

MODELO DE CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA DUAL PARA EL MOVIMIENTO DEL AGUA EN SUELOS MACROPOROSOS

DUAL PERMEABILITY MODEL TO WATER FLOW IN MACROPOROUS SOILS

Manuel Zavala¹, Heber Saucedo², Carlos Fuentes³, Carlos Bautista¹

¹Universidad Autónoma de Zacatecas. Jardín Juárez 147, Centro Histórico, 98000, Zacatecas, Zacatecas, México, (mzavala73@yahoo.com.mx), (baucap@uaz.edu.mx). ²Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac 8532, 62550 Jiutepec, Morelos, México (hsaucedo@tlaloc.imta.mx). ³Universidad Autónoma de Querétaro. Cerro de las Campanas, 76010, Santiago de Querétaro, Querétaro, México. (cfuentes@uaq.mx).

RESUMEN

La alta presencia de macroporos en el suelo origina el desarrollo de flujos preferenciales que alteran significativamente las condiciones hidráulicas en el medio. El estudio detallado del flujo del agua para estas condiciones se aborda con la teoría de conductividad dual, que representa al suelo mediante dos sistemas porosos interconectados de propiedades hidráulicas contrastantes, uno representa los macroporos del suelo y el otro su matriz porosa. Sin embargo, este enfoque no considera las leyes de Laplace y Poiseuille para representar adecuadamente la influencia del tamaño de los poros de cada medio en la capacidad de retención de humedad y en la conductividad hidráulica. En este estudio se presenta un modelo numérico unidimensional para simular el flujo del agua a través de suelos con fuerte presencia de macroporos, que describe los procesos de transferencia desarrollados en ambos medios con dos ecuaciones de Richards acopladas. El modelo incorpora representaciones analíticas para las características hidrodinámicas del suelo, que consideran el efecto del tamaño característico de los poros de cada medio en la resistencia al flujo del agua y en la capacidad de retención. La discretización espacial de las ecuaciones diferenciales se realizó con el método de los elementos finitos tipo Galerkin y la integración en el tiempo con un método de diferencias finitas. La no linealidad de los sistemas resultantes de las discretizaciones se trata con un método iterativo de aproximaciones sucesivas. El modelo se aplica a la simulación de escenarios de infiltración con condiciones típicas del riego por aspersión y por gravedad para mostrar su capacidad de descripción.

ABSTRACT

The high presence of macropores in the soil causes the development of preferential flows significantly altering the hydraulic conditions in the medium. The detailed study of water flow for these conditions is discussed in the theory of dual conductivity, which represents the soil through two interconnected pore systems of contrasting hydraulic properties, one representing soil macropores and the other its porous matrix. However, this approach does not consider the laws by Laplace and Poiseuille to adequately represent the influence of the pore size of each medium in the water retention capacity and hydraulic conductivity. This study presents a one-dimensional numerical model to simulate water flow through soils with a strong presence of macropores, which describes the transfer processes developed in both media with two coupled Richards equations. The model incorporates analytical representations for the soil-hydrodynamic characteristics that consider the effect of the characteristic pore size of each medium on the resistance to flow water and water retention capacity. The spatial discretization of differential equations was performed using the Galerkin finite element method and time integration with a finite difference method. The nonlinearity of the systems resulting from the discretizations is treated with an iterative method of successive approaches. The model is applied to the simulation of infiltration scenarios with typical conditions of sprinkler and surface irrigation to show its power of description.

Key words: fractal conductivity, water retention curve, Laplace law, Poiseuille law, large pores, geometric mean pore.

* Autor responsable ♦ Author for correspondence.

Recibido: mayo, 2011. Aprobado: febrero, 2012.

Publicado como ARTÍCULO en *Agrociencia* 46: 205-220. 2012.

Palabras clave: conductividad fractal, curva de retención, ley de Laplace, ley de Poiseuille, poro grande, poro geométrico.

INTRODUCCIÓN

Los suelos agrícolas pueden presentar fuerte heterogeneidad estructural por la presencia de grietas y fracturas cuya distribución espacial es altamente irregular. Estos macroporos, que separan la matriz del suelo (partículas sólidas), son altamente permeables y a través de ellos el agua puede moverse a velocidades considerablemente altas, generando condiciones de desequilibrio en la distribución de la presión del agua en la matriz y los macroporos. Tal condición limita la aplicación del enfoque tradicional de medio poroso simple al análisis de la dinámica del agua en el suelo (Gerke y van Genuchten, 1993; Šimunek y van Genuchten, 2008).

Una alternativa para considerar el efecto de la macroporosidad en el movimiento del agua en el suelo, conocida como aproximación multicontinua (Gwo *et al.*, 1995), representa los macroporos y la matriz del suelo mediante dos continuos o regiones. En esta aproximación se usan diferentes formas de las ecuaciones de conservación de masa y movimiento para describir los procesos de transferencia de agua en cada región, acoplándose ambos medios a través del término de fuente de las ecuaciones de continuidad. Entre los modelos multicontinuos se destacan los modelos de porosidad dual (Zimmerman *et al.*, 1996; Schwartz *et al.*, 2000) y los modelos de conductividad dual (Gerke y van Genuchten, 1993; Vogel *et al.*, 2000; Kodešová *et al.*, 2010). Los primeros consideran que el flujo del agua sólo ocurre a través de los macroporos y que la matriz de suelo es exclusivamente una fuente de almacenamiento o abastecimiento, mientras que los modelos de conductividad dual toman en cuenta que los bloques de matriz de suelo forman un sistema interconectado en el que también ocurre transporte de agua.

Las componentes esenciales de los modelos de conductividad dual son los términos que gobiernan la transferencia de agua entre los sistemas que representan los macroporos y la matriz del suelo, y en la literatura se reportan expresiones empíricas (Othmer *et al.*, 1991) y semi-empíricas (Gerke y van Genuchten, 1993; 1996) para representar estos términos de transferencia. En estos modelos se asumen las mismas relaciones funcionales de conductividad hidráulica y

INTRODUCTION

Agricultural soils may have strong structural heterogeneity due to the presence of cracks and fractures whose spatial distribution is highly irregular. These macropores, which separate the soil matrix (solid particles), are highly permeable and through them water can move at considerably high speeds, creating conditions of nonequilibrium in the water pressure distribution in the matrix and macropores. This condition limits the application of the traditional approach of simple porous medium to the analysis of the soil water dynamics (Gerke and van Genuchten, 1993; Šimunek and van Genuchten, 2008).

An alternative for consider of the macroporosity effect on water movement in the soil, known as multi-continuous approximation (Gwo *et al.*, 1995), represents the macropores and soil matrix by means of two regions. In this approach, different forms of the mass and movement equations are used to describe the water transfer processes in each region; both porous media are coupled through the source term of the continuity equations. Among the multi-continuous models those of dual-porosity (Zimmerman *et al.*, 1996, Schwartz *et al.*, 2000) and dual-conductivity (Gerke and van Genuchten, 1993, Vogel *et al.*, 2000; Kodešová *et al.*, 2010) stand out. The first models consider that the water flow occurs only through the macropores, and that the soil matrix is only a source of storage or supply, while dual-conductivity models take into account that the soil matrix blocks form an interconnected system in which the water transport also occurs.

The essential components of dual-conductivity models are the terms that describe the water transfer between the systems that represent the macropores and soil matrix, and in the literature empirical (Othmer *et al.*, 1991) and semi-empirical expressions (Gerke and van Genuchten, 1993, 1996) are used to represent these terms of transfer. In these models, the same functional relationships of hydraulic conductivity and water retention are assumed for the macropores and soil matrix systems. However, physically this assumption is not correct because, according to Laplace and Poiseuille laws, the characteristic size of the pores of the medium defines the water retention capacity and resistance to water flow, which implies that the models of hydraulic

de retención de humedad para el sistema de macroporos y para el sistema de la matriz del suelo. Sin embargo, físicamente esta hipótesis no es correcta pues de acuerdo con las leyes de Laplace y Poiseuille el tamaño característico de los poros del medio define la capacidad de retención y la resistencia al flujo del agua, lo cual implica que los modelos de conductividad hidráulica y la característica de humedad no pueden ser idénticos para la matriz y los macroporos.

El objetivo de este estudio fue desarrollar un modelo numérico unidimensional para describir los procesos de transferencia de agua en suelos macroporosos, considerando la teoría de conductividad dual e incorporando funciones de conductividad hidráulica y retención de humedad adecuadas al tamaño característico de los poros de cada continuo o región.

MATERIALES Y MÉTODOS

En la teoría de medios porosos duales las propiedades del suelo se calculan como la suma de dos componentes locales, una asociada con el sistema de la matriz de suelo que se representará con el subíndice m , y la otra a los macroporos que se representará con el subíndice f .

Ecuaciones de base

De acuerdo con Gerke y van Genuchten (1993), las propiedades hidráulicas globales del suelo están relacionadas con las propiedades locales (matriz y macroporos), de la siguiente manera:

$$\phi = w_m \phi_m + w_f \phi_f \quad (1.1)$$

$$\theta = w_m \theta_m + w_f \theta_f \quad (1.2)$$

$$q = w_m q_m + w_f q_f \quad (1.3)$$

donde ϕ es la porosidad volumétrica [$L^3 L^{-3}$]; θ es el contenido volumétrico de agua [$L^3 L^{-3}$], que en un suelo parcialmente saturado es función del potencial de presión del agua en el suelo ψ ; q es el flujo de Darcy [LT^{-1}]; w_f es la proporción volumétrica de macroporos respecto del volumen total de suelo; y w_m es el porcentaje de bloques de la matriz del suelo (agregados y microporos) $w_m = 1 - w_f$.

Considerando las relaciones (1.1)-(1.3) y la teoría de conductividad dual, el flujo del agua en la matriz y los macroporos se describe mediante dos ecuaciones de Richards (1931) acopladas:

conductivity and water retention cannot be identical in the matrix and macropores.

The aim of this study was to develop a one-dimensional numerical model to describe the processes of water transfer in macroporous soils, considering the dual-conductivity theory and incorporating models for the hydraulic conductivity and water retention appropriate to the characteristic size of the pores of each region.

MATERIALS AND METHODS

In the dual theory for porous media, the properties of the bulk porous medium can be characterized as the sum of two local components, one associated with the system of the soil matrix to be represented with the subscript m , and the other with the macropores which is represented by the subscript f .

Base equations

According to Gerke and van Genuchten (1993), the hydraulic properties of the bulk porous medium are related to local properties (matrix and macropores), as follows:

$$\phi = w_m \phi_m + w_f \phi_f \quad (1.1)$$

$$\theta = w_m \theta_m + w_f \theta_f \quad (1.2)$$

$$q = w_m q_m + w_f q_f \quad (1.3)$$

where ϕ is the volumetric soil porosity [$L^3 L^{-3}$]; θ is the volumetric water content [$L^3 L^{-3}$], which in a unsaturated soil is a function of the water pressure potential in the soil ψ ; q is the Darcy flow [LT^{-1}]; w_f is the relative volumetric proportion of macropores; and w_m is the relative volumetric proportion of soil matrix blocks (aggregates and micropores) $w_m = 1 - w_f$.

Considering the relationships (1.1)-(1.3) and dual-conductivity theory, the water flow in the matrix and macropores is described with two Richards equations (1931) in coupled form:

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \nabla \cdot \left[K_m(\psi_m) \nabla (\psi_m - z) \right] + \frac{\Gamma_w}{w_m} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial t} = \nabla \cdot \left[K_f(\psi_f) \nabla (\psi_f - z) \right] - \frac{\Gamma_w}{w_f} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \nabla \cdot \left[K_m(\psi_m) \nabla (\psi_m - z) \right] + \frac{\Gamma_w}{w_m} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial t} = \nabla \cdot \left[K_f(\psi_f) \nabla (\psi_f - z) \right] - \frac{\Gamma_w}{w_f} \quad (3)$$

donde ∇ es el operador gradiente [L^{-1}]; ψ es el potencial de presión del agua en el medio poroso [L]; K es la conductividad hidráulica [L^{-1}], que es función del potencial de presión ψ ; z es la coordenada vertical orientada positivamente en dirección descendente [L]; t es el tiempo [T]; y Γ_w es el término que representa la transferencia de agua entre macroporos y matriz del suelo.

El término de transferencia Γ_w se considera proporcional a la diferencia de presiones entre el medio que representa los macroporos y el que representa la matriz del suelo:

$$\Gamma_w = a_w (\psi_f - \psi_m) \quad (4)$$

donde a_w es un coeficiente de transferencia de agua [$L^{-1} T^{-1}$].

El intercambio local de agua entre los medios causa un decremento en la presión en el dominio drenado y un incremento en la presión en el dominio receptor conforme a las curvas de retención de humedad respectivas. Gerke y van Genuchten (1993) analizan este proceso de transferencia en la interfaz matriz-macroporo considerando varias formas geométricas de los agregados y proponen la siguiente relación funcional para el coeficiente de transferencia:

$$a_w = g_w \frac{b}{a^2} K_{in}(\psi) \quad (5)$$

donde a es una longitud característica que puede asumirse igual a la mitad del ancho de la estructura de la matriz de suelo [L], b es un coeficiente geométrico adimensional, g_w es un parámetro adimensional, y $K_{in}(\psi)$ es la conductividad de la interfaz matriz-macroporo [LT^{-1}].

La conductividad K_{in} en la interfaz matriz-macroporo puede calcularse como el promedio aritmético de la conductividad hidráulica en cada medio:

$$K_{in} = K_{sin} \left[\frac{(K_m / K_{sm}) + (K_f / K_{sf})}{2} \right] \quad (6)$$

where ∇ is the gradient operator [L^{-1}]; ψ is the potential of water pressure in the soil [L]; K is the hydraulic conductivity [L^{-1}], which is a function of pressure potential ψ ; z is the vertical coordinate oriented positively downward [L]; t is time [T]; and Γ_w is the term representing the water transfer between macropores and the soil matrix.

The transfer term Γ_w is considered proportional to the pressure difference between the medium representing the macropores and that representing the soil matrix:

$$\Gamma_w = a_w (\psi_f - \psi_m) \quad (4)$$

where a_w is a coefficient of water transfer [$L^{-1} T^{-1}$].

The local exchange of water between the media causes a decrease in pressure in the drained domain and an increase in pressure in the receptor domain, according to the respective water retention curves. Gerke and van Genuchten (1993) analyze this process of transfer in the matrix-macropore interface considering different geometrical shapes of the aggregates, and propose the following model for the transfer coefficient:

$$a_w = g_w \frac{b}{a^2} K_{in}(\psi) \quad (5)$$

where a is a characteristic length which can be assumed equal to half the width of the structure of the soil matrix [L]; b is a dimensionless geometrical factor; g_w is a dimensionless parameter; and $K_{in}(\psi)$ is the conductivity of the matrix-macropore interface [LT^{-1}].

Conductivity in the matrix-macropore interface K_{in} can be calculated as the arithmetic mean of hydraulic conductivity in each medium:

$$K_{in} = K_{sin} \left[\frac{(K_m / K_{sm}) + (K_f / K_{sf})}{2} \right] \quad (6)$$

where K_{sin} is the saturated hydraulic conductivity in the matrix-macropore interface [LT^{-1}]; K_m and K_f are respectively the hydraulic conductivity in the matrix and macropores [LT^{-1}]; K_{sm} and K_{sf} are the saturated hydraulic conductivity in the matrix and macropores [LT^{-1}].

donde K_{sm} es la conductividad hidráulica a saturación en la interfaz matriz-macroporo [LT^{-1}]; K_m y K_f son, respectivamente, la conductividad hidráulica en la matriz y macroporos [LT^{-1}]; K_{sm} y K_f son la conductividad hidráulica a saturación en la matriz y macroporos [LT^{-1}].

Modelos funcionales para la conductividad hidráulica y retención de humedad

En los modelos de conductividad dual reportados en la literatura (Gerke y van Genuchten 1993; Vogel *et al.*, 2000; Kodešová *et al.*, 2010), se asumen las mismas relaciones funcionales de conductividad hidráulica y retención de humedad para los macroporos y la matriz del suelo. Sin embargo, de acuerdo con las leyes de Laplace y Poiseuille, la presión del agua en el suelo y la velocidad poral media dependen del tamaño de poro, por lo que no es adecuado usar el mismo modelo funcional para macroporos y microporos.

Fuentes *et al.* (2001) reportan un modelo fractal para la conductividad hidráulica que está basado en la ley de Poiseuille. La introducción de algunas hipótesis sobre la manera de definir el tamaño del poro que interviene en este modelo, permite generar modelos particulares para la conductividad hidráulica. Tomando en cuenta las características de los poros de la matriz y las fracturas se selecciona el modelo del poro de la media geométrica para representar las propiedades hidráulicas de la matriz del suelo, y el modelo del poro grande para describir las propiedades del medio macroporoso. El primer modelo permite representar la influencia de los diferentes tamaños de microporos en la resistencia al flujo del agua, proporcionando mayor peso a los poros de menor tamaño; mientras que el segundo modelo considera que el poro de mayor tamaño define la resistencia al flujo del agua.

De acuerdo con Fuentes *et al.* (2001), el modelo del poro de la media geométrica es:

$$K_m = K_{sm} \left[\frac{\int_0^\Theta \frac{\vartheta^{s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{2s}} d\vartheta}{\int_0^1 \frac{\vartheta^{s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{2s}} d\vartheta} \right]^2 \quad (7)$$

mientras que el modelo del poro grande es:

$$K_f = K_{sf} \left[\frac{\int_0^\Theta \frac{\vartheta^{2s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{4s}} d\vartheta}{\int_0^1 \frac{\vartheta^{2s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{4s}} d\vartheta} \right] \quad (8)$$

donde ϑ es la variable de integración y Θ es la presión del agua como una función del grado de saturación efectivo definido por:

Functional models for hydraulic conductivity and water retention

In dual-conductivity models reported in the literature (Gerke and van Genuchten, 1993; Vogel *et al.*, 2000; Kodešová *et al.*, 2010), the same functional models of hydraulic conductivity and water retention are assumed for the macropores and soil matrix. However, according to Laplace and Poiseuille laws, the pressure of water in the soil and mean pore velocity depend on the pore size, so that it is inappropriate to use the same functional model for macropores and micropores.

Fuentes *et al.* (2001) report a fractal model for hydraulic conductivity that is based on the Poiseuille law. The introduction of some hypothesis about how to define the pore size involved in this model can generate specific models for hydraulic conductivity. Taking into account the characteristics of the matrix pores and fractures, the geometric-mean pore model is selected to represent the hydraulic properties of the soil matrix, and the large-pore model to describe the properties of the macroporous medium. The first model allows representing the influence of the different sizes of micropores in the resistance to water flow, giving more weight to smaller pores; while the second model considers that larger pores define the resistance to water flow.

According to Fuentes *et al.* (2001), the geometric-mean pore model is:

$$K_m = K_{sm} \left[\frac{\int_0^\Theta \frac{\vartheta^{s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{2s}} d\vartheta}{\int_0^1 \frac{\vartheta^{s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{2s}} d\vartheta} \right]^2 \quad (7)$$

while the large-pore model is:

$$K_f = K_{sf} \left[\frac{\int_0^\Theta \frac{\vartheta^{2s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{4s}} d\vartheta}{\int_0^1 \frac{\vartheta^{2s-1}}{|\psi(\vartheta)|^{4s}} d\vartheta} \right] \quad (8)$$

where ϑ is a dummy variable of integration and Θ is the water pressure as a function of the effective saturation degree defined by:

$$\Theta(\psi) = \frac{\theta(\psi) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (9)$$

in which θ_s and θ_r are the saturated volumetric water content and residual volumetric water content.

$$\Theta(\psi) = \frac{\theta(\psi) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (9)$$

en la cual θ_s y θ_r son los contenidos volumétricos de agua a saturación y residual.

El parámetro $s=D/E$, donde D es la dimensión fractal del suelo y $E=3$ es la dimensión euclidiana del espacio físico, es una función de la porosidad volumétrica total del suelo (ϕ) definida de manera implícita por:

$$(1 + \phi)^s + \phi^{2s} = 1 \quad (10)$$

La introducción de la curva de retención de humedad de van Genuchten (1980):

$$\Theta(\psi) = \left[1 + \left(\frac{\psi}{\psi_d} \right)^n \right]^{-m} \quad (11)$$

en las ecuaciones (7) y (8) considerando restricciones particulares entre m y n , permite derivar los modelos fractales para la conductividad hidráulica de la media geométrica y del poro grande:

$$K_m(\Theta) = K_{sm} [1 - (1 - \Theta^{1/m})^{sm}]^2 \quad \text{sujeto a} \quad 0 < sm = 1 - 2s/n < 1 \quad (12)$$

$$K_f(\Theta) = K_{sf} [1 - (1 - \Theta^{1/m})^{2sm}] \quad \text{sujeto a} \quad 0 < 2sm = 1 - 4s/n < 1 \quad (13)$$

con m y n parámetros de forma adimensionales, y ψ_d un parámetro de escala de la presión [L].

En el presente estudio se propone el uso de los modelos para la curva de retención de humedad y conductividad hidráulica (11) y (12) en el medio que representa la matriz del suelo; y usan las relaciones (11) y (13) para el medio que representa los macroporos.

Esquema numérico

Se desarrolla un modelo numérico para simular la transferencia de agua en columnas de suelos duales, teniendo como base las formas unidimensionales de las ecuaciones de Richards (2) y (3) así como las relaciones (11), (12) y (13).

La forma unidimensional de las ecuaciones (2) y (3) considerando (4), puede ser escrita:

The parameter $s=D/E$, where D is the fractal dimension of the soil and $E=3$ is the Euclidean dimension of physical space; it is a function of total volumetric soil porosity (ϕ) defined implicitly by:

$$(1 + \phi)^s + \phi^{2s} = 1 \quad (10)$$

The introduction of the water retention curve by van Genuchten (1980):

$$\Theta(\psi) = \left[1 + \left(\frac{\psi}{\psi_d} \right)^n \right]^{-m} \quad (11)$$

in the equations (7) and (8) considering particular constraints between m and n , can lead to fractal models for the hydraulic conductivity of the geometric mean pore and large pore:

$$K_m(\Theta) = K_{sm} [1 - (1 - \Theta^{1/m})^{sm}]^2 \quad \text{subject to} \quad 0 < sm = 1 - 2s/n < 1 \quad (12)$$

$$K_f(\Theta) = K_{sf} [1 - (1 - \Theta^{1/m})^{2sm}] \quad \text{subject to} \quad 0 < 2sm = 1 - 4s/n < 1 \quad (13)$$

with dimensionless shape parameters m and n , and ψ_d a scale parameter of pressure [L].

The present study proposes the use of the models for the water retention curve and hydraulic conductivity (11) and (12) in the medium representing the soil matrix, and relations (11) and (13) for the medium that represents the macropores.

Numerical scheme

A numerical model to simulate the water transfer in dual soil columns is developed, which is based in the one-dimensional forms of the Richards equations (2) and (3) and the relationships (11), (12) and (13).

The one-dimensional form of equations (2) and (3) considering (4) can be written:

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K_m(\psi) \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial z} - 1 \right) \right] + \frac{a_w}{w_m} (\psi_f - \psi_m) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K_f(\psi) \left(\frac{\partial \psi_f}{\partial z} - 1 \right) \right] - \frac{a_w}{w_f} (\psi_f - \psi_m) \quad (15)$$

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K_m(\psi) \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial z} - 1 \right) \right] + \frac{a_w}{w_m} (\psi_f - \psi_m) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K_f(\psi) \left(\frac{\partial \psi_f}{\partial z} - 1 \right) \right] - \frac{a_w}{w_f} (\psi_f - \psi_m) \quad (15)$$

La solución numérica de las ecuaciones (14) y (15) se realiza aplicando el método del elemento finito tipo Galerkin, en el cual se aproximan las variables dependientes θ y ψ por una combinación lineal de funciones de base $\varphi_i^{(e)}$, definidas en relación a la función delta de Kronecker:

$$\begin{aligned} \theta_m(z, t) &\equiv \hat{\theta}_m(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \theta_{mi}(t); \\ \psi_m(z, t) &\equiv \hat{\psi}_m(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \psi_{mi}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \theta_f(z, t) &\equiv \hat{\theta}_f(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \theta_{fi}(t); \\ \psi_f(z, t) &\equiv \hat{\psi}_f(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \psi_{fi}(t) \end{aligned} \quad (17)$$

Al sustituir las variables θ y ψ por las expresiones dadas en (16) y (17), se genera un error que se minimiza formando una integral ponderada sobre el dominio de solución y requiriendo que la integral sea cero. El uso de funciones de interpolación lineales permite obtener:

$$[M_m] \frac{d\{\theta_m\}}{dt} + B_m \{\psi_m\} - [T]\{\psi_f\} + [T]\{\psi_m\} = \{Q_m\} + \{G_m\} \quad (18)$$

$$[M_f] \frac{d\{\theta_f\}}{dt} + B_f \{\psi_f\} + [T]\{\psi_f\} - [T]\{\psi_m\} = \{Q_f\} + \{G_f\} \quad (19)$$

donde M es la matriz de masa, B es la matriz de rigidez, T es la matriz de transferencia, Q el vector de flujos en la frontera, y G es el vector de la fuerza de gravedad. Los coeficientes de estas matrices a nivel elemento son:

$$M_{mij}^{(e)} = w_m \int_0^{\ell_e} \varphi_i^{(e)} \varphi_j^{(e)} dz = \frac{w_m \Delta z}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20.1)$$

The numerical solution of equations (14) and (15) is performed by applying the finite element method of the Galerkin type, in which dependent variables θ and ψ approximate through a linear combination of base functions $\varphi_i^{(e)}$, defined in relation to the Kronecker delta function:

$$\begin{aligned} \theta_m(z, t) &\equiv \hat{\theta}_m(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \theta_{mi}(t); \\ \psi_m(z, t) &\equiv \hat{\psi}_m(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \psi_{mi}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \theta_f(z, t) &\equiv \hat{\theta}_f(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \theta_{fi}(t); \\ \psi_f(z, t) &\equiv \hat{\psi}_f(z, t) = \sum_{i=1}^2 \varphi_i^{(e)}(z) \psi_{fi}(t) \end{aligned} \quad (17)$$

By replacing the variables θ and ψ by the expressions given in (16) and (17), an error emerges that is minimized by forming a weighted integral on the solution domain and requiring the integral to be zero. The use of linear interpolation functions allows to obtain:

$$[M_m] \frac{d\{\theta_m\}}{dt} + B_m \{\psi_m\} - [T]\{\psi_f\} + [T]\{\psi_m\} = \{Q_m\} + \{G_m\} \quad (18)$$

$$[M_f] \frac{d\{\theta_f\}}{dt} + B_f \{\psi_f\} + [T]\{\psi_f\} - [T]\{\psi_m\} = \{Q_f\} + \{G_f\} \quad (19)$$

where M is the mass matrix, B is the stiffness matrix, T is the transfer matrix, Q the boundary flow vector, and G is the vector of gravity. The coefficients of these matrices at the element level are:

$$M_{mij}^{(e)} = w_m \int_0^{\ell_e} \varphi_i^{(e)} \varphi_j^{(e)} dz = \frac{w_m \Delta z}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20.1)$$

$$B_{mij}^{(e)} = w_m K_{m\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_i^{(e)} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} dz = \frac{w_m \bar{K}_m}{\Delta z} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (20.2)$$

$$G_{mj}^{(e)} = w_m K_{m\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_j^{(e)} dz = \frac{w_m \bar{K}_m}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (20.3)$$

$$B_{mij}^{(e)} = w_m K_{m\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \frac{\partial \varphi_i^{(e)}}{\partial z} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} dz = \frac{w_m \bar{K}_m}{\Delta z} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (20.2)$$

$$G_{mj}^{(e)} = w_m K_{m\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} dz = \frac{w_m \bar{K}_m}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (20.3)$$

$$Q_{mj}^{(e)} = w_m \int_\Gamma q_m \bar{\varphi}_j^{(e)} d\Gamma = w_m q_{mj} \quad (20.4)$$

$$M_{fij}^{(e)} = w_f \int_0^{\ell_e} \bar{\varphi}_i^{(e)} \bar{\varphi}_j^{(e)} dz = \frac{w_f \Delta z}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21.1)$$

$$B_{fij}^{(e)} = w_f K_{f\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \frac{\partial \varphi_i^{(e)}}{\partial z} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} dz = \frac{w_f \bar{K}_f}{\Delta z} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (21.2)$$

$$G_{fj}^{(e)} = w_f K_{f\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} dz = \frac{w_f \bar{K}_f}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (21.3)$$

$$Q_{fj}^{(e)} = w_f \int_\Gamma q_f \bar{\varphi}_j^{(e)} d\Gamma = w_f q_{fj} \quad (21.4)$$

$$T_{ij}^{(e)} = a_{w\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \varphi_i^{(e)} \varphi_j^{(e)} dz = \frac{\Delta z}{12} \begin{bmatrix} 3a_{w1} + a_{w2} & a_{w1} + a_{w2} \\ a_{w2} + a_{w1} & a_{w1} + 3a_{w2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

donde ℓ_e es el tamaño del elemento finito, Γ es la frontera del dominio, $\bar{K}$ es la conductividad hidráulica promedio en el elemento, $\bar{\varphi}$ son funciones de interpolación del sistema de masa concentrado (Zienkiewicz *et al.*, 2005).

La integración en el tiempo de las ecuaciones (18) y (19) se realiza con:

$$\left(\frac{d\{\theta\}}{dt} \right)^{t+\omega\Delta t} = \frac{\{\theta\}_{t+\Delta t} - \{\theta\}_t}{\Delta t};$$

$$\psi_{t+\omega\Delta t} = \omega \{\psi\}_{t+\omega\Delta t} + (1-\omega) \{\psi\}_t \quad (23)$$

Utilizando un esquema de diferencias finitas implícito ($\omega=1$) se obtiene un sistema de ecuaciones no lineal, el cual se resuelve aplicando el método de Celia *et al.* (1990):

$$\left[\frac{C_m M_m}{\Delta t} + K_m + T \right]_{t+\Delta t}^p \{\psi_m\}_{t+\Delta t}^{p+1} - [T]_{t+\Delta t}^p \{\psi_f\}_{t+\Delta t}^{p+1} =$$

$$Q_{mj}^{(e)} = w_m \int_\Gamma q_m \bar{\varphi}_j^{(e)} d\Gamma = w_m q_{mj} \quad (20.4)$$

$$M_{fij}^{(e)} = w_f \int_0^{\ell_e} \bar{\varphi}_i^{(e)} \bar{\varphi}_j^{(e)} dz = \frac{w_f \Delta z}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21.1)$$

$$B_{fij}^{(e)} = w_f K_{f\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \frac{\partial \varphi_i^{(e)}}{\partial z} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} dz = \frac{w_f \bar{K}_f}{\Delta z} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (21.2)$$

$$G_{fj}^{(e)} = w_f K_{f\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \frac{\partial \varphi_j^{(e)}}{\partial z} dz = \frac{w_f \bar{K}_f}{2} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (21.3)$$

$$Q_{fj}^{(e)} = w_f \int_\Gamma q_f \bar{\varphi}_j^{(e)} d\Gamma = w_f q_{fj} \quad (21.4)$$

$$T_{ij}^{(e)} = a_{w\ell} \int_0^{\ell_e} \varphi_\ell^{(e)} \varphi_i^{(e)} \varphi_j^{(e)} dz = \frac{\Delta z}{12} \begin{bmatrix} 3a_{w1} + a_{w2} & a_{w1} + a_{w2} \\ a_{w2} + a_{w1} & a_{w1} + 3a_{w2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

where ℓ_e is the size of finite element, Γ is the domain boundary, $\bar{K}$ is the mean hydraulic conductivity in the element; $\bar{\varphi}$ are the interpolation functions of the lumped mass system (Zienkiewicz *et al.*, 2005).

The time integration of equations (18) and (19) is performed with:

$$\left(\frac{d\{\theta\}}{dt} \right)^{t+\omega\Delta t} = \frac{\{\theta\}_{t+\Delta t} - \{\theta\}_t}{\Delta t};$$

$$\psi_{t+\omega\Delta t} = \omega \{\psi\}_{t+\omega\Delta t} + (1-\omega) \{\psi\}_t \quad (23)$$

Using an implicit finite difference scheme ($\omega=1$) a system of nonlinear equations is obtained, which is solved by applying the method of Celia *et al.* (1990):

$$\left[\frac{C_m M_m}{\Delta t} + K_m + T \right]_{t+\Delta t}^p \{\psi_m\}_{t+\Delta t}^{p+1} - [T]_{t+\Delta t}^p \{\psi_f\}_{t+\Delta t}^{p+1} =$$

$$\{Q_m\}_{t+\Delta t}^p + \{G_m\}_{t+\Delta t}^p + \frac{\{C_m\}_{t+\Delta t}^p [M_m]_{t+\Delta t}^p}{\Delta t} \{\psi_m\}_{t+\Delta t}^p +$$

$$- [M_m]_{t+\Delta t}^p \frac{\{\theta_m\}_{t+\Delta t}^p - \{\theta_m\}_t}{\Delta t} \quad (24)$$

$$\{Q_m\}_{t+\Delta t}^p + \{G_m\}_{t+\Delta t}^p + \frac{\{C_m\}_{t+\Delta t}^p [M_m]_{t+\Delta t}^p}{\Delta t} \{\psi_m\}_{t+\Delta t}^p +$$

$$- [M_m]_{t+\Delta t}^p \frac{\{\theta_m\}_{t+\Delta t}^p - \{\theta_m\}_t}{\Delta t} \quad (24)$$

$$\left[\frac{C_f M_f}{\Delta t} + K_f + T \right]_{t+\Delta t}^p \{\psi_f\}_{t+\Delta t}^{p+1} - [T]_{t+\Delta t}^p \{\psi_m\}_{t+\Delta t}^{p+1} =$$

$$\{Q_f\}_{t+\Delta t}^p + \{G_f\}_{t+\Delta t}^p + \frac{\{C_f\}_{t+\Delta t}^p [M_f]_{t+\Delta t}^p}{\Delta t} \{\psi_f\}_{t+\Delta t}^p +$$

$$- [M_f]_{t+\Delta t}^p \frac{\{\theta_f\}_{t+\Delta t}^p - \{\theta_f\}_t}{\Delta t} \quad (25)$$

donde $c(\psi)=d\theta/d\psi$ es la capacidad específica [L^{-1}], y p es el número de iteraciones en el intervalo de tiempo.

Las ecuaciones (24) y (25) al combinarse forman un sistema de ecuaciones con $2n$ incógnitas (acoplamiento numérico interno), donde la matriz de coeficientes es heptadiagonal simétrica. El sistema es resuelto utilizando el método de Cholesky para matrices simétricas *almacenadas vectorialmente*.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La aplicación del modelo de conductividad dual requiere el conocimiento previo de los parámetros físicos e hidráulicos del medio poroso a analizar. En el presente estudio se utiliza y reinterpreta la información sintética (supuesta) de Gerke y van Genuchten (1993), la cual es considerada para ilustrar la versatilidad y capacidad de un modelo numérico de simulación (Gerke y van Genuchten, 1996; Vogel *et al.*, 2000).

Los parámetros físicos e hidráulicos para la simulación de escenarios de infiltración en medios duales se presentan en el Cuadro 1. Los valores de θ_s , θ_r , K_s y w corresponden a los datos supuestos por Gerke y van Genuchten (1993); la dimensión cociente “s” se obtuvo resolviendo numéricamente la relación (10) con $\phi=\theta_s$; mientras que los parámetros m y ψ_d se obtuvieron ajustando las curvas de retención sintéticas de Gerke y van Genuchten (1993) con los modelos del poro de la media geométrica (11) y (12) y el modelo del poro grande (11) y (13), minimizando la raíz del error cuadrático medio (RECM). Los resultados

$$\left[\frac{C_f M_f}{\Delta t} + K_f + T \right]_{t+\Delta t}^p \{\psi_f\}_{t+\Delta t}^{p+1} - [T]_{t+\Delta t}^p \{\psi_m\}_{t+\Delta t}^{p+1} =$$

$$\{Q_f\}_{t+\Delta t}^p + \{G_f\}_{t+\Delta t}^p + \frac{\{C_f\}_{t+\Delta t}^p [M_f]_{t+\Delta t}^p}{\Delta t} \{\psi_f\}_{t+\Delta t}^p +$$

$$- [M_f]_{t+\Delta t}^p \frac{\{\theta_f\}_{t+\Delta t}^p - \{\theta_f\}_t}{\Delta t} \quad (25)$$

where $c(\psi)=d\theta/d\psi$ is the specific water capacity [L^{-1}], and p is the number of iterations in the time interval.

Equations (24) and (25) form an equation system of $2n$ unknowns (internal numerical coupling), where the coefficient matrix is symmetric heptadiagonal. The system is solved using the Cholesky method for symmetric matrices *vectorially stored*.

RESULTS AND DISCUSSION

The application of the dual-conductivity model requires prior knowledge of the physical and hydraulic parameters of the porous medium to be analyzed. In the present study the synthetic data by Gerke and van Genuchten (1993) are used and reinterpreted, because this information is taken into account to illustrate the versatility and capability of numerical simulation models (Gerke and van Genuchten, 1996, Vogel *et al.*, 2000).

The physical and hydraulic parameters for the simulation of infiltration scenarios in dual media are presented in Table 1. The values of θ_s , θ_r , K_s and w correspond to the data reported by Gerke and van Genuchten (1993); the dimension “s” was obtained by solving numerically relation (10) with $\phi=\theta_s$, while the parameters m and ψ_d were obtained by adjusting the synthetic water retention curves by Gerke and van Genuchten (1993) with the geometric-mean pore model (11) and (12) and the large-pore model (11) and (13), minimizing the root mean square error (RMSE). The results of this optimization process are presented in Figures 1A and 1B, which show that the models of the geometric mean pore and large pore are able to describe the water retention of fine texture soils and those of thick texture considering the predominant size of soil pores, which is physically correct. In Figures 2A and 2B we compared the synthetic hydraulic conductivity curves by Gerke and van Genuchten (1993) with the curves described

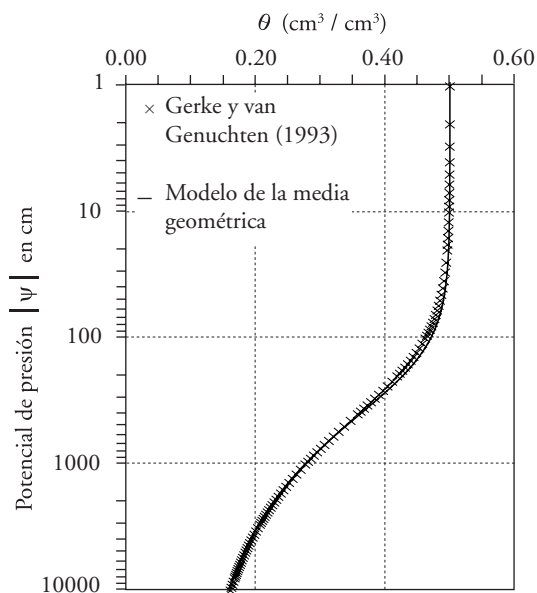
Cuadro 1. Parámetros hidráulicos de la matriz, macroporos e interfaz matriz-macroporos.
Table 1. Hydraulic parameters of the matrix, macropores and matrix-macropore interface.

Variables	θ_s cm ³ cm ⁻³	θ_r cm ³ cm ⁻³	ϕ cm ³ cm ⁻³	s -	m -	$ \psi_d $ cm	K_s cm d ⁻¹	w -
Matriz	0.500	0.105	0.500	0.694	0.290	195.0	1.052	0.95
Macroporos	0.500	0.000	0.500	0.694	0.223	7.8	2000	0.05
Término de intercambio	-	-	-	-	-	-	0.010	-

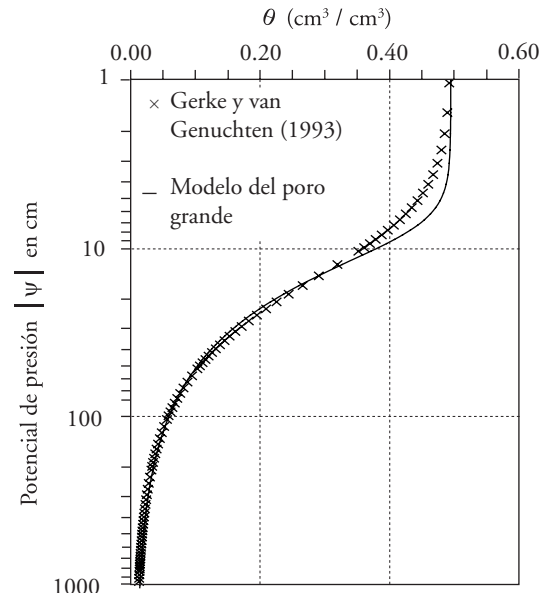
de este proceso de optimización se presentan en las Figuras 1A y 1B, donde se muestra que los modelos del poro de la media geométrica y del poro grande tienen capacidad para describir la retención de humedad en suelos de textura fina y en suelos de textura gruesa considerando el tamaño predominante de los poros del suelo, que es lo físicamente correcto. En las Figuras 2A y 2B se comparan las curvas de conductividad hidráulica sintéticas de Gerke y van Genuchten (1993) con las curvas descritas con los modelos (12) y (13). En ambos casos las curvas descritas con los modelos de poro de la media geométrica y del poro grande indican que la conductividad hidráulica disminuirá mas rápidamente conforme el contenido volumétrico de agua decrece en el suelo, respecto de las

with models (12) and (13). In both cases the curves described by models of the geometric mean pore and large pore indicate that hydraulic conductivity will decrease more rapidly as the volumetric water content in the soil decreases with respect to the trends described by the model of a single pore by Gerke and van Genuchten (1993).

Gerke and van Genuchten (1993) indicate that the parameter g_w involved in equation (5) is practically independent of the soil aggregates geometry, hydraulic properties and initial conditions of the medium, so it is possible to use the constant value $g_w \approx 0.4$. Additionally for the numerical simulation, a rectangular shape to soil aggregates is assumed; therefore $\beta=3$ (Gerke and van Genuchten,

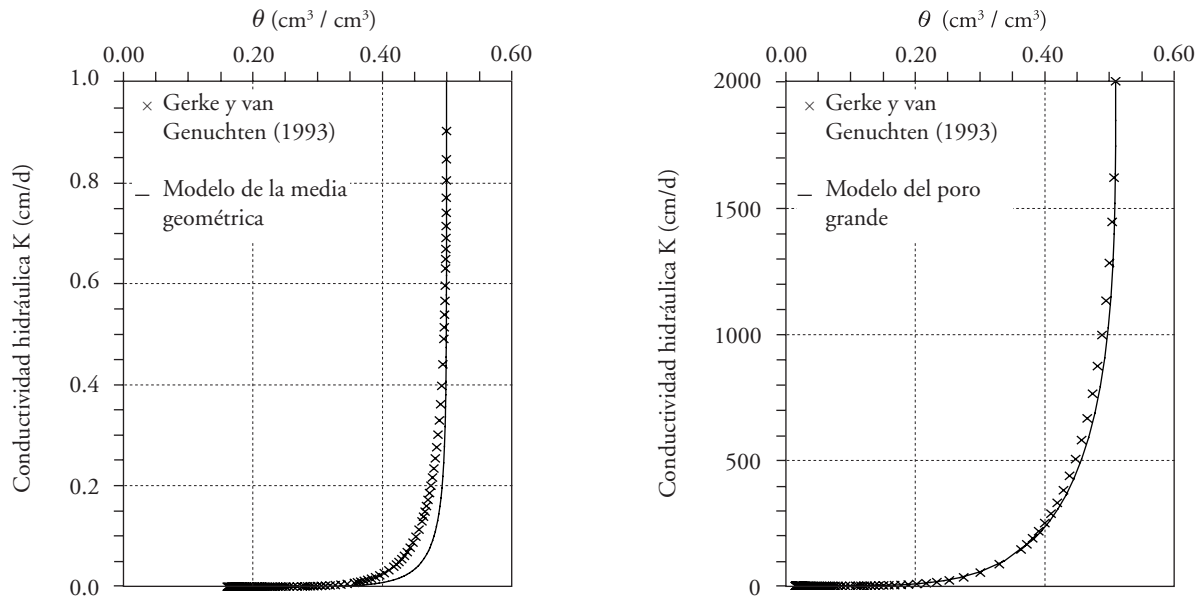


A) Modelo del poro geométrico, ecuación 11 sujeta a $sm=1-2s/n$, para $m=0.29$ y $\psi_d=-195$ cm (RECM=0.004 cm³/cm³).



B) Modelo del poro grande, ecuación 11 sujeta a $2sm=1-4s/n$, para $m=0.223$ y $\psi_d=-7.8$ cm (RECM=0.009 cm³/cm³).

Figura 1. Ajuste de las curvas de retención sintéticas de Gerke y van Genuchten (1993).
Figure 1. Adjustment of the synthetic retention curves by Gerke and van Genuchten (1993).



A) Modelo del poro geométrico, ecuación 12 con $m=0.29$ y $s=0.694$ ($R^2=0.901$).

B) Modelo del poro grande, ecuación 13 con $m=0.223$ y $s=0.694$ ($R^2=0.997$).

Figura 2. Comparación de las curvas de conductividad hidráulica sintética de Gerke y van Genuchten (1993) con las curvas descritas con los modelos propuestos.

Figure 2. Comparison of synthetic hydraulic conductivity curves by Gerke and van Genuchten (1993) with the curves described with the proposed models.

tendencias descritas con el modelo de un solo poro característico de Gerke y van Genuchten (1993).

Gerke y van Genuchten (1993) indican que el parámetro g_w que interviene en la relación (5) es prácticamente independiente de la geometría de los agregados, propiedades hidráulicas y de las condiciones iniciales en el medio, por lo que puede usarse el valor constante $g_w \approx 0.4$. Adicionalmente, para la simulación se asume que los agregados tienen forma rectangular; por tanto $\beta=3$ (Gerke y van Genuchten, 1996), y que la medida promedio de los bloques de matriz del suelo es de 2 cm, en consecuencia $a=1$ cm.

Una vez conocidos sus parámetros, el modelo se aplica a la descripción de escenarios de infiltración en suelos macroporosos considerando condiciones asociadas al riego parcelario para ilustrar su utilidad en esta área.

Escenario 1

Primero se analiza el escenario de infiltración planteado por Gerke y van Genuchten (1993), los quienes consideran una columna de suelo de 100 cm

1996), and the average size of the soil matrix blocks is 2 cm, thus $a=1$ cm.

After knowing its parameters, the model is applied to the description of scenarios of infiltration in macroporous soils considering conditions associated with plot irrigation to illustrate its usefulness in this area.

Scenario 1

First we analyzed the infiltration problem presented by Gerke and van Genuchten (1993), who consider a soil column of 100 cm in length with an initial distribution of pressure both in the soil matrix and the macropores $\psi_m(z, 0) = \psi_f(z, 0) = -1000$ cm. The infiltration caused by a constant precipitation on the surface of the column is simulated, like the one applied through sprinklers, $q=50$; infiltration is assumed to be performed only through the column upper boundary ($z=0$) representing the macropores ($q_f=q/w_f$) and that the upper boundary of the soil matrix is impervious ($q_m=0$); in addition, the lower boundaries of both domains ($z=100$) are assumed to be impervious ($q_m=q_f=0$).

de longitud con una distribución inicial constante de la presión tanto en la matriz de suelo como en los macroporos $\psi_m(z, 0) = \psi_f(z, 0) = -1000$ cm. Se modela la infiltración originada por una intensidad de precipitación constante en la superficie de la columna, como la aplicada a través de aspersores, de $q = 50$ cm/d; se asume que la infiltración se realiza sólo a través de la frontera superior de la columna ($z=0$) que representa los macroporos ($q_f = q/w_f$) y que la frontera superior de la matriz de suelo es impermeable ($q_m = 0$); además las fronteras inferiores de ambos dominios ($z=100$) se suponen impermeables ($q_m = q_f = 0$).

El dominio de solución se discretiza generando una malla uniforme de 1501 nodos y 1500 elementos ($\Delta z = 0.1$ cm). Se usa un paso de tiempo inicial de $\Delta t_i = 1 \times 10^{-3}$ s que se incrementó en el transcurso de la simulación hasta un máximo de $\Delta t_{\max} = 30$ s en función del número de iteraciones realizadas para resolver el sistema acoplado (24) y (25). Se simula la aplicación de una intensidad de lluvia por aspersión durante 4 h.

En las Figuras 3, 4 y 5 se presentan los resultados de la simulación. El modelo de conductividad dual describe que el potencial de presión de agua en los macroporos aumenta rápidamente mientras que en la matriz de suelo el aumento de la presión es más

The solution domain is discretized by generating a uniform grid of 1501 nodes and 1500 elements ($\Delta z = 0.1$ cm). An initial time step of $\Delta t_i = 1 \times 10^{-3}$ s is used which increased during the simulation up to $\Delta t_{\max} = 30$ s depending on the number of iterations performed to solve the coupled system (24) and (25). The application of an intensity of rain by sprinkler during 4 h is simulated.

Figures 3, 4 and 5 show the results of the simulation. The dual-conductivity model shows that the water pressure potential in the macropores increases rapidly, while in the soil matrix the pressure increase is slower (Figure 3). This leads to a pressure difference in the macropore-matrix interface that gives rise to water transfer from the macropores to the matrix (Figure 4). Figure 5 shows that the water transfer between both media is greater in the points near the wetting front and gradually decreases with increasing distance thereof. Further, Figure 4 shows that the maximum value of the water transfer Γ_w decreases in time, as a result of the attenuation of the pressure difference in the wetting front. The simulation of this scenario of infiltration shows the importance of water flow through macropores and its influence on the distribution of moisture in the soil; in irrigation this becomes more important in fine cracked soils.

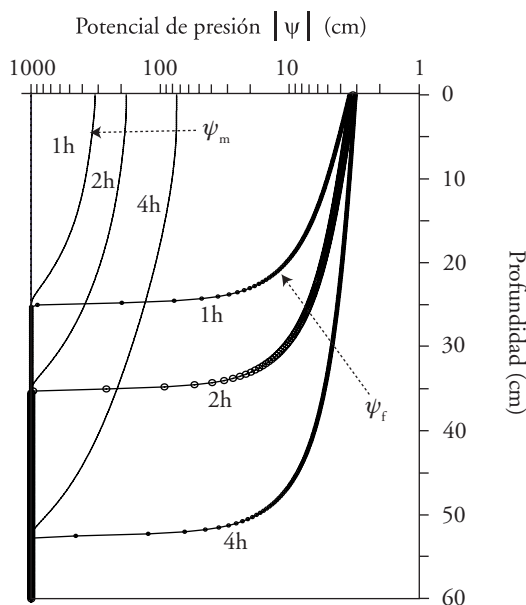


Figura 3. Distribución del potencial de presión del agua en la matriz (m) y el macroporo (f).

Figure 3. Distribution of the water pressure in the matrix (m) and macropore (f).

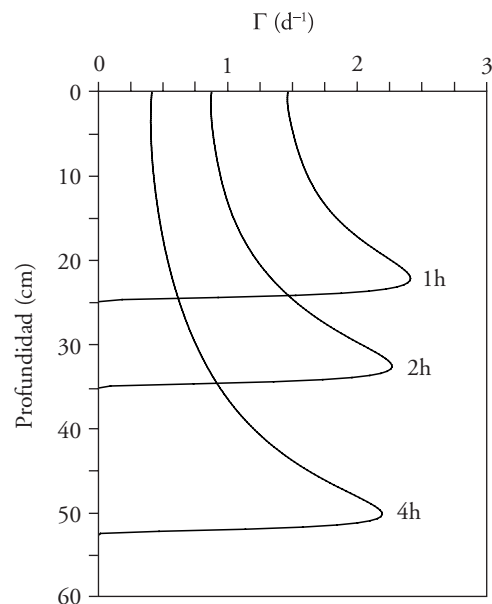


Figura 4. Distribución de la tasa de transferencia de agua (Γ_w) en diferentes tiempos.

Figure 4. Distribution of water transfer rate (Γ_w) at different times.

lento (Figura 3). Como consecuencia se genera una diferencia de presión en la interfaz matriz-macroporo que origina la transferencia de agua de los macroporos a la matriz (Figura 4). En la Figura 5 se observa que la transferencia de agua entre ambos medios es mayor en los puntos próximos al frente de mojado y decrece gradualmente al alejarse del mismo. Además, en la Figura 4 muestra que el valor máximo de la transferencia de agua Γ_w disminuye en el tiempo debido a la atenuación de la diferencia de presión en el frente de mojado. La simulación de este escenario de infiltración permite mostrar la importancia del flujo de agua a través de los macroporos y su influencia en la distribución de humedad en el suelo; en el riego esto cobra mayor importancia en suelos finos agrietados.

Escenario 2

Se describe el flujo del agua en un medio dual originado por la aplicación de un riego por gravedad; se considera que la infiltración de agua por la superficie se da por la fractura y por la matriz del suelo. Se retienen los parámetros hidráulicos del suelo previamente determinados, variando las condiciones de frontera en la superficie de las columnas para representar el riego superficial ($\psi_m(0, t) = \psi_f(0, t) = 0$), y su longitud $z = 150$ cm.

Los resultados de la simulación se presentan en la Figuras 6, 7 y 8 donde se observa que los perfiles del potencial de presión, contenido volumétrico y término de transferencia de agua presentan irregularidades en su curvatura, sobre todo en los tiempos iniciales (1 y 2 h). En los tiempos cortos de la infiltración, la condición de Dirichlet homogénea origina que la presión en la matriz de suelo se equilibre rápidamente con la presión en el macroporo en las regiones próximas a la superficie del suelo, minimizando en esta zona el efecto de la gravedad y con un intercambio de agua gradual entre los medios. Sin embargo, conforme la profundidad de la columna aumenta el efecto de la condición de frontera se atenúa, acentuándose la diferencia entre el movimiento del agua a lo largo de la columna macroporosa y el movimiento en la columna de matriz del suelo. Esta diferencia en el movimiento origina que la presión a lo largo de la columna de macroporos aumente más rápido que en la matriz, generando diferenciales de presión que inducen transferencia de agua del macroporo a la matriz,

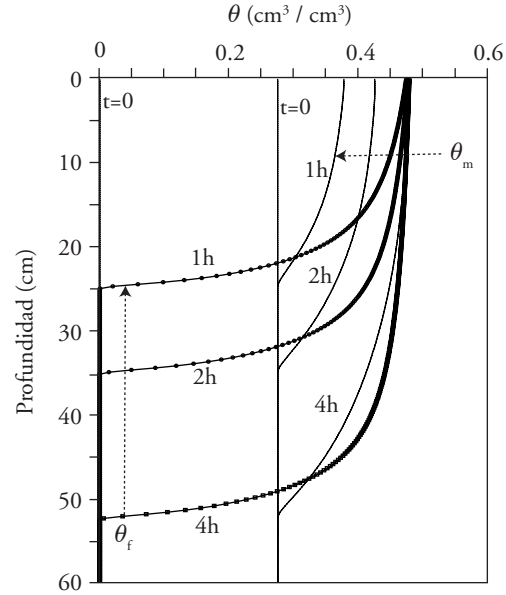


Figura 5. Distribución del contenido volumétrico de agua en la matriz (m) y el macroporo (f).

Figure 5. Distribution of the water volumetric content in the matrix (m) and macropore (f).

Scenario 2

The water flow in a dual medium caused by the application of gravity irrigation is described here; in this scenario water infiltration through the surface occurs because of the fracture and the soil matrix. The soil hydraulic parameters previously determined are retained by varying the boundary conditions on the surface of the columns to represent surface irrigation ($\psi_m(0, t) = \psi_f(0, t) = 0$), and its length $z = 150$ cm.

The simulation results are presented in Figures 6, 7 and 8 which show that the profiles of the pressure, volumetric water content and water transfer term are irregular in its curvature, especially in the short times (1h and 2 h). In short time periods of infiltration, the homogeneous Dirichlet condition causes that the pressure in the soil matrix rapidly reaches equilibrium with the pressure in the macropore in the areas near the soil surface, minimizing in this area the effect of gravity with a gradual exchange of water between the media. However, as the depth of the column increases the effect of the boundary condition is attenuated, accentuating the difference between the movement of water along the macroporous column

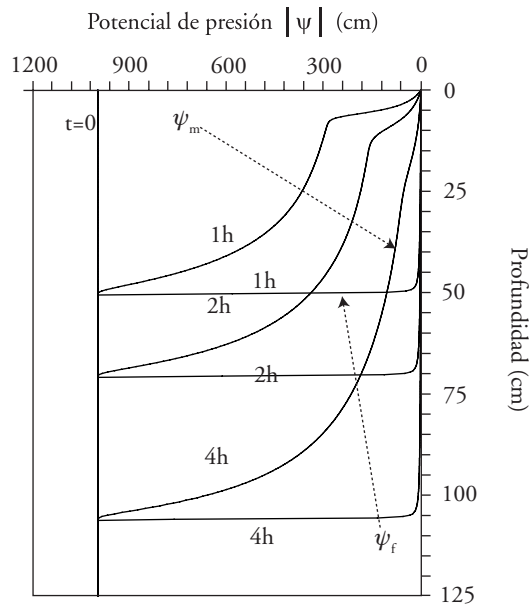


Figura 6. Distribución del potencial de presión del agua en la matriz (m) y el macroporo (f).

Figure 6. Distribution of the water pressure in the matrix (m) and macropore (f).

teniendo tasas de transferencias de agua mayores que las registradas en zonas próximas a la superficie. Al transcurrir el tiempo, los perfiles de humedad y presión se estabilizan porque se reduce el efecto de la condición de frontera en la matriz del suelo por la baja conductividad hidráulica de este medio. Al igual que en el escenario anterior, el flujo de agua a través de los macroporos es trascendental para definir la distribución de humedad en el suelo.

CONCLUSIONES

Se desarrolló un modelo de conductividad dual que incorpora funciones de retención de humedad y conductividad hidráulica diferentes para la matriz del suelo y sus macroporos. Este modelo no incorpora más parámetros respecto a los de la propuesta tradicional de usar funciones idénticas para ambos medios. Este modelo se aplicó a la simulación escenarios de riego en suelos macroporosos obteniendo soluciones consistentes y libres de oscilaciones, lo cual muestra su confiabilidad numérica. El modelo es una herramienta útil para analizar alternativas de aplicación del agua en suelos macroporosos que minimicen la percolación, mejoren la uniformidad del riego y minimicen el movimiento de los fertilizantes más allá de la profundidad de las raíces de los cultivos.

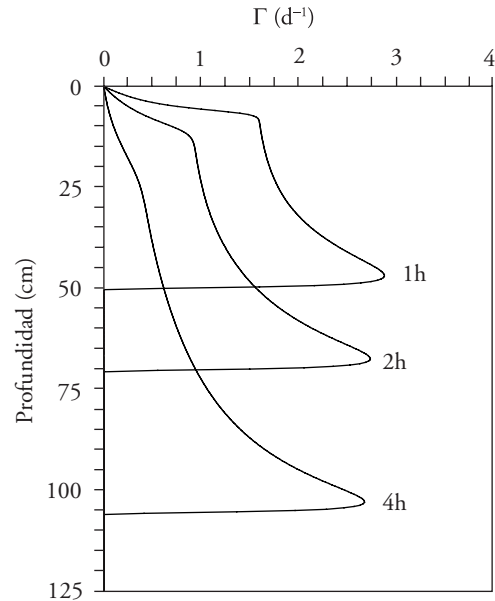


Figura 7. Distribución de la tasa de transferencia de agua (Γ_w) en diferentes tiempos.

Figure 7. Distribution of water transfer rate (Γ_w) at different periods of time.

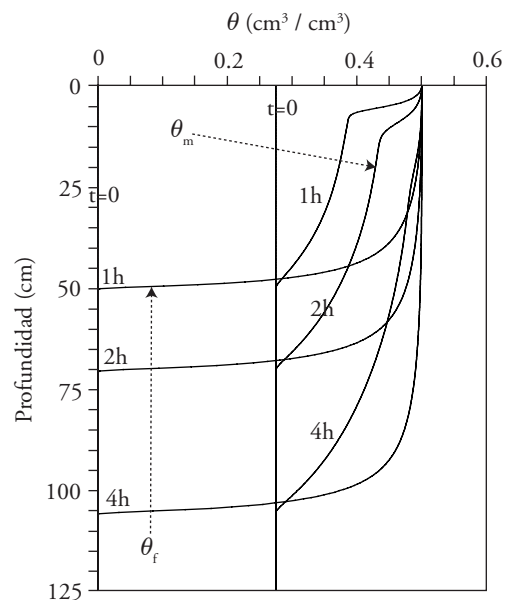


Figura 8. Distribución del contenido volumétrico de agua en la matriz (m) y el macroporo (f).

Figure 8. Distribution of the volumetric water content in the matrix (m) and macropore (f).

and the movement in the soil matrix column. This difference in movement causes the pressure along the column of macropores to rise faster than in the matrix, generating pressure differences that induce

La calibración experimental del modelo debe realizarse mediante procedimientos e información independiente para maximizar su capacidad predictiva. Las fracciones de macroporos y matriz deben estimar de muestras de suelo representativas del sitio, cuantificando los tamaños de los poros y aplicando la clasificación de macroporosidad. Para minimizar la cantidad de parámetros del modelo el contenido volumétrico residual puede suponerse nulo, aceptando la hipótesis de que la humedad en el suelo tiende a cero al aumentar la succión. Los parámetros m y n de la matriz y macroporos se estiman a partir de datos de porosidad volumétrica total y la curva granulométrica de cada medio. La caracterización hidrodinámica del suelo dual se completa determinando los parámetros de escala ψ_d y K_s de cada medio, iniciando de un evento transitorio de flujo de agua a través del suelo.

LITERATURA CITADA

- Celia, M. A., E. T. Bouloutas, and R. L. Zarba. 1990. A general mass conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.* 7: 1483-1496.
- Fuentes, C., F. Brambila, M. Vauclin, J-Y Parlange, and R. Haverkamp. 2001. Modelación fractal de la conductividad hidráulica de los suelos no saturados. *Ingeniería Hidráulica en México* 16 (2): 119-137.
- Gerke, H. H., and M. Th. van Genuchten. 1993. A dual porosity model for simulating the preferential movement of water and solutes in porous media. *Water Resour. Res.* 29 (2): 305-319.
- Gerke, H. H., and M. Th. van Genuchten. 1996. Macroscopic representation of structural geometry for simulating water movement in dual porosity media. *Adv. Water Resour.* 19 (6): 343-357.
- Gwo, J. P., P. M. Jardine, G. V. Wilson, and G. T. Yeh. 1995. A multiple pore region concept to modeling mass transfer in subsurface media. *J. Hydrol.* 164: 217-234.
- Kodešová, R., J. Šimunek, A. Nikodem, and V. Jirku. 2010. Estimation of the dual-permeability model parameters using tension disk infiltrometer and Guelph permeameter. *Vadose Zone J.* 9: 213-225.
- Othmer, H., B. Diekkrüger, and M. Kutilek. 1991. Bimodal porosity and unsaturated hydraulic conductivity. *Soil Sci.* 152 (3): 139-149.
- Richards, L. A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics* 1: 318-333.
- Schwartz, R. C., A. S. R. Juo, and K. J. McInnes. 2000. Estimating parameters for a dual-porosity model to describe non-equilibrium, reactive transport in a fine-textured soil. *J. Hydrol.* 229: 149-167.
- Šimunek, J., and M. Th. van Genuchten. 2008. Modeling non-equilibrium flow and transport processes using HYDRUS. *Vadose Zone J.* 7: 782-797.

water transfer from the macropore to the matrix, with water transfer rates being higher than those recorded in areas close to the surface. Over time, humidity and pressure profiles are stabilized because the effect of boundary condition in the soil matrix decreases due to the low hydraulic conductivity of the medium. As in the previous scenario, the water flow through the macropores is critical to define the distribution of moisture in the soil.

CONCLUSIONS

A dual-conductivity model that incorporates relationships for water retention and hydraulic conductivity that are different to the soil matrix and their macropores has been developed. This model does not incorporate more parameters with respect to those contained in the traditional approach of using identical functions for both porous media. The model was applied to the simulation of irrigation scenarios in macroporous soils obtaining consistent solutions free of oscillations, that show their numerical reliability. The model is a useful tool to analyze alternatives of applying water to macroporous soils in order to minimize percolation, improve the uniformity of irrigation and minimize the movement of fertilizers beyond the depth of the plants roots.

The experimental calibration of the model should be performed by using independent information and procedures in order to maximize its predictive capacity. The fraction of macropores and matrix should be estimated from soil samples representative of the site, quantifying the pore sizes and applying a classification of macroporosity. To minimize the amount of parameters of the model, the residual volumetric water content can be assumed to be null, accepting the hypothesis that the soil moisture tends to zero by increasing suction. The parameters m and n of the matrix and macropores can be estimated from total volume porosity data and the granulometric curve of each medium. The hydrodynamic characterization of the dual soil is completed by determining the parameters ψ_d and K_s of each medium, starting from a transient event of water flow through the soil.

—End of the English version—



- Van Genuchten, M. Th. 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of the unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 44: 892-898.
- Vogel, T., H.H. Gerke, R. Zhang, and M.Th. van Genuchten. 2000. Modeling flow and transport in a two-dimensional dual-permeability system with spatially variable hydraulic properties. *J. Hydrol.* 238: 78-89.
- Zienkiewicz, O.C., R.L. Taylor, and J.Z. Zhu. 2005. *The Finite Element Method. Its Basis and Fundamental*. Ed. Elsevier, Amsterdam. 733 p.
- Zimmerman, R. W., T. Hadgu, and G. S. Bodvarson. 1996. A new lumped-parameter model flow in unsaturated dual porosity media. *Adv. Water Resour.* 19 (5): 317-327.