sierra Madre Oriental. It is geographically located from 23° 22' to 26° 00' N and from 99° 45' to 101° 18' W (Figure 1). The area extends in altitudes from 1200 to 2200 m.

Data set

Seventy two dominant trees (with diameter equal to the mean diameter of dominant trees $\pm 5\%$ in each plot) with no outwardly visible signs of damage were selected for stem analysis from a network of 172 plots distributed throughout the study area. The trees were selected to represent the site quality range of the study area. The trees were sectioned at the stump (0.3 m), at breast height (1.3 m), and at 2 m intervals along the stem thereafter. Number of rings was counted at each cross-sectioned point and then converted to stump age. To determine the age of each tree, three years were added to the tree rings at

que más de un parámetro sea específico del sitio. Además, para muchos de los modelos base más usados [por ejemplo, Bertalanffy-Richards (Bertalanffy, 1949, 1957; Richards, 1959) y Korf (citado en Lundqvist, 1957)], es la única forma de simular el polimorfismo concurrente y las asíntotas múltiples (Cieszewski, 2002).

El objetivo de este estudio fue desarrollar un modelo dinámico de crecimiento de altura dominante para *Pinus pseudostrobus* Lindl., en el noreste de México, comparando varios modelos y después contrastando el mejor de ellos con el desarrollado por Aguirre (1989), que es el actualmente usado por los silvicultores en esta región.

MATERIALES Y MÉTODOS

Ubicación

El área de estudio se localiza en los estados de Nuevo León, Coahuila y Tamaulipas (México NE), en la Sierra Madre Oriental. Se localiza de 23° 22' a 26° 00' N y de 99° 45' a 101° 18' O (Figura 1). El área tiene altitudes de 1200 a 2200 m.

Datos

Se seleccionaron 72 árboles dominantes (con diámetro igual a la media de diámetro de los árboles dominantes $\pm 5\%$ en cada sitio), sin signos exteriormente visibles de daño, para análisis troncales de una red de 172 sitios distribuidos

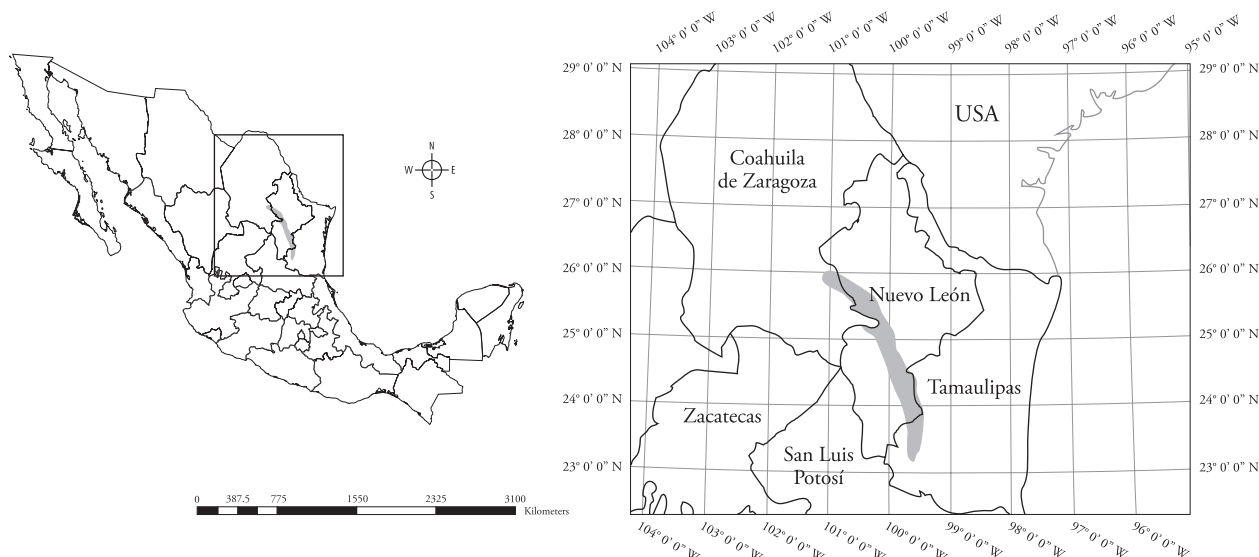


Figure 1. Location of the study area in northeastern Mexico.
Figura 1. Localización del área de estudio en el noreste de México.

the stump (mean age of *P. pseudostrobus* at height of 0.3 m). These data were used by Aguirre (1989) to develop the current site index model for *P. pseudostrobus* in this area. Apart from the mentioned limitations in the development of the current site index model, the previous study did not considered the fact that stem analysis introduces bias into the height measurements because the tree height at cross-cut age is overestimated. Therefore, the data was corrected using the method proposed by Carmean (1972) and the modification by Newberry (1991) for the topmost section of the tree. After this adjustment, the height over age data of each tree was plotted and inspected visually for uniformity and indications of suppression or growth abnormalities. No trees were eliminated in this step. Summary statistics, including mean, maximum, minimum, and standard deviation by age classes of the data variables used are shown in Table 1.

Models and procedures for developing the site index curves

Three well-known growth functions in forestry applications, including dominant height modeling, were selected for analysis: the Bertalanffy-Richards (Bertalanffy, 1949, 1957; Richards, 1959) model, the Korf (cited in Lundqvist, 1957) model, and the Hossfeld (1822) model. On the basis of these equations, several dynamic models were formulated by using the GADA to develop the site index equation. ADA formulations from

en toda el área de estudio. Estos árboles fueron seleccionados para representar el rango de calidades de estación en el área de estudio. Los árboles se seccionaron a la altura del tocón (0.3 m), a la altura del pecho (1.3 m) y a intervalos de 2 m a lo largo del tronco de ahí en adelante. El número de anillos se contó en cada sección de corte y después se convirtió a la edad del tocón. Para determinar la edad de cada árbol se añadieron tres años a los anillos del árbol en el tocón (edad media de *P. pseudostrobus* a una altura de 0.3 m). Estos datos fueron usados por Aguirre (1989) para desarrollar el modelo de índice de sitio actual para *P. pseudostrobus* en esta área. Aparte de las limitaciones mencionadas en el desarrollo del modelo de índice de sitio actual, el estudio anterior no consideró el que los análisis troncales introducen sesgo en las mediciones de la altura porque la altura del árbol a la edad de las secciones de corte se sobrestima. Por tanto, los datos se corrigieron usando el método propuesto por Carmean (1972) y la modificación de Newberry (1991) para la sección del árbol más cercana al ápice. Después de estos ajustes, los datos de altura sobre edad de cada árbol se graficaron e inspeccionaron visualmente para observar su uniformidad e indicaciones de supresión o anomalías de crecimiento. No se eliminaron árboles en este paso. Los estadísticos de resumen, incluyendo la media, el máximo, el mínimo y la desviación estándar por clases de edad de las variables usadas, se muestran en el Cuadro 1.

Table 1. Summary statistics of the height (m) - age (years) data from the stem analysis trees (age class 5 = 3-7 years, etc.).

Cuadro 1. Resumen de estadísticos de los datos altura (m) - edad (años) a partir de los árboles de análisis de tronco (clases de edad 5 = 3-7 años, etc.).

Age class (years)	No. of observations	Mean height (m)	Std. dev. (m)	Min (m)	Max. (m)
5	155	0.88	0.72	0.20	2.58
10	87	3.63	1.23	1.22	6.78
15	81	5.88	1.54	2.83	8.99
20	79	8.48	1.91	4.75	12.67
25	60	10.42	2.04	6.75	14.75
30	48	12.39	2.69	6.88	16.80
35	49	13.63	2.75	8.75	18.75
40	38	14.61	3.22	8.74	20.83
45	39	15.70	2.71	10.51	20.90
50	26	16.35	2.79	10.89	21.28
55	35	16.83	3.48	10.76	22.93
60	33	17.83	2.99	11.68	23.93
65	24	18.22	3.00	12.94	24.24
70	31	18.91	3.26	12.74	25.00
75	19	18.99	3.66	13.15	25.00
80	15	19.82	2.92	13.70	24.90
85	19	20.34	3.52	13.80	26.32
90	12	20.19	2.84	16.00	26.30

these equations are either anamorphic or have single asymptotes (Bailey and Clutter, 1974). Therefore, only the possible GADA formulations solutions were considered as it is the only way to obtain concurrent polymorphism and multiple asymptotes (Cieszewski, 2002). The three GADA formulations showed the most satisfactory results (Table 2). These equations also provided superior behavior on studies for other species (Diéguez-Aranda *et al.*, 2005, 2006; and Barrio-Anta *et al.*, 2005).

As general notation, $a_1, a_2...a_n$ were used to denote parameters in base models, while $b_1, b_2...b_m$ were used for global parameters in the GADA formulations; Y is the function's value (in this case dominant height) at age t , and Y_0 is the reference variable defined as the function's value at t_0 . Therefore, all GADA based models have the general implicit form: $Y = f(t, t_0, Y_0, b_1, b_2...b_m)$. X is one unobservable independent variable that describes site productivity as a sum of management regimes, soil conditions, and ecological and climatic factors (Cieszewski, 2002). Thus, the initially selected two-dimensional base equation $Y=f(t)$ expands into an explicit three-dimensional site equation $Y=f(t, X)$, describing both cross-sectional and longitudinal changes with two independent variables t and X .

Model fitting and statistical analysis

The approach used involves the estimation of the model parameters using a base-age-invariant (BAI) method (Bailey and Clutter, 1974). The invariant or unchanging property of dynamic equations refers to predicted heights: any number of points on a specific site curve can be used to make predictions for a given age t and the predicted height Y will always be the same (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). The approach considers that all height trajectories follow a similar functional form, with parameters shared by all individuals (global parameters) and parameters specific for each individual (local parameters). The nested iterative procedure (Tait *et al.*, 1988), described in Cieszewski and Bailey (2000), was used to obtain both the global and site-specific parameters. The procedure begins by fitting the global parameters (b_1, b_2 and b_3 in Equations 3, 4 and 5 in Table 2), using the observed site index (S) for each tree (the method allows the use of whatever base age for site index calculation, providing always the same results for the global parameters). In a second step, estimates of the global parameters are used as constants and the site-specific parameter (S) is estimated for each tree. The observed S values for each tree are used as starting values for the fitting procedure. Next, the estimated S value for each tree becomes the new "observed" S value and the global parameters are obtained refitting the model. This procedure is repeated until the global parameters stabilize.

Autocorrelation can have an adverse impact when the goal is to identify statistically significant predictor variables, and

Se seleccionaron tres funciones del crecimiento conocidas en aplicaciones forestales, incluyendo la modelización de la altura dominante, para su análisis: el modelo Bertalanffy-Richards (Bertalanffy, 1949, 1957; Richards, 1959), el modelo Korf (citado en Lundqvist, 1957), y el modelo Hossfeld (1822). Con base en estas ecuaciones se formularon varios modelos dinámicos usando GADA para desarrollar la ecuación de índice de sitio. Las formulaciones ADA con estas ecuaciones son anamórficas o tienen asíntotas comunes (Bailey y Clutter, 1974). Por tanto, sólo se consideraron las posibles soluciones de formulaciones GADA, porque es la única manera de obtener polimorfismo concurrente y asíntotas múltiples (Cieszewski, 2002). Tres formulaciones GADA mostraron los resultados más satisfactorios (Cuadro 2). Estas ecuaciones también proporcionaron un comportamiento superior en estudios para otras especies (Diéguez-Aranda *et al.*, 2005, 2006; Barrio-Anta *et al.*, 2005).

Como notación general, se usó $a_1, a_2...a_n$ para denotar los parámetros del modelo base, mientras que $b_1, b_2...b_m$ se usó para los parámetros globales en las formulaciones GADA; Y es el valor de la función (en este caso la altura dominante) a la edad t , y Y_0 es la variable de referencia definida como el valor de la función a la edad t_0 . Por tanto, todos los modelos basados en GADA tienen la forma implícita: $Y = f(t, t_0, Y_0, b_1, b_2...b_m)$. X es una variable independiente inobservable que describe la productividad de un sitio como una suma de regímenes de manejo, condiciones del suelo y factores ecológicos y climáticos (Cieszewski, 2002). Así, la ecuación base bidimensional inicialmente seleccionada $Y=f(t)$ se expande en una ecuación de sitio tridimensional explícita $Y=f(t, X)$, describiendo los cambios seccionales y longitudinales, con dos variables independientes t y X .

Ajuste del modelo y análisis estadístico

La metodología utilizada involucra la estimación de los parámetros del modelo usando un método invariante con respecto a la edad base (BAI, por sus siglas en inglés) (Bailey y Clutter, 1974). La propiedad invariante o no cambiante de las ecuaciones dinámicas se refiere a las alturas predichas: cualquier número de puntos en una curva específica del sitio puede usarse para hacer predicciones para una edad t , y la altura predicha Y siempre será la misma (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). La metodología considera que todas las trayectorias de altura siguen una forma funcional similar, con parámetros compartidos por todos los individuos (parámetros globales) y parámetros específicos para cada individuo (parámetros locales). Se usó el procedimiento iterativo anidado (Tait *et al.*, 1988), descrito en Cieszewski y Bailey (2000), para obtener los parámetros globales y los específicos al sitio.

Table 2. Base models and GADA formulations considered.
Cuadro 2. Modelos base y formulaciones GADA consideradas.

Base equation	Parameter related to site	Solution for X with initial values (t_0, Y_0)	Dynamic equation	Eq.
Bertalanfy-Richards: $Y = a_1 [1 - \exp(-a_2 t)]^{a_3}$	$a_1 = \exp(X)$ $a_3 = b_2 + b_3 / X$	$X_0 = \frac{1}{2} \left[(\ln Y_0 - b_2 L_0) + \sqrt{(\ln Y_0 - b_2 L_0)^2 - 4b_3 L_0} \right]$ $L_0 = \ln[1 - \exp(-b_1 t_0)]$	$Y = Y_0 \left[\frac{1 - \exp(-b_1 t)}{1 - \exp(-b_1 t_0)} \right]^{(b_2 + b_3 / X_0)}$	(3)
Korf: $Y = a_1 \exp(-a_2 t^{-a_3})$	$a_1 = \exp(X)$ $a_2 = b_1 + b_2 / X$	$X_0 = \frac{1}{2} t_0^{-b_3} \left\{ b_1 + t_0^{b_3} \ln(Y_0) + \sqrt{4b_2 t_0^{b_3} + [-b_1 - t_0^{b_3} \ln(Y_0)]^2} \right\}$	$Y = \exp(X_0) \exp[-(b_1 + b_2 / X_0) t^{-b_3}]$	(4)
Hossfeld: $Y = \frac{a_1}{1 + a_2 t^{-a_3}}$	$a_1 = b_1 + X$ $a_2 = b_2 / X$	$X_0 = \frac{1}{2} \left[Y_0 - b_1 \pm \sqrt{(Y_0 - b_1)^2 + 4b_2 Y_0 t_0^{-b_3}} \right]$	$Y = \frac{b_1 + X_0}{1 + b_2 / X_0 t^{-b_3}}$	(5)

implies several disturbances as impartiality of parameters and skewed standard error estimation. Although the least squares estimates of regression coefficients remain unbiased and consistent in the presence of autocorrelation, they are no longer efficient (Myers, 1990); the usual estimates of standard errors of the coefficients are biased, invalidating statistical tests using t or F distributions and confidence intervals (Kutner *et al.*, 2005). To correct autocorrelation, the error term was modeled using a continuous-time autoregressive error structure (CAR(x)) that allows the model to be applied to irregularly spaced, unbalanced data (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). To test for the presence of autocorrelation and the order of the CAR(x) to be used, plots representing residuals versus residuals from previous observations (lag-residuals) within each tree were visually examined.

The nested iterative approach including a CAR(x) error structure was programmed using the MODEL procedure of SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008), which allows for dynamic updating of the residuals. The parameters of the models were estimated using Ordinary Nonlinear Least Squares (ONLS) regression through the Marquardt algorithm.

The comparison of the estimates for the different models was based on numerical and graphical analyses of the residuals. Two statistics were examined: the root mean square error (RMSE) and coefficient of determination for nonlinear regression (R^2):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}} \quad (6)$$

$$R^2 = r_{Y_i \hat{Y}_i}^2 \quad (7)$$

where Y_i and $\hat{Y}_i$ are the measured and estimated values of the dependent variable; n is the total number of observations used to fit the model; p is the number of model parameters; and $r_{Y_i \hat{Y}_i}^2$ is the correlation coefficient between Y_i and $\hat{Y}_i$.

Although there are several shortcomings associated with use of the R^2 in nonlinear regression, the general usefulness of some global measure of model adequacy would seem to override some of those limitations (Ryan, 1997). Finally, plots of residuals against the estimated values, and plots of the fitted curves for different site indices overlaid on trajectories of the observed dominant heights over time were visually examined. Visual inspection is an essential point in selecting the most accurate model because curve profiles may differ considerably, even though goodness-of-fit statistics are similar (Neter *et al.*, 1996).

El procedimiento comienza ajustando los parámetros globales (b_1 , b_2 y b_3 en las Ecuaciones 3, 4 y 5 en el Cuadro 2), usando el índice de sitio (S) observado para cada árbol (el método permite usar cualquier edad base para calcular el índice de sitio, dando siempre los mismos resultados para los parámetros globales). En un segundo paso, las estimaciones de los parámetros globales se usan como constantes y el parámetro específico del sitio (S) es estimado para cada árbol. Los valores observados de S para cada árbol se usan como valores de inicio para el procedimiento de ajuste. Después, el valor estimado de S para cada árbol se vuelve el nuevo valor de S "observado" y los parámetros globales se obtienen al reajustar el modelo. Este procedimiento se repite hasta que los parámetros globales se estabilizan.

La autocorrelación puede tener un impacto adverso cuando la meta es identificar variables predictivas estadísticamente significativas, e implica varias alteraciones como la imparcialidad de los parámetros y la estimación sesgada del error estándar. Aunque las estimaciones por mínimos cuadrados de los coeficientes de regresión permanecen sin sesgo y consistentes en la presencia de autocorrelación, ya no son eficientes (Myers, 1990); las estimaciones usuales de los errores estándar de los coeficientes están sesgadas, invalidando pruebas estadísticas que utilizan distribuciones t o F e intervalos de confianza (Kutner *et al.*, 2005). Para corregir la autocorrelación, el término del error se modelizó usando una estructura de error autorregresiva de tiempo continuo (CAR(x)) que permite que el modelo se aplique a datos desequilibrados, irregularmente espaciados (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). Para probar la presencia de autocorrelación y el orden de CAR(x) que se deben usar, se examinaron visualmente gráficos que representan residuos frente a residuos de observaciones previas (residuos con retardo) dentro de cada árbol.

La metodología iterativa anidada, incluyendo una estructura de error CAR(x), se programó usando el procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute Inc., 2008), que permite la actualización dinámica de los residuos. Los parámetros de los modelos se estimaron usando regresión de Mínimos Cuadrados No-Lineales Ordinarios (ONLS, por sus siglas en inglés) a través del algoritmo Marquardt.

La comparación de las estimaciones para los distintos modelos se basó en análisis numéricos y gráficos de los residuos. Se examinaron dos estadísticos: la raíz del error medio cuadrático (RMSE, por sus siglas en inglés) y el coeficiente de determinación para la regresión no-lineal (R^2):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}} \quad (6)$$

Selection of reference age for site quality evaluation

When only one observation of a new individual is available for site quality evaluation, the selection of a reference or base age becomes an important issue. The base age should be selected so that it is a reliable predictor of height at other ages, taking into account the erratic height growth at young ages, but considering that a young base age will help in earlier decision making of the silvicultural treatments to be applied (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). In order to address this consideration, different base ages and their corresponding observed heights were used to estimate heights at other ages for each tree. The results were compared with the observed values from stem analyses, and the relative error in predictions (*RE* %) was then calculated as follows:

$$RE\% = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / (n - p)}}{\bar{Y}} 100 \quad (8)$$

where $\bar{Y}$ is the average value of the tree dominant height and the other variables are as previously defined.

RESULTS AND DISCUSSION

In a first step Eqs. 3, 4 and 5 were fitted without expanding the error terms to account for autocorrelation. A trend in residuals as a function of age lag residuals within the same tree was evident in the three equations. Figure 2a provides an example

$$R^2 = r_{Y_i \hat{Y}_i}^2 \quad (7)$$

donde Y_i y $\hat{Y}_i$ son los valores medidos y estimados de la variables dependiente; n es el número total de observaciones usadas para ajustar el modelo; p es el número de parámetros del modelo; y $r_{Y_i \hat{Y}_i}^2$ es el coeficiente de correlación entre Y_i y $\hat{Y}_i$.

Aunque hay varias desventajas asociadas con el uso del R^2 en la regresión no-lineal, la utilidad general de alguna medida global de la adecuación de un modelo parece anular algunas de esas limitaciones (Ryan, 1997). Finalmente, se examinaron visualmente los gráficos de los residuos frente a los valores estimados, así como los gráficos de las curvas ajustadas para distintos índices de sitio superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas a lo largo del tiempo. La inspección visual es un punto esencial para seleccionar el modelo más preciso porque los perfiles de las curvas pueden diferir considerablemente, aun cuando los estadísticos de bondad de ajuste son similares (Neter *et al.*, 1996).

Selección de la edad de referencia para la evaluación de calidad del sitio

Cuando sólo está disponible una observación de un nuevo individuo para la evaluación de la calidad de estación, la selección de una edad de referencia o base es un asunto importante. La edad base debe seleccionarse para que sea un predictor fiable de la altura a otras edades, teniendo en cuenta el crecimiento errático en altura a edades jóvenes, pero considerando que una edad base

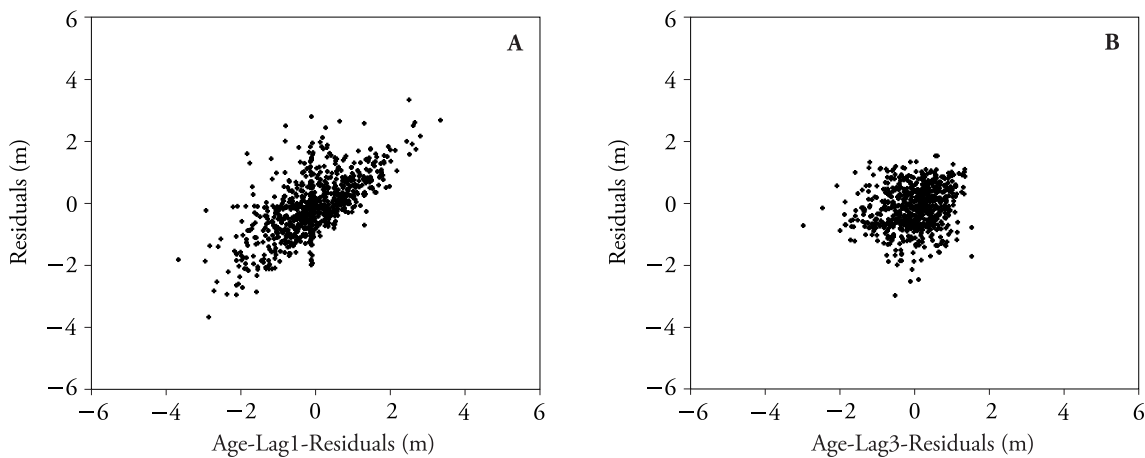


Figure 2. (A) Residuals versus Age-Lag1-Residuals fitted without considering the autocorrelation parameters and (B) Age-Lag3-Residuals using a second order continuous-time autoregressive error structure.

Figura 2. (A) Residuos frente a residuos con 1 retardo en edad ajustados sin considerar los parámetros de autocorrelación y (B) Residuos frente a residuos con 3 retardos en edad, usando una estructura de error autorregresiva de tiempo continuo de segundo orden.

with Eq. 4. The trends in residuals disappeared after correction for autocorrelation using the secondorder continuous-time autoregressive error structure (Figure 2b).

Although accounting for autocorrelation does not improve the predictive ability of the model, it prevents underestimation of the covariance matrix of the parameters, thereby making it possible to carry out the usual statistical tests (West *et al.*, 1984), *i.e.*, it improves interpretation of the statistical properties. The model estimations were not significantly different from those obtained with models fitted without considering such correction. Therefore, autocorrelation parameters are disregarded in practical applications unless one is working with several measurements on the same tree (which is not usual).

All parameter estimates were significant at $p=0.01$, except b_3 in Eq. 3 and b_1 in Eq. 5 (Table 3) with $p=0.05$. Based on the RMSE values (approximately 0.63 m) and the coefficient of determination (R^2) (Table 3), there were no major differences between the fitted models which explained approximately 99 % of the total variance.

Plots showing RMSE and bias in dominant height estimates for 5 years age classes were also

joven ayudará a una toma de decisiones más temprana para los tratamientos silvícolas a aplicar (Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). Para atender esta consideración, se usaron distintas edades base y sus alturas observadas correspondientes para estimar las alturas a otras edades para cada árbol. Los resultados se compararon con los valores observados de análisis troncales, y el error relativo en las predicciones ($RE\%$) se calculó así:

$$RE\% = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / (n - p)}}{\bar{Y}} 100 \quad (8)$$

donde $\bar{Y}$ es el valor promedio de la altura dominante del árbol y las otras variables como se definieron antes.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En un primer paso se ajustaron las Ecs. 3, 4 y 5 sin expandir los términos del error para tener en cuenta la autocorrelación. Fue evidente una tendencia en los residuos como función de los residuos con retardo de edad dentro del mismo árbol en las tres ecuaciones. La Figura 2a proporciona un ejemplo con la Ec. 4. Las tendencias en los residuos desaparecieron después de la corrección de la autocorrelación, usando una estructura de error autorregresiva de tiempo continuo de segundo orden (Figura 2b).

Table 3. Parameter estimates and goodness of fit statistics for the three models analyzed.
Cuadro 3. Estimaciones de los parámetros y estadísticos de bondad de ajuste para los tres modelos analizados.

Model	Parameter	Estimate	Approx. Std. Err.	t-value	Approx. P-value	RMSE (m)	R^2
(3)	b_1	0.03495	0.0012	29.20	<.0001	0.6367	0.9917
	b_2	1.097	0.169	6.49	<.0001		
	b_3	1.220	0.527	2.32	<.0208		
	ρ_1	0.9709	0.0051	189.67	<.0001		
	ρ_2	0.9202	0.0083	111.56	<.0001		
(4)	b_1	-7.360	0.484	-15.22	<.0001	0.6273	0.9919
	b_2	63.14	1.74	36.37	<.0001		
	b_3	0.5589	0.0153	36.46	<.0001		
	ρ_1	0.9705	0.0051	189.09	<.0001		
	ρ_2	0.9202	0.0083	111.58	<.0001		
(5)	b_1	-21.85	8.63	-2.53	<.0115	0.6249	0.9920
	b_2	9985	1966	5.08	<.0001		
	b_3	1.515	0.034	44.84	<.0001		
	ρ_1	0.9697	0.0052	187.54	<.0001		
	ρ_2	0.9190	0.0084	110.13	<.0001		

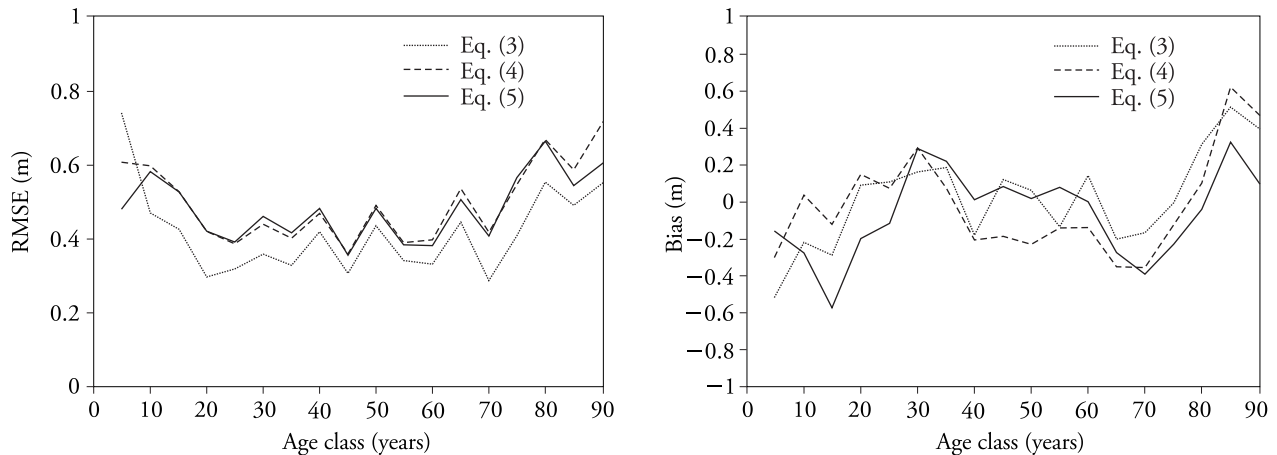


Figure 3. Root mean square error (RMSE) and bias in dominant height estimation for Eqs. (3), (4) and (5) by 5-year age classes.
Figura 3. Raíz del error medio cuadrático (RMSE, por sus siglas en inglés) y sesgo en la estimación de la altura dominante para las Ecs. (3), (4) y (5) por clases de edad de 5 años.

addressed (Figure 3), as a helpful way to analyze the accuracy and precision of the models. RMSE values had a similar tendency for the three models analyzed, with Eq. 3 showing little lower values for all except the first age class.

The plots of bias also showed a similar trend for the three fitted models, with the greatest values at juvenile and older ages. This may be due to the smaller number of data points, especially at older ages, and as a result, the curve shape is not well-supported with data at these ages. Despite this, the three models described dominant height growth realistically for all age classes.

As a final evaluation for suitability, Ecs. 3, 4 and 5 were graphically compared. The three models provided similar results, as showed by the plots that represent the fitted curves for different site indices overlaid on the trajectories of the observed dominant heights over time (Figure 4). A slight underestimate of dominant height before base age (40 years, as described later) is observed for Eqs. 3 and 5 on the best site qualities. Moreover, these two equations did not follow as well as Eq. 4 the trajectories of observed data for old ages.

Therefore, based on numerical (Table 3) and graphical (Figures 3 and 4) analysis, Eq. 4, *i.e.* the GADA formulation from the Korf (cited in Lundqvist, 1957) model by considering parameters a_1 and a_2 to be dependent of site productivity, was selected as the most suitable one, resulting in the following model:

Tener en cuenta la autocorrelación no mejora la capacidad predictiva del modelo, pero sí previene la subestimación de la matriz de covarianza de los parámetros y permite realizar las pruebas estadísticas usuales (West *et al.*, 1984); así mejora la interpretación de las propiedades estadísticas. Las estimaciones del modelo no fueron significativamente distintas de aquellas obtenidas con modelos ajustados sin considerar esta corrección. Por tanto, los parámetros de autocorrelación no se usan en las aplicaciones prácticas a menos que uno trabaje con varias medidas en el mismo árbol (algo no común).

Todas las estimaciones de los parámetros fueron significativas con $p=0.01$, excepto b_3 en la Ec. 3 y b_1 en la Ec. 5 (Cuadro 3), con $p=0.05$. Con base en los valores de RMSE (aproximadamente 0.63 m) y el coeficiente de determinación (R^2) (Cuadro 3), no hubo diferencias importantes entre los modelos ajustados que explicaron aproximadamente 99 % de la varianza total.

También se analizaron gráficos que muestran el RMSE y el sesgo en estimaciones de altura dominante por clases de edad de 5 años (Figura 3), como una ayuda para analizar la exactitud y precisión de los modelos. Los valores de RMSE tuvieron una tendencia similar para los tres modelos analizados, con la Ec. 3 mostrando valores un poco menores para todas excepto la primera clase.

Las gráficas de sesgo también mostraron una tendencia similar para los tres modelos ajustados,

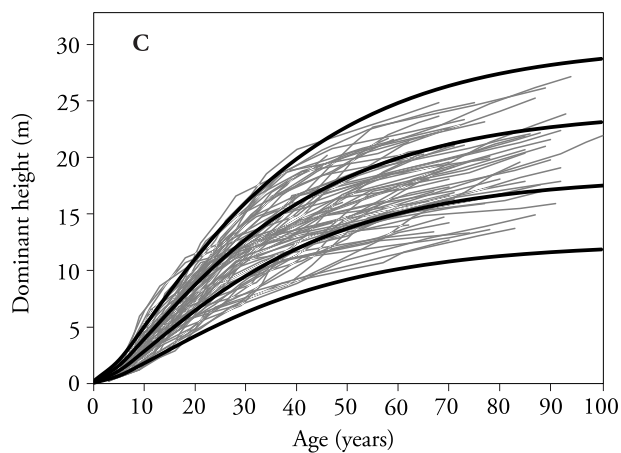
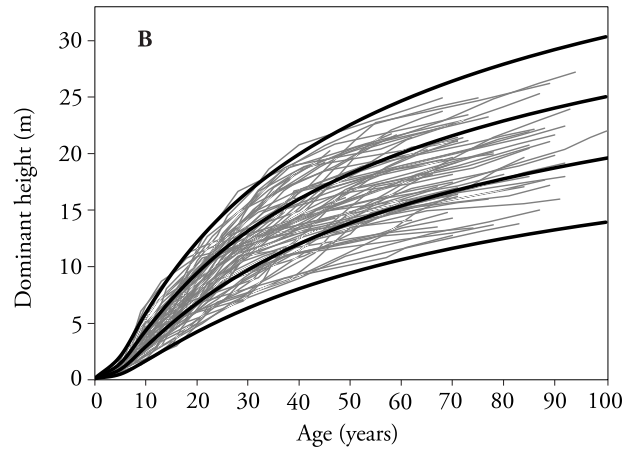
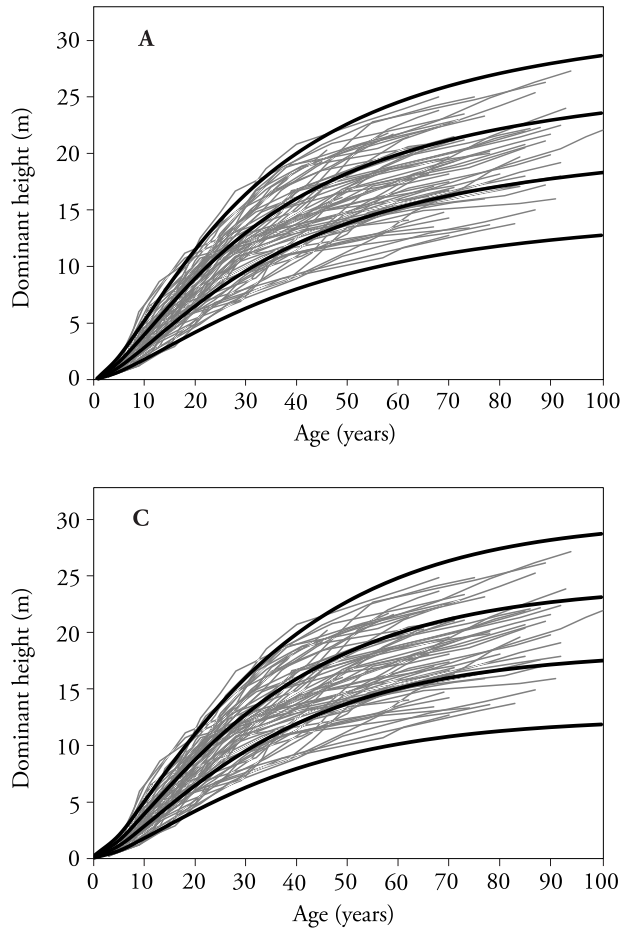


Figure 4. Curves for site indices of 8, 12, 16 and 20 m at a reference age of 40 years overlaid on the trajectories of the observed heights over time for Eq. (3) (A), Eq. (4) (B) and Eq. (5) (C).

Figura 4. Curvas para índices de sitio de 8, 12, 16 y 20 m a una edad de referencia de 40 años superpuestas a las trayectorias de las alturas observadas a lo largo del tiempo para la Ec. (3) (A), Ec. (4) (B) y Ec. (5) (C).

$$Y = \exp(X_0) \exp\left(-(-7.360 + 63.14/X_0)t^{-0.5589}\right) \quad (9)$$

where Y is the predicted height (m) at age t (years),

$$X_0 = \frac{1}{2} t_0^{-0.5589} \left(-7.360 + t_0^{0.5589} \ln(Y_0) + \sqrt{4 \cdot 63.14 t_0^{0.5589} + \left(-7.360 - t_0^{0.5589} \ln(Y_0) \right)^2} \right),$$

and Y_0 and t_0 represent the predictor height (m) and age (years). It should be noted that, as with autocorrelation parameters, site-specific parameters are discarded, because the general use of the model involves making predictions using observed heights and their associated ages in new individuals (Cieszewski, 2001; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006).

In selecting the base age, it was found that an age of 40 years was superior for predicting height at other ages (Figure 5).

con los valores más altos a edades juveniles y más adultas. Esto puede deberse al menor número de datos, especialmente a edades mayores y, como resultado, la forma de la curva no está bien soportada con datos a estas edades. A pesar de esto, los tres modelos describieron el crecimiento en altura dominante de manera realista para todas las clases de edad.

Como una evaluación final de idoneidad, se compararon gráficamente las Ec. 3, 4 y 5. Los tres modelos proporcionaron resultados similares, como lo muestran los gráficos que representan las curvas ajustadas para distintos índices de sitio superpuestas a las trayectorias de las alturas dominantes observadas a lo largo del tiempo (Figura 4). Una leve subestimación de la altura dominante antes de la edad base (40 años, como se describe más adelante) se observa para las Ec. 3 y 5 en las mejores calidades de sitio. Además, estas dos ecuaciones no siguieron las trayectorias de los datos observados para edades más adultas tan bien como la Ec. 4.

Por tanto, con base en análisis numéricos (Cuadro 3) y gráficos (Figuras 3 y 4), la Ec. 4, es decir, la formulación GADA a partir del modelo de Korf (citado

Although lower critical errors were obtained with younger ages, the erratic height growth at young ages (at these ages abnormal climatic extremes may influence total tree height more than at older ages, when total tree height is a sum of more height growth periods) often determined by factors other than site quality (Huang, 1999), makes desirable not to select a very young age, in order to correctly classify site quality. Critical error stabilizes between 30 and 50 years (Figure 5), therefore, 40 years is proposed as the base age to which site index will be referenced in order to classify the stands according to its productivity.

The present investigation was based primarily on trees of approximately 9-21 m at a reference age of 40 years. The ages ranged from 3 to more than 90 years. Therefore, the curves may be used over the entire rotation of the species in the region of study, which is usually around 60 years. The asymptotic values of the curves for site indices of 8, 12, 16 and 20 m at a reference age of 40 years were 16.4, 22.7, 28.8, and 34.5 m, respectively, which seemed realistic. The curves should be used for ages greater than 5 years, since for younger ages erratic height growth may lead to erroneous site quality classifications. The graphical comparison between Eq. 9 and the model developed by Aguirre (1989) (Eq. 2) is shown in Figure 6.

en Lundqvist, 1957), que considera los parámetros a_1 y a_2 como dependientes de la productividad del sitio, se seleccionó como la más adecuada, resultando en el siguiente modelo:

$$Y = \exp(X_0) \exp\left(-\left(-7.360 + 63.14/X_0\right)t^{-0.5589}\right) \quad (9)$$

donde Y es la altura pronosticada (m) a la edad t (años),

$$X_0 = \frac{1}{2} t_0^{-0.5589} \left(-7.360 + t_0^{0.5589} \ln(Y_0) + \sqrt{4 \cdot 63.14 t_0^{0.5589} + \left(-(7.360) - t_0^{0.5589} \ln(Y_0) \right)^2} \right),$$

y Y_0 y t_0 representan la altura (m) y la edad (años) predictivas. Debe notarse que, al igual que con los parámetros de autocorrelación, los parámetros específicos del sitio se descartan, porque el uso general del modelo involucra hacer predicciones usando alturas observadas y sus edades asociadas en nuevos individuos (Cieszewski, 2001; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006).

Al seleccionar la edad base, se encontró que una edad de 40 años era superior para predecir la altura a otras edades (Figura 5).

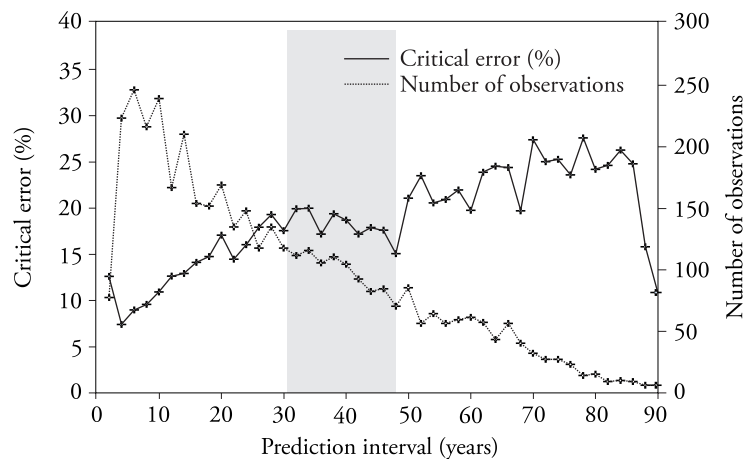


Figure 5. Relative error in height prediction (solid line) related to choice of reference age for Eq. (4) by 2-year age classes and number of observations (dotted line).

Figura 5. Error relativo en la predicción de la altura (línea sólida) relacionada a la elección de una edad de referencia para la Ec. (4) por clases de edad de 2 años y número de observaciones (línea punteada).

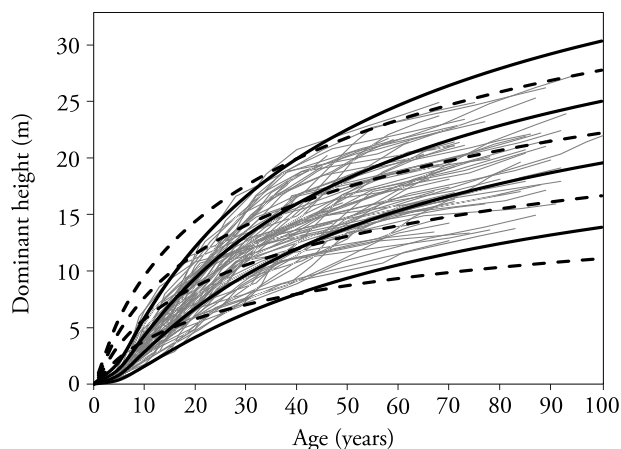


Figure 6. Comparison of the Korf curves (solid line) for site indices of 8, 12, 16 and 20 m at a reference age of 40 years (Eq. 9), against the curves developed by Aguirre (1989, dotted lines) for *Pinus pseudostrobus* stands in northeastern Mexico, overlaid on the data set used for model development.

Figura 6. Comparación de las curvas de Korf (línea sólida) para índices de sitio de 8, 12, 16 y 20 m a una edad de referencia de 40 años (Ec. 9), frente a las curvas desarrolladas por Aguirre (1989, líneas punteadas) para rodales de *Pinus pseudostrobus* en el noreste de México, superpuestas a los datos usados para el desarrollo del modelo.

Equation 9 fits the data better than the previous model below and above base age. The curves produced by Aguirre (1989) tend to overestimate dominant height for younger ages before base age, and underestimate height after base age. Equation 9 predicts well the heights at all ages and on all site qualities. The differences between the curves are greater as the age decreases; for example, at an age of approximately 20 years, the differences in the height predicted by the two models are of more than 2 m. The differences are also greater as the age increases from the base age. These differences could be attributable to the model fitting techniques used by Aguirre (1989) (base-age specific) which requires an arbitrary choice of base age prior to model fitting, and then they force the model through the chosen height-age point (site index).

The under- and overestimation of dominant height obtained with the model developed by Aguirre (1989) may lead to erroneous classifications of site productivity, and can also result in biased stand volumes estimations and reductions in sustainable

Aunque se obtuvieron menos errores críticos con edades más jóvenes, el crecimiento de altura errático a edades jóvenes (a estas edades los extremos climáticos anormales pueden influir en la altura total del árbol más que a edades mayores, cuando la altura total del árbol es una suma de más periodos de crecimiento), frecuentemente determinado por factores distintos a la calidad del sitio (Huang, 1999), hace deseable no seleccionar una edad muy joven para clasificar correctamente la calidad del sitio. El error crítico se estabiliza entre 30 y 50 años (Figura 5); por tanto, se proponen 40 años como la edad base a la cual el índice del sitio se podrá referenciar para clasificar los rodales de acuerdo con su productividad.

Este estudio se basó principalmente en árboles de aproximadamente 9-21 m, a una edad de referencia de 40 años. Las edades variaron de 3 a más de 90 años. Por tanto, las curvas pueden usarse en toda la rotación de la especie en la región de estudio, que usualmente es alrededor de 60 años. Los valores asíntóticos de las curvas para los índices de sitio de 8, 12, 16 y 20 m a una edad de referencia de 40 años fueron 16.4, 22.7, 28.8 y 34.5, lo cual parece realista. Las curvas también deberían usarse para edades mayores de 5 años, ya que para edades menores el crecimiento errático puede llevar a clasificaciones de sitio equivocadas. La comparación gráfica entre la Ec. 9 y el modelo desarrollado por Aguirre (1989) (Ec. 2) se muestra en la Figura 6.

La Ec. 9 se ajusta a los datos mejor que el modelo anterior abajo y arriba de la edad base. Las curvas producidas por Aguirre (1989) tienden a sobrestimar la altura dominante para edades menores antes de la edad base, y subestiman la altura después de la edad base. La Ec. 9 predice bien las alturas a todas las edades y en todas las calidades de sitio. Las diferencias entre las curvas son mayores al disminuir la edad; por ejemplo, a una edad aproximada de 20 años, las diferencias en la altura pronosticada por los dos modelos son de más de 2 m. Las diferencias también son mayores al aumentar la edad aumenta desde la edad base. Estas diferencias podrían atribuirse a las técnicas de ajuste del modelo usadas por Aguirre (1989) (específicas de la edad base) que requieren una elección arbitraria de la edad base antes de ajustar el modelo, y después fuerzan al modelo a través del punto de altura-edad elegido (índice de sitio).

yield predictions for those stands with a large component of *P. pseudostrobus*.

CONCLUSIONS

The GADA-based model of Korf (Eq. 9) developed in this study is polymorphic, has a sigmoid curve shape and varying asymptotes, *i.e.*, it fulfills most of the desirable properties that a site index equation should have: it is base-age invariant and directly estimate height and site index from any height and age, shows no trends in residuals and provides consistent predictions. Comparison with the previous site index model showed much more accurate results and unbiased height estimates for all age classes. Therefore, it is recommended for estimating dominant height growth and site index for *Pinus pseudostrobus* in northeastern Mexico.

ACKNOWLEDGMENTS

The present investigation was financially supported by the Fondo de Cooperación Internacional en Ciencia y Tecnología Unión Europea-México (FONCICYT-92739). Part of the study was developed during a stay by F. Crecente-Campo at the Universidad Juárez del Estado de Durango (México), supported by the Galician Government.

LITERATURE CITED

- Aguirre C., O. A. 1989. Aufstellung von Ertragstafeln auf der Basis einmaliger Waldaufnahmen am Beispiel von *Pinus pseudostrobus* Lindl. im Nordosten Mexikos. Dissertation, Göttingen, Deutschland. 107 p.
- Bailey, R. L., and J. L. Clutter. 1974. Base-age invariant polymorphic site curves. *For. Sci.* 20: 155-159.
- Barrio-Anta, M., and U. Diéguez-Aranda. 2005. Site quality of pedunculate oak (*Quercus robur* L.) stands in Galicia (northwest Spain). *Eur. J. For. Res.* 124: 19-28.
- Bertalanffy, L.v. 1949. Problems of organic growth. *Nature* 163: 156-158.
- Bertalanffy, L.v. 1957. Quantitative laws in metabolism and growth. *Quart. Rev. Biol.* 32: 217-231.
- Carnean, W. H. 1972. Site index curves for upland oaks in the Central States. *For. Sci.* 18: 109-120.
- Cieszewski, C. 2001. Three methods of deriving advanced dynamic site equations demonstrated on inland Douglas-fir site curves. *Can. J. For. Res.* 31: 165-173.
- Cieszewski, C. 2002. Comparing fixed- and variable-base-age site equations having single versus multiple asymptotes. *For. Sci.* 48: 7-23.
- Cieszewski, C. 2004. GADA derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes from Richards, Weibull, and other exponential functions.

La sub- y sobre- estimación de la altura dominante obtenida con el modelo de Aguirre (1989) puede llevar a clasificaciones erróneas de la productividad del sitio, y también puede resultar en estimaciones de volumen del rodal sesgadas y reducciones en las predicciones de producción sostenible para aquellos rodales con un alto componente de *P. pseudostrobus*.

CONCLUSIONES

El modelo basado en GADA de Korf (Ec. 9) desarrollado en este estudio es polimórfico, tiene una forma de curva sigmoide y asíntotas variables; es decir, cumple con la mayoría de las propiedades deseables que una ecuación de índice de sitio debe tener: es invariable respecto a la edad base y estima directamente la altura y el índice de sitio a partir de cualquier altura y cualquier edad, no muestra tendencias en los residuos y proporciona predicciones consistentes. La comparación con el modelo de índice de sitio previo mostró resultados mucho más exactos y estimaciones de altura no sesgadas para todas las clases de edad. Por tanto, se recomienda para estimar el crecimiento en altura dominante y el índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* en el noreste de México.

—Fin de la versión en español—



- University of Georgia PMRC-TR 2004-5. Athens, Georgia. 16 p.
- Cieszewski, C., and R. L. Bailey. 2000. Generalized Algebraic Difference Approach: Theory based derivation of dynamic site equations with polymorphism and variable asymptotes. *For. Sci.* 46: 116-126.
- Clutter, J. L., J. C. Fortson, J. C. Piennar, L. V. Brister, and R. L. Bailey. 1983. *Timber Management: A Quantitative Approach*, John Wiley & Sons, New York. 333 p.
- Diéguez-Aranda, U., H. E. Burkhart, and R. Rodríguez-Soalleiro. 2005. Modeling dominant height growth of radiata pine (*Pinus radiata* D. Don) plantations in north-western Spain. *For. Ecol. Manage.* 215: 271-284.
- Diéguez-Aranda, U., J. A. Grandas-Arias, J. G. Álvarez-González, and K.v. Gadow. 2006. Site quality curves for birch stands in North-Western Spain. *Silva Fennica* 40: 631-644.
- Goelz J., C. G., and T. E. Burk. 1996. Measurement error causes bias in site index equations. *Can. J. For. Res.* 26: 1586-1593.
- Hossfeld J., W. 1822. *Mathematik für Forstmänner, Ökonomen und Cameralisten* (Gotha, 4. Bd., S. 310).
- Huang, S. 1999. Development of compatible height and site index models for young and mature stands within an ecosystem-based management framework. *In*: Amaro, A., and M. Tomé

- (eds). Empirical and Process-based Models for Forest Tree and Stand Growth Simulation, Edições Salamandra-Novas Tecnologias, Lisbon. pp: 61-98.
- Kutner, M. H., C. J. Nachtsheim, J. Neter, and W. Li. 2005. Applied Linear Statistical Models, 5th ed. McGraw-Hill, Lisbon. 1396 p.
- Lundqvist, B. 1957. On the height growth in cultivated stands of pine and spruce in northern Sweden. Medd Fran Statens Skogforsk Band 47(2): 1-64.
- Myers, R. H. 1990. Classical and Modern Regression with Applications, 2nd ed. Duxbury Press, Belmont. 488 p.
- Neter, J., M. H. Kutner, C. J. Nachtsheim, and W. Wasserman. 1996. Applied Linear Statistical Models, 4th ed. Richard D. Irwin, Chicago. 1408 p.
- Newberry, J. D. 1991. A note on Carmean's estimate of height from stem analysis data. For. Sci. 37: 368-369.
- Richards, F. J. 1959. A flexible growth function for empirical use. J. Exp. Bot. 10: 290-300.
- Ryan, T. P. 1997. Modern Regression Methods. John Wiley & Sons, New York. 515 p.
- SAS Institute Inc., 2008. SAS/ETS® 9.2 User's Guide. SAS Institute Inc., Cary, NC. 2861 p.
- Sloboda, B. 1971. Zur Darstellung von Wachstumsprozessen mit Hilfe von Differentialgleichungen erster Ordnung. Mitt. D. Baden-Württembergischen Forstl. Versuchsanst. H. 32. 109 p.
- Tait, D. E., C. J. Cieszewski, and I. E. Bella. 1988. The stand dynamics of lodgepole pine. Can. J. For. Res. 18: 1255-1260.
- West, P. W., D. A. Ratkowsky, and A. W. Davis. 1984. Problems of hypothesis testing of regressions with multiple measurements from individual sampling units. For. Ecol-Manage. 7: 207-224.