

# EQUIVALENCIA AMBIENTAL EN LA PRODUCTIVIDAD DE LA VEGETACIÓN

## ENVIRONMENTAL EQUIVALENCE IN VEGETATION PRODUCTIVITY

Fernando Paz-Pellat\*, Magali Odi-Lara, Alejandro Cano-González,  
Martín A. Bolaños-González, Alfonso Zarco-Hidalgo

Campus Córdoba y Montecillo, Colegio de Postgraduados. Km. 36.5 Carretera México-Texcoco,  
56230.Montecillo, Estado de México (pellat@colpos.mx)

### RESUMEN

La estimación de la productividad de la vegetación por cambios ambientales o de manejo requiere de una modelación caso por caso, por lo que resulta en requerimientos altos de información. Una alternativa es usar un enfoque global que defina la relación, en forma compacta, entre la productividad y los factores ambientales o de manejo. En este trabajo se presenta el concepto de la equivalencia ambiental en la productividad de la vegetación, cultivos, usando para esto el modelo expo-lineal del crecimiento y la propiedad de un conjunto de líneas rectas que se intersectan en un punto común. Se presenta un marco teórico genérico para hacer equivalentes las productividades asociadas a diferentes niveles de estrés o manejo y a diferentes medios ambientales. Toda la variabilidad durante la etapa vegetativa puede ser compactada como un punto en un espacio supra-paramétrico. La evidencia experimental presentada soporta la propuesta teórica desarrollada.

**Palabras clave:** Equivalencia, espacio paramétrico y supra-paramétrico, modelo expo-lineal, productividad vegetación.

### INTRODUCCIÓN

La productividad (biomasa y área foliar, principalmente) de la vegetación es dependiente del medio ambiente (temperatura y radiación solar, principalmente) en que se desarrolla, además de factores de estrés y manejo (agua, nutrientes, plagas y enfermedades, competencia, etc.). La distinción entre ambiente y factores de estrés y manejo es algo arbitraria, ya que una variable asociada al medio ambiente como la temperatura puede ser controlada por manejo en un invernadero; no obstante lo anterior, la terminología utilizada es congruente con la de los modelos biofísicos (Jones y Kiniry, 1986). En lo general, el término de ambiente es usado en este trabajo para denotar una fecha de siembra, la cual tiene asociada una evolución temporal de variables agrometeorológicas que inciden en los patrones de

### ABSTRACT

Estimation of vegetation productivity due to environmental or management changes requires case by case modeling, resulting in high requirements of information. One alternative is to use a global approach that defines, in a compact form, the relationship between productivity and environmental or management factors. This paper presents the concept of environmental equivalence in vegetation productivity, or crops, using an expo-linear growth model and the property of a set of straight lines that intersect at a common point. A theoretical framework is presented to generate productivity equivalents associated with different levels of stress or management and in different environments. All of the variability occurring during the vegetative stage can be compacted as a supra-parametric point in space. The experimental evidence presented supports the theoretical proposal developed.

**Key words:** Equivalence, parametric and supra-parametric space, expo-linear model, vegetation productivity.

### INTRODUCTION

Vegetation productivity (biomass and leaf area, mainly) is dependent on the environment (temperature and solar radiation, mainly) in which it grows, as well as factors of stress and management (water, nutrients, pests and diseases, competition, etc.). The distinction between environment and factors of stress and management is somewhat arbitrary since a variable associated with the environment, such as temperature, can be controlled by management in a greenhouse. Nevertheless, the terminology used is congruent with that of biophysical models (Jones and Kiniry, 1986). In general, the term environment is used in this paper to denote sowing or planting date, which is associated with temporal evolution of agrometeorological variables that affect vegetation growth patterns. Modeling of factors influencing productivity can be done using semi-empirical mechanistic models (Jones and Kiniry, 1986; Spitters *et al.*, 1989; Stockle *et al.*, 2003) or mathematical functions with empirical bases (Hunt, 1982). In the first case, the number of variables is too

\*Autor responsable ❖ Author for correspondence.

Recibido: Diciembre, 2008. Aprobado: Agosto, 2009.

Publicado como ARTÍCULO en *Agrociencia* 43: 635-648. 2009.

crecimiento de la vegetación. La modelación de los factores incidentes en la productividad puede hacerse usando modelos mecanicistas semi-empíricos (Jones y Kiniry, 1986; Spitters *et al.*, 1989; Stockle *et al.*, 2003) o usando funciones matemáticas con bases empíricas (Hunt, 1982). En el primer caso, el número de variables es muy alto para predecir una o dos variables de salida de interés, además de la necesidad de conocer su variabilidad temporal. En el segundo caso, las funciones matemáticas no tienen un significado biofísico, por lo que resultan muy restringidas en las aplicaciones.

En la perspectiva de las aplicaciones de los sensores remotos, donde se observan los resultados del proceso biológico del crecimiento de la vegetación, es necesaria una formulación general que permita caracterizar en forma adecuada la productividad. En este trabajo se plantea un esquema integral para hacer equivalentes las condiciones ambientales, incluyendo los factores de manejo y estrés, de tal forma que se puedan interpretar las funciones del crecimiento de la vegetación en un marco unificado. Aunque los resultados presentados son para tres cultivos, los argumentos son válidos para otros tipos de vegetación, incluida la arbórea; esto es discutido en otros trabajos de los autores.

### MODELO DEL CRECIMIENTO DE LA VEGETACIÓN

En el espacio del tiempo, la modelación del crecimiento de la vegetación (índice de área foliar o IAF y biomasa o B en peso (a menos que se defina lo contrario, B es usado en términos genéricos para denotar biomasa seca o fresca) por unidad de área (representadas en forma general por la variable V) en la etapa vegetativa, se compone de dos fases: una exponencial y una lineal. La solución clásica de estas dinámicas (consultar cualquier texto de ecuaciones diferenciales) está dada por:

Crecimiento exponencial:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= RV \\ V(t) &= V(0) \exp(Rt) \end{aligned} \quad (1)$$

Crecimiento lineal:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= C \\ V(t) &= C(t - t_b) \end{aligned} \quad (2)$$

high for prediction of only one or two output variables of interest; moreover, temporal variability must be known. In the second case, mathematical functions have no biophysical meaning and so are limited in their application.

In the perspective of remote sensing applications, in which the results of the biological growth process of vegetation is observed, a general formulation is necessary to be able to adequately characterize productivity. In this paper, an integral scheme is proposed for making equivalent environmental conditions, including stress and management factors, in such a way as to be able to interpret the growth functions within a unified framework. Although the results are presented for three crops, the arguments are valid for other types of vegetation, such as tree stands, which we discuss in other papers.

### MODEL OF VEGETATION GROWTH

In the space of time, modeling vegetation growth (leaf area index, or LAI, and biomass, or B weight; unless the contrary is defined, B is used in generic terms to denote dry and fresh biomass) by unit of area (represented generally by the variable V) in the vegetative stage, comprises two phases: one exponential and one linear. The classical solution of these dynamics (check any textbook of differential equations) is given by:

Exponential growth:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= RV \\ V(t) &= V(0) \exp(Rt) \end{aligned} \quad (1)$$

Linear growth:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= C \\ V(t) &= C(t - t_b) \end{aligned} \quad (2)$$

where,  $R$  is a relative growth rate,  $C$  is the maximum growth rate, and  $t_b$  is the time when  $V(t) = 0$  in the linear phase.

Although it is possible to analyze the two phases separately, by making them compatible at the transition points (Lieth *et al.*, 1996), we can generate a model with a gradual transition between the two types of growth. Thus, at the moment of the transition from exponential to linear growth, the growth rates should equal:

donde,  $R$  es una tasa relativa de crecimiento,  $C$  es la tasa máxima de crecimiento y  $t_b$  es el tiempo cuando  $V(t) = 0$  en la fase lineal.

Aunque es posible analizar las dos fases por separado, al hacerlas compatibles en los puntos de transición (Lieth *et al.*, 1996), podemos generar un modelo con una transición gradual entre ambos tipos de crecimiento. Así, en el momento de la transición del crecimiento exponencial al lineal, las tasas de crecimiento deben ser iguales:

$$RV = C \quad (3)$$

El modelo expo-lineal es simplemente la solución de los dos tipos de crecimiento representados por las ecuaciones diferenciales (1) y (2), sujeta a la condición dada por la relación (3) (Goudriaan, 1994):

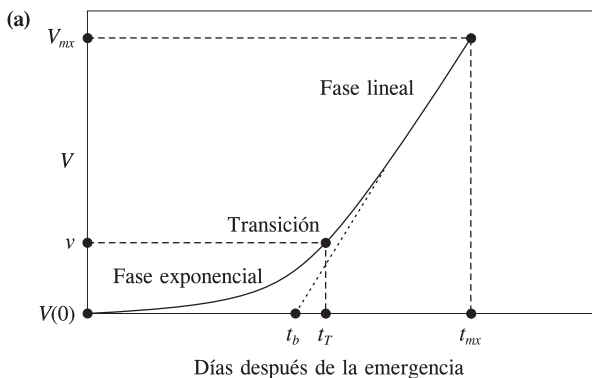
$$V(t) = \frac{C}{R} \ln \left\{ 1 + \exp \left[ R(t - t_b) \right] \right\} \quad (4)$$

Con las siguientes características:

$$\begin{aligned} V(t = t_T) &= \frac{C}{R} \\ t_T &= t_b + \frac{0.541}{R} \end{aligned} \quad (5)$$

donde,  $t_T$  es el tiempo donde la condición (3) se cumple.

En la Figura 1a se muestra el modelo expo-lineal del crecimiento de la vegetación, exhibiendo las características definidas previamente y en la 1b se muestra una transformación invariante (conservación de la métrica asociada) del modelo.



$$RV = C \quad (3)$$

The expo-linear model is simply the solution to the differential equations (1) and (2) representing the two types of growth and subject to the condition given by the relationship (3) (Goudriaan, 1994):

$$V(t) = \frac{C}{R} \ln \left\{ 1 + \exp \left[ R(t - t_b) \right] \right\} \quad (4)$$

with the following characteristics:

$$\begin{aligned} V(t = t_T) &= \frac{C}{R} \\ t_T &= t_b + \frac{0.541}{R} \end{aligned} \quad (5)$$

where,  $t_T$  is the time in which condition (3) is satisfied.

Figure 1a shows the expo-linear vegetation growth model, exhibiting the characteristics defined previously, and 1b shows an invariant transformation (conservation of the associated metric) of the model.

The introduced expo-linear model is used to show the concept of environmental equivalence and does not implicate a label of superiority relative to other models. The arguments discussed below can be applied to other mathematical models, after their linear transformation.

The expo-linear model was developed for LAI by Ferrandino (1989) using the hypothesis of homogeneous medium (turbid medium in terms of radiative transference) and by Goudriaan and Monteith (1990) for B, using a linear relationship between LAI and B. The invariant transformation of Figure 1b is discussed by Monteith (2000).

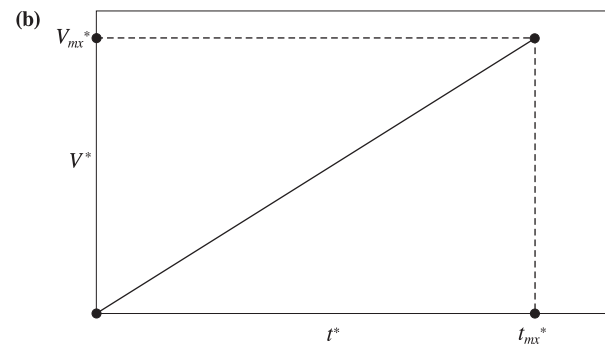


Figura 1. (a) Modelo expo-lineal y sus rasgos y (b) transformación lineal, invariante, del modelo.

Figure 1. (a) Expo-linear model and its features, and (b) linear transformation, invariant, of the model.

El modelo expo-lineal introducido es usado para mostrar el concepto de equivalencia ambiental y no implica una etiqueta de superioridad en relación a otros modelos. Los argumentos discutidos más adelante pueden ser aplicados a otros modelos matemáticos, después de su transformación lineal.

El modelo expo-lineal fue desarrollado para el IAF por Ferrandino (1989) usando la hipótesis de medio homogéneo (medio turbio en términos de transferencia radiativa) y por Goudriaan y Monteith (1990) para la B, usando una relación lineal entre el IAF y la B. La transformación invariante de la Figura 1b es discutida por Monteith (2000).

En la Figura 2 se muestra el crecimiento del IAF para un cultivo de maíz (Huete *et al.*, 1985) donde se presenta una fase reproductiva, en la que las propiedades geométricas u ópticas varían en relación a la fase expo-lineal (etapa vegetativa). Tal como se discute más adelante, la etapa vegetativa (su pendiente) define la productividad de la vegetación.

La transición entre la fase exponencial y la reproductiva (representada por una función exponencial o de otro tipo) puede ser modelada en forma similar que el caso de la transición exponencial a la lineal (Goudriaan, 1994); aunque el modelo es un sigmoide simétrico que puede generalizarse a uno asimétrico (Yin *et al.*, 2003), pero con una pérdida de interpretación biofísica. Los modelos expo-lineales y sus generalizaciones discutidas utilizan la hipótesis de medios ambientes relativamente similares (principalmente la radiación fotosintética activa), por lo que es posible generalizarlos a medios ambientes variables (Monteith, 2000). No obstante esto, Yuan y Bland (2004) mostraron que los beneficios del modelo ambientalmente variable no mejoran apreciablemente los resultados de ambiente constante, por lo que la estructura matemática del modelo expo-lineal, ecuación (4) puede ser usada en términos generales. Paz<sup>[1]</sup> analiza esta situación, desde el punto de vista teórico y experimental, tanto para medios homogéneos, heterogéneos y multi-componentes de la vegetación, concluyendo que el modelo expo-lineal es suficientemente general para ser usado en aplicaciones prácticas.

#### FUNDAMENTOS DE LAS RELACIONES EN ESPACIOS META-PARAMÉTRICOS

Se puede analizar sólo la fase lineal del modelo expo-lineal discutido anteriormente o una transformación aproximadamente lineal del modelo, tal como la mostrada en la Figura 1b. El uso de la fase lineal o

Figure 2 shows LAI growth for a maize crop (Huete *et al.*, 1985) showing its reproductive phase, in which the geometric or optical properties vary in relation to the expo-linear phase (vegetative stage). As discussed below, the vegetative stage (its slope) defines vegetation productivity.

The transition between the exponential and the reproductive phases (represented by an exponential or other type of function) can be modeled in a way similar to the case of the transition from exponential to linear (Goudriaan, 1994), although the model is a symmetric sigmoid that can be generalized to an asymmetric sigmoid (Yin *et al.*, 2003) but with loss of biophysical interpretation. The discussed expo-linear models and their generalizations use the hypothesis of relatively similar environments (mainly, photosynthetic active radiation), and thus it is possible to generalize them to variable environments (Monteith, 2000). In spite of this, Yuan and Bland (2004) showed that the benefits of the variable environmental model does not appreciably improve the results of constant environment, and so the mathematical structure of the expo-linear model, equation (4) can be used in general terms. Paz<sup>[1]</sup> analyzes this situation from a theoretical and experimental viewpoint, for homogeneous and heterogeneous mediums, as well as for multi-component vegetation, concluding that the expo-linear model is sufficiently general to be used in practical applications.

#### FUNDAMENTALS OF THE RELATIONSHIPS IN META-PARAMETRIC SPACES

It could be possible to analyze only the linear phase of the expo-linear model discussed before or a transformation approximately linear model, like the

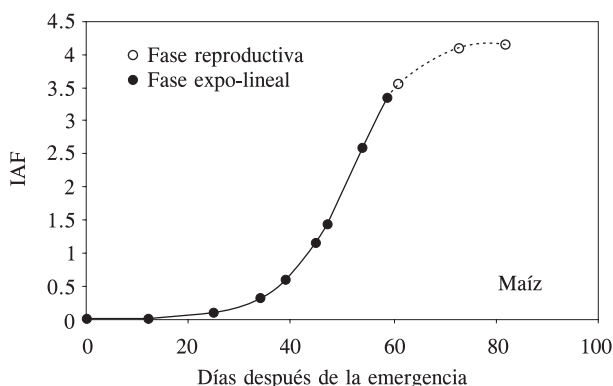


Figura 2. Patrón temporal del IAF en un maíz (Huete *et al.*, 1985).

Figure 2. LAI temporal pattern in maize (Huete *et al.*, 1985).

<sup>1</sup> Paz, F. 2006. Hacia una teoría general de modelación de la dinámica de la vegetación. Reporte septiembre para AGROASEMEX. 43 p.

una transformación lineal de la etapa vegetativa es un requisito para los desarrollos mostrados, pero éstos pueden ser presentados en igual forma, aunque más compleja, para curvas de crecimiento que tienen un punto de intersección.

Para definir el contexto de las propiedades de los patrones del crecimiento de la vegetación, fase lineal, podemos analizar un conjunto de líneas rectas que se intersectan en un punto cualquiera (Figura 3a). Bajo esta consideración, las intersecciones  $a_k$  y las pendientes  $b_k$  de las líneas rectas ( $V = a_k + b_k t$ ) tienen una relación lineal (Figura 3b), definiendo un espacio meta-paramétrico dependiente de las constantes  $A$  y  $B$  ( $b_k = A + Ba_k$ ).

En el caso particular del modelo expo-lineal se puede establecer la hipótesis; la tasa de crecimiento relativa  $R$  es más o menos constante (los niveles de estrés y manejo, hasta un umbral crítico, tienen poco efecto), por lo que se espera que las fases lineales tengan un punto aproximado de intersección (Goudriaan y Monteith, 1990; Goudriaan, 1994), como se muestra en la Figura 3.

### EQUIVALENCIA AMBIENTAL DE LA PRODUCTIVIDAD DE LA VEGETACIÓN

Para poder hacer equivalentes los medios ambientes (clima) y factores de estrés y manejo, es conveniente analizarlos por separado.

#### Medio ambiente fijo (misma fecha de inicio del crecimiento)

Considerando la variable de productividad  $V_{i,j}$ , donde  $i$  se refiere al nivel de estrés o manejo para un medio ambiente  $j$  ( $j = 1$ , por ejemplo, en nuestro caso), en la Figura 3a se muestra la situación donde el nivel de estrés  $i$  se manifiesta en un cambio de la pendiente  $b_{i,j}$  en el espacio del tiempo, haciendo un cambio de origen en el punto donde las fases lineales aproximadamente se intersectan (Figura 4a). Se puede suponer que un cambio de pendiente implica un cambio en la productividad de la vegetación (Figura 4b). En la Figura 4b se ha conservado el origen inicial de acuerdo con la Figura 4a, pero las  $a_{i,j}$  se hicieron positivas (multiplicadas por  $-1$ ) y la relación lineal entre  $a_{i,j}$  y  $b_{i,j}$  se ha modificado restando a los valores de las  $b_{i,j}$  la intersección con ese eje. Así, con la estimación de la pendiente de las fases lineales de la etapa vegetativa del crecimiento podemos estimar la productividad de la vegetación, ya que para una fecha determinada la pendiente es equivalente a un cambio en la productividad  $V$ .

showed in the Figure 1b. The use of the linear phase or a linear transformation of the vegetative stage is a requirement for the developments showed but these may be shown in a similar manner, for growing curves that have a intersection point.

To define the context of the properties of the growth pattern of the vegetation, initial stage, a group of straight lines intersected at any point could be analyzed (Figure 3a). Under this consideration, the intersects  $a_k$  and the slopes  $b_k$  of the straight lines ( $V = a_k + b_k t$ ) they have a linear relation (Figure 3b), defining a meta-parametric space depending of the constants  $A$  and  $B$  ( $b_k = A + Ba_k$ ).

In the particular case of the expo-linear model it could be established the hypothesis; the relative growth rate is more or less constant (the levels of stress and management, up to a critical threshold, have few effect), so that it is expected that the linear phases have an approximated intersection point (Goudriaan and Monteith, 1990; Goudriaan, 1994) as it is shown in Figure 3.

### ENVIRONMENTAL EQUIVALENCE OF THE VEGETATION PRODUCTIVITY

To be able to make environments (climate) and stress and management factors equivalent, it is convenient to analyze them separately.

#### Fixed environment (same date of initial growth)

Considering the variable of productivity  $V_{ij}$ , where  $i$  refers to the level of stress or management for an environment  $j$  ( $j = 1$ , for example, in our case), Figure 3a shows the situation in which the level of stress  $i$  is manifested in a change of the slope  $b_{i,j}$  in the space of time. Making a change of intercept at the point where

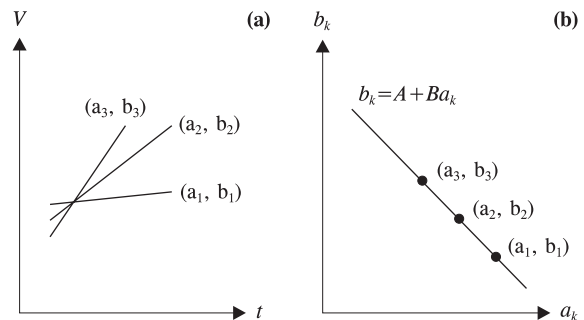


Figura 3. (a) Líneas rectas intersectándose en un punto y (b) relación entre las intersecciones y pendientes correspondientes.

Figure 3. (a) Straight lines intersecting at one point and (b) relationship between intersections and corresponding slopes.

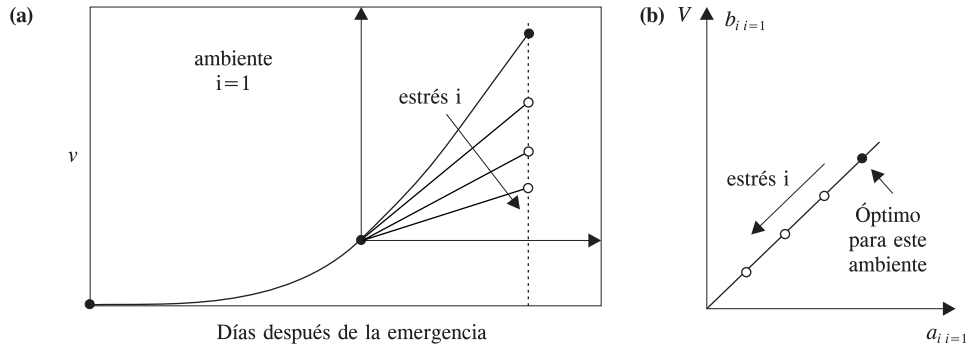


Figura 4. (a) Efecto del estrés en el modelo expo-lineal (ambiente constante) y (b) relación entre la intersección  $a_{i,j}$  y la pendiente  $b_{i,j}$ , usando un cambio de origen en el punto de intersección de las fases lineales asociadas al estrés en la vegetación.  
 Figure 4. (a) Effect of stress in the expo-linear model (constant environment) and (b) relationship between the intersection  $a_{i,j}$  and the slope  $b_{i,j}$ , using a change of intercept at the point of intersection of the linear phases associated with stress in the vegetation.

**Medio ambiente variable  
(diferentes fechas de inicio del crecimiento)**

Usando un cambio de origen similar al mostrado en la Figura 4a, para el caso de medios ambientes variables ( $j$  variable), podemos analizar el caso de un mismo nivel de estrés ( $i = 1$ , por ejemplo, en nuestro caso), Figura 5a, después de hacer que los inicios del crecimiento de la vegetación sean coincidentes (translación de orígenes a uno en común), Figura 5b.

En la Figura 5b se muestra que las intersecciones y pendientes de las curvas de crecimiento temporales para el nivel de estrés  $i$  y medios ambientes  $j$  variables puede ser aproximada por una relación lineal usando argumentos similares a los definidos en la Figura 3. Para cada punto  $(a_{i,j}, b_{i,j})$ , podemos trazar una línea recta desde el punto hasta el origen, en forma similar al caso de la Figura 4b y que representa las trayectorias de diferentes niveles de estrés para un ambiente  $j$  dado.

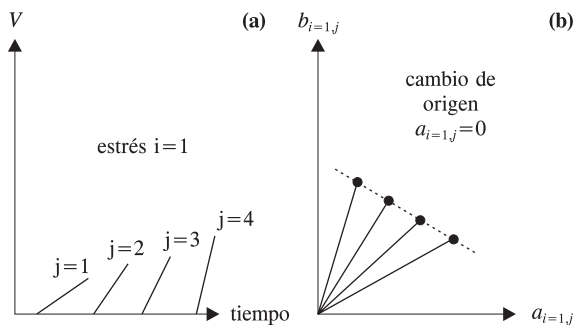


Figura 5. (a) Ambientes diferentes con mismo nivel de estrés y (b) relación entre  $a_{i,j}$  y  $b_{i,j}$  (línea punteada).  
 Figure 5. (a) Different environments with the same level of stress and (b) relationship between  $a_{i,j}$  and  $b_{i,j}$  (dotted line).

the linear phases intersect approximately (Figure 4a), we can assume that a change in slope implies a change in vegetation productivity (Figure 4b). In Figure 4b the initial intercept of Figure 4a is conserved, but  $a_{i,j}$  have been made positive (multiplied by  $-1$ ) and the linear relationship between  $a_{i,j}$  and  $b_{i,j}$  has been modified by subtracting the intersection at this axis from the values of  $b_{i,j}$ . Thus, with the estimation of the slope of the linear phases of the vegetative growth stage, we can estimate vegetation productivity since, for a given date, the slope is equivalent to a change in  $V$  productivity.

**Variable environment  
(different dates of initial growth)**

Using a change in intercept similar to that shown in Figure 4a, for the case of variable environments ( $j$  variable), we can analyze the case of a single level of stress ( $i = 1$ , for example, in our case), Figure 5a, after making initial growths coincide (translation of intercepts to one in common), Figure 5b.

Figure 5b shows that the intersections and slopes of the temporal growth curves for the  $i$  level of stress and  $j$  variable environments can be approximated by a linear relationship using arguments similar to those defined in Figure 3. For each point  $(a_{i,j}, b_{i,j})$  we can draw a straight line from the point to the intercept, in a way similar to the case of Figure 4b, to represent the trajectories of different levels of stress for a given environment  $j$ .

**General model of environmental equivalence**

In a situation in which the environment and the levels of stress or management vary simultaneously,

### Modelo general de equivalencia ambiental

En la situación donde el ambiente y los niveles de estrés o manejo varían simultáneamente, en la Figura 6a se muestra cómo varía la pendiente de las líneas rectas de la fase lineal (o la fase expo-lineal transformada linealmente) del crecimiento de la vegetación. En la Figura 6b (línea punteada fuerte) se muestra el concepto de equivalencias ambientales en la productividad, donde para un valor de ésta, las intersecciones (ambientes y niveles de estrés) en la fase lineal del crecimiento de la vegetación pueden ser múltiples y equivalentes, dependiendo de  $i$  y  $j$ .

En la Figura 6a se muestra con una línea recta diferentes estreses asociados a un ambiente potencial donde la vegetación puede alcanzar su potencial genético productivo, Figura 6b.

La Figura 6a puede ser compactada en una ecuación que caracterice el espacio meta-paramétrico de los ambientes que definen las líneas  $b_{i,j} = A_{i,j} + B_{i,j}a_{i,j}$  (ver Figura 3b):

$$B_{i,j} = AA + BB A_{i,j} \quad (6)$$

Los parámetros  $AA$  y  $BB$  caracterizan todos los patrones del crecimiento de una vegetación particular, por lo que pueden ser analizados en un espacio supra-paramétrico (de los parámetros de las líneas rectas del espacio meta-paramétrico) para compararlos en relación a otro tipo de vegetación.

### EVIDENCIA EXPERIMENTAL

En este apartado se revisan varios experimentos realizados en las instalaciones del Colegio de Postgraduados en Montecillo, Estado de México, México, bajo las siguientes consideraciones: dado que las mediciones del IAF o  $B$  son destructivas, la hipótesis de representatividad de estos datos para un tratamiento y repetición particular fueron revisadas usando diferentes espacios de representación y variables medidas; es decir, se analizaron en forma simultánea mediciones de biomasa, área foliar y altura, revisando las relaciones entre ellas y en el tiempo, para detectar patrones biofísicamente incongruentes. Sólo en aquellos casos donde existía coherencia de patrones se retuvieron los datos para análisis posteriores. Las repeticiones de cada tratamiento fueron consideradas en forma individual, para evitar la hipótesis de homogeneidad física, estacionariedad estadística, asociada a los diseños experimentales. Finalmente, el modelo expo-lineal fue ajustado a través de un proceso de minimización no lineal del error cuadrático de estimación y sólo las

Figure 6a shows how the slopes of the straight lines of the linear phase (expo-linear phase transformed linearly) of vegetation growth vary. Figure 6b (thick dotted line) shows the concept of environmental equivalences in productivity, where for one of its values, the intersections (environments and levels of stress) in the linear growth phase of the vegetation can be multiple and equivalent, depending on  $i$  and  $j$ .

Figure 6a shows, with a straight line, different stresses associated with a potential environment where the vegetation can reach its genetic productive potential, Figure 6a.

Figure 6a can be compacted into an equation that characterizes the meta-parametric space of the environments that define lines  $b_{i,j} = A_{i,j} + B_{i,j}a_{i,j}$  (See Figure 3b):

$$B_{i,j} = AA + BB A_{i,j} \quad (6)$$

Parameters  $AA$  and  $BB$  characterize all of the growth patterns of a particular vegetation and thus can be analyzed in a supra-parametric space (from the parameters of the straight lines of the meta-parametric space) to compare them to another type of vegetation.

### EXPERIMENTAL EVIDENCE

In this section, several experiments conducted in the installations of the Colegio de Postgraduados, State of México, México, are reviewed under the following considerations. Given that measurements of LAI or  $B$  are destructive, the hypothesis of representativeness of this data for a particular treatment and replication were reviewed using different representation spaces and measured variables; that is, measurements of biomass, leaf area and height were analyzed simultaneously, reviewing the relationships among them and over time to detect biophysically incongruent patterns. Only

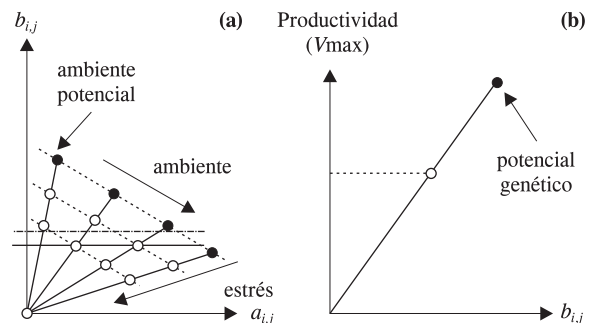


Figura 6. (a) Modelo general entre  $a_{i,j}$  y  $b_{i,j}$  y (b) equivalencia ambiental en la productividad de la vegetación.  
Figure 6. (a) General model between  $a_{i,j}$  and  $b_{i,j}$  and (b) environmental equivalence in vegetation productivity.

curvas con dos o más datos en la fase lineal fueron analizadas. En ningún caso de los mostrados más adelante se realizó un proceso de re-centrado de las curvas de crecimiento.

### Experimento con tomate en invernadero

Solorio (2007)<sup>[2]</sup> realizó un experimento con tomate variedad Río Grande a través de la siembra de 500 semillas en un almacigo de charolas de plástico llenas con sustrato de turba de musgo (peat moss). La germinación ocurrió 3 d de la siembra y permaneció en el almacigo 42 d, tiempo durante el cual se le proporcionaron 14 riegos. A continuación, se realizó el trasplante en macetas de plástico con forma de cono truncado, conteniendo un sustrato de tezontle graduado a 2 mm de diámetro, con un orificio para drenar excedencias de agua y un filtro que impide el deslave. Los tratamientos al cultivo consistieron en variaciones de nitrógeno y humedad, en niveles óptimos y restrictivos. De estos factores, se propusieron tres niveles de nitrógeno (100 %, 50 % y 10 % respecto a la dosis óptima requerida por la planta) combinados con dos niveles de humedad (100 % y 27 % del consumo de la humedad aprovechable a capacidad de contenedor, determinada por mediciones directas), de donde se obtuvieron seis tratamientos. Para dosificar el N se procedió conforme al equivalente a la solución de Steiner (Steiner, 1984), usando  $280 \text{ kg ha}^{-1}$  de N. Se realizaron tres repeticiones de cada tratamiento, obteniéndose 18 parcelas experimentales, las cuales fueron distribuidas al azar dentro del invernadero. Con respecto al control de plagas del cultivo, se realizaron 10 aplicaciones preventivas principalmente contra mosquita blanca usando Plenum<sup>MR</sup> (ingredientes activos: picloram 8 % y fluroxypyr 8 %) diluido en agua ( $3 \text{ g L}^{-1}$ ) y DAP-PLUS<sup>MR</sup> (ingredientes activos: ácido fosfórico 32 % y nonil fenol etoxilado 38 %) ( $1 \text{ mL L}^{-1}$ ), aplicado con mochila aspersora, a razón de 0.5 y 1 L por parcela experimental, dependiendo del crecimiento de las plantas.

### Experimento de cebada en parcelas

Romero (1987)<sup>[3]</sup> realizó un experimento con cebada (*Hordeum vulgare* L.) donde utilizó un diseño experimental, considerando como factores la variación del régimen de humedad del suelo en tres etapas de desarrollo de la cebada: vegetativa, reproductiva y

in those cases where patterns were coherent were data retained for later analysis. The replications of each treatment were considered individually to avoid the hypothesis of physical homogeneity, statistical stationarity, associated with experimental designs. Finally, the expo-linear model was adjusted through a process of non-linear minimization of the quadratic error of estimation, and only the curves with two or more data in the linear phase were analyzed. In none of the cases shown below was a process of re-centering growth curves carried out.

### Experiment with greenhouse tomato

Solorio (2007)<sup>[2]</sup> conducted an experiment with Río Grande variety tomatoes; he sowed 500 seeds in plastic germinating trays filled with peat moss. Germination occurred 3 d after sowing and seedlings were kept in the trays for 42 d, during which they were watered 14 times. Seedlings were then transplanted to plastic truncated cone pots containing a substrate of red volcanic sand sieved to 2 mm in diameter; the pots had a hole to drain excess water and a filter to prevent soil from washing out. Crop treatments consisted of variations in nitrogen and moisture, at optimal and restricted levels. Of these factors, three levels of nitrogen (100 %, 50 % and 10 % of the optimal dosage required by the plant) combined with two levels of moisture (100 % and 27 % of the available moisture measured directly relative to container capacity), resulting in six treatments. For the N dosage, a solution equivalent to the Steiner solution (Steiner, 1984) was made:  $280 \text{ kg ha}^{-1}$  N. Each treatment was replicated three times, obtaining 18 experimental plots, which were distributed randomly in the greenhouse. For pest control, 10 preventive applications were performed, mainly against white fly using Plenum<sup>TM</sup> (active ingredients: 8 % picloram and 8 % fluroxypyr) diluted in water ( $3 \text{ g L}^{-1}$ ) and DAP-PLUS<sup>TM</sup> (active ingredients: 32 % phosphoric acid and 38 % nonylphenol ethoxylate) ( $1 \text{ mL L}^{-1}$ ) applied with a backpack sprayer in a proportion of 0.5 and 1 L per experimental plot, depending on plant growth.

### Experiment with barley in plots

Romero (1987)<sup>[3]</sup> conducted an experiment with barley (*Hordeum vulgare* L.) for which he used an experimental design considering as factors the variation in the soil moisture regime in three stages of barley

<sup>2</sup> Solorio, N. 2007. Modelo semi-empírico de simulación del crecimiento del cultivo tomate (*Lycopersicon esculentum* Mill) en invernadero, bajo restricción hídrica y de nitrógeno, Tesis de Maestría, Hidrociencias, Colegio de Postgraduados, Montecillo, México. 62 p.

<sup>3</sup> Romero, M. E. 1987. Respuesta de la cebada (*Hordeum vulgare* L.) a variaciones de la humedad en diferentes etapas de crecimiento. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. 181 p.



maduración. En cada factor se ensayaron cuatro valores de tensión de la humedad en el suelo: 0.5, 3.0, 5.5, y 8.0 atm, equivalentes a 80, 35, 20 y 10 % de humedad aprovechable residual en el suelo. A los tratamientos obtenidos con la matriz experimental se adicionaron otros dos: 0.36 y 15 atm, correspondientes a 85 % y 0 % de humedad aprovechable residual. Los tratamientos se distribuyeron en un diseño experimental de bloques al azar con cuatro repeticiones. Se utilizaron parcelas experimentales de 3 m×3 m las cuales se delimitaron por bordos de 30 cm de altura. Se dejó un espacio de 3.0 m entre parcelas para evitar traslapes de humedad. Las parcelas se protegieron contra la lluvia utilizando estructuras protectoras.

La siembra se realizó de forma manual y en seco (18 de diciembre de 1985), dejando una separación de 18 cm entre hileras. Se utilizó la variedad cerro prieto, con una densidad de siembra de 100 kg ha<sup>-1</sup> y también se sembraron las calles entre parcelas y alrededor del lote experimental.

La fertilización fue manual, con la fórmula 100-60-00 kg ha<sup>-1</sup> (N, P, K). Se utilizó urea como fuente de N y superfosfato triple de calcio como fuente de P. La mitad del N y todo el P se aplicaron en la siembra y la mitad restante de N aproximadamente al mes de la germinación, haciéndola coincidir con un riego de auxilio. Las malezas se controlaron manualmente. Para controlar plagas se realizaron dos aplicaciones de folidol al 50 %, en las dos primeras semanas de marzo y abril, para controlar pequeñas infestaciones de pulgón de la hoja (*Rhopalosiphum padi*). Después de la siembra se aplicó el riego de germinación; los riegos de auxilio se proporcionaron cuando la humedad en la zona radical del suelo llegó a los niveles definidos para el experimento (0.5, 3.0, 5.5, y 8.0 atm o 80, 35, 20 y 10 %) o cuando el cultivo consumió 20, 65, 80 y 90 % de la humedad aprovechable en el suelo. Los volúmenes suministrados fueron los requeridos para reponer el agua consumida por el cultivo. Los riegos se suspendieron cuando el cultivo alcanzó la madurez fisiológica. La humedad en el perfil del suelo se estimó, de forma simultánea, con el método gravimétrico y con un aspersor de neutrones. En las parcelas seleccionadas para este fin (parcelas útil), se muestreó la humedad por estratos de 20 cm (en el caso del aspersor de neutrones no se realizó muestreo en los primeros 20 cm del suelo).

Durante el desarrollo del cultivo se midió el área foliar para obtener el índice de área foliar (IAF), cada 15 d. Para no destruir las plantas se utilizó el procedimiento de correlacionar el producto obtenido de multiplicar el largo por el ancho de la hoja con mediciones del área foliar obtenido por medio de un integrador de áreas. Las variables de respuesta fueron:

development: vegetative, reproductive and maturity. In each factor four values of soil moisture tension were tested: 0.5, 3.0, 5.5 and 8.0 atm, equivalent to 80, 35, 20 and 10 % available residual soil moisture. To the treatments obtained with the experimental matrix, another two were added: 0.36 and 15 atm, corresponding to 85 % and 0 % available residual moisture. The treatments were distributed in a random block experimental design with four replications. Experimental plot were 3 m×3 m bounded by 30 cm high rim. Plots were separated by a 3.0 m space to prevent overlapping moisture. Protective structures protected the plots from rain.

Sowing was done manually in dry land (18 December 1985), leaving 18 cm between rows. The variety Cerro Prieto was used at a density of 100 kg seed ha<sup>-1</sup>; the areas between plots and around the experimental field were also sown.

Fertilization was manual, with the formula 100-60-00 kg ha<sup>-1</sup> (N, P, K). Urea was used as the N source and calcium triple superphosphate was the source of P. Half of the N and all of the P was applied at planting and the remaining half of the N at approximately one month after germination, coinciding with one application of auxiliary irrigation. Weeds were controlled manually. To control pests, 50 % Folidol was applied twice in the first two weeks of March and April to control small infestations of leaf aphid (*Rhopalosiphum padi*). After sowing, the plots were irrigated to promote germination; auxiliary irrigation was provided when soil moisture in the root zone reached the levels defined by the experiment (0.5, 3.0, 5.5 and 8.0 atm, or 80, 35, 20 and 10 %) or when the crop consumed 20, 65, 80 and 90 % of the available soil moisture. The supplied volumes were those needed to replace the water consumed by the crop. Irrigation was suspended when the crop reached physiological maturity. Moisture in the soil profile was estimated simultaneously by the gravimetric method and by a neutron probe. In the plots selected for this (useful plots), moisture was sampled by 20 cm strata (in the case of the neutron probe, the first 20 cm of soil was not sampled).

During crop development, leaf area was measured every two weeks to obtain the leaf area index (LAI). To avoid destroying the plants, the procedure of correlating the product of the length multiplied by the width of the leaf with an integrator of areas was used. The response variables were grain yield (t ha<sup>-1</sup>), total dry matter yield (t ha<sup>-1</sup>), grain protein content (%), grain extract content (%), final population of stems (number of stems at the end of the cycle), final plant height (cm), spike length (cm) and weight of 100 grains (g).

rendimiento de grano ( $t\ ha^{-1}$ ), rendimiento total de materia seca ( $t\ ha^{-1}$ ), contenido de proteína en grano (%), contenido de extracto en el grano (%), población final de tallos (No. de tallos al final del ciclo), altura final de plantas (cm), longitud de espigas (cm) y peso de 100 granos (g).

### Experimento de coquia en parcelas

Hoechst (1992)<sup>[4]</sup> realizó un experimento con coquia (*Kochia scoparia* L. Schrad) usando semilla proveniente de Vega, Texas, EE.UU. Antes de trazar las parcelas experimentales se realizó un barbecho, un rastreo y una nivelación del suelo. Cada parcela experimental fue de  $6\ m \times 9\ m$ , con las calles entre parcelas de 2 m. La siembra se efectuó en forma manual a "chorrillo", con un promedio de trescientos gramos de semilla en cada parcela. En todas las parcelas se aplicaron tres dosis de N:  $0\ kg\ ha^{-1}$ ,  $60\ kg\ ha^{-1}$  y  $120\ kg\ ha^{-1}$  (como nitrato de amonio y urea); y  $80\ kg\ ha^{-1}$  de P (como superfosfato de calcio triple). La fertilización se realizó en bandas sobre el surco, antes de la siembra y por única vez. El fertilizante se cubrió con tierra después de aplicarlo. El control de malezas se realizó manualmente. Los riegos se aplicaron usando una lamina de 33.3 mm de agua durante diferentes tiempos de acuerdo a las fechas de siembra, para mantener una humedad homogénea. Para cada fecha de siembra se mantuvo el cultivo a base de riegos hasta que se estableció el temporal de lluvias.

Las variables biológicas fueron: peso húmedo de la planta, peso seco de la planta, altura de la planta, duración de periodos de desarrollo, fecha de floración y producción de semilla.

Se utilizó un diseño experimental de parcelas divididas, considerando los siguientes factores: fechas de siembra, dosis de fertilización y fuente de N. Para el factor de fechas de siembra se escogieron 6 niveles: 6-III-90, 15-III-90, 30-III-90, 16-IV-90, 30-IV-90 y 15-V-90. Para el factor de dosis de fertilización se consideraron tres niveles: 0, 60 y  $120\ kg\ ha^{-1}$ . Para las fuentes de N se evaluaron dos fuentes: urea y nitrato de amonio.

### Resultados de los experimentos

Para el experimento con tomate en invernadero, en la Figura 7a se muestra los resultados de las intersecciones y pendientes ajustadas a los diferentes niveles de estrés para el caso de la biomasa fresca aérea, y en la Figura 7b para el área foliar (AF). Los resultados son compatibles con los planteamientos realizados.

### Experiment with kochia in plots

Hoechst (1992)<sup>[4]</sup> conducted an experiment with kochia (*Kochia scoparia* L. Schrad) using seed from Vega, Texas, USA. Before delimiting the experimental plots, the land was plowed once and harrowed once, then leveled. Each experimental plot was 6 m by 9 m, with 2 m separation between plots. Sowing was done manually by casting, with an average of 300 g of seed in each plot. In all of the plots three doses of N were applied:  $0\ kg\ ha^{-1}$ ,  $60\ kg\ ha^{-1}$  and  $120\ kg\ ha^{-1}$  (as ammonium nitrate and urea); and  $80\ kg\ ha^{-1}$  P (as calcium triple superphosphate). Fertilizer was applied in strips on the row before sowing and only once. Once deposited, the fertilizer was covered with soil. Weed control was done manually. Irrigation was applied using an application depth of 33.3 mm of water at different times, depending on the sowing date, to maintain homogeneous moisture. Crops of all sowing dates were maintained under irrigation until the rainy season established.

Biological variables were plant moist weight, plant dry weight, plant height, duration of development period, flowering date and seed production.

An experimental design of divided plots was used, considering the following factors: sowing dates, fertilization dosage and N source. For the factor sowing dates, six levels were selected: 6-III-90, 15-III-90, 30-III-90, 16-IV-90, 30-IV-90 and 15-V-90. For the factor dosage of fertilization, three levels were considered: 0, 60 and  $120\ kg\ ha^{-1}$ . For N, two sources were evaluated: urea and ammonium nitrate.

### Results of the experiments

For the greenhouse tomato experiment, Figure 7a shows the results of the intersections and slopes adjusted to different levels of stress for the case of fresh aerial biomass, while Figure 7b shows those for leaf area (AF). The results are compatible with our proposals.

Figure 8 shows the adjustments performed on the barley crop. In Figure 8a are some of the growth curves associated with different levels of soil moisture available to roots (HAR) in which the linear phases were analyzed using linear regressions since data was lacking to fit the expo-linear model. Figure 8b shows the relationship between productivity (biomass yield) and the b slope estimated for the linear growth phase.

<sup>4</sup> Hoechst, M. C. 1992. Efecto de las fechas de siembra y fertilización sobre el crecimiento de *Kochia scoparia* (L.) Schrad. Tesis de Maestría, Colegio de Postgraduados, Montecillo, México. 93 p.

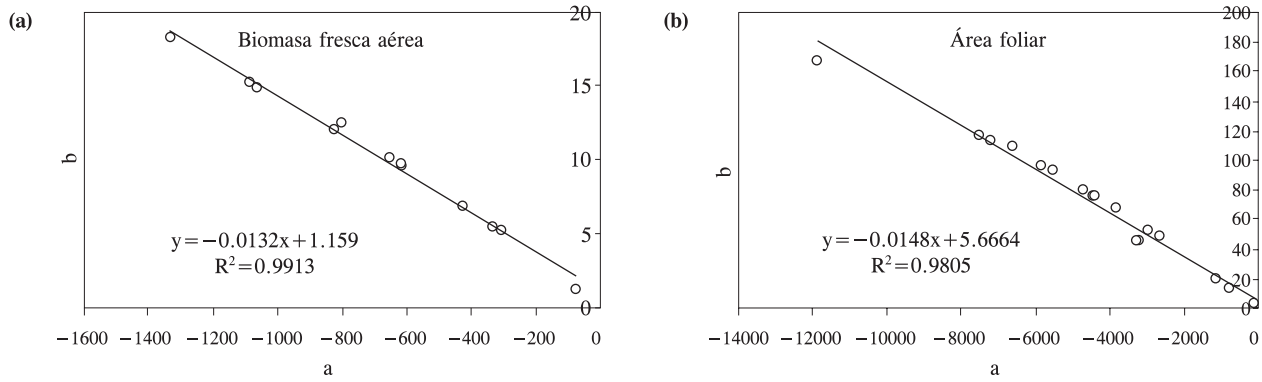


Figura 7. (a) Relación entre a y b para la biomasa fresca aérea ( $\text{g planta}^{-1}$ ) y (b) para el área foliar ( $\text{cm}^2 \text{planta}^{-1}$ ), para el experimento con tomate en invernadero.

Figure 7. (a) Relationship between a and b for fresh aerial biomass ( $\text{g plant}^{-1}$ ) and (b) for leaf area ( $\text{cm}^2 \text{plant}^{-1}$ ) in the greenhouse tomato experiment.

En la Figura 8 se muestran los ajustes realizados sobre el cultivo de cebada. En la Figura 8a se muestra algunas curvas de crecimiento asociadas a diferentes niveles de Humedad Aprovechable Radicular (HAR), donde las fases lineales se analizaron usando regresiones lineales por falta de datos para ajustar el modelo expo-lineal. En la Figura 8b se muestra la relación entre la productividad (rendimiento en biomasa) y la pendiente b estimada para la fase lineal del crecimiento.

Partiendo de que las relaciones entre a y b son lineales para dos variables V, se puede analizar las razones entre estas variables, que deberán tener un patrón lineal. En la Figura 9a muestra la razón entre las constantes de las líneas rectas para B seca total y el AF para el caso del tomate y la Figura 9b para B seca total y IAF para cebada.

Finalmente, en la Figura 10a se presenta la relación entre las pendientes de un cultivo de coquia para la B seca total ( $\text{t ha}^{-1}$ ). En la Figura 10b se muestra

Given that the relationships between a and b are linear for the two V variables, the ratios between these variables can be analyzed; these ratios should have a linear pattern. Figure 9a shows the ratio between the constants of the straight lines for total dry B and LA for the case of tomato, while Figure 9b shows that for total dry B and LAI for barley.

Finally, Figure 10a presents the relationship between the slopes of a kochia crop for total dry B ( $\text{t ha}^{-1}$ ). Figure 10b shows the relationship between the A and B constants, similar to those in Figure 3b, which define the AA and BB parameters of the supra-parametric space.

## CONCLUSIONS

The experimental evidence presented supports the proposal of the concept environmental equivalence of vegetation productivity. The equivalence allows extreme compaction, within the supra-parametric

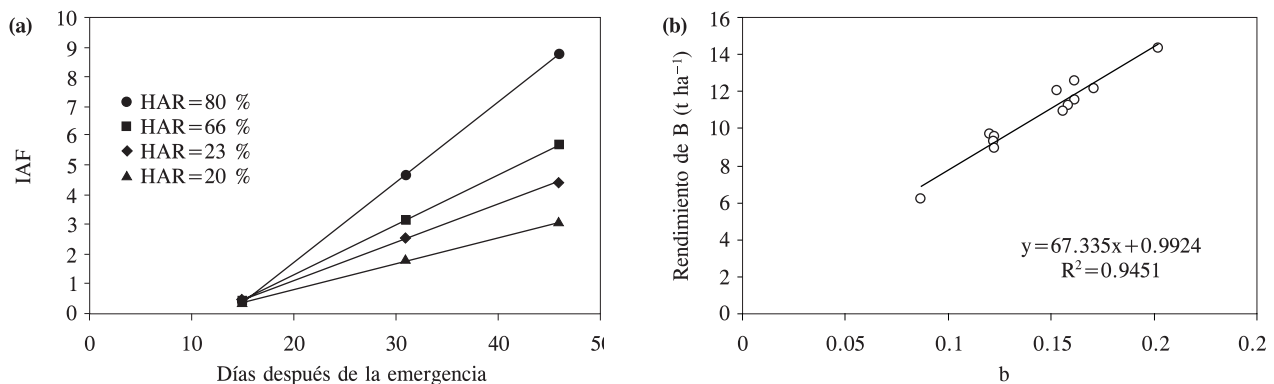


Figura 8. (a) Relación entre a y b para diferentes niveles de humedad en el suelo para la cebada y (b) relación entre el rendimiento de biomasa seca ( $\text{t ha}^{-1}$ ) y la pendiente b para la cebada.

Figure 8. (a) Relationship between a and b for different soil moisture levels in barley and (b) relationship between yield and dry biomass ( $\text{t ha}^{-1}$ ) and the b slope for barley.

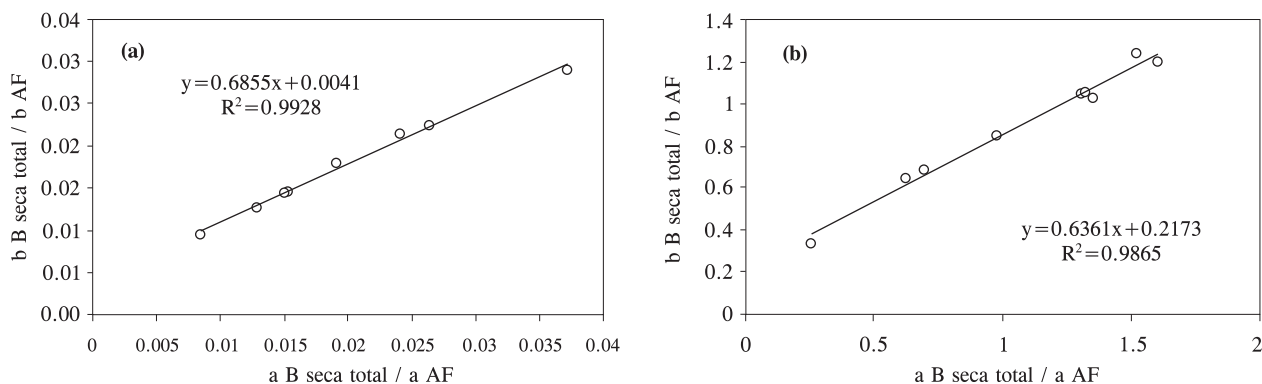


Figura 9. (a) Relaciones entre razones de las constantes de las líneas rectas para la biomasa seca total ( $\text{g planta}^{-1}$ ) y AF ( $\text{cm}^2 \text{ planta}^{-1}$ ) para el tomate y (b) para la biomasa seca total ( $\text{t ha}^{-1}$ ) y el IAF para la cebada.

Figure 9. (a) Relationships between the ratio of the constants of the straight lines for the total dry biomass and AF ( $\text{cm}^2 \text{ plant}^{-1}$ ) for tomato and (b) for the dry biomass ( $\text{t ha}^{-1}$ ) and the IAF of the barley.

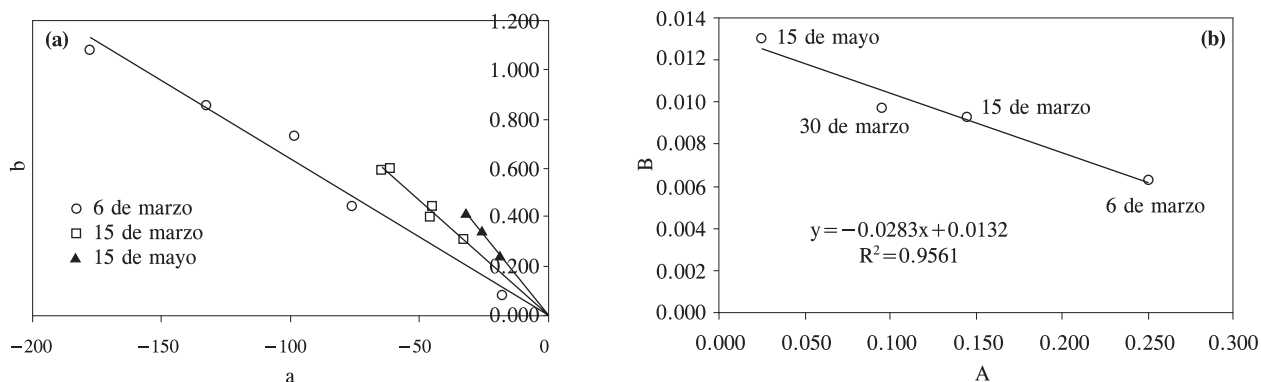


Figura 10. Relaciones entre a y b para diferentes ambientes del cultivo de coquia y (b) relación entre los parámetros A y B de los ambientes diferentes (fechas de siembra).

Figure 10. Relationships between a and b for different environments of koquia cultivation and (b) relation between the parameters A and B of the different environments (sowing dates).

la relación entre las constantes  $A$  y  $B$ , similares a las de la Figura 3b, que definen los parámetros  $AA$  y  $BB$  del espacio supra-paramétrico.

## CONCLUSIONES

La evidencia experimental presentada soporta la propuesta del concepto de equivalencia ambiental de la productividad de la vegetación. La equivalencia permite una compactación extrema, dentro del espacio supra-paramétrico, de la variabilidad de los patrones del crecimiento observados en la vegetación.

El esquema de modelación introducido en este trabajo usa las propiedades asociadas a un conjunto de líneas rectas, que se puede expandir a un conjunto de curvas de cualquier complejidad, para caracterizar los patrones del crecimiento de la etapa vegetativa de la vegetación. La hipótesis subyacente a este esquema de modelación simplificado es que los factores de estrés y de manejo, dejando el medio ambiente o fecha de

space, of the variability of the growth patterns observed in vegetation.

The modeling scheme introduced in this paper uses the properties associated with a set of straight lines, which can be expanded to a set of curves of any complexity to characterize growth patterns during the vegetative stage of the vegetation. The hypothesis underlying this simplified modeling scheme is that stress and management factors, leaving environment or sowing date fixed, have little influence on the initial growth patterns (exponential), since this is limited mainly by the environment (photosynthetic active radiation and temperature) and the capacity to assimilate photosynthates of the vegetation (optical properties and coefficient of leaf extinction). The non-environmental factors have a small effect that is difficult to detect in the experiments and, moreover, in terms of modeling, their impact is practically negligible. For the variable environments (sowing dates), re-centering the growth curves (positioning

siembra fijo, inciden poco en los patrones iniciales del crecimiento (exponencial), ya que éste está limitado principalmente por el ambiente (radiación fotosintéticamente activa y temperatura) y la capacidad de asimilación de fotosintatos de la vegetación (propiedades ópticas y coeficiente de extinción foliar). Los factores no ambientales tienen un efecto pequeño que difícilmente es detectable en los experimentos, además de que en términos de modelación su impacto es prácticamente despreciable. Para los ambientes (fechas de siembra) variables, el recentrar las curvas de crecimiento (llevarlas a un origen común) hace equivalente los factores de estrés y de manejo con los ambientales. En ambos casos el efecto en la productividad de la vegetación se manifiesta en un cambio de pendiente en las fases lineales de la etapa vegetativa. Bajo el argumento de utilizar periodos de crecimiento más o menos similares, particularmente desde la emergencia al pico del crecimiento, la relación entre la pendiente y la productividad es simple consecuencia del teorema de Pitágoras.

La ventaja del concepto de equivalencia ambiental introducido es que es posible caracterizar un número infinito de patrones del crecimiento de un tipo de vegetación utilizando un mínimo de datos, al menos para la construcción de un sistema de indicadores relativos a un valor de referencia, asociados a combinaciones de ambientes y factores de estrés y de manejo. Por ejemplo, si se utiliza una cámara de crecimiento controlada para definir el potencial genético de crecimiento (usando el valor de 1.0 para esta condición, entonces todas las demás tendrán un valor entre 0 y 1) de un cultivo, esto establece un punto de referencia general para analizar cualquier otra situación. Si recentramos las curvas de crecimiento para tener un origen común y lo trasladamos al punto (0, 0) del espacio tiempo-variable del crecimiento, entonces el punto de referencia define totalmente la condición del ambiente óptimo y todos los niveles de estrés y manejo asociados (línea recta que une el punto de origen con el determinado en el medio ambiente óptimo). Asimismo, esta situación define la pendiente máxima de los patrones de productividad del cultivo (Figura 6a). Bajo este esquema de modelación, un ciclo cualquiera del crecimiento (con su variable biofísica asociada) define un punto en el espacio paramétrico de la Figura 6a y, por tanto, podemos determinar su línea recta uniendo este punto con el origen. Así, el punto particular analizado puede referenciarse a la recta del potencial genético y determinarse un indicador de su crecimiento (0-1), que al compararse con el valor absoluto del máximo potencial genético define su productividad. Evidentemente hay un número prácticamente infinito

them at a common intercept) makes stress and management factors equivalent with environmental factors. In both cases, the effect on vegetation productivity is manifested in a change in the slope in the linear phase of the vegetative stage. Under the argument of using more or less similar growth periods, particularly from emergence to peak growth, the relationship between the slope and productivity is a simple consequence of the theorem of Pythagoras.

The advantage of the environmental equivalence concept we have introduced is that it makes it possible to characterize an infinite number of growth patterns of a vegetation type using a minimum of data, at least for the construction of a system of indicators relative to a reference value, associated with combinations of environments and stress and management factors. For example, if a controlled growing chamber is used to define crop genetic growth potential (using the value of 1.0 for this condition, then all of the others will have a value between 0 and 1); this establishes a general point of reference for analysis of any other situation. If we re-center the growth curves to have a common intercept and we transport it to point (0, 0) of the time-variable growth space, then the reference point totally defines the optimal environmental condition and all of the associated levels of stress and management (straight line that joins the intercept with that determined for the optimal environment). Furthermore, this situation defines the maximum slope of crop productivity patterns (Figure 6a). Under this modeling scheme, any growth cycle (with its associated biophysical variable) defines a point in the parametric space of Figure 6a, and therefore, we can determine its straight line by connecting this point with the intercept. Thus, in analyzing a particular point, it can be referenced to the straight line of the genetic potential and an indicator of its growth (0-1) can be determined; this, compared with the maximum genetic potential that defines its productivity. Evidently, there is practically an infinite number of combinations of environments and stress and management factors that give the same result (environmental equivalence).

In other papers we present experimental evidence, from the field and from remote sensing, of the applicability of the concept of environmental equivalence to grassland, scrubland and forests/jungles, generalizing the concept to heterogeneous and multi-species media.

—End of the English version—



de combinaciones de ambientes y factores de estrés y manejo que dan el mismo resultado (equivalencia ambiental).

En otros trabajos de los autores se presenta evidencia experimental, de campo y con sensores remotos, de que el concepto de equivalencia ambiental es aplicable a pastizales, matorrales y bosques/selvas, generalizando el concepto a medios heterogéneos y multi-especies.

### LITERATURA CITADA

- Ferrandino, F. J. 1989. Spatial and temporal variation of a defoliating plant disease and reduction in yield. *Agric. Forest Meteorol.* 47: 273-289.
- Goudriaan, J. 1994. Using the exponential growth equation to analyze resource capture. *In: Monteith, J. L., R. K. Scott, and M. H. Unsworth (eds). Resource Capture by Crops.* Nottingham University Press. Nottingham. pp: 99-110.
- Goudriaan, J., and J. L. Monteith. 1990. A mathematical function for crop growth based on light interception and leaf area expansion. *Annals Bot.* 66: 695-701.
- Huete, A. R., R. D. Jackson, and D. F. Post. 1985. Spectral response of a plant canopy with different soil backgrounds. *Remote Sensing of Environ.* 17: 35-53.
- Hunt, R. 1982. *Plant Growth Curves.* Edward Arnold. London. 248 p.
- Jones, C. A., and J. R. Kiniry. 1986. *CERES-Maize. A Simulation Model of Maize Growth and Development.* Texas A&M University Press. College Station, Texas.
- Lieth, J. H., P. R. Fisher, and R. D. Heins. 1996. A phasic model for the analysis of sigmoid patterns of growth. *Acta Horticulturae* 417: 113-118.
- Monteith, J. L. 2000. Fundamental equations for growth in uniform stands of vegetation. *Agric. Forest Meteorol.* 104: 5-11.
- Spitters, C. J. T., H. V. Keulen, and D. W. G. V. Kraalingen. 1989. A simple and universal crop growth simulator SUCROS87. *In: Rabbinge, R., S. A. Ward and H. H. van Laar (eds). Simulation and Systems Management in Crop Protection.* Simulation Monograph. PUDOC. Wageningen, The Netherlands. pp: 147-181.
- Steiner, A. A. 1984. The universal nutrient solution. *In: Proceedings 6th International Congress on Soilless Culture.* Wageningen, The Netherlands. pp: 633-650.
- Stockle, C. O., M. Donatelli, M., and R. Nelson. 2003. CropSyst, a cropping systems simulation model. *Eur. J. Agron.* 18: 289-307.
- Yin, X., J. Goudriaan, E. A. Latinga, J. Vos, and H. J. Spiertz. 2003. A flexible sigmoid function of deterministic growth. *Annals Bot.* 91: 361-371.
- Yuan, F. M., and W. Bland. 2004. Light and temperature modulated exponential growth model for potato (*Solanum tuberosum* L.). *Agric. Forest Meteorol.* 121: 141-151.