

DETERMINACIÓN DEL ESTADO DE CRECIMIENTO DE CULTIVOS USANDO LA TRANSFORMADA DE HOUGH DE LAS REFLECTIVIDADES DEL FOLLAJE

DETERMINATION OF GROWTH STAGE IN CROPS USING THE HOUGH TRANSFORM OF CANOPY REFLECTANCE

Fernando Paz-Pellat, Enrique Palacios-Velez, Enrique Mejía-Saenz,
Mario Martínez-Menes, y Luis A. Palacios-Sánchez

Hidrociencias. Campus Montecillo. Colegio de Postgraduados. 56230. Montecillo, Estado de México.
México. (pellat@colpos.mx) (mejiasae@colpos.mx)

RESUMEN

Se analizan los patrones de reflectividad del follaje de un sistema suelo-vegetación, utilizando diferentes transformaciones de las bandas espectrales del rojo e infrarrojo espectral, primero a uno paramétrico, el cual después es transformado a uno meta-paramétrico. Este último espacio caracteriza en forma total las curvas iso-IAF del follaje de un cultivo en crecimiento. La metodología propuesta se valida usando simulaciones generadas con el modelo SAIL de transferencia de radiación en el follaje.

Palabras clave: Bandas del rojo e infrarrojo cercano, estimación del IAF, patrones espectrales, transformada de Hough.

INTRODUCCIÓN

Un objetivo básico del análisis de imágenes provenientes de sensores remotos es estimar el estado de crecimiento de un cultivo, mediante el índice de área foliar (IAF) u otro parámetro biofísico similar.

La solución de este problema se ha orientado hacia el uso de índices de vegetación (Verstraete y Pinty, 1996) del espacio espectral del infrarrojo cercano (IRC) y rojo (R), donde la reflectividad del follaje tiene mayor contraste (Tucker, 1979). El uso de índices de vegetación es una aproximación que depende de las condiciones locales del fondo de los cultivos (suelos) y de su etapa de desarrollo, sufriendo distorsiones en el tiempo por los efectos atmosféricos. Una forma alterna es el uso de las soluciones de la ecuación general de transferencia de radiación en el follaje de los cultivos (Goel, 1988; Myneni *et al.*, 1989). Knyazikhin *et al.* (1998a, b) utilizaron las propiedades de invarianza de las soluciones de la ecuación general de transporte, para desarrollar un algoritmo operativo donde la estimación del IAF se obtiene del promedio de las soluciones de la ecuación de transporte que cumplen la condición de conservación de la energía. Este enfoque es un paso correcto para una estimación con fundamentos

ABSTRACT

Canopy reflectance patterns in a soil crop vegetation system are studied using different transformations of red and near infrared spectral bands, first to a parametric space, which is transformed into a meta-parametric space. The latter space completely characterizes the LAI (iso-LAI) curves and defines the crop growth stage. This can be used algorithmically to estimate the LAI for a growing crop. The proposed methodology is validated by simulations generated with the SAIL model for radiation transfer in the canopy.

Key words: Red and near infrared bands, LAI estimation, spectral patterns, Hough transform.

INTRODUCTION

One basic objective of analysis of images from remote sensors has been to estimate the growth stage of a crop, the leaf area index (LAI) or another similar biophysical parameter.

The solution to this problem has been oriented toward the use of vegetation indexes (Verstraete and Pinty, 1996) of the red (R) and near infrared (NIR) spectral bands, where there is more contrast in canopy reflectance (Tucker, 1979). The use of vegetation indexes as an approximation that depends on the local conditions at the base of the crops (soils) and on their stage of development, which undergoes distortions over time because of atmospheric effects. An alternative is to use the solutions to the general equation for radiation transfer in the crop canopy (Goel, 1988; Myneni *et al.*, 1989). Knyazikhin *et al.* (1998a, b) used the invariance properties of the solutions to the general transport equations to develop an operative algorithm where the estimation of LAI is obtained from the average of the solutions to the transport equation that satisfies the condition of energy conservation. This approach is a correct step toward estimation of the LAI with biophysical fundamentals, although it has the disadvantages of multiple solutions to the estimation

Recibido: Mayo, 2004. Aprobado: Agosto, 2005.

Publicado como ENSAYO en *Agrociencia* 40: 99-108. 2006.

biofísicos del IAF; aunque tiene las inconveniencias de soluciones múltiples al problema de estimación y no usa la estructura general de invarianza del sistema suelo-vegetación-atmósfera.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para entender el problema de estimación del IAF del sistema suelo-vegetación, en la Figura 1 se muestra el caso de un cultivo de maíz donde se utilizaron diferentes tipos de suelo como fondo (Bausch, 1993). Las líneas rectas, iso-IAF, representan la misma cantidad de vegetación, pero con diferentes tipos de suelos (cambios en textura, materia orgánica, óxidos de hierro y humedad, principalmente). Así, un índice de vegetación debe ser capaz de estimar el IAF, o un indicador de este, usando sólo un par de valores (R, IRC). El problema de estimación puede plantearse entonces como la determinación de los parámetros (intersección y pendiente) de una línea recta con sólo el valor de un punto sobre ella. El problema de estimación es matemáticamente indeterminado, ya que por un punto es posible pasar un número infinito de líneas rectas.

Para resolver adecuadamente el problema de estimación, es necesario considerar la estructura (patrones) de la dinámica de crecimiento de un cultivo en el espacio espectral del R-IRC. Los patrones espectrales del crecimiento de un cultivo deben ser simplificados a una forma funcional simple (por ejemplo, línea recta), de tal forma que el problema de estimación de los parámetros se realice en forma simple.

Si planteamos el problema general como la estimación de los parámetros de una línea recta en el espacio espectral, entonces podemos usar algoritmos robustos de estimación como la transformada de Hough (Duda y Hart, 1973) para evaluar in índice de vegetación (pendiente de las líneas

problem and does not use the general invariance structure of the soil-vegetation-atmosphere system.

PROBLEM STATEMENT

To understand the problem of LAI estimation of the soil-vegetation system, the case of a maize crop where different types of soil are used as a background is shown in Figure 1 (Bausch, 1993). The straight lines, iso-LAI, represent the same quantity of vegetation, but with different types of soil (mainly, changes in texture, organic matter, iron oxides and moisture). Thus a vegetation index should be capable of estimating LAI or an indicator of this, using only a pair of values (R, NIR). The problem in estimation can be stated, therefore, as the determination of the parameters (intersection and slope) of a straight line with only the value of one point above it. The problem of estimation is mathematically indeterminate since an infinite number of straight lines can pass through one point.

To solve the estimation problem adequately, it is necessary to consider the structure (patterns) of the growth dynamics of a crop in the R-NIR spectral space. The spectral growth patterns of a crop must be simplified to a simple functional form (for example, a straight line), so that the problem of estimating the parameters can be performed in a simple manner.

If we state the general problem as the estimation of the parameters of a straight line in the spectral space, then we can use robust estimation algorithms such as the Hough transform (Duda and Hart, 1973) to evaluate a vegetation index (iso-LAI line slope) and solve the indeterminate problem using information from context (growth dynamics).

The objective of this study was to estimate the vegetation index that explicitly considers the soil-vegetation system. To this end radiation simulations of the soil-vegetation system were conducted to validate the proposal presented. Simulations were used to provide flexibility in the estimation analysis of the parameters of the iso-LAI lines. The simulations were reviewed using experimental data to verify that they had the same structure of growth dynamics.

NIR-R SPECTRAL SPACE AND ITS TRANSFORMATIONS

The NIR-R spectral space of the pattern of seasonal growth of a crop, represented by curves of equal LAI (iso-LAI) is shown in Figure 2. The values were generated by the SAIL model (Verhoef, 1984), which is a unidimensional model of radiation transfer in the canopy. Knyazikhin *et al.* (1998a, b) show that this type of unidimensional solution preserves the invariance

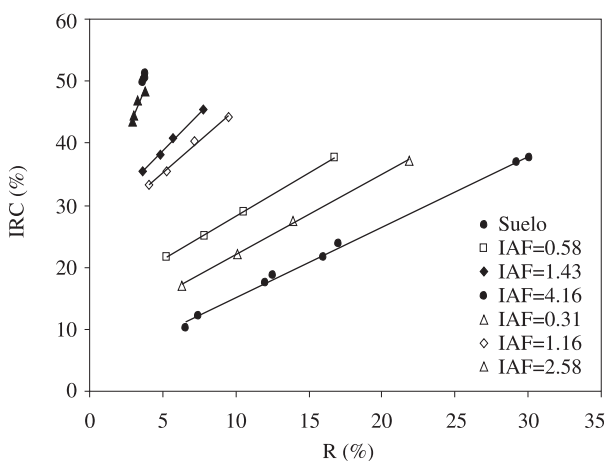


Figura 1. Líneas iso-IAF de un cultivo experimental de maíz.
Figure 1. Iso-LAI (IAF) lines of an experimental maize crop.

iso-IAF) y resolver el problema indeterminado usando información de contexto (dinámica de crecimiento).

El objetivo de este trabajo fue estimar el índice de vegetación que considere explícitamente al sistema suelo-vegetación. Para ello se realizaron simulaciones radiactivas del sistema suelo-vegetación para validar la propuesta presentada. Se usaron simulaciones para tener flexibilidad en el análisis de estimación de los parámetros de las líneas iso-IAF. Las simulaciones fueron revisadas usando datos experimentales, para analizar que tengan la misma estructura de la dinámica del crecimiento.

**ESPACIO ESPECTRAL IRC-R
Y SUS TRANSFORMACIONES**

En la Figura 2 se muestra el espacio espectral IRC-R del patrón temporal de crecimiento de un cultivo, representado por curvas de igual IAF (iso-IAF). Los valores mostrados fueron generados por el modelo SAIL (Verhoef, 1984), que es un modelo unidimensional de la transferencia de radiación en el follaje. Knyazikhin *et al.* (1998a, b) muestran que este tipo de solución unidimensional conserva las propiedades de invarianza de las soluciones de tipo tridimensional, por lo que los patrones invariantes usados en este trabajo se pueden generalizar a condiciones de modelación más complejas.

La Figura 2 se generó usando seis tipos de suelos (S2, S5, S7, S9, S11 y S12), del más oscuro al más claro, y las propiedades ópticas de una hoja de maíz (Gausman *et al.*, 1973), bajo las condiciones geométricas de un ángulo cenital de iluminación de 30° y un ángulo cenital de visión de 0° (nadir). Se utilizó una distribución angular de las hojas del tipo erectofila.

En la Figura 2 se observa que las curvas iso-IAF para diferentes tipos de suelo de fondo del cultivo pueden representarse con líneas rectas. Este patrón está respaldado teóricamente y experimentalmente (Huete *et al.*, 1985; Huete, 1987). Las curvas de iso-suelo (S2 a S12; Figura 2) se generaron dejando fijas las propiedades espectrales de los suelos y calculando la reflectividad del sistema suelo-vegetación para diferentes IAF (con la distribución angular de las hojas y sus características espectrales). Las curvas iso-IAF unen los puntos de igual IAF de las curvas de iso-suelos mostradas en la Figura 1, que se pueden representar por:

$$IRC_{IAF} = a_{0,IAF} + b_{0,IAF}R_{IAF} \quad (1)$$

donde el subíndice IAF denota un valor específico de éste en la curva iso-IAF. Los parámetros de la recta definida por la Ecuación (1), $a_{0,IAF}$ y $b_{0,IAF}$, dependen del valor de IAF. Por simplicidad de notación, en lo sucesivo se suprimirá el subíndice IAF en las descripciones. Para el

properties of tridimensional type solutions; thus, the invariant patterns used in this study can be generalized to conditions of more complex modeling.

Figure 2 was generated using six types of soils (S2, S5, S7, S9, S11 and S12), from darkest to lightest, and the optical properties of a maize leaf (Gausman *et al.*, 1973), under the geometric conditions of a 30° peak angle of illumination and a 0° (nadir) peak angle of vision. An angular distribution of erectophyll-type leaves was used.

In Figure 2 it is observed that the iso-LAI curves for the different types of soil background of the crop can be represented with straight lines. This pattern is supported theoretically and experimentally (Huete *et al.*, 1985; Huete, 1987). The iso-soil curves (S2 to S12; Figure 2) were generated by fixing the spectral properties of the soils and calculating the reflectance of the vegetation-soil system for different LAI (with the angular distribution of the leaves and their spectral characteristics). The iso-LAI curves join the points where LAI of the iso-soil curves are equal, shown in Figure 1, which can be represented by:

$$NIR_{LAI} = a_{0,LAI} + b_{0,LAI}R_{LAI} \quad (1)$$

where the LAI subindex denotes a specific value of this in the iso-LAI curve. The parameters of the straight line defined by equation (1), $a_{0,LAI}$ and $b_{0,LAI}$, depend on the value of LAI. To simplify notation, hereafter the subindex LAI will be suppressed in the descriptions. For the case of the soil line (LAI=0), the intersection will be given by a_s and the slope by b_s .

By graphing the parameters a_0 and b_0 , their relationship can be visualized in the growth of a

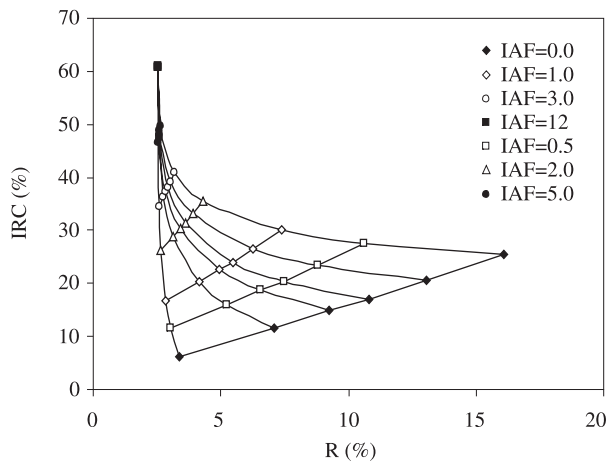


Figura 2. Espacio espectral IRC-R para las simulaciones del cultivo maíz.

Figure 2. NIR-R spectral space for the corn crop simulations.

caso de la línea del suelo (IAF=0), la intersección estará dada por a_s y la pendiente por b_s .

Graficando los parámetros a_0 y b_0 se puede visualizar su relación en el crecimiento de una planta. La Figura 3 muestra esta gráfica con un comportamiento no-lineal. El IAF de la curva de la Figura 3 se incrementa desde el punto cercano a cero hasta un máximo, y después decrece hasta los valores donde a_0 es negativo. El valor inicial del par (a_0, b_0) representa los valores de la línea del suelo (IAF=0; Figura 2).

El problema de usar la relación mostrada en la Figura 2, producto de la parametrización estándar de una línea recta dada por la Ecuación (1), es que la pendiente b_0 va desde el valor b_s de la línea del suelo, hasta el infinito de la condición de saturación (IAF > 2-3) del rojo, dado que la rectas iso-IAF tienen un patrón vertical. Una alternativa para evitar el problema de las pendientes verticales es usar los valores angulares de la pendiente de la recta. Otro problema del uso de la representación paramétrica estándar de las rectas iso-IAF del espacio espectral IRC-R es el origen de las líneas iso-IAF, que parten de la línea del suelo (IAF=0). Para evitar la complicación introducida por el origen en la línea del suelo, se puede transformar el espacio espectral usando la proyección de los valores del IRC sobre la línea del suelo para el valor de R correspondiente al par (R, IRC):

$$dIRC = IRC - (a_s + b_s R) \quad (2)$$

y construir un espacio espectral transformado dIRC-IRC. La ventaja de este espacio espectral transformado es que la línea de suelo está dada por la condición dIRC=0 (Figura 4). En la condición de saturación del rojo, los valores del IRC siguen incrementándose hasta alcanzar el punto de saturación de esta banda, lo que se refleja en el espacio espectral transformado en el crecimiento de los valores sobre la línea orientada a 45°.

La Figura 4 muestra el espacio paramétrico de la transformación realizada para generar el nuevo espacio espectral dIRC-IRC, donde las curvas de iso-IAF tienen la ecuación:

$$IRC = a_1 + b_1 dIRC \quad (3)$$

En forma similar que para el caso del espacio IRC-R, el nuevo espacio se puede describir en función del ángulo de inclinación de la pendiente b_1 . En este caso, el ángulo α_1 tiene un valor que va de 90° (línea del suelo) hasta 45° (línea de saturación del rojo). Finalmente, para normalizar el espacio mostrado transformado, podemos estandarizarlo para que el parámetro α_1 tome valores de 0 a 1 usando la transformación:

plant. Figure 3 shows this graph, shown in Figure 3, with a non-linear behavior. The LAI of the curve in Figure 3 increases from the point close to zero up to a maximum, and later decreases to the values where a_0 is negative. The initial value of the pair (a_0, b_0) represents the values of the soil line (LAI=0; Figure 2).

The problem in using the relationship shown in Figure 2, product of standard parametrization of a straight line given by equation (1), is that the b_0 slope goes from the value b_s of the soil line to the infinite of the saturation condition (LAI>2-3) of the red, given that the iso-LAI lines have a vertical pattern. One alternative to avoid the problem of vertical slopes is to use the angle values of the line slope. Another problem in using the standard parametric representation of the iso-LAI lines of the NIR-R spectral space is the origin of the iso-LAI lines, which depart from the soil line (LAI=0). To avoid the complication introduced by the soil-line origin, the spectral space can be transformed using the projection of the NIR values on the soil line for the R value corresponding to the pair (R, NIR):

$$dNIR = NIR - (a_s + b_s R) \quad (2)$$

and construct a dNIR-NIR transformed spectral space. The advantage of this transformed spectral space is that the soil line is given by the condition dNIR=0 (Figure 4). In the condition of red saturation, the NIR values continue to increase until they reach a point of saturation of this band; this is reflected in a spectral space transformed into the growth of the values on the line oriented to 45°.

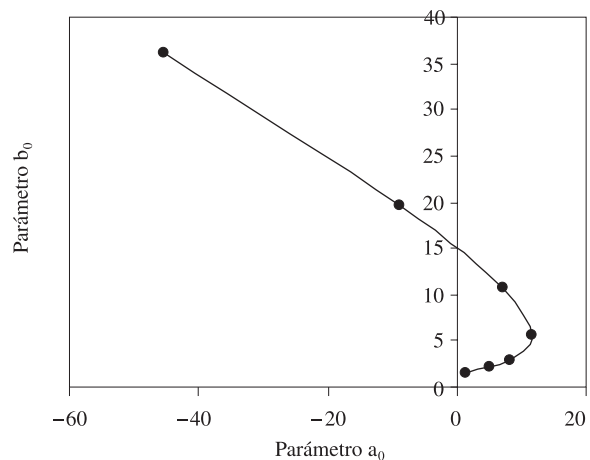


Figura 3. Relación entre los parámetros de las curvas iso-IAF del espacio IRC-R.

Figure 3. Relationship between the parameters of the iso-LAI curves of the NIR-R space.

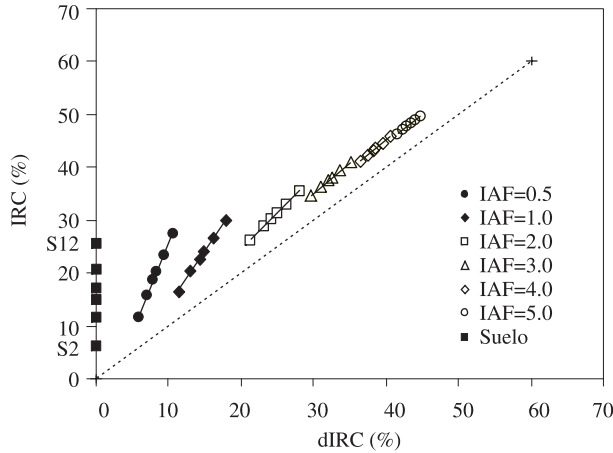


Figura 4. Espacio espectral transformado dIRC-IRC.
Figure 4. Transformed dNIR-NIR spectral space.

$$\beta = \frac{90 - \alpha_1}{45} \quad (4)$$

Con ésta, el comportamiento del espacio paramétrico se modela fácilmente usando la relación:

$$1.11 - \beta = A \exp(Ba_1) \quad (5)$$

que representa una aproximación a la ecuación exponencial de tres parámetros en este espacio. El valor 1.11 fue utilizado para reducir la ecuación a dos parámetros y se estimó empíricamente, de simulaciones, utilizando el modelo SAIL. La ecuación (5), en su forma lineal, puede expresarse como:

$$P = \ln(1.11 - \beta) = \ln(A) + Ba_1 \quad (6)$$

con lo que se obtiene un espacio paramétrico lineal, caracterizado por los parámetros A y B de la función exponencial (Figura 5).

La ventaja de la linealización del espacio paramétrico $a_1 - \beta$ es que se puede usar esta característica en forma algorítmica, tal como se discute en la siguiente sección. La ecuación (6) define un espacio meta-paramétrico de los parámetros A y B, donde todas las curvas iso-IAF se pueden representar por el par (A, B). Esto es, la nube de puntos en el espacio R-IRC, dentro de la region delimitada entre la línea del suelo y la del punto de saturación del R, llamada sombrero de tres picos, puede definirse en forma precisa con sólo dos parámetros. Así, con los parámetros A y B se puede calcular cualquier curva para un IAF arbitrario, y ver si un punto muestral cae en esa curva.

En la Figura 6 se muestra la gráfica de los parámetros a_1 y β del cultivo experimental de maíz (Bausch, 1993)

Figure 4 shows the parametric space of the transform performed to generate the new dNIR-NIR spectral space, in which the iso-LAI curves have the equation:

$$NIR = a_1 + b_1 dNIR \quad (3)$$

Similar to the case of NIR-R space, the new space can be described in function of the angle of the b_1 slope. In this case, the α_1 angle has a value that goes from 90° (soil line) to 45° (red saturation line). Finally, to normalize the transformed space shown, we can standardize it so that the α_1 parameter takes values from 1 to 0, using the transform:

$$\beta = \frac{90 - \alpha_1}{45} \quad (4)$$

With this, the behavior of the parametric space is modeled easily using the relationship:

$$1.11 - \beta = A \exp(Ba_1) \quad (5)$$

which represents an approximation to the exponential equation of three parameters in this space. The value 1.11 was used to reduce the equation to two parameters and was estimated empirically from simulations using the SAIL model. Equation (5), in its linear form, can be expressed as:

$$P = \ln(1.11 - \beta) = \ln(A) + Ba_1 \quad (6)$$

with which a linear parametric space is obtained, characterized by the parameters A and B of the exponential function (Figure 5).

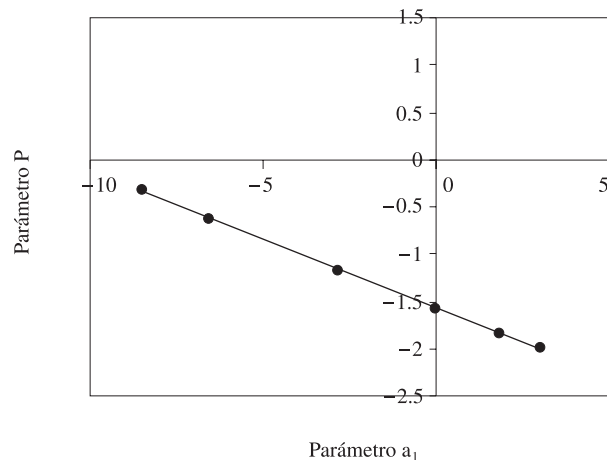


Figura 5. Espacio paramétrico $a_1 - \beta$ transformado no linealmente.
Figure 5. $a_1 - \beta$ parametric space transformed non-linearly.

y se observa una relación lineal entre estos parámetros, simplificando la ecuación (6) a una lineal de dos parámetros. No obstante la Figura 6, en lo siguiente se utiliza la ecuación (6) en el esquema de estimación de los parámetros de las líneas iso-LAI. Ésto no modifica la propuesta de solución, la cual debe utilizar una relación lineal como la mostrada en la Figura (6) para cultivos en condiciones de campo.

ALGORITMO DE LA TRANSFORMADA DE HOUGH

La forma estándar de una línea recta es $Y = a + bX$, la cual requiere dos parámetros para su definición. Esta forma de parametrización es inadecuada para su uso en la detección de líneas en una nube de puntos, por el problema (discutido anteriormente) de que la pendiente de una línea vertical es infinita. Una forma más adecuada para nuestro objetivo es utilizar la transformada de Hough (Duda y Hart, 1973) de una línea recta: $\rho = X \cos \theta + Y \sin \theta$, donde la línea recta está definida por el ángulo θ de su perpendicular y por la distancia ρ desde el origen. Así, se puede graficar cada punto (X_i, Y_i) en la curva del plano $\theta-\rho$ definido por $\rho = X_i \cos \theta + Y_i \sin \theta$.

La aplicación del algoritmo de la transformada de Hough es como sigue:

- a) Se determinan los valores máximo y mínimo que puede tomar el ángulo θ de acuerdo al espacio original (X, Y) de los valores de la muestra.
- b) Para cada valor muestral (X_i, Y_i) , se hace una iteración desde el valor máximo al mínimo de θ , proponiendo valores discretos en forma apropiada. Cada valor de ρ se calcula usando la ecuación $\rho = X_i \cos \theta + Y_i \sin \theta$. Los valores de los pares (θ_i, ρ_i) se guardan en un arreglo discreto acumulativo del espacio (θ, ρ) .

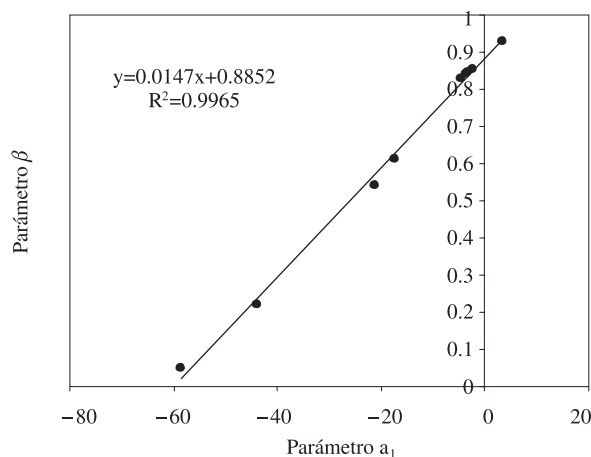


Figura 6. Espacio paramétrico $a_1-\beta$ del cultivo maíz en campo.
Figure 6. $a_1-\beta$ parametric space of corn crop in the field.

The advantage of linearizing the parametric space $a_1-\beta$ is that this characteristic can be used algorithmically, as discussed in the following section. Equation (6) defines a meta-parametric space of the A and B parameters, in which all of the iso-LAI curves can be represented by a pair (A, B) . That is, the cloud of points in the R-NIR space, within the delimited region between the soil line and the R saturation point, called a “three-cornered hat,” can be defined precisely with just two parameters. Thus, with parameters A and B, any curve can be calculated for a random LAI to see whether a sample point falls on that curve.

The graph of a_1 and β parameters of an experimental crop of corn (Bausch, 1993), is shown in Figure 6, and a linear relationship is observed between these parameters, simplifying equation (6) to a linear of two parameters. In spite of Figure 6, in the following discussion equation (6) is used in the estimation scheme of the parameters of the iso-LAI. This does not modify the proposal of solution, which should use a linear relationship as shown in Figure 6 for crops in the field.

HOUGH TRANSFORM ALGORITHM

The standard form of a straight line is $Y = a + bX$, which requires two parameters for its definition. This form of parametrization is unsuitable for use in the detection of lines in a cloud of points, because of the problem (discussed above) that the slope of a vertical line is infinite. A more suitable manner for our purposes is to use the Hough transform (Duda and Hart, 1973) of a straight line: $\rho = X \cos \theta + Y \sin \theta$, where the line is defined by angle θ of its perpendicular and by the distance ρ from the origin. Thus, each point can be graphed (X_i, Y_i) on the curve of the plane $\theta-\rho$, defined by $\rho = X_i \cos \theta + Y_i \sin \theta$.

Application of the algorithm of the Hough transform is as follows:

- a) Maximum and minimum values that angle θ can take are defined according to the original space (X, Y) of the values of the sample.
- b) Each sample value (X_i, Y_i) is iteration from the maximum value of θ to the minimum, properly made discreet. Each ρ value is calculated using the equation $\rho = X_i \cos \theta + Y_i \sin \theta$. The values of the pairs (θ_i, ρ_i) are kept in a discreet accumulative arrangement of the space (θ, ρ) .
- c) Step b) is repeated for all of the (X_i, Y_i) pairs. The value of the solution parameters (θ_0, ρ_0) is obtained from the discreet cell of the space (θ, ρ) with the most accumulated values.
- d) The solution parameters (θ_0, ρ_0) of the straight line obtained are converted to the parametrization given

- c) Se repite el paso (b) para todas las parejas (X_i, Y_i) . El valor de los parámetros de solución (θ_0, ρ_0) se obtiene de la celda discreta del espacio (θ, ρ) que tenga mas valores acumulados.
- d) Los parámetros de solución de la línea recta obtenidos (θ_0, ρ_0) , se convierten a la parametrización dada por la ecuación $Y = a + bX$ usando la relación entre dos rectas perpendiculares:

$$b_1 = \frac{-1}{\tan(\theta_0)} \quad (8)$$

$$a_1 = \rho_0 \sin(\theta_0) - b_1 \cos(\theta_0) \quad (9)$$

RECONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO META-PARAMÉTRICO

Para reconstruir el espacio meta-paramétrico, dada una nube de puntos muestrales (R, IRC), es necesario aplicar una transformada de Hough de acuerdo con los siguientes pasos:

- 1) Conocidos los parámetros de la línea del suelo (a_s y b_s), cada par muestral (R, IRC) se transforma en el par (dIRC, IRC) de acuerdo con la ecuación (2).
- 2) Con el par muestral (dIRC, IRC), equivalente a (X, Y) , se realiza una iteración de 0 a -45° de los valores de θ , y de este ángulo se calcula ρ usando la ecuación $\rho = dIRCi \cos\theta + IRCi \sin\theta$. Los valores θ y ρ en el espacio (θ, ρ) , proponiendo valores discretos en forma apropiada, en este caso en la forma siguiente: $0 \leq \theta \leq -45$, y $-5 \leq \rho \leq 5$.
- 3) Se repite el procedimiento del paso (1) al (2) para un nuevo par de valores (R, IRC). Al finalizar los valores muestrales (R, IRC), se revisan las celdas del espacio (θ, ρ) con mayor número de valores acumulados, y el valor central de esta celda es una estimación de la solución de la transformada de Hough a cada curva iso-IAF.
- 4) Seleccionadas las celdas con mayor número de valores, cada una representando una curva iso-IAF, se realiza un nuevo proceso de estimación usando la transformada de Hough para cada una de las celdas definidas en el paso (3). Para ello cada par (q, r) es transformado a un espacio $\ln(1-\beta_1)-a_1$, usando las ecuaciones (4), (8) y (9). Este espacio transforma la curva no-lineal de los parámetros de las curvas iso-IAF en una línea recta (Figura 4). Con los pares transformados $\{\ln(1-\beta_1), a_1\}$, se repite el proceso mencionado en los pasos (1) a (3), dando como resultado un espacio meta-paramétrico A-B, con un sólo valor que representa a todas las curvas iso-IAF.

by the equation $Y = a + bX$ using the relationship between two perpendicular lines:

$$b_1 = \frac{-1}{\tan(\theta_0)} \quad (8)$$

$$a_1 = \rho_0 \sin(\theta_0) - b_1 \cos(\theta_0) \quad (9)$$

RECONSTRUCTION OF THE META-PARAMETRIC SPACE

To reconstruct the meta-parametric space, given a cloud of sample points (R, NIR), it is necessary to apply a Hough transform, following these steps:

- 1) Knowing the parameters of the soil line (a_s and b_s), each sample pair (dNIR, NIR) according to equation (2) is transformed into the pair (dNIR, NIR) according to equation 2.
- 2) With the sample pair (dNIR, NIR), equivalent to (X, Y) an iteration is performed from 0 to -45° of the values of θ , and from this angle ρ is calculated using the equation $\rho = dNIRi \cos\theta + NIRi \sin\theta$. The values θ and ρ in the (θ, ρ) space, proposing discreet values in an appropriate manner, in this case, in the following manner: $0 \leq \theta \leq -45$, and $-5 \leq \rho \leq 5$.
- 3) The procedure in step (1) and (2) is repeated for a new pair of values (R, NIR). Finalizing the sample values (R, NIR), the cells of the space (θ, ρ) are checked with more accumulated values, and the central value of this cell is an estimation of the Hough transform solution to each iso-LAI curve.
- 4) Once the cells with the highest number of values are selected, each representing an iso-LAI curve, a new process of estimation is conducted using the Hough transform for each of the cells defined in step (3). To do this, each pair (q, r) is transformed into a $\ln(1-\beta_1)-a_1$ space, using equations (4), (8) and (9). This space transforms the non-linear curve of the parameters of the iso-LAI curves into a straight line (figure 4). With the transformed pairs $\{\ln(1-\beta_1), a_1\}$, the process mentioned in steps (1) to (3) are repeated, resulting in a meta-parametric space A-B, with a single value that represents all of the iso-LAI curves.

The procedure of the double Hough transform was applied to the case shown in Figure 2, where simulations of LAI values were conducted using the SAIL model. In Figure 7 it is shown 130 values generated at random around the iso-LAI curves of 0.5, 1.0, 2.0, 3.0 and 4.0.

El procedimiento de la doble transformada de Hough fue aplicado al caso mostrado en la Figura 2, donde se realizaron simulaciones de valores de IAF usando el modelo SAIL. La Figura 7 muestra 130 valores generados al azar alrededor de las curvas de iso-IAF de 0.5, 1.0, 2.0, 3.0 y 4.0.

En la Figura 8 se muestran los resultados obtenidos de la aplicación del algoritmo de la transformada de Hough para los parámetros de las curvas iso-IAF.

ESTIMACIÓN DEL ESTADO DEL CRECIMIENTO DE LOS CULTIVOS

Con los parámetros de las curvas de iso-IAF se pueden estimar los valores del índice de área foliar que corresponden a cada punto muestral. La relación que liga los valores del IAF con los parámetros de las curvas iso-IAF, para cobertura completa del cultivo, está dada por:

$$b_0 = b_s \exp(kIAF) \quad (10)$$

El parámetro k es una diferencia de coeficientes de extinción, definida para el caso de interacciones de primer orden del suelo-vegetación como:

$$k = 2(k_R - k_{IRC}) \quad (11)$$

donde k_R y k_{IRC} son los coeficientes de extinción de la vegetación en la banda del rojo y del infrarrojo cercano (Huete, 1987).

Para los datos simulados mostrados en la Figura 7, el valor k es 0.636, el cual se desconoce para el caso de

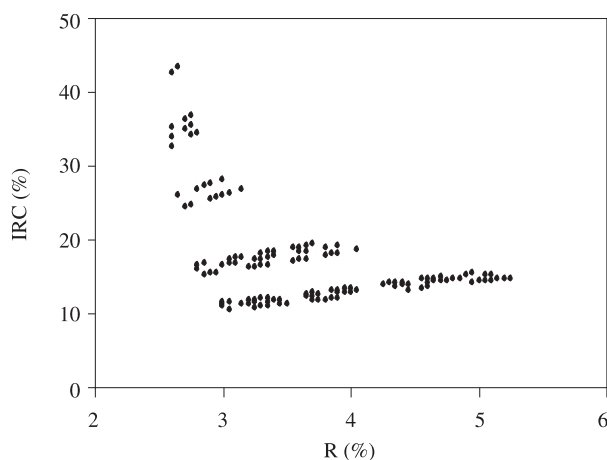


Figura 7. Valores (R, IRC) usados en la validación del algoritmo analizado.
Figure 7. (R, NIR) values used in the validation of the analyzed algorithm.

The results obtained from the application of the algorithm of the Hough transform for the parameters of the iso-LAI curves are shown in Figure 8.

ESTIMATION OF CROP GROWTH STAGE

With the parameters of the iso-LAI curves, the values of the leaf area index that corresponds to each sample point can be estimated. The relationship that links the LAI values with the iso-LAI curve parameters for complete crop cover is given by:

$$b_0 = b_s \exp(kLAI) \quad (10)$$

The parameter k is a difference of extinction coefficients, defined for the case of first order soil-vegetation interactions as:

$$k = 2(k_R - k_{NIR}) \quad (11)$$

where k_R and k_{NIR} are the extinction coefficients of the vegetation in the red and near infrared bands (Huete, 1987).

For the simulated data shown in Figure 7, k value is 0.6362, which is unknown for the case of meta-parametric space reconstruction. To estimate k from the sample values of reflectances, it is necessary to know the value of LAI of an iso-LAI curve. In our case, this information is not necessary given that the use of reflectances is considered in relative terms. That is, any k value (for example 0.5) can be established to obtain the reflectances for this condition. The LAI values for the sample values will be related linearly to real values and will preserve the same properties (metric) as the real

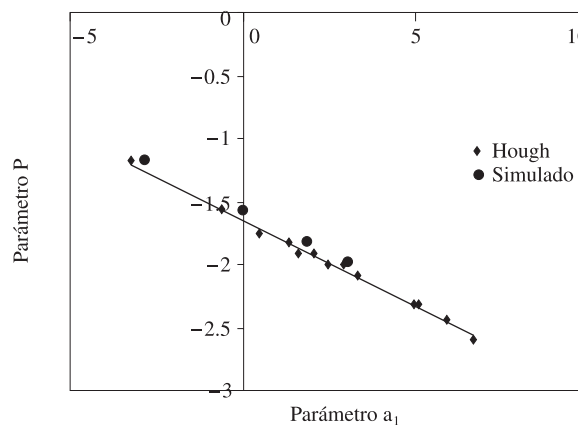


Figura 8. Resultados obtenidos aplicando el algoritmo de Hough a las curvas iso-IAF.
Figure 8. Results obtained by applying the Hough algorithm to the iso-LAI curves.

reconstrucción del espacio meta-paramétrico. Para estimar k a partir de valores muestrales de reflectividades, es necesario conocer el valor del IAF de una curva iso-IAF. En nuestro caso, no es necesaria esta información dado que se considera el uso de las reflectividades en términos relativos. Esto es, se puede establecer un valor de k cualquiera (por ejemplo 0.5), y obtener las reflectividades para esta condición. Los valores de IAF para los valores muestrales estarán relacionados linealmente con los reales y conservarán las mismas propiedades (métricas) que los valores reales. De esta manera es posible utilizar la información completa contenida en el espacio R-IRC. Bajo la consideración de un uso relativo de ésta, se pueden comparar los estados de crecimiento de los cultivos en píxeles vecinos pertenecientes a una misma parcela.

Para estimar el valor del parámetro b_0 que corresponde a cada par muestral (R, IRC), es necesario asignar estos valores a la curva iso-IAF más cercana, calculada de los meta-parámetros A y B. Para ésto es necesario:

- 1) Calcular valores de β entre 0 y 1.11, usando la relación dada por la ecuación (5), con los parámetros A y B estimados por la doble transformada de Hough.
- 2) Para cada valor de β se estima α_1 a partir de la ecuación (4) y se estima el valor de b_1 . Asimismo se estima el valor de a_1 usando la ecuación (5) para cada valor correspondiente de β .
- 3) Con los valores a_1 y b_1 calculados, y conociendo a_s y b_s de la línea del suelo, se estiman los valores de a_0 y b_0 de la relación entre (3) y (1):

$$IRC = \left(\frac{a_1 - a_s b_1}{1 - b_1} \right) + \left(\frac{b_1 b_s}{1 - b_1} \right) R \quad (12)$$

- 4) Las curvas de iso-IAF se generan en el espacio R-IRC, usando el intervalo de valores permisibles de R, para cada valor de β .
- 5) Analizar cada par muestral (R, IRC) en relación a su cercanía a las curvas iso-IAF generadas y asignar éste a la más cercana. De esta manera, a cada par muestral le corresponderá un valor único de b_0 .
- 6) Invertiendo la ecuación (10) para IAF, se calcula el valor del IAF correspondiente a cada par muestral (R, IRC) usando un valor arbitrario de k (alrededor de 0.5 es una elección adecuada).

La Figura 9 muestra los valores de IAF estimados de los datos mostrados en la Figura 7, usando los meta-parámetros obtenidos por la transformada de Hough y $k = 0.5$.

values. In this way, it is possible to use the complete information contained in the R-NIR space. Under the consideration of a relative use of this, crop growth stages can be compared in neighboring pixels belonging to the same plot.

To estimate the value of the b_0 parameter that corresponds to each sample pair (R, NIR), it is necessary to assign these values to the closest iso-LAI curve, calculated from the meta-parameters A and B. For this, it is necessary to:

- 1) Calculate values of β between 1 and 1.11, using the relationship given by equation (5), with the A and B parameters estimated by the double Hough transform.
- 2) Estimate α_1 , for each β value from equation (4) and estimate the value of b_1 . Also, estimate the value of a_1 using equation (5) for each value corresponding to β .
- 3) Once calculated a_1 and b_1 , and knowing a_s and b_s of the soil line, estimate a_0 and b_0 from the relationship between (3) and (1):

$$NIR = \left(\frac{a_1 - a_s b_1}{1 - b_1} \right) + \left(\frac{b_1 b_s}{1 - b_1} \right) R \quad (12)$$

- 4) Generate the iso-LAI curves in the R-NIR space using the interval of permitted values of R for each value of β .
- 5) Analyze each sample pair (R, NIR) in relation to its proximity to the iso-LAI curves generated and assign this to the closest. In this way, a single value for b_0 will correspond to each sample pair.
- 6) Inverting equation (10) for LAI the LAI value corresponding to each sample pair (R, NIR) is

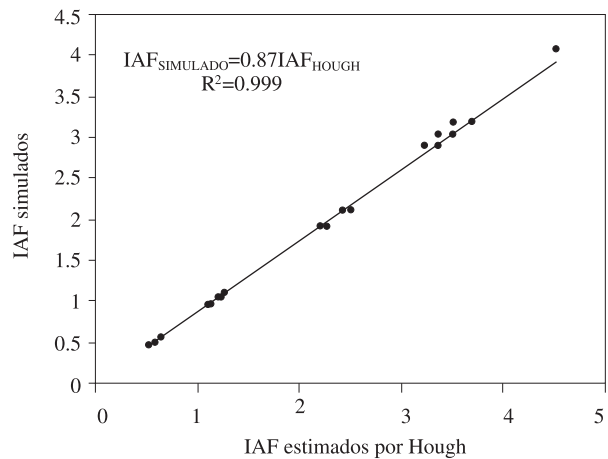


Figura 9. Índices de área foliar estimados vs los simulados.
 Figura 9. Leaf area indexes estimated vs simulated.

CONCLUSIONES

La metodología propuesta en este trabajo permite una estimación confiable de los valores de los parámetros de las curvas iso-IAF del espacio espectral IRC-R. Con esta información se pueden tomar decisiones relativas a pronósticos del crecimiento de los cultivos. Con los parámetros de las curvas iso-IAF es posible estimar, relativamente, el valor del IAF que corresponde a cada valor muestral de las reflectividades en el espacio espectral R-IRC y utilizar esta estimación como un índice de vegetación que elimina el efecto de los suelos en el sistema suelo-vegetación, permitiendo el uso de información relacionada sólo con la vegetación (IAF estimado). Los valores del IAF estimados pueden normalizarse a un índice que va de 0 a 1, usando el valor del IAF máximo.

La ventaja de las técnicas mostradas, en relación con otros procedimientos, es que la caracterización del espacio meta-paramétrico esta basada sólidamente en la teoría del proceso de transferencia de radiación en el follaje de los cultivos, y que no se requiere invertir el proceso para estimar el índice de área foliar. La desventaja es que el IAF estimado requiere conocer una constante multiplicativa para su estimación en términos absolutos. Si se cuenta con información de campo, un solo punto (la intersección del IAF estimado que pasa por el origen), entonces es posible calibrar el modelo de los índices IAF estimados.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con el apoyo del CONACYT, convenio CONACYT-2002-C01-41792, del proyecto "Agricultura Asistida por Sensores Remotos".

LITERATURA CITADA

- Bausch, W. C. 1993. Soil background effects on reflectance-based crop coefficients for corn. *Remote Sensing Environ.* 46: 213-222.
- Duda, R. O., and P. E. Hart. 1973. *Pattern Classification and Scene Analysis*. John Wiley & Sons. New York. 143 p.
- Gausman, H. W., W. A. Allen, C. L. Wiegand, D. E. Escobar, R. R. Rodriguez, and A. J. Richardson. 1973. The leaf mesophylls of twenty crops, their light spectra, and optical and geometrical parameters, USDA Technical Bulletin 1465. 59 p.
- Goel, N. S. 1988. Models of vegetation canopy reflectance and their use in the estimation of biophysical parameters from reflectance data. *Remote Sensing Rev.* 4: 1-222.
- Huete, A. R. 1987. Soil-dependent spectral response in a development plant canopy. *Agron. J.* 79: 61-68.
- Huete, A. R., R. D. Jackson, and D. F. Post. 1985. Spectral response of a plant canopy with different soil backgrounds. *Remote Sensing Environ.* 17: 35-53.
- Knyazikhin, Y., J. V. Martonchik, R. B. Myneni, D. J. Diner, and S. W. Running. 1998a. Synergistic algorithm for estimating vegetation canopy leaf area index and fraction of absorbed photosynthetically active radiation from MODIS and MISR data. *J. Geophysical Res.* 103: 32257-32275.

calculated using a random value for k (around 0.5 is a suitable election).

Figure 9 shows the LAI values estimated from the data shown in Figure 7, using the meta-parameters obtained by the Hough transform and $k = 0.5$.

CONCLUSIONS

The methodology proposed in this paper permits reliable estimation of the values of the parameters of the iso-LAI curves of the NIR-R spectral space. With this information decision-making is possible relative to crop growth prognostics. With parameters of the iso-LAI curves, it is possible to estimate, relatively, the LAI value that corresponds to each sample value of reflectance in the R-NIR spectral space and use this estimation as an index of vegetation that eliminates the effect of soils in the soil-vegetation system, thus permitting the use of information related only to vegetation (estimated LAI). The estimated LAI values can be normalized to an index that goes from 0 to 1, using the maximum LAI value.

The advantage of the techniques shown here, compared with other procedures, is that the characterization of the meta-parametric space is based solidly on the theory of the process of radiation transfer in the crop canopy, and there is no need to invert the process to estimate the leaf area index. The disadvantage is that the estimated LAI requires to know a multiplicative constant for its estimation in absolute terms. If information from the field is available, one single point (the intersection of the estimated LAI that passes through the origin), then it is possible to calibrate the model of the estimated LAI indexes.

—End of the English version—



- Knyazikhin, Y., J. V. Martonchik, D. J. Diner, R. B. Myneni, M. Verstraete, B. Pinty, and N. Gobron. 1998b. Estimation of vegetation canopy leaf area index and fraction of absorbed photosynthetically active radiation from atmosphere-corrected MISR data. *J. Geophysical Res.* 103: 32239-32256.
- Myneni, R. B., J. Ross, and G. Asrar. 1989. A review of the theory of photon transport in leaf canopies in slab geometry. *Agric. Forest Meteorology* 45: 1-165.
- Tucker, C. J. 1979. Red and photographic infrared linear combination for monitoring vegetation. *Remote Sensing Environ.* 8: 127-150.
- Verhoef, W. 1984. Light scattering by leaf layers with application to canopy reflectance modeling: The SAIL model. *Remote Sensing Environ.* 16: 125-141.
- Verstraete, M. M., and B. Pinty. 1996. Designing optical spectral indexes for remote sensing applications. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing* 34: 1254-1265.