

Análisis tripartita de escurrimientos naturales: aplicación a la caracterización de sequías en el río Colorado

• Álvaro A. Aldama* •
Consultor independiente

*Autor para correspondencia

Resumen

Aldama, A. A. (septiembre-octubre, 2016). Análisis tripartita de escurrimientos naturales: aplicación a la caracterización de sequías en el río Colorado. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 7(5), 167-195.

En este trabajo se presenta el análisis del régimen de escurrimiento natural en la cuenca del río Colorado, a la luz de lo establecido por el Tratado de 1944 entre México y Estados Unidos. Primeramente, se construye el registro mensual de escurrimiento natural anual en la estación más cercana a la frontera entre ambos países, que corresponde al sitio aguas arriba de la presa Imperial. Esto permitió contar con valores de septiembre de 1906 a diciembre de 2012, de acuerdo con la información más reciente disponible. Se calculan los estadísticos más significativos de dicho registro y se comprueba que no sigue una distribución normal. Se procede a calcular los percentiles 2.28, 15.87, 84.13 y 97.72, y con base en ellos se caracteriza el registro histórico en periodos extraordinariamente escasos, escasos, normales, abundantes y extraordinariamente abundantes. Mediante la aplicación de un análisis de Fourier, se determinan los periodos dominantes del registro. A través de una novedosa descomposición tripartita, se calculan los componentes tendenciales, cíclicos dominantes y aleatorios del registro. Se demuestra que estos últimos siguen una distribución normal y se lleva a cabo la caracterización del registro histórico en periodos muy secos, secos, normales, húmedos y muy húmedos, de acuerdo con el índice dinámico estandarizado de escurrimiento propuesto en este trabajo por el autor.

Palabras clave: escurrimiento natural anual en la cuenca del río Colorado, Tratado de 1944 entre México y Estados Unidos, aguas transfronterizas, distribución normal, teorema del límite central, percentiles, análisis espectral, descomposición tripartita, componente tendencial, componente cíclico, componente aleatorio, índice dinámico estandarizado de escurrimiento.

Abstract

Aldama, A. A. (September-October, 2016). *Three-part Decomposition of Natural Flows: Application to the Colorado River Drought Characterization*. *Water Technology and Sciences (in Spanish)*, 7(5), 167-195.

An analysis of the natural flow in the Colorado River basin is presented in this paper, within the context of what is established by the 1944 Treaty between Mexico and the United States. Firstly, the monthly record of natural annual flow at the station closest to the border between both countries, which corresponds to the location just upstream of the Imperial dam, is built. Thus, values between September of 1906 and December of 2012 were included, in accordance with the most recently available information. The most important statistics of such record are estimated and it is shown that the record itself does not follow a normal distribution. The 2.28, 15.87, 84.13 y 97.72 sample percentiles are computed and on the basis of their values, the historical record is characterized in terms of extremely scarce, scarce, normal, abundant and extremely abundant periods. The dominant periods in the record are identified via Fourier analysis. Through a novel three-part decomposition, the trend, dominant cyclical and random components of the record are identified. It is shown that the last follows a normal distribution and a characterization of the historical record in very dry, dry, normal, humid and very humid periods is performed, on the basis of a dynamic standardized runoff index, proposed by the author herein.

Keywords: Natural annual flow in the Colorado River basin, 1944 Treaty between México and the United States, transboundary waters, normal distribution, Central Limit Theorem, percentiles, spectral analysis, three-part decomposition, trend, cyclical component, random component, dynamic standardized runoff index.

Recibido: 31/08/2015
Aceptado: 26/04/2016

Introducción

Los retos que plantea la gestión sustentable del agua en las cuencas transfronterizas entre México y Estados Unidos son extraordinarios, habida cuenta de que el recurso es escaso en la región y existe una gran competencia por el mismo. Además, la legislación que regula el aprovechamiento del líquido en cada país y el Tratado sobre Distribución de las Aguas Internacionales celebrado entre México y los Estados Unidos en 1944 definen un marco jurídico complejo que es necesario respetar al tomar cualquier decisión relativa al manejo del agua. La realidad es que el sistema de cuencas transfronterizas, en particular las de los ríos Colorado y Bravo, exhibe un frágil equilibrio que se trastoca cada vez que ocurre una sequía. El Tratado de 1944 menciona ciertas medidas especiales de gestión que deben tomarse cuando ocurra una “extraordinaria sequía”, pero desafortunadamente, no define el término con precisión. Las asignaciones que el Tratado hace de las aguas compartidas por las dos naciones en las cuencas del Colorado y del Bravo son condicionantes para el aprovechamiento del recurso en ambos países. La interpretación y aplicación de las disposiciones contenidas en el Tratado en relación con sequías extraordinarias ha sido instrumentada por la Comisión Internacional de Límites y Aguas (CILA), de conformidad con las atribuciones que le confiere el propio Tratado. No obstante, la reciente ocurrencia de periodos muy secos tanto en la cuenca del río Colorado como en la del río Bravo ha hecho que surjan presiones al interior de México y de Estados Unidos en el sentido que resulta necesario definir un criterio que permita determinar cuándo ocurre una extraordinaria sequía y entonces aplicar las disposiciones especiales que al respecto prevé el Tratado. Las secciones mexicana y estadounidense de la CILA, con el apoyo de las instancias involucradas en la gestión del agua en ambos países, entre las que destacan la Comisión Nacional del Agua (Conagua) y el *United States Bureau of Reclamation* (USBR), han iniciado estudios para caracterizar el régimen

de escurrimiento en el río Colorado y contar con criterios que permitan, sin ambigüedades, determinar cuándo es necesario aplicar restricciones al consumo del agua en ambos países, a fin de que se cumplan las disposiciones generales del Tratado. Un avance en este sentido lo constituyó el Acta 319 (CILA, 2012), firmada el 20 de noviembre de 2012, en Coronado, California. A través de dicho instrumento jurídico, las secciones de la CILA acordaron una serie de medidas que incluyen aspectos como la generación y conservación de volúmenes adicionales de agua; control de salinidad; manejo de variabilidad en el abastecimiento de agua en la cuenca; oportunidad para establecer “agua mexicana creada intencionalmente”; intercambio de agua, y entrega de agua para el ambiente, entre otras. Dicha Acta debe ser reemplazada por un Acta Integral a partir del 1° de enero de 2018, lo cual subraya la importancia y urgencia de contar con los criterios antes referidos para caracterizar el régimen de escurrimiento en el río, en particular los periodos secos. El propósito de este artículo es contribuir al acervo metodológico disponible hasta la fecha para llevar a cabo dicha caracterización. Para ello, primero es conveniente revisar lo dispuesto por el Tratado de 1944.

Disposiciones relevantes del Tratado de 1944

El artículo 10 del Tratado sobre Distribución de Aguas Internacionales entre los Estados Unidos Mexicanos y los Estados Unidos de América establece lo siguiente:

“De las aguas del río Colorado, cualquiera que sea su fuente, se asignan a México:

“a).- Un volumen garantizado de 1,850,234,000 metros cúbicos (1,500,000 acres pies) cada año, que se entregará de acuerdo con lo dispuesto en el artículo 15 de este Tratado.

“b).- Cualesquier otros volúmenes que lleguen a los puntos mexicanos de derivación; en la inteligencia de que, cuando a juicio de la Sección de los Estados Unidos, en cualquier

año exista en el río Colorado agua en exceso de la necesaria para abastecer los consumos en los Estados Unidos y el volumen garantizado anualmente a México de 1,850,234,000 metros cúbicos (1,500,000 acres pies), los Estados Unidos se obligan a entregar a México, según lo establecido en el artículo 15 de este Tratado, cantidades adicionales de agua del sistema del río Colorado hasta por un volumen total que no exceda de 2,096.931,000 metros cúbicos (1,700,000 acres pies) anuales. México no adquirirá ningún derecho, fuera del que le confiere este inciso, por el uso de las aguas del sistema del río Colorado para cualquier fin, en exceso de 1,850,234,000 metros cúbicos (1,500,000 acres pies) anuales.

“En los casos de extraordinaria sequía o de serio accidente al sistema de irrigación de los Estados Unidos, que haga difícil a éstos entregar la cantidad garantizada de 1,850,234,000 metros cúbicos (1,500,000 acres pies), por año, el agua asignada a México, según inciso a) de este artículo, se reducirá en la misma proporción en que se reduzcan los consumos en los Estados Unidos”.

Debe observarse que en el caso de la cuenca del río Colorado, el Tratado asigna volúmenes de escurrimiento anuales. Por tanto, a fin de eliminar el efecto que pueda tener la operación de la infraestructura hidráulica construida en Estados Unidos, los análisis encaminados a la definición del término “extraordinaria sequía” deben abordarse en términos de los escurrimientos naturales anuales para el río Colorado.

El registro mensual de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado

En vista de lo dispuesto por el artículo 10 del Tratado, las siguientes secciones estarán enfocadas en analizar el comportamiento estadístico de los escurrimientos naturales *anuales* en la cuenca del río Colorado hasta el punto de entrega del agua a México por parte de Estados Unidos. La Conagua proporcionó al autor el registro de

escurrimientos naturales mensuales restituidos en dicha cuenca, que contiene información de octubre de 1905 a diciembre de 2012. Dicho registro ha sido integrado por el USBR y es el más reciente disponible.

Sea $v_{m,a}$ el volumen de escurrimiento natural correspondiente al mes m (con $m = 1$ representando a enero; $m = 2$, febrero; ..., $m = 12$, diciembre) y al año calendario a , que puede tomar valores desde 1905 hasta 2012. Entonces, el registro de escurrimientos naturales mensuales $R_v \equiv \{v_{m,a}\}_{m=10}^{12} \cup \{v_{m,a}\}_{a=1906}^{2012}$ permite construir un *registro mensual de escurrimientos naturales anuales*. Lo anterior, con el propósito de capturar el comportamiento detallado de la dinámica de escalas de tiempo subanuales en los escurrimientos anuales. Para el efecto, defínase el siguiente índice anual consecutivo:

$$k = a - 1905, \quad a = 1905, 1906, \dots, 2012 \quad (1)$$

Constrúyase el registro $R_u \equiv \{u_\ell\}_{\ell=1}^{1287}$ con elementos definidos como sigue:

$$u_{12k+m-9}^{(C)} \equiv u_{12(a-1905)+m-9}^{(C)} = v_{m,a}^{(C)}, \quad a = 1905, 1906, \dots, 2008$$

donde $m = \begin{cases} 10, 11, 12 & \text{si } a = 1905 \\ 1, 2, \dots, 12 & \text{si } a = 1906, \dots, 2012 \end{cases} \quad (2)$

Entonces, defínase el volumen de escurrimiento natural anual correspondiente al índice consecutivo j como:

$$U_{j-12} = \sum_{\ell=j-11}^j u_\ell, \quad j = 12, 13, \dots, 1287 \quad (3)$$

El volumen de escurrimiento correspondiente al mes m y al año calendario a se obtiene como sigue:

$$V_{m,a} = U_{12(a-1906)+m-9}, \quad a = 1906, 1907, \dots, 2008$$

donde $m = \begin{cases} 9, 10, \dots, 12 & \text{si } a = 1906 \\ 1, 2, \dots, 12 & \text{si } a = 1907, \dots, 2012 \end{cases} \quad (4)$

De este modo, se generó el registro mensual de escurrimientos naturales anuales

$R_V \equiv \{ \{ V_{m,a} \}_{a=1906}^{12} \}_{m=9}^{12} \cup \{ \{ V_{m,a} \}_{a=1907}^{2010} \}_{m=1}^{12}$. Nótese que el registro anterior comienza con el escurrimiento natural anual del mes de septiembre de 1906, pues los volúmenes correspondientes a los meses anteriores de ese año no pueden ser calculados, al no contarse con información necesaria. Por tanto, el número total de elementos del registro R_V es igual a $12(2012 - 1906) + 4 = 1\,276 \equiv N$. En la figura 1 se muestra la evolución temporal del registro mensual de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado.

Distribución empírica de probabilidad y estadísticos principales

Con el objeto de determinar la distribución empírica de frecuencias relativas acumuladas del registro mensual de escurrimientos naturales anuales numerados consecutivamente, $R_U \equiv \{ U_p \}_{p=0}^{N-1}$, es necesario reordenar los elemen-

tos de dicho registro. Al respecto, sean $\{ U_{(n)} \}_{n=0}^{N-1}$ los estadísticos de orden de R_U . En otras palabras, $\{ U_{(n)} \}_{n=0}^{N-1}$ constituye el conjunto de valores de los escurrimientos naturales anuales, ordenados de menor a mayor. Supóngase ahora que el k -ésimo valor del conjunto $\{ U_{(n)} \}_{n=0}^{N-1}$ corresponde con el ℓ -ésimo valor de R_U . Entonces, se dice que el número de orden o rango de U_ℓ es $k + 1$. Indíquese lo anterior como sigue:

$$\begin{aligned} r(U_\ell) &= k + 1, \text{ si } U_\ell = U_{(k)}; \\ \ell &= 0, 1, \dots, N - 1; k = 0, 1, \dots, N - 1 \end{aligned} \quad (5)$$

donde $r(\cdot)$ denota el rango.

Recuérdese ahora que la distribución de probabilidad acumulada $F(\cdot)$ de un cierto valor X se define como la probabilidad de que X no sea excedido por una variable aleatoria muda x , esto es:

$$F(U) \equiv P(x \leq X) \quad (6)$$

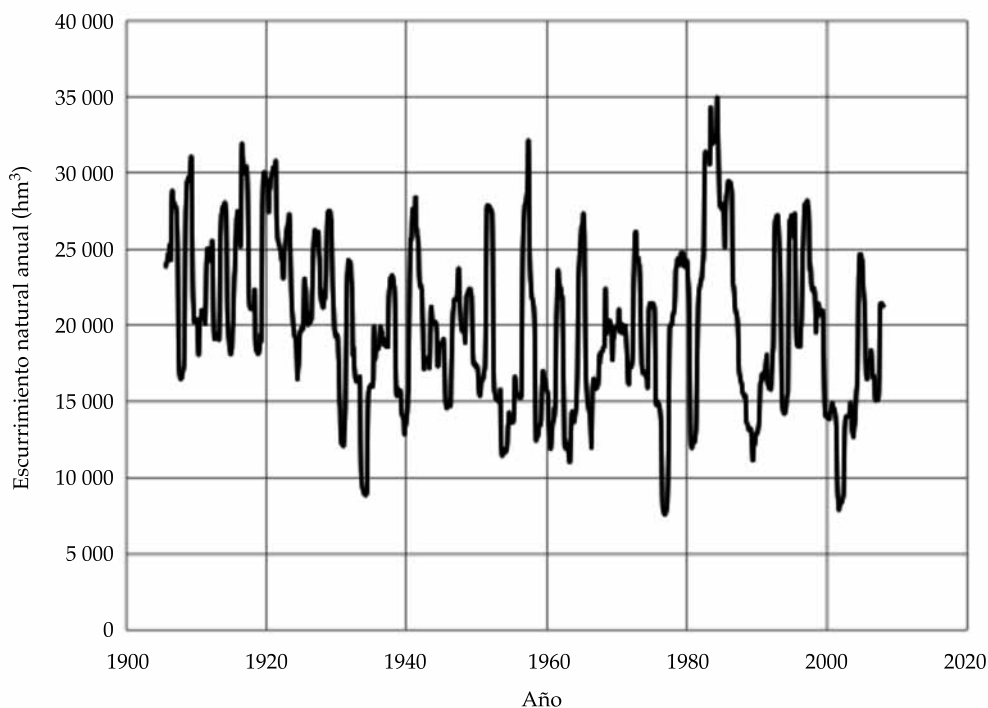


Figura 1. Evolución mensual de los escurrimientos naturales anuales.

En congruencia con la ecuación (6), la probabilidad empírica p_{k+1} de que un cierto valor del escurrimiento anual U_k no sea excedido estará dada por:

$$p_{k+1} = \frac{k+1}{N+1} \equiv \frac{r(U_k)}{N+1} \quad (7)$$

Con base en la ecuación (7) se obtuvo la distribución empírica de probabilidad mostrada en la figura 2.

Es relevante subrayar que en vista de que los escurrimientos naturales anuales representan la suma de escurrimientos mensuales y éstos representan la suma de escurrimientos diarios, el teorema del límite central (Meyer, 1973), cuya demostración se incluye en Aldama (2011), haría pensar que la distribución de aquéllos debería aproximarse asintóticamente a una normal.

Los parámetros estadísticos más importantes del registro mensual de escurrimientos naturales anuales están incorporados en el cuadro 1. Como puede observarse, la mediana es 1.64% inferior

a la media. Asimismo, el valor del coeficiente de variación indica que la variabilidad de los escurrimientos naturales anuales es moderada. Por otra parte, la densidad de probabilidad empírica exhibe ligera asimetría positiva (con el máximo desplazado hacia la derecha, a diferencia de la densidad de probabilidad normal, que es simétrica) y es ligeramente platicúrtica (menos puntiaguda que la normal). Todo lo anterior puede obedecer a efectos asociados con el tamaño de la muestra, por lo que no necesariamente desecha la posibilidad de que la distribución poblacional sea normal, de donde es pertinente evaluar la hipótesis de normalidad.

Prueba de normalidad

La distribución normal teórica puede ser estimada como:

$$F_N(U; \bar{U}, S_U) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_U} \int_{-\infty}^U \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\bar{U}}{S_U}\right)^2\right] du \quad (8)$$

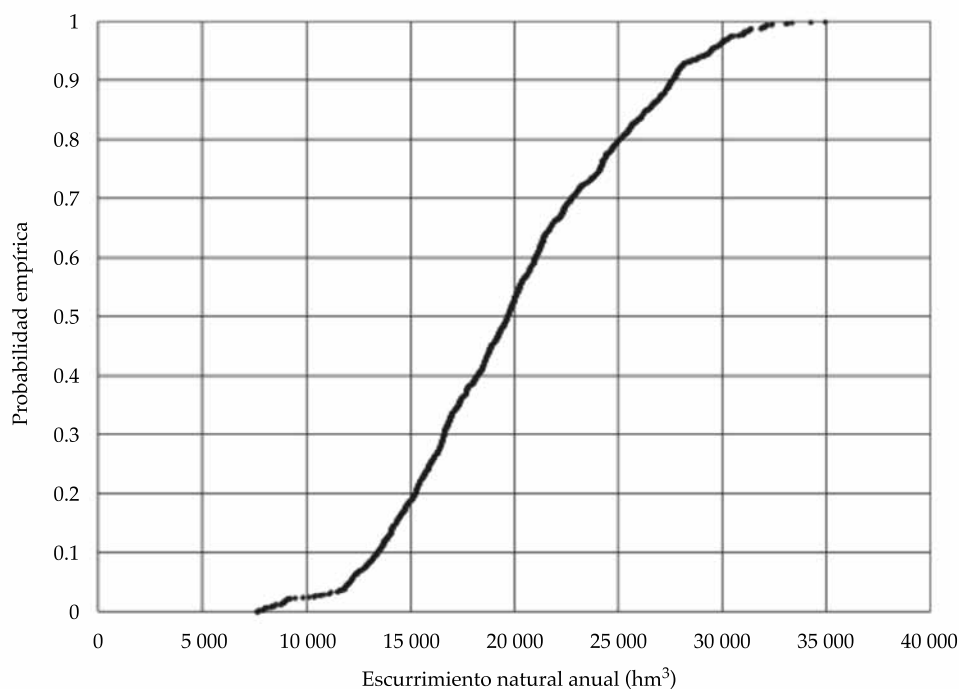


Figura 2. Distribución de probabilidad empírica acumulada del registro mensual de los escurrimientos naturales anuales.

Cuadro 1. Parámetros más importantes de la distribución de probabilidad empírica del registro mensual de escurrimientos naturales anuales.

Parámetro	Valor
Media	19 971.19 hm ³
Desviación estándar	5 389.66 hm ³
Mediana	19 643.94 hm ³
Coefficiente de variación	0.270
Coefficiente de asimetría	0.192
Curtosis	-0.559

donde \bar{U} y S_u representan estimadores de la media y la desviación estándar poblacionales del registro mensual de los escurrimientos naturales anuales del río Colorado. Para el cálculo de dichos parámetros se han empleado los métodos de momentos, mínimos cuadrados y máxima verosimilitud.

En las figuras 3 a 5 se muestran comparaciones entre las distribuciones empírica y normal teórica, estimada por los métodos de momentos, mínimos cuadrados y máxima verosimilitud, respectivamente. Como puede observarse, los datos siguen de manera notable la tendencia de la distribución normal. Con el objeto de realizar una evaluación cuantitativa, se juzga conveniente aplicar una prueba de normalidad. Entre las pruebas de normalidad disponibles, la de Kolmogorov-Smirnov (NIST/Sematech, 2006) es la menos sensible al tamaño de la muestra, por lo que se ha elegido para los efectos de este trabajo.

La hipótesis nula para la aplicación de dicha prueba será que la distribución poblacional es normal. A partir de los datos de la muestra se construye el estadístico siguiente:

$$D = \sup_U \left| F_e(U;N) - F_N(U; \bar{U}, S_u) \right| \quad (9)$$

donde $F_e(U;N)$ representa la extensión continua de la distribución de probabilidad empírica acumulada, definida como:

$$F_e(U;N) \equiv \frac{1}{N+1} \sum_{n=1}^N I_{U_{(n)} \leq U} \quad (10)$$

donde $I_{U_{(n)} \leq U}$ es la función indicadora, que toma el valor de 1 si $U_{(n)} \leq U$ y 0 si $U_{(n)} > U$. Obsérvese que $F_e(U;N)$ está relacionada con la probabilidad empírica mediante la siguiente expresión:

$$F_e[U_{(k)};N_C] = p_k; k=1,2,\dots,N_C \quad (11)$$

Se procedió a calcular el parámetro D y se obtuvo el siguiente resultado: $D = 0.0464$, con parámetros estimados mediante el método de momentos $D = 0.0445$, con parámetros estimados mediante el método de mínimos cuadrados, y $D = 0.0465$, con parámetros estimados mediante el método de máxima verosimilitud. El valor crítico para este parámetro, correspondiente a un nivel de significancia de 5% es $D_{cr} = 1.36/\sqrt{N_C} = 0.0381$ (West Chester University, 2009). Dado que en los tres casos, $D > D_{cr}$, se descarta la hipótesis nula. En conclusión, los datos analizados no siguen una distribución normal. Este resultado llama poderosamente la atención, en vista de la expectativa creada por la aplicación del teorema del límite central, mismo que predice que datos como los analizados se deberían distribuir en forma asintóticamente normal. Sobre este particular se abundará después.

Caracterización del régimen mensual de escurrimiento natural anual por medio de percentiles

Sea x una variable aleatoria normalmente distribuida, con media μ y desviación estándar σ , de modo que su distribución de probabilidad

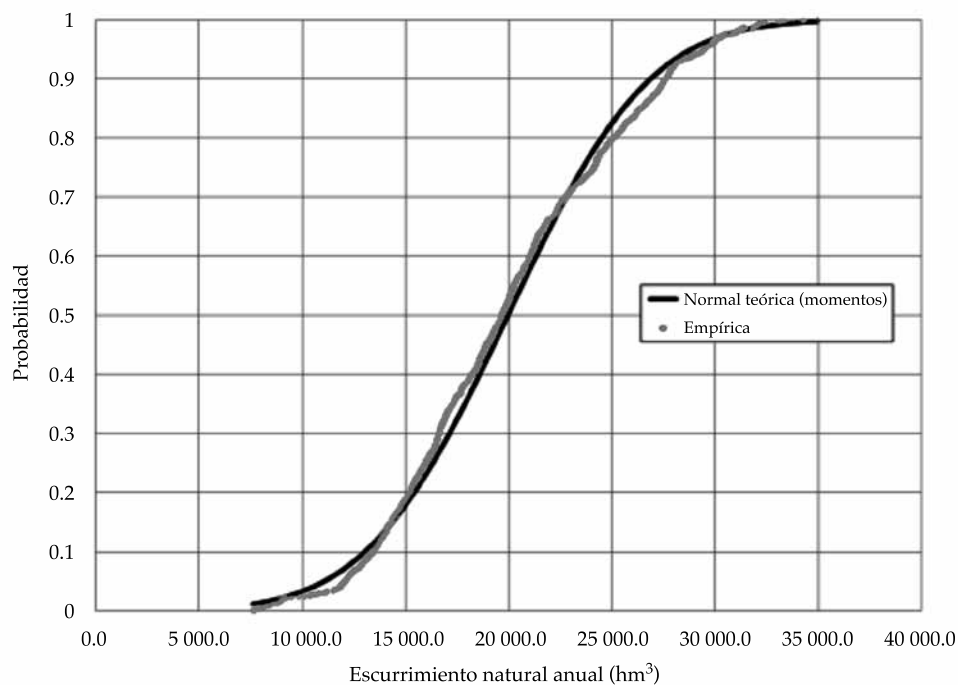


Figura 3. Comparación entre las distribuciones empírica y normal teórica, estimada por el método de momentos, del registro mensual de escurrimientos naturales anuales.

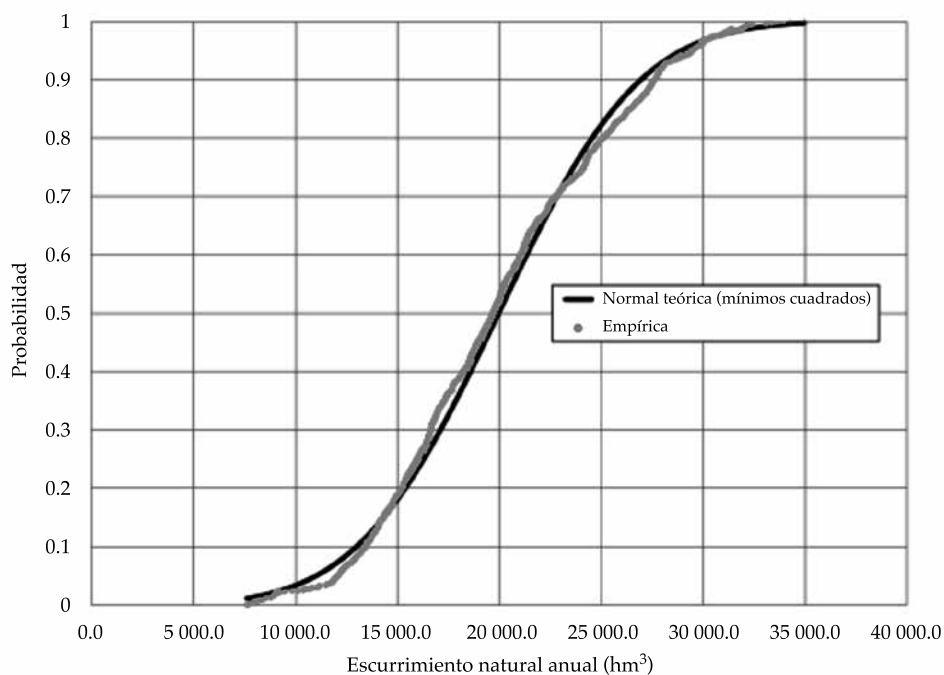


Figura 4. Comparación entre las distribuciones empírica y normal teórica, estimada por el método de mínimos cuadrados, del registro mensual de escurrimientos naturales.

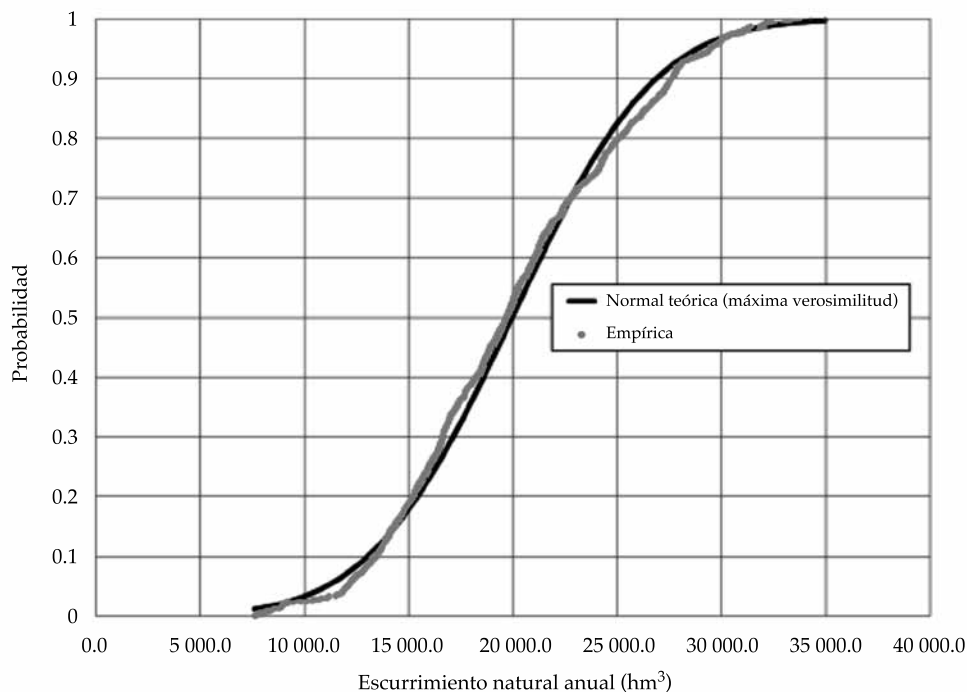


Figura 5. Comparación entre las distribuciones empírica y normal teórica, estimada por el método de máxima verosimilitud, del registro mensual de escurrimientos naturales.

esté dada por:

$$\tilde{\Phi}(x; \mu, \sigma) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi - \mu}{\sigma}\right)^2\right] d\xi \quad (12)$$

Introdúzcase la variable estandarizada z , definida como:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (13)$$

Sustituyendo la ecuación (13) en la ecuación (12) se obtiene la así denominada distribución normal estándar:

$$\Phi(z; 0, 1) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left[-\frac{1}{2}\xi^2\right] d\xi \quad (14)$$

Por definición, la media de z es nula y la variancia unitaria.

Nótese que, de acuerdo con la ecuación (13):

$$\begin{aligned} z = -2 &\Rightarrow x = \mu - 2\sigma \\ z = -1 &\Rightarrow x = \mu - \sigma \\ z = 1 &\Rightarrow x = \mu + \sigma \\ z = 2 &\Rightarrow x = \mu + 2\sigma \end{aligned} \quad (15)$$

Dado que la distribución normal estándar está tabulada, se conocen los valores de probabilidad que corresponden a distintos valores de la variable estandarizada z . En efecto, se sabe que:

$$\begin{aligned} z = -2 &\Rightarrow \Phi(-2; 0, 1) \equiv P(z \leq -2) = 2.28\% \\ z = -1 &\Rightarrow \Phi(-1; 0, 1) \equiv P(z \leq -1) = 15.87\% \\ z = 1 &\Rightarrow \Phi(1; 0, 1) \equiv P(z \leq 1) = 84.13\% \\ z = 2 &\Rightarrow \Phi(2; 0, 1) \equiv P(z \leq 2) = 97.72\% \end{aligned} \quad (16)$$

De acuerdo con la ecuación (4.5) $z = -2$ representa el percentil 2.28; $z = -1$, el percentil 15.87; $z = 1$, el percentil 84.13; y $z = 2$, el percentil

97.72 de la distribución normal estándar. Con base en las ecuaciones (13) y (16) es posible escribir que para una variable aleatoria x que esté normalmente distribuida:

$$\begin{aligned} P(x \leq \mu - 2\sigma) &= P(z \leq -2) = 2.28\% \\ P(\mu - 2\sigma < x \leq \mu - \sigma) &= P(-2 < z \leq -1) = 13.59\% \\ P(\mu - \sigma < x \leq \mu + \sigma) &= P(-1 < z \leq 1) = 68.26\% \\ P(\mu + \sigma < x \leq \mu + 2\sigma) &= P(1 < z \leq 2) = 13.59\% \\ P(x > \mu + 2\sigma) &= P(z > 2) = 2.28\% \end{aligned} \quad (17)$$

Las probabilidades indicadas en la ecuación (17) se ilustran gráficamente en las figuras 6 a 10. Debe subrayarse que las interpretaciones expresadas por la ecuación (17) y en las leyendas de las figuras 6 a 10 sólo son válidas para variables normalmente distribuidas.

No obstante, el concepto de percentil es general y se puede manejar en forma no paramétrica, esto es, sin que esté referido a distribución teórica alguna. En efecto, sea y una variable

aleatoria con distribución de probabilidad cualquiera $\Psi(y) \equiv P(\eta \leq y)$, donde η es una variable muda. Entonces, por definición, el percentil $\kappa \in [0,1]$ (en fracción) es el valor y_κ tal que $\Psi(y_\kappa) \equiv P(\eta \leq y) = \kappa$. En consecuencia, en general la probabilidad de que se presente un valor menor o igual al percentil 2.28 es 2.28%; se presente un valor entre los percentiles 2.28 y 15.87 es 13.59%; se presente un valor entre los percentiles 15.87 y 84.13 es 68.26%; se presente un valor entre los percentiles 84.13 y 97.72 es 13.59%, y se presente un valor mayor al percentil 97.7 es 2.28%.

Con base en la anterior discusión, tiene sentido *definir* un evento aleatorio con valor: “extraordinariamente bajo” al que sea menor que el percentil 2.28; valor “ordinariamente bajo” al que esté entre los percentiles 2.28 y 15.87; “normal” al que esté entre los percentiles 15.87 y 84.13, “ordinariamente alto” al que esté entre los percentiles 84.13 y 97.72; y “extraordinariamente alto” al que sea mayor que el percentil 97.72. Para pronta referencia, a los percentiles 2.28, 15.87, 84.13 y 97.72 se les denominará *percentiles índice*.

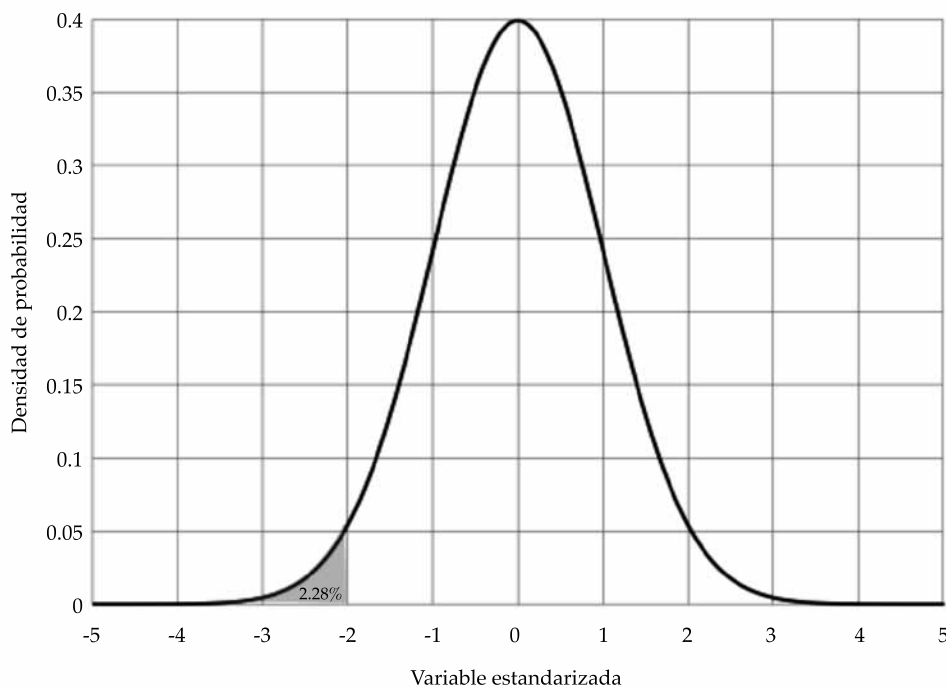


Figura 6. $P(x \leq \mu - 2\sigma) = P(z \leq -2)$.

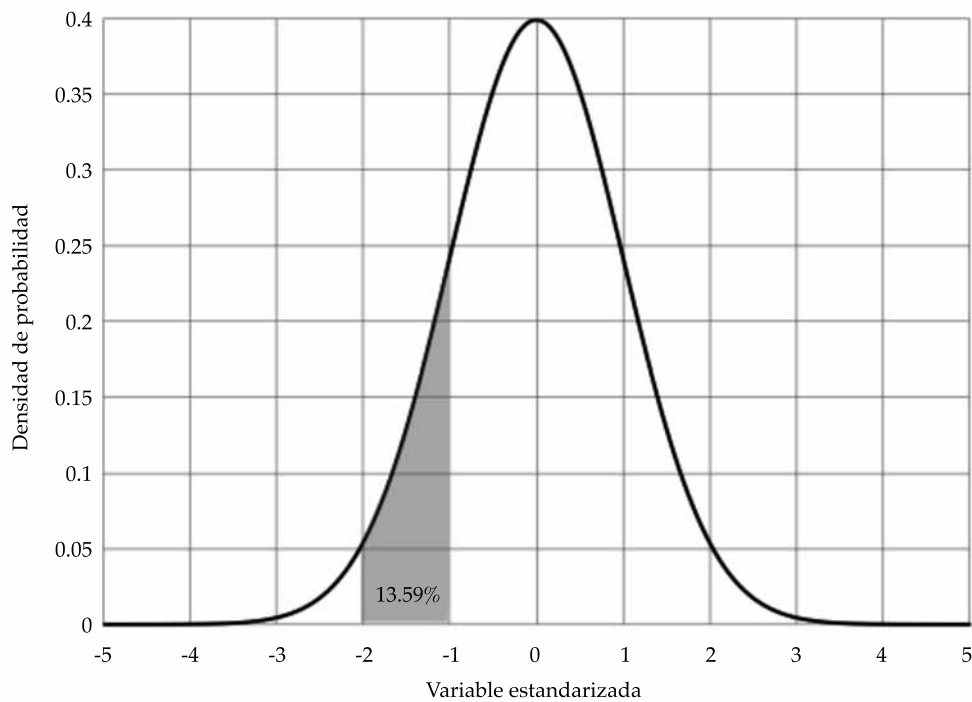


Figura 7. $P(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu - \sigma) = P(-2 \leq z \leq -1)$.

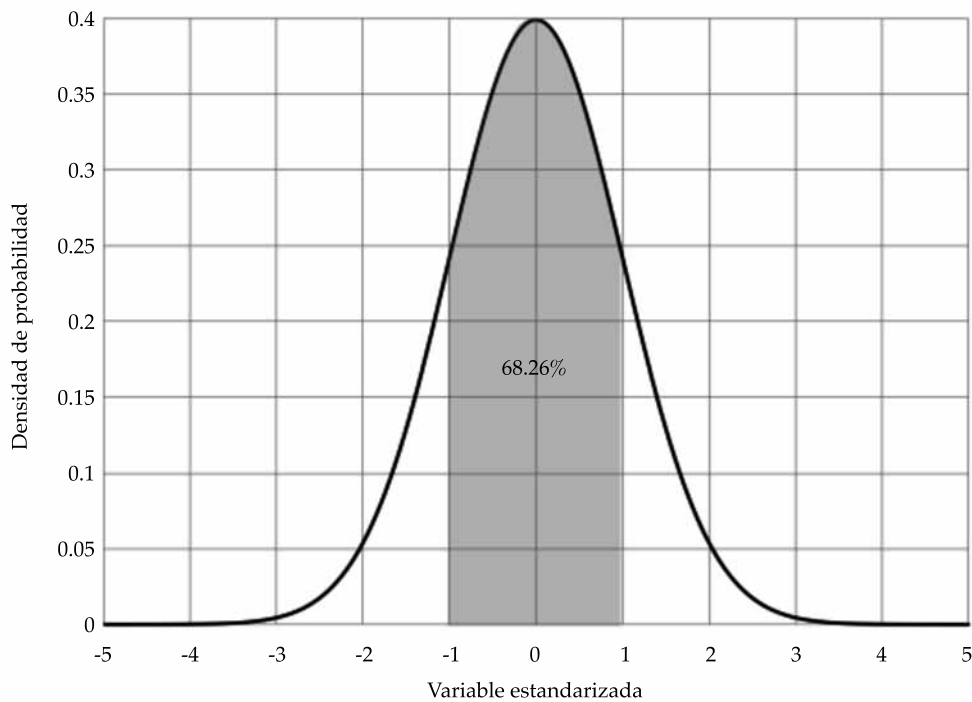


Figura 8. $P(\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma) = P(-1 \leq z \leq 1)$.

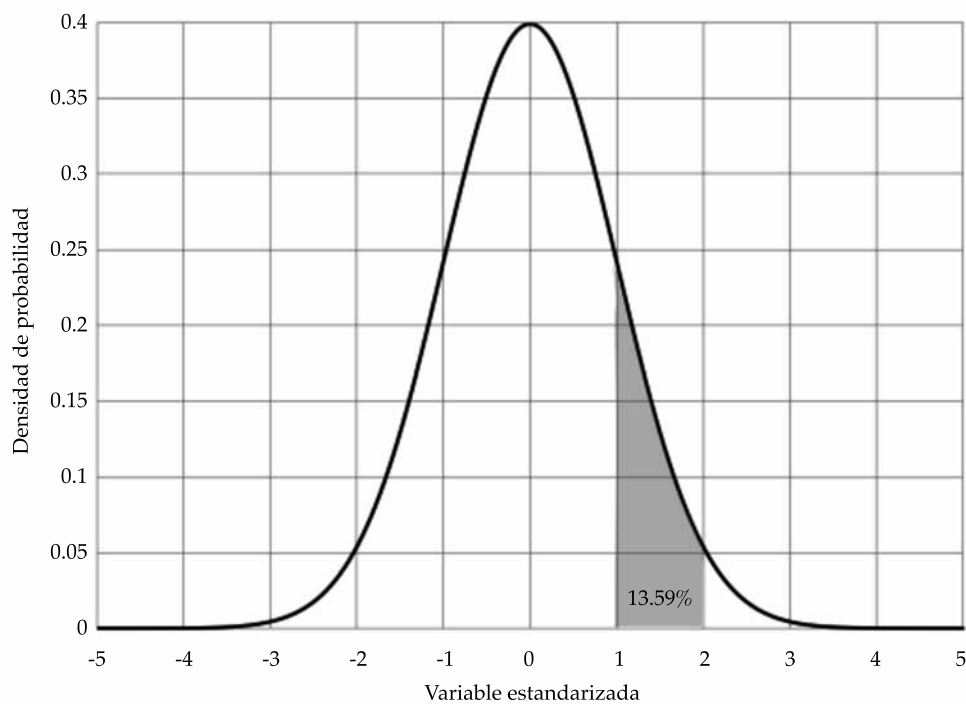


Figura 9. $P(\mu + \sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma) = P(1 \leq z \leq 2)$.

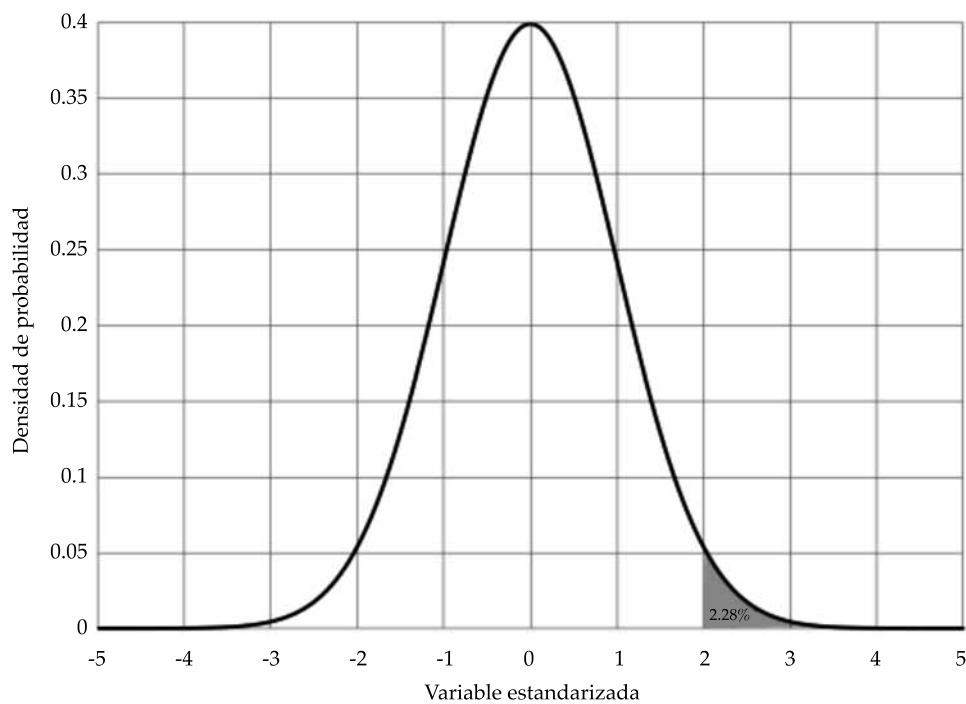


Figura 10. $P(x > \mu + 2\sigma) = P(z > 2)$.

Los percentiles índice empíricos de la distribución de probabilidad del registro mensual de escurrimientos anuales mostrada en la figura 2 se tienen en el cuadro 2. En el cuadro 3 se propone una clasificación del registro mensual de escurrimientos anuales basada en los percentiles índice contenidos en el cuadro 2.

En la figura 11 se muestra una representación gráfica de la clasificación de los escurrimientos naturales anuales registrados en el periodo septiembre de 1906 a diciembre de 2012, utilizando el sistema de clasificación de escurrimientos presentado en el cuadro 3. De acuerdo con la clasificación propuesta en el cuadro 3, dicho sistema, con base en la información disponible en el registro empleado, estadísticamente 2.35% del registro mensual de escurrimientos naturales anuales se clasificaría como “extraordinariamente escaso”; 13.56%, “escaso”; 68.18%, “normal”; 13.56%, “abundante”, y 2.35%, “extraordinariamente abundante”. Las pequeñas diferencias entre estos porcentajes observados y los teóricos implicados en el cuadro 2 obedecen a efectos de redondeo.

Determinación de los ciclos naturales del régimen mensual de escurrimientos naturales anuales

De conformidad con la notación introducida en la ecuación (3), sea $R_U \equiv \{U_j\}_{j=0}^{N-1}$ el registro mensual de escurrimientos naturales anuales identificados mediante el índice j que adopta valores enteros progresivos de 0 a $N - 1$. También recuérdese que dicho indicador se relaciona con el mes m y el año a del siguiente modo:

$$n = 12(a - 1906) + m - 9, \quad a = 1906, 1907, \dots, 2012$$

$$\text{donde } m = \begin{cases} 9, 10, \dots, 12 & \text{si } a = 1906 \\ 1, 2, \dots, 12 & \text{si } a = 1907, \dots, 2012 \end{cases} \quad (18)$$

La autocovariancia del registro mensual de escurrimientos naturales anuales se estima como sigue:

$$R_{UU,m} = \frac{1}{N-m} \sum_{j=0}^{N-m-1} (U_j - \bar{U}^N)(U_{j+m} - \bar{U}^N);$$

$$m = 0, 1, \dots, M \quad (19)$$

Cuadro 2. Percentiles índice empíricos de la distribución de probabilidad del registro mensual de escurrimientos naturales anuales.

Percentil	Valor (hm ³)
2.28	9 218.8
15.87	14 394.8
84.13	26 196.3
97.72	30 848.3

Cuadro 3. Clasificación de escurrimientos naturales anuales en el río Colorado.

Clasificación	Porcentaje de probabilidad	Intervalo de escurrimiento anual (hm ³)
Extraordinariamente escaso	2.28	Menor o igual que 9 218.8
Escaso	13.59	Mayor que 9 218.8 y menor o igual que 14 394.8
Normal	68.26	Mayor que 14 394.8 y menor o igual que 26 196.3
Abundante	13.59	Mayor que 26 196.3 y menor o igual que 30 848.3
Extraordinariamente abundante	2.28	Mayor que 30 848.3

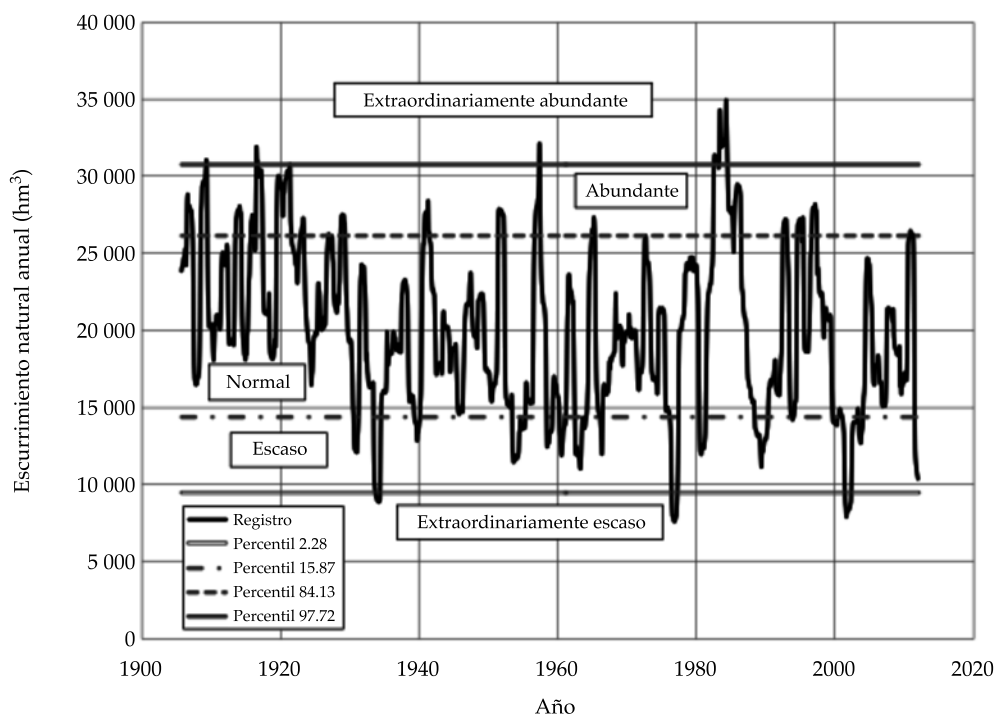


Figura 11. Clasificación de los escurrimientos naturales anuales registrados en el río Colorado.

donde:

$$\bar{U} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} U_j \quad (20)$$

es la media muestral de los escurrimientos naturales anuales, y $M \ll N$ es un apropiadamente elegido valor máximo del sesgo discreto (por lo general como una fracción de N).

Por otra parte, la autocovariancia atemperada se estima como:

$$\bar{R}_{UU,m} = w_m R_{UU,m}; m = 0, 1, \dots, M \quad (21)$$

donde w_m es el m -ésimo valor de la ventana de Hann, dada por la siguiente expresión:

$$w_m = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{m\pi}{P} \right); & m = 0, 1, \dots, P \\ 0 & ; m = P + 1, \dots, N - 1 \end{cases} \quad (22)$$

La selección de la ventana de Hann para estimar la autocovariancia atemperada se fundamenta en el análisis realizado por Aldama

(2010), quien demostró que es la que produce una estimación más suave o estadísticamente estable del espectro, sin dificultar la clara identificación de las frecuencias dominantes.

El espectro discreto se calcula como la transformada de Fourier discreta de la autocovariancia atemperada dada por la ecuación (21). En la práctica se emplea el algoritmo de la "transformada rápida de Fourier" (Stearns, 1975), mismo que funciona con series cuyo número total de datos es igual a una potencia de 2. Por lo anterior, se acostumbra agregar ceros al final de la serie de valores de la autocovariancia, hasta alcanzar la potencia de 2 más cercana. Además, por definición, la autocovariancia es una función par, lo cual se traduce en que el espectro sea real y par. En términos del cálculo de la transformada discreta de Fourier, esto es equivalente a repetir los valores de la imagen especular de la autocovariancia. En términos precisos, se emplea la autocovariancia atemperada extendida, estimada como sigue:

$$\bar{R}_{UU,m}^e = \begin{cases} \bar{R}_{UU,m} & ; m = 0, 1, \dots, M \\ 0 & ; m = M+1, M+2, \dots, M^* ; M^* = 2^R, R = \left\lceil \frac{\ln M}{\ln 2} \right\rceil \\ \bar{R}_{UU,2^p-m} & ; m = M^* + 1, M^* + 2, \dots, 2M^* - 1 \end{cases} \quad (23)$$

donde el símbolo $\lceil \cdot \rceil$ se denomina “techo” y se interpreta como el número entero más pequeño que no es menor que su argumento.

Así, el espectro discreto se estima como sigue:

$$\bar{S}_{UU,n} = \sum_{m=0}^{2M^*-1} \bar{R}_{UU,m}^e e^{-i(2\pi mn/2M^*)\Delta t} ; n = 0, 1, \dots, 2M^* - 1 \quad (24)$$

donde $\Delta t = 1$ mes, dado que se trabaja con el registro mensual de escurrimientos naturales anuales. Además, en vista de que el espectro es par y la transformada discreta de Fourier es periódica por construcción, sólo son relevantes

los valores para $n = 0, 1, \dots, M$, que corresponden a los valores originales de la autocovariancia atemperada (sin ceros adicionados). Los valores (positivos) respectivos de frecuencia y periodo son:

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{2M^* \Delta t} = \frac{\pi n}{M^* \Delta t} ; n = 0, 1, \dots, M \quad (25)$$

$$T_n = \frac{2M^* \Delta t}{n} ; n = 0, 1, \dots, M \quad (26)$$

Se aplicaron las ecuaciones (19), (21) y (23) para calcular la autocovariancia original, la autocovariancia atemperada y la autocovariancia atemperada extendida usando $M = 600$ ($\approx N / 2$), por lo que $M^* = 1\,024$ y $2M^* = 2\,048$. En la figura 12 se muestra la autocovariancia atemperada del registro mensual de los escurrimientos naturales anuales.

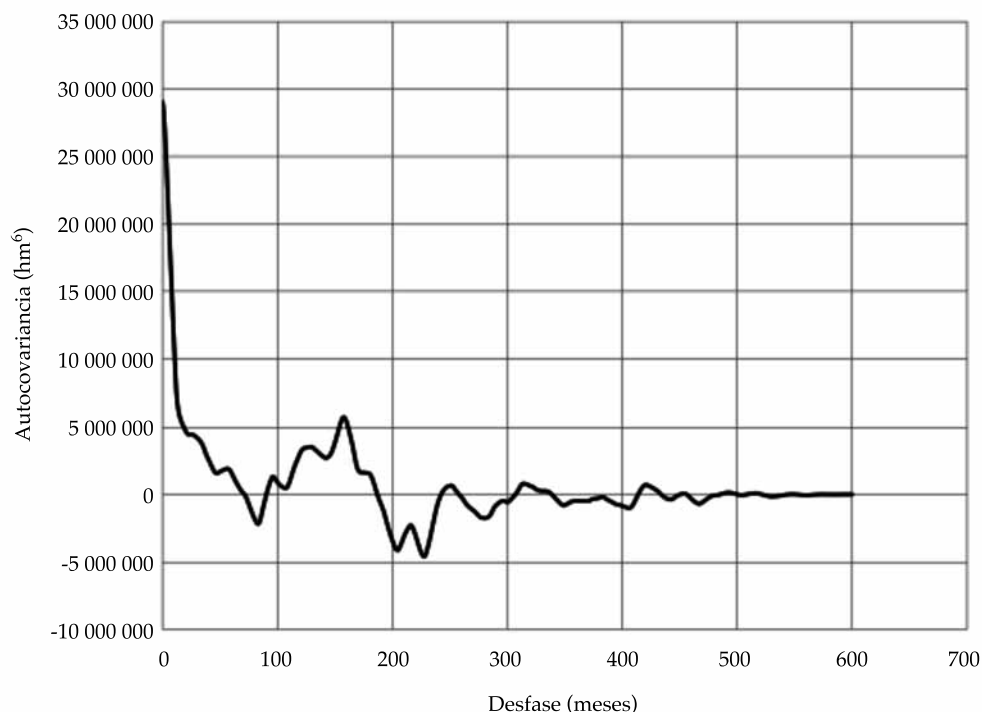


Figura 12. Autocovariancia del registro mensual de escurrimientos anuales del río Colorado, atemperada con la ventana de Hann.

El espectro asociado con el registro mensual de escurrimientos naturales anuales se estimó haciendo uso de la ecuación (24) y su representación gráfica se muestra en la figura 13. Como se puede observar ahí, se identifican claramente tres rangos en el comportamiento del espectro: (1) de altas amplitudes; (2) autosimilar o fractal, en el que el espectro sigue una ley de potencia negativa, y (3) disipativo. En la figura 14 se realizan con círculos trazados con línea discontinua los máximos locales asociados con las frecuencias dominantes en el espectro, mismas que se identifican de modo cuantitativo en el cuadro 4, junto con los periodos que les corresponden. En dicho cuadro se muestran periodos dominantes de alrededor de 60 años y de aproximadamente 7 a 13 años, y de 2 a 5 años. Dichos periodos se han ilustrado en la figura 15, sobre la gráfica de los escurrimientos naturales anuales.

Como se puede observar, el periodo de 60 años se asocia con ciclos largos o súperdecenales, mismos que de manera aproximada se

asocian con la recurrencia de eventos extraordinariamente escasos o extraordinariamente abundantes. El periodo de 7 a 13 años se relaciona con ciclos de duración intermedia o decenal, que pueden o no cambiar la clasificación del régimen de escurrimiento, y el de 3 a 5 años se vincula con ciclos cortos o subdecenales que por lo general no cambian la clasificación del régimen de escurrimiento (esto es, todo el ciclo se mantiene como normal, abundante o escaso).

Un nuevo criterio dinámico para la caracterización del régimen de escurrimiento de un río: aplicación al río Colorado.

En vista de que los escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado representan la suma de escurrimientos mensuales y éstos, a su vez, la suma de escurrimientos diarios, así como lo establecido por el teorema del límite central, sería de esperarse que dichos

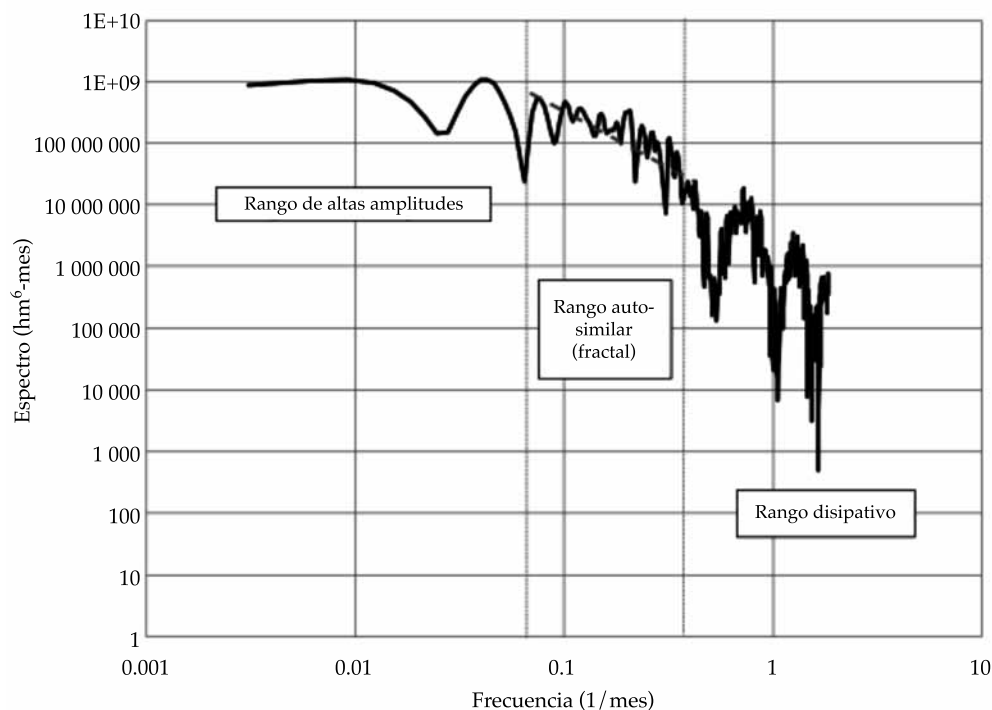


Figura 13. Espectro correspondiente al registro mensual de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado.

Cuadro 4. Frecuencias y periodos dominantes del registro mensual de escurrimientos naturales anuales.

Frecuencia (1/mes)	Periodo (meses)	Periodo (años)
0.0092	682.7	56.7
0.0399	157.5	13.1
0.0736	85.3	7.1
0.1012	62.1	5.1
0.1166	53.9	4.5
0.1963	32.0	2.7

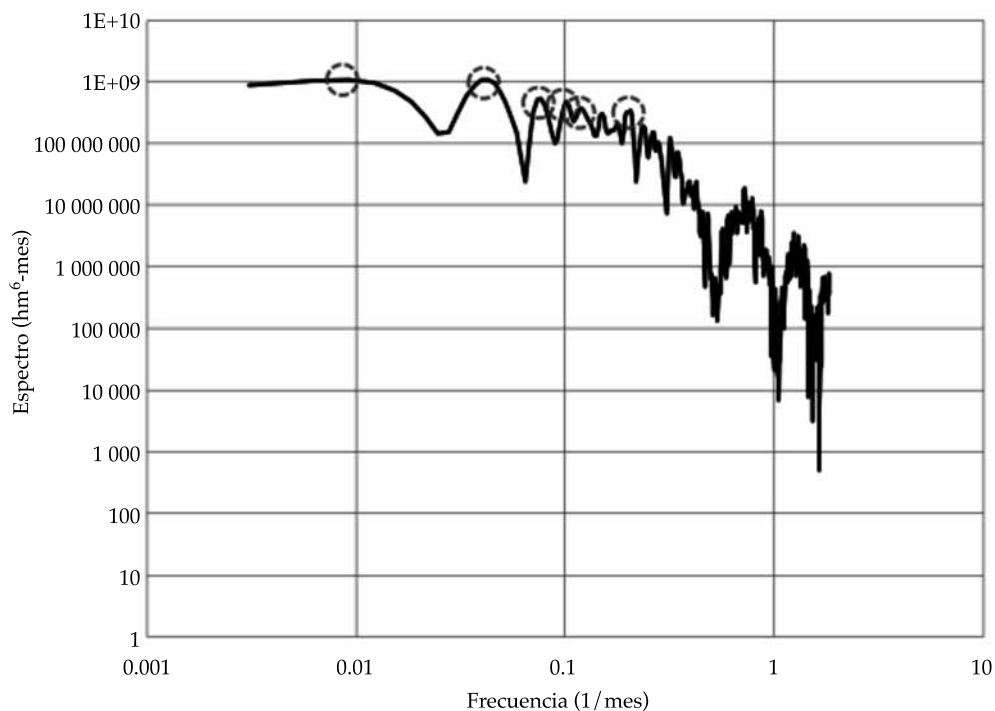


Figura 14. Identificación de frecuencias dominantes en el registro mensual de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado.

escurrimientos anuales siguieran una distribución normal. No obstante, se ha demostrado que ello no es así. En esta sección se busca entender el porqué de este hecho y se propone una metodología alterna de análisis del régimen de los escurrimientos naturales anuales.

Antes de proceder, es pertinente destacar que el método de clasificación de escurrimientos en términos de percentiles, mismo que es más o menos convencional y que ha sido presentado antes en este trabajo, corresponde a un *criterio*

estático debido a que utiliza estadísticos que aplican por igual con independencia de la fecha en la que haya ocurrido un valor determinado de escurrimiento natural anual que se desee clasificar. De hecho, podría decirse que prácticamente todos los criterios existentes para clasificar el régimen de variables climáticas o hidrológicas son estáticos (como los criterios incluidos en el monitor de sequías de América del Norte; véase por ejemplo, Aldama, 2013). Esto no toma en cuenta que el clima de una re-

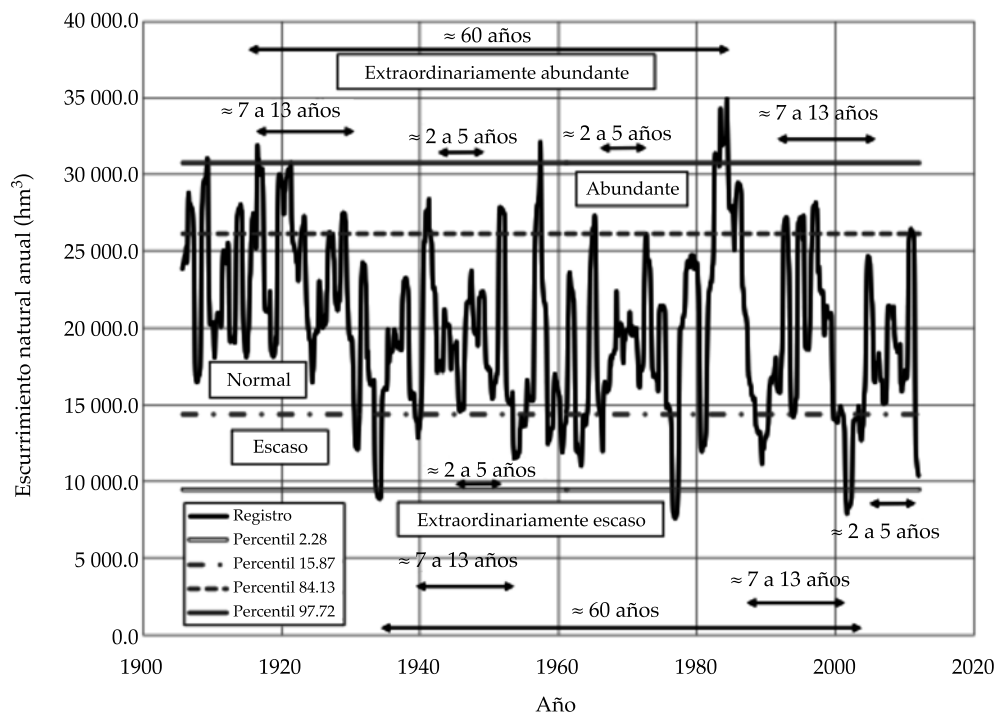


Figura 15. Periodos subdecenales, decenales y superdecenales identificados en el registro mensual de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado.

gión y el régimen hidrológico de una cuenca son fenómenos dinámicos que poseen variabilidad de pequeña, mediana y gran escala. Al respecto, resulta conveniente recordar las definiciones que propone el *Glosario Hidrológico Internacional* (OMM/UNESCO 2012) para “sequía”, como “ausencia prolongada o escasez acusada de precipitación”; para “sequía hidrológica”, como “periodo de **clima anormalmente seco** lo **suficientemente prolongado** para ocasionar una **disminución apreciable en el caudal de los ríos**, nivel de los lagos y/o un agotamiento de la humedad del suelo y un descenso en los niveles de aguas subterráneas por debajo de sus valores normales”, y para “clima”, como “**síntesis de las condiciones meteorológicas en un lugar determinado, caracterizada por estadísticas a largo plazo** (valores medios, varianzas, probabilidades de valores extremos, etc.) de los elementos meteorológicos en dicho lugar”. Las definiciones anteriores ponen de

manifiesto que en el estudio del régimen hidrológico de un río es necesario tener en cuenta las estadísticas de largo plazo (algo que sí hacen los criterios estáticos), la desviación respecto de “valores normales” (*ídem*), y la duración de los diferentes estados que puede exhibir dicho régimen (lo cual, por definición, no pueden hacer los criterios estáticos). Queda claro que en el análisis hace falta involucrar a un protagonista fundamental: el tiempo. Al respecto, la experiencia ha demostrado que, además de que pueden existir efectos de largo plazo (lo que ha dado en llamarse “cambio climático”), el clima y la hidrología de una cuenca tienden a exhibir ciertos patrones cíclicos, determinados por la dinámica diurna y estacional del movimiento de la tierra con respecto al motor de los fenómenos climático-oceánico-hidrológicos, esto es, el sol, así como la dinámica anual y multianual de ese astro. A lo anterior se pueden sumar variaciones de pequeña escala que podrían estar

determinadas por causas que no son fácilmente discernibles y que sería conveniente caracterizar como inciertas, aleatorias o fortuitas.

Tomando en cuenta la discusión anterior, defínase V_A de la siguiente forma:

$$V_A = V_{m,a} \quad (27)$$

donde, como se recordará, $V_{m,a}$ representa el escurrimiento natural anual correspondiente al mes m del año calendario a , y A representa el año fraccionario, dado por:

$$A = a - 1 + m/12 \quad (28)$$

La ecuación (28) implica que A coincide con a en el mes de diciembre de cada año calendario.

Considérese la siguiente descomposición tripartita del escurrimiento natural anual correspondiente año fraccionario A :

$$V_A = V_A^t + V_A^c + V_A^f \quad (29)$$

donde V_A^t representa la tendencia lineal del escurrimiento natural anual; V_A^c el componente cíclico, y V_A^f el componente aleatorio o fortuito de dicho escurrimiento.

A diferencia del análisis estadístico tradicional (*i.e.*, criterios estáticos), que se basa en suponer que todo el escurrimiento natural anual es una variable aleatoria, en la ecuación (29) se postula que el escurrimiento está compuesto por una *componente determinista* dada por $V_A^t + V_A^c$ y una *componente aleatoria o fortuita*, dada por V_A^f . Con fundamento en el teorema del límite central, si la ecuación (29) es correcta, la componente aleatoria V_A^f poseerá una distribución normal. Lo anterior, en vista de que la descomposición (29) es lineal y homogénea, por lo que es de esperarse que tanto la tendencia como el componente cíclico y el componente aleatorio puedan expresarse como la suma de sus correspondientes contrapartes para el escurrimiento natural diario para todo el año. A continuación se presenta una metodología para determinar cada una de las tres componentes del escurrimiento natural anual que intervienen en la ecuación (29).

La ecuación (29) es el modelo más simple o parsimonioso (en el sentido del principio de la parsimonia o “Navaja de Ockham”, Audi, 1999) que captura las características deseables en un criterio de caracterización dinámico, ya que, como quedará claro en la líneas subsecuentes, el elemento tiempo interviene de manera directa en la determinación tanto de la componente tendencial como la cíclica.

La tendencia del escurrimiento natural anual (V_A^t) se obtiene por simple regresión, como se acostumbra hacerlo en análisis de series de tiempo (Falk *et al.*, 2006). Utilizando los datos del registro de escurrimientos naturales $R_V \equiv \{[V_{m,a}]_{a=1906}^{12}\}_{m=9} \cup \{[V_{m,a}]_{a=1907}^{2010}\}_{m=1}^{12}$, se obtiene la siguiente expresión para la tendencia del escurrimiento natural anual:

$$V_A^t = \alpha A + \beta \quad (30)$$

donde $\alpha = -41.6166697876027 \text{ hm}^3/\text{año}$ y $\beta = 101\,493.046478986 \text{ hm}^3$. En la figura 16 se muestra una representación gráfica de la tendencia de escurrimiento natural anual en el río Colorado.

Ahora bien, defínase el primer residuo de escurrimiento natural anual, $V_A^{(1)}$, como la diferencia entre el escurrimiento natural anual y su tendencia, esto es:

$$V_A^{(1)} = V_A - V_A^t = V_A^c + V_A^f \quad (31)$$

donde en la última igualdad se ha empleado la ecuación (29). En analogía con las ecuaciones (3) y (4), teniendo en mente la ecuación (28), se pueden definir los elementos del conjunto de primeros residuos identificados con un índice consecutivo, $\{U_j^{(1)}\}_{j=0}^{N-1}$, como sigue:

$$U_{12(a-1906)+m-9}^{(1)} = V_{a-1+m/12}^{(1)}, \quad a = 1906, 1907, \dots, 2012$$

$$\text{donde } m = \begin{cases} 9, 10, \dots, 12 & \text{si } a = 1906 \\ 1, 2, \dots, 12 & \text{si } a = 1907, \dots, 2012 \end{cases} \quad (32)$$

Exprésense dichos elementos mediante una representación discreta de Fourier, esto es:

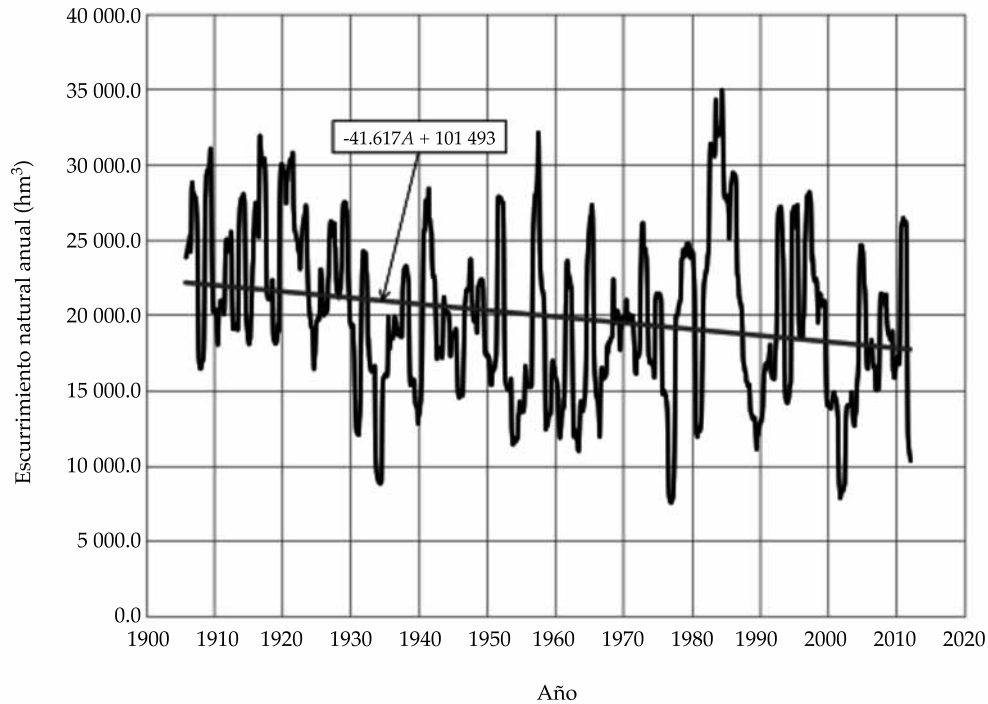


Figura 16. Tendencia del registro mensual de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado.

$$U_j^{(1)} = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{U}_k^{(1)} e^{i(2\pi jk/N)} \Delta\omega; j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (33)$$

donde los coeficientes de Fourier ($\{\tilde{U}_k^{(1)}\}_{j=0}^{N-1}$) están dados por la transformada discreta de Fourier de los primeros residuos ($\{U_j^{(1)}\}_{j=0}^{N-1}$):

$$\tilde{U}_k^{(1)} = \mathcal{F}_k^{(1)}[\{U_j^{(1)}\}_{j=0}^{N-1}] = \sum_{j=0}^{N-1} U_j^{(1)} e^{-i(2\pi jk/N)} \Delta t; \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (34)$$

donde la tilde y $\mathcal{F}_k^{(1)}[\cdot]$ denotan la transformada discreta de Fourier y Δt es el intervalo de tiempo que separa a los distintos valores de los escurrimientos naturales anuales (en el presente caso, un mes). La frecuencia a la que corresponde el valor de $\tilde{U}_k^{(1)}$ es:

$$\omega_k \equiv k\Delta\omega = \frac{2\pi k}{N\Delta t} = \frac{2\pi}{T_k}; k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (35)$$

donde $\Delta\omega$ representa el intervalo de frecuencia que separa los distintos valores de $\tilde{U}_k^{(1)}$, y T_k el

periodo asociado con ω_k . Evidentemente, dichos parámetros están dados por las siguientes expresiones:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta t} \quad (36)$$

$$T_k = \frac{N\Delta t}{k}; k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (37)$$

Las ecuaciones (33) y (34) constituyen el par discreto de Fourier de los primeros residuos de los escurrimientos naturales anuales.

El periodograma de $\{U_j^{(1)}\}_{j=0}^{N-1}$ constituye el estimador-base de su espectro (Stearns, 1975), y se define como:

$$\mathcal{P}_k = |\tilde{U}_k^{(1)}|^2 \equiv \tilde{U}_k^{(1)} [\tilde{U}_k^{(1)}]^*; k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (38)$$

donde el asterisco denota conjugado complejo. En este trabajo se postula que el componente cíclico del escurrimiento natural anual (V_A^c)

corresponde a la reconstrucción de Fourier que contenga los modos dominantes del periodograma \mathcal{P}_k .

Los elementos del conjunto de componentes cíclicos identificados con un índice consecutivo ($\{U_j^c\}_{j=0}^{N-1}$) se definen como sigue:

$$U_{12(a-1906)+m-9}^c = V_{a-1+m/12}^c, \quad a = 1906, 1907, \dots, 2008$$

donde $m = \begin{cases} 9, 10, \dots, 12 & \text{si } a = 1906 \\ 1, 2, \dots, 12 & \text{si } a = 1907, \dots, 2012 \end{cases}$ (39)

De manera similar, los elementos del conjunto de componentes aleatorios identificados con un índice consecutivo ($\{U_j^f\}_{j=0}^{N-1}$) se definen como sigue:

$$U_{12(a-1906)+m-9}^f = V_{a-1+m/12}^f, \quad a = 1906, 1907, \dots, 2008$$

donde $m = \begin{cases} 9, 10, \dots, 12 & \text{si } a = 1906 \\ 1, 2, \dots, 12 & \text{si } a = 1907, \dots, 2012 \end{cases}$ (40)

Ahora bien, los modos dominantes de Fourier son aquéllos que corresponden a los valores mayores de \mathcal{P}_k . A continuación se desarrolla un método para determinarlos. El valor máximo del periodograma está dado por:

$$\mathcal{P}_{\text{máx}} = \text{máx}_k \mathcal{P}_k \quad (41)$$

Defínase el periodograma condicional ($\mathcal{P}_k^{\text{cond}}$) de la siguiente manera:

$$\mathcal{P}_k^{\text{cond}} = \mathcal{H}[\mathcal{P}_k - \rho \mathcal{P}_{\text{máx}}] \mathcal{P}_k \quad (42)$$

donde $0 < \rho < 1$ es la fracción de $\mathcal{P}_{\text{máx}}$, que define la condición de corte de las amplitudes del periodograma, y $\mathcal{H}[\cdot]$ es la función escalón unitario de Heaviside, dada por:

$$\mathcal{H}[\zeta] = \begin{cases} 0 & \text{si } \zeta < 0 \\ 1 & \text{si } \zeta \geq 0 \end{cases} \quad (43)$$

Como puede entonces observarse, la ecuación (42) deja intactos los valores del periodograma \mathcal{P}_k , que son mayores o iguales que

el valor de corte $\rho \mathcal{P}_{\text{máx}}$, haciendo cero el resto. Evidentemente, si se permitiere a ρ asumir el valor de cero, el periodograma condicional sería igual al periodograma original. De hecho, cuanto más cercana esté ρ de cero, tanto más parecido será $\mathcal{P}_k^{\text{cond}}$ a \mathcal{P}_k .

Supóngase que el valor de ρ fuere conocido. Entonces, el componente cíclico del escurrimiento natural anual (U_j^c) estaría dado por la reconstrucción condicional de Fourier, que involucra sólo a los nodos supervivientes del tamiz involucrado en la definición del periodograma condicional a través de la ecuación (42), esto es:

$$U_j^c = \sum_{k=0}^{N-1} \mathcal{H}[\mathcal{P}_k - \rho \mathcal{P}_{\text{máx}}] \tilde{U}_k^{(1)} e^{i(2\pi jk/N)} \Delta\omega;$$

$$j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (44)$$

Por las razones antes expuestas, mientras más pequeña sea ρ , más cercano será U_j^c a $U_j^{(1)}$ y, por tanto, más pequeño será U_j^f , pues de conformidad con la ecuaciones (31) y (32):

$$U_j^f = U_j^{(1)} - U_j^c \quad (45)$$

La descomposición tripartita del escurrimiento anual, dada por la ecuación (29), prescribe que dicha variable está dada por la suma de un componente *determinista*, dado por la suma de la tendencia y el componente cíclico, y un componente *aleatorio*. Por tanto, si el primero crece, el segundo debe menguar. Pero es precisamente el componente aleatorio U_j^f el que permite caracterizar probabilísticamente la incertidumbre en el comportamiento de los escurrimientos naturales anuales. A fin de no sesgar la descripción del régimen de escurrimiento a través del modelo representado por la ecuación (29), se buscará maximizar la variancia explicada por el componente aleatorio, U_j^f . No obstante, en vista de lo establecido por el teorema del límite central, dicho componente debe poseer una distribución normal.

Tomando en cuenta lo anterior, se propone la determinación de los componentes cíclico y aleatorio del primer residuo de escurrimientos naturales anuales a través de la solución del siguiente problema de optimización no lineal:

$$\rho^* = \max_{0 < \rho < 1}$$

tal que:

$$U_j^c = \sum_{k=0}^{N_c-1} \mathcal{H}[\mathcal{P}_k - \rho_{\max}] \tilde{U}_k^{(1)} e^{i(2\pi j k / N_c) \Delta \omega}; j=0, 1, \dots, N-1; \text{ y}$$

$$U_j^f = U_j^{(1)} - U_j^c; j=0, 1, \dots, N-1 \text{ posea una distribución normal} \quad (46)$$

Se aplicó el método descrito al análisis del registro mensual de escurrimientos naturales anuales del río Colorado. En la figura 17 se muestra una representación gráfica de los primeros residuos, calculados por medio de la ecuación (31). En otras palabras, dicha figura indica el registro mensual de escurrimientos naturales anuales *sin tendencia* (por tanto, su media es nula).

Es pertinente hacer notar que para la aplicación práctica de las ecuaciones (33) a (46) es necesario incrementar el número de elementos

del conjunto $\{U_j^{(1)}\}_{j=0}^{N-1}$, de modo que sea posible el uso de la transformada rápida de Fourier. Esto implica la inclusión de elementos nulos de la siguiente forma: $U_j^{(1)} = 0$ para $j = N, N + 1, \dots, N^*$, donde N^* es la potencia de 2 más cercana (desde arriba) a N . En este caso, entonces, se sustituye, donde sea aplicable, $N = 1\,276$ por $N^* = 2\,048$ en las ecuaciones (33) a (46).

Se resolvió numéricamente el problema de optimización planteado por la ecuación (46) y se obtuvo que el valor óptimo de la fracción de corte para el registro mensual disponible es $\rho = 0.4$. Se calculó el componente cíclico mediante la reconstrucción condicional de Fourier expresada por la ecuación (44), y el segundo residuo o componente aleatorio, mediante la ecuación (45). Debe hacerse notar que las frecuencias que contienen el componente cíclico del primer residuo son esencialmente las mismas que se determinaron mediante el análisis espectral realizado antes.

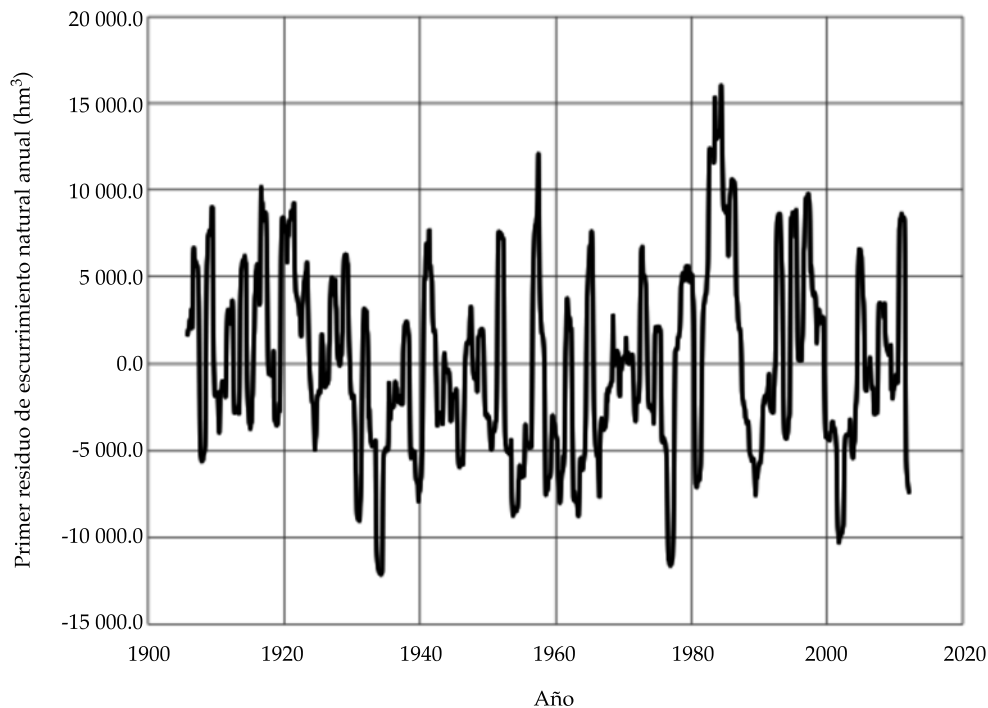


Figura 17. Primer residuo de escurrimiento natural anual en el río Colorado.

En la figura 18 se muestra una comparación entre el primer residuo y el componente cíclico. Puede observarse que el componente cíclico tiene un comportamiento similar al del primer residuo, pero que sus oscilaciones son más suaves y de menor amplitud. Por otra parte, en la figura 19 se muestra el componente aleatorio. Se observa que la variabilidad de éste es significativamente menor que la del primer residuo. De hecho, hay una disminución de 49.5% en la variancia.

Resta demostrar que el componente aleatorio se distribuya de manera normal. En las figuras 20 a 22 se muestran las comparaciones entre la distribución empírica de probabilidad de dicho componente y las distribuciones normales teóricas, con parámetros estimados mediante los métodos de momentos, mínimos cuadrados y máxima verosimilitud. Como puede observarse, el ajuste es muy satisfactorio en los tres casos.

En términos cuantitativos, se aplicó la prueba de normalidad de Kolmogorov-

Smirnov, empleando la ecuación (9), y se obtuvieron los siguientes resultados: $D = 0.0365$, con parámetros estimados mediante el método de momentos; $D = 0.0370$, con parámetros estimados mediante el método de mínimos cuadrados; $D = 0.0364$, con parámetros estimados mediante el método de máxima verosimilitud. Dado que en los tres casos, $D < D_{cr} = 0.0388$, se concluye que con un nivel de significancia de 5%, el componente aleatorio se distribuye de forma normal. Esto confirma la expectativa planteada al inicio, a la luz de lo establecido por el teorema del límite central. En vista de que el ajuste es mejor, en términos de D , para los parámetros estimados mediante el método de máxima verosimilitud (además de que arroja estimadores consistentes; Hogg, McKean, & Craig, 2012), se decidió emplear los valores correspondientes para la media (\bar{U}) y desviación estándar ($S_{U'}^2$), mismos que resultaron ser 0 hm^3 (como era de esperarse) y $3\,731.18 \text{ hm}^3$, respectivamente.

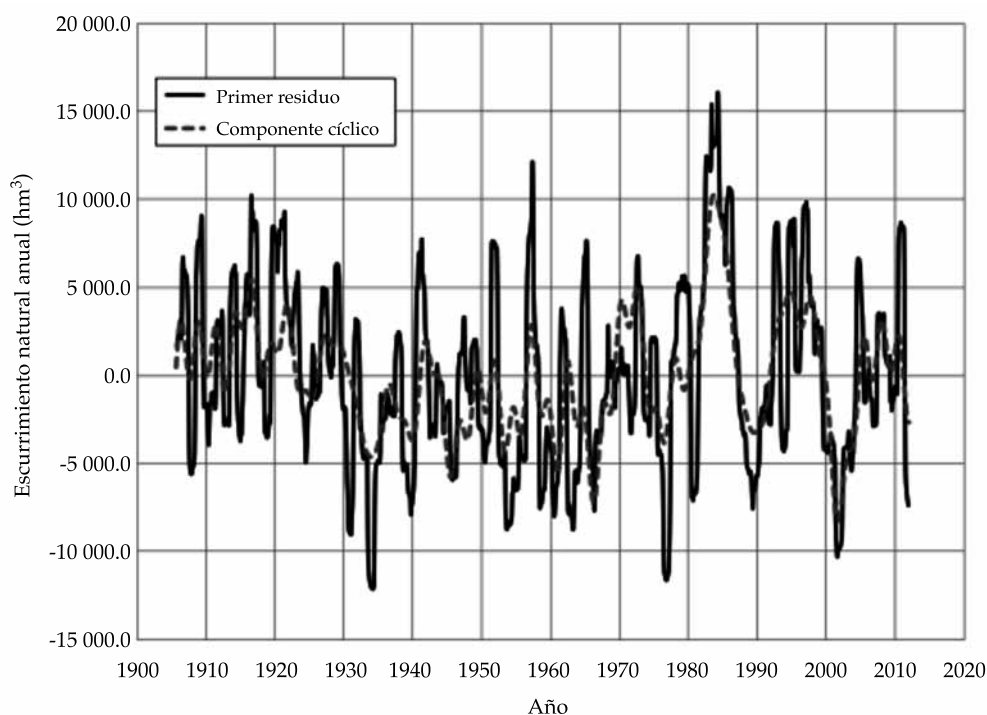


Figura 18. Comparación entre el primer residuo y el componente cíclico del escurrimiento natural anual del río Colorado.

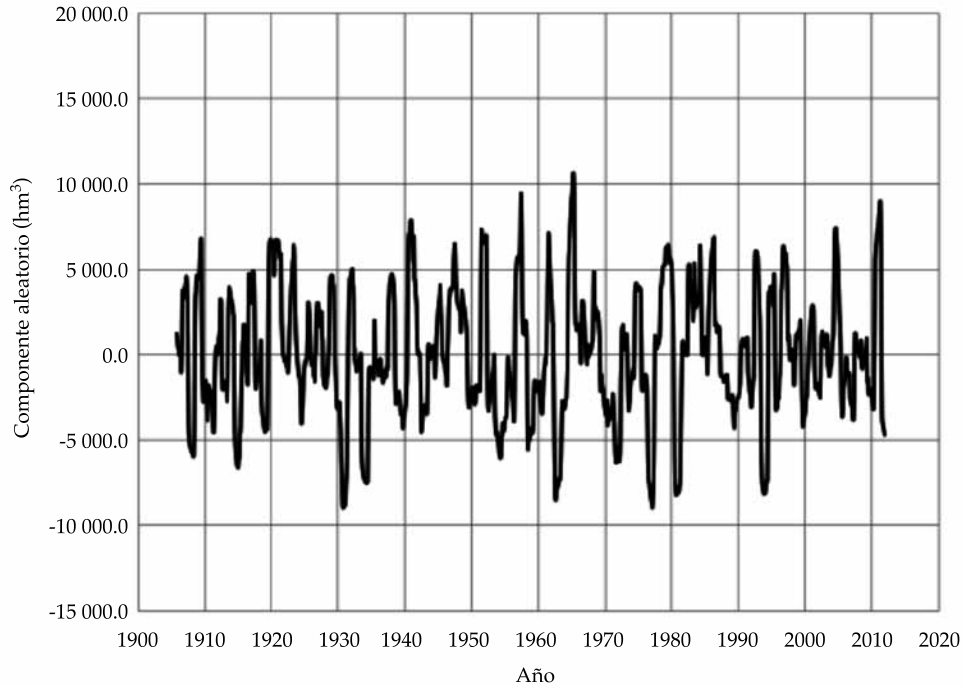


Figura 19. Componente aleatorio del escurrimiento natural anual del río Colorado.

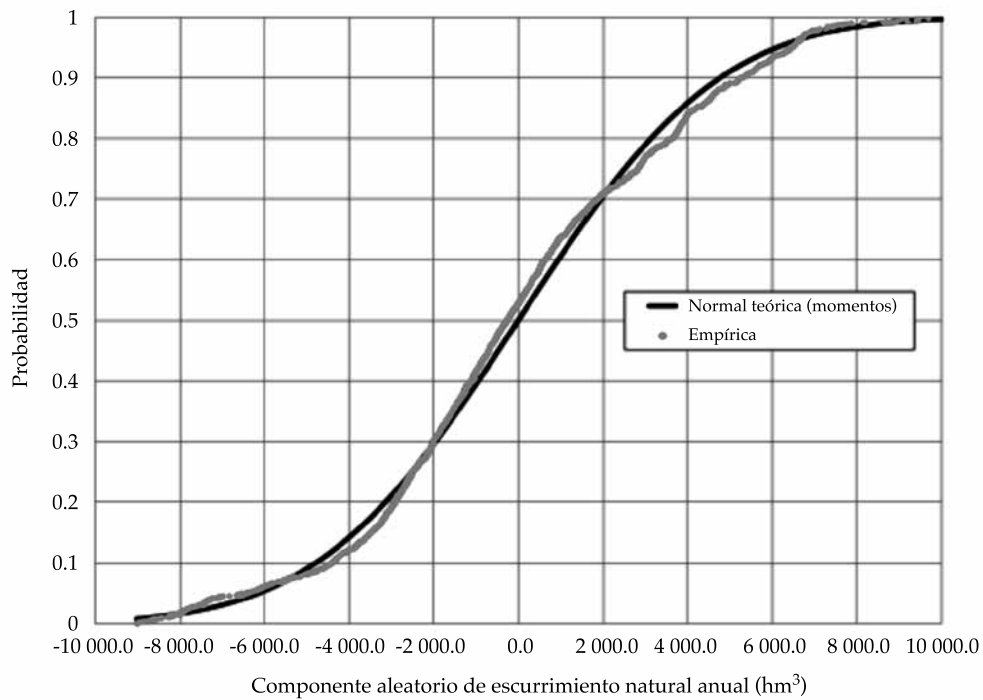


Figura 20. Comparación entre la distribución empírica de probabilidad del componente aleatorio y la distribución normal con parámetros estimados empleando el método de momentos.

Se propone ahora un nuevo índice para clasificar hidrológicamente el régimen de escurrimientos naturales de una cuenca. La denominación respectiva es la de "índice dinámico estandarizado de escurrimiento" o *DSRI* (abreviatura de *Dynamic Standarized Runoff Index*, en analogía al *SPI*, abreviatura de *Standarized Precipitation Index*, y de *SDI*, *Standarized Drought Index*; véase Nalbantis & Tsakiris, 2009).

El *DSRI* se define como la diferencia entre el componente aleatorio del escurrimiento natural y su media, normalizada al dividirse entre la desviación estándar correspondiente. Empleando la notación de los componentes aleatorios del escurrimiento natural anual en el río Colorado, se tiene que:

$$DSRI_j^{(c)} = \frac{U_j^f - \bar{U}^f}{S_{U^f}} \quad (47)$$

En el cuadro 5 se muestra la clasificación propuesta en términos del *DSRI*.

Debe recordarse que el componente aleatorio es la diferencia entre el escurrimiento natural anual y la suma de la tendencia y el componente cíclico. Por tanto, $DSRI = k$ significa que el escurrimiento difiere en k veces la desviación estándar del componente aleatorio de dicha suma. En la figura 23 se muestra una comparación entre el escurrimiento natural y la suma de la tendencia, y el componente cíclico, misma que corresponde a $DSRI = 0$.

El *DSRI* reconoce que la condición de normalidad no se puede caracterizar con un valor, sino con un rango. Por otra parte, dado que la suma de la tendencia y el componente cíclico es variable en el tiempo, también lo serán los límites entre los diversos rubros de clasificación contenidos en el cuadro 7. Es esto lo que da el carácter dinámico al *DSRI*. Nalbantis y Tsakiris (2009), así como otros autores, han asignado probabilidades a rangos de índices empleados por ellos con base en la distribución normal sin demostrar que los datos que han empleado se

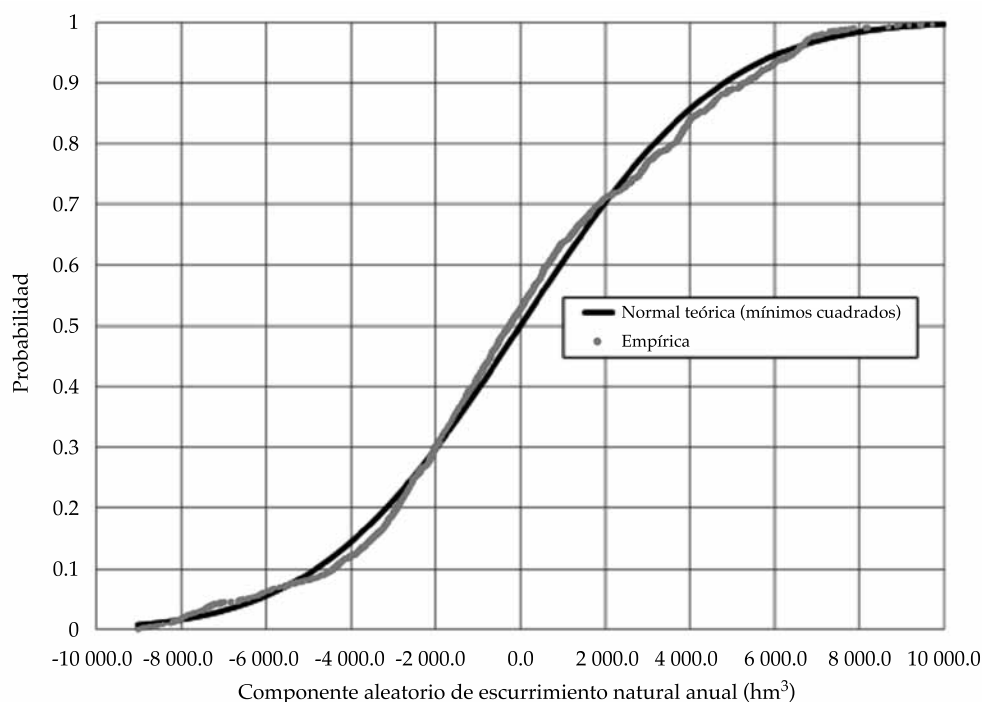


Figura 21. Comparación entre la distribución empírica de probabilidad del componente aleatorio y la distribución normal con parámetros estimados empleando el método de mínimos cuadrados.

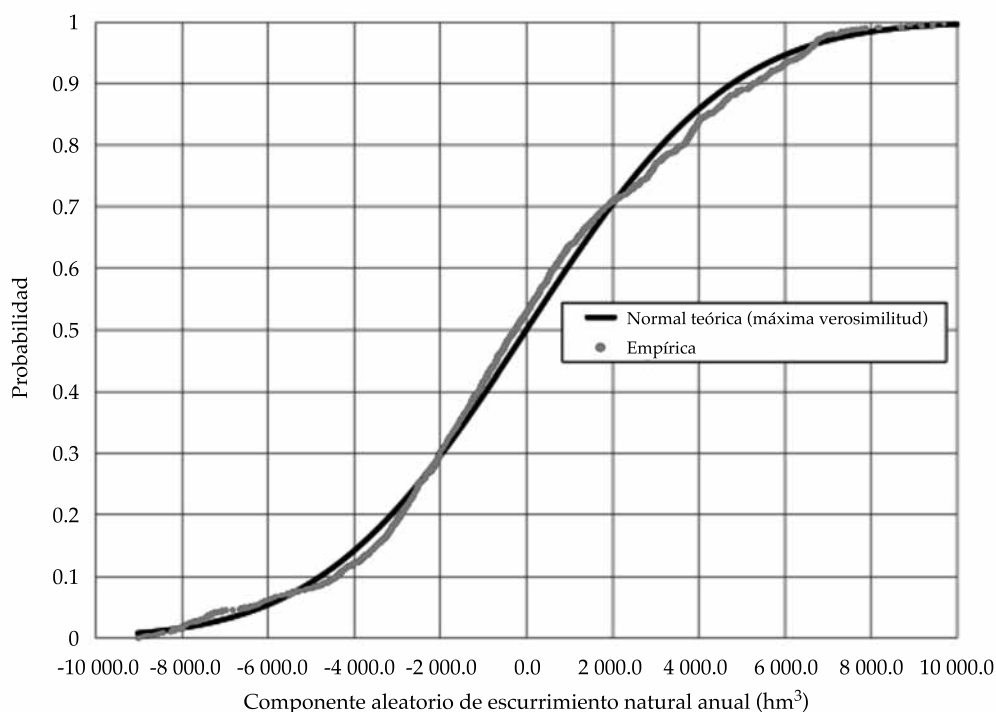


Figura 22. Comparación entre la distribución empírica de probabilidad del componente aleatorio y la distribución normal con parámetros estimados empleando el método de mínimos cuadrados.

Cuadro 5. Clasificación de escurrimientos en términos del índice dinámico estandarizado de escurrimiento.

Criterio	Clasificación	Probabilidad (%)
$DSRI > 2$	Muy húmedo	2.28
$1 < DSRI \leq 2$	Húmedo	13.59
$-1 < DSRI \leq 1$	Normal	68.26
$-2 < DSRI \leq -1$	Seco	13.59
$DSRI \leq -2$	Muy seco	2.28

distribuyan de modo normal. A diferencia de lo anterior, el *DSRI* garantiza por definición que los datos a los que se le aplica sean normalmente distribuidos. Las probabilidades consignadas en el cuadro 5 son congruentes con esta observación, dado que corresponden a las probabilidades de la componente aleatoria del escurrimiento natural anual.

En la figura 24 se muestra la clasificación de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado, hasta el punto de entrega de agua a México, en los términos del Tratado de

1944. Puede observarse que la condición de *normalidad* corresponde a la zona entre $DSRI = -1$ y $DSRI = 1$, lo cual reconoce que el clima y sus efectos tienen variaciones periódicas, además de ciclos de gran escala que pueden manifestarse como tendencias.

De acuerdo con el *DSRI*, en el periodo de octubre de 1906 a diciembre de 2012 se presentó 3.292% de meses muy secos, 10.266% de meses secos, 67.555% de meses normales, 17.633% de meses húmedos y 1.254% de meses muy húmedos. Debe aclararse que estos porcentajes ya

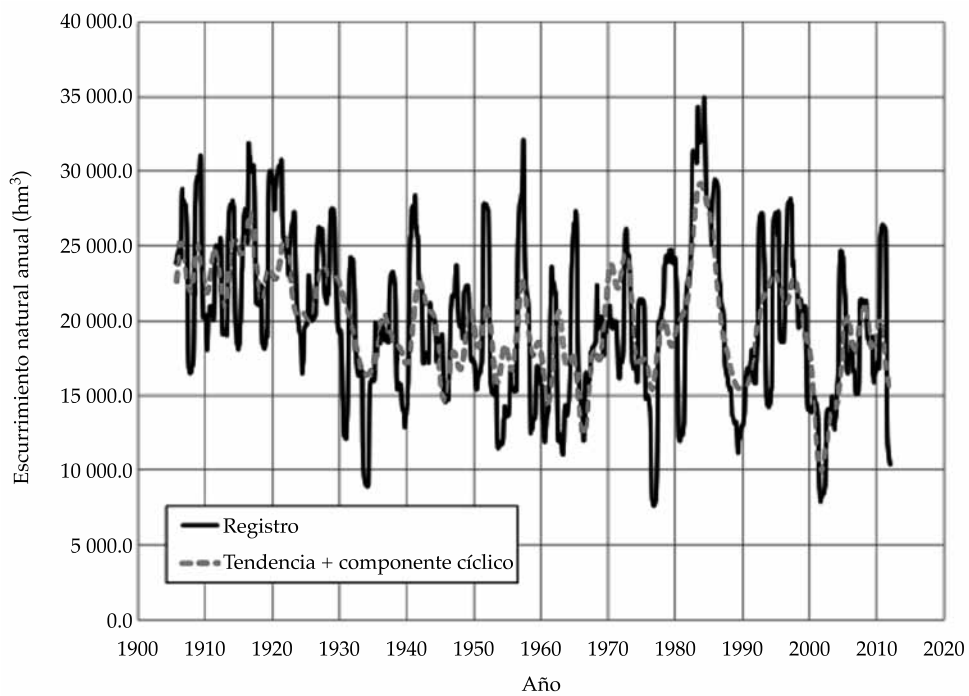


Figura 23. Comparación entre el registro mensual de escurrimiento anual en el río Colorado y la suma de su tendencia y componente cíclico.

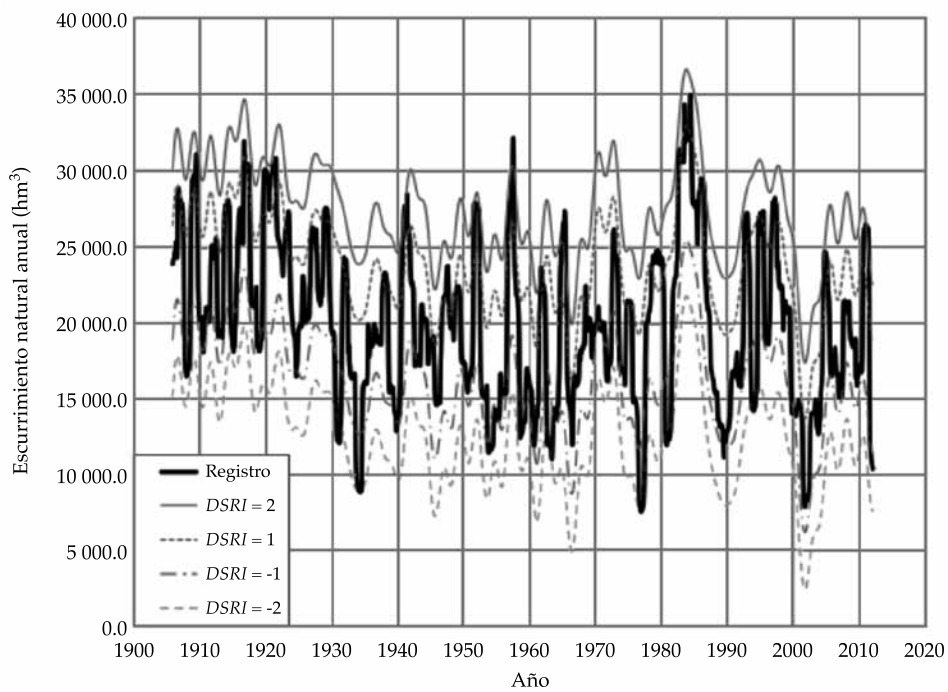


Figura 24. Clasificación de escurrimientos naturales anuales en la cuenca del río Colorado.

incluyen el efecto de la tendencia. Los periodos muy secos se presentaron de agosto de 1931 a febrero de 1932, marzo de 1935, mayo de 1935, de julio a diciembre de 1963, de julio de 1977 a abril de 1978, de julio de 1981 a marzo de 1982, y de agosto de 1994 a febrero de 1995.

El método propuesto en este trabajo, basado en el *DSRI*, constituye un sistema de clasificación objetivo del régimen de escurrimiento natural en un río y es consistente con la distribución normal de probabilidad, incorporando asimismo el concepto de normalidad variable, que reconoce que el clima y sus efectos exhiben comportamiento periódico y variaciones a largo plazo. Por otra parte, la metodología de análisis desarrollada en este capítulo reconoce que en el registro de escurrimientos naturales pueden estar involucrados componentes *no aleatorios*, lo cual implicaría que los mismos no sean independientes, hecho que explica por qué si los valores de los escurrimientos no se descomponen en componentes deterministas y componentes aleatorias no se satisfaga la normalidad distribucional, en vista de que entonces se viola una de las hipótesis fundamentales del teorema del límite central, que es la de independencia estadística de los valores muestrales.

Comparación de los criterios estático y dinámico para la clasificación de sequía

Resulta interesante comparar el criterio estático, basado en percentiles, y el criterio dinámico, basado en la descomposición tripartita, que han sido presentados en las secciones anteriores para caracterizar el régimen mensual de escurrimiento natural anual. Dicha comparación se presenta en el cuadro 6. Puede observarse que

el criterio del *DSRI* implica que los meses muy secos son un poco más frecuentes; los secos, un poco más infrecuentes; los normales, de frecuencia similar; los húmedos, un poco más frecuentes, y los muy húmedos son un poco más infrecuentes. Esto se debe en particular a la influencia de la tendencia y componente cíclico, que caracterizan la dinámica propia de la variabilidad del escurrimiento natural anual en la cuenca del río Colorado.

Por la importancia que tienen en el manejo sustentable del agua en la región bajo estudio, resultan de particular interés los periodos escasos y extraordinariamente escasos. En la figura 25 se muestra una comparación de los criterios basados en percentiles y el *DSRI* para determinar la ocurrencia de dichos periodos.

Conclusiones

El Tratado sobre Distribución de las Aguas Internacionales celebrado entre México y Estados Unidos en 1944 establece la obligación que tiene el segundo país de asignar al primero un volumen anual de 1 850.234 hm³ de las aguas del río Colorado. Asimismo, implica que cuando ocurra una extraordinaria sequía en la parte de la cuenca ubicada en los Estados Unidos, que haga difícil a éstos entregar dicha cantidad México, el volumen entregado se reducirá en la misma proporción en que disminuyan los consumos en los Estados Unidos. Desafortunadamente, el Tratado no contiene una definición de "sequía extraordinaria". Los gobiernos de México y Estados Unidos, en el seno de la CILA han iniciado una colaboración para caracterizar el régimen de escurrimiento en el río. El autor de este artículo ha asesorado técnicamente a la

Cuadro 6. Comparación de criterios para la clasificación del régimen mensual de escurrimiento anual en la cuenca del río Colorado.

Criterio	% de meses muy secos	% de meses secos	% de meses normales	% de meses húmedos	% de meses muy húmedos
Percentiles	2.351	13.558	68.182	13.558	2.351
<i>DSRI</i>	3.292	10.266	67.555	17.633	1.254

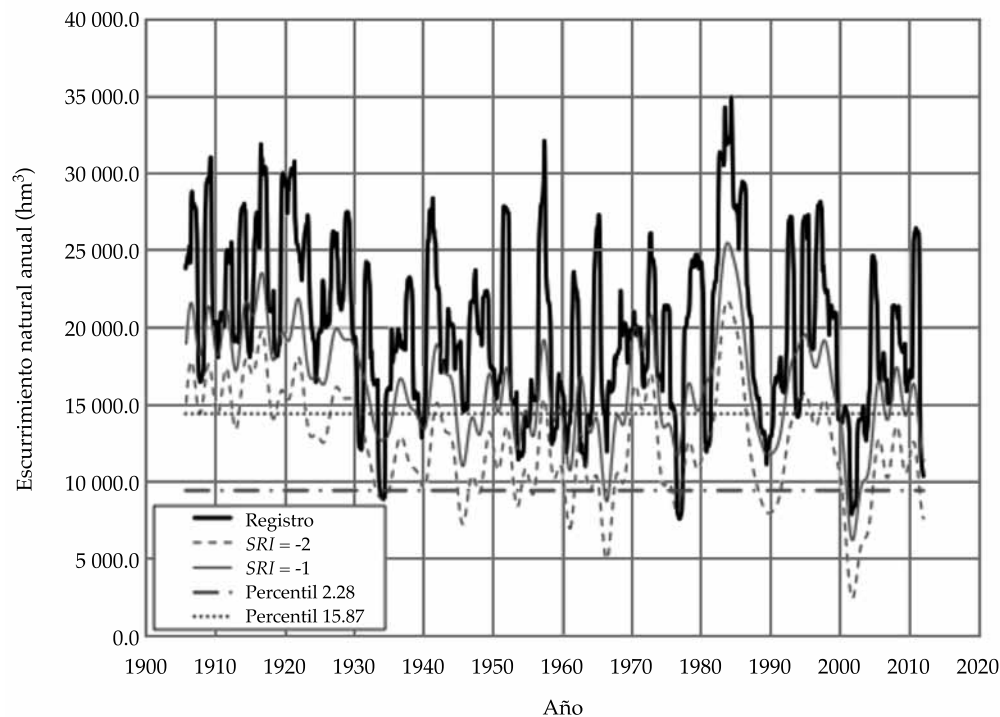


Figura 25. Comparación de criterios para la caracterización de periodos secos y muy secos.

Conagua y a la Sección Mexicana de la CILA en dicha materia. En vista de que el Tratado habla de volúmenes anuales, se ha abordado la caracterización del régimen de escurrimientos *naturales* anuales, a fin de eliminar los efectos propios de la operación de infraestructura hidráulica. En este trabajo se presenta un análisis estadístico detallado de dicho régimen. En particular, se demuestra que los datos crudos del régimen mensual de escurrimiento natural anual no siguen una distribución normal, resultado que llama la atención en vista de que el teorema del límite central predice que una variable aleatoria, definida como la suma de un número significativo de otras variables aleatorias, tiende asintóticamente a distribuirse de forma normal. También se presenta el análisis espectral de los datos y se identifican periodos dominantes de oscilación del orden de 60 años, que representan ciclos superdecenales, entre 7 y 13 años, que representan ciclos decenales; y de 2 a 5 años, que significan ciclos subdecenales.

También se propone un criterio estático de clasificación del régimen de escurrimiento, basado en percentiles. La propuesta más significativa de este trabajo consiste en presentar el desarrollo de una nueva metodología para clasificar regímenes de escurrimiento en general y sequías en particular. Dicha metodología se basa en la descomposición tripartita del escurrimiento natural anual en una componente tendencial, una componente cíclica y una componente aleatoria. Se presenta el procedimiento para determinar el componente cíclico en términos de un periodograma condicional, basado en la determinación de los principales modos de Fourier, sujeto a que el componente aleatorio posea una distribución normal. Asimismo, se explica la razón por la cual los escurrimientos crudos no siguen dicha distribución, pues contienen componentes que no son estadísticamente independientes, condición *sine qua non* para la aplicación del teorema del límite central. Se propone, asimismo, el índice dinámico estanda-

rizado de escurrimiento (*DSRI*, por sus siglas en inglés), que provee un medio objetivo, riguroso y racional para clasificar escurrimientos, en tanto que está basado en el teorema del límite central e incorpora los efectos dinámicos tendencias y cíclicos de un registro hidrológico. El uso combinado y juicioso del *DSRI* y del criterio estático basado en percentiles puede contribuir a la gestión sustentable del agua transfronteriza en la cuenca del río Colorado, permitiendo en especial hacer previsiones para los periodos secos y muy secos.

Agradecimientos

El presente artículo contiene una parte de los resultados obtenidos a través de la consultoría que el autor realizó en 2015 para apoyar la implementación del Proyecto de Fortalecimiento del Manejo Integrado del Agua en México, bajo el Acuerdo de Cooperación Técnica entre la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales de los Estados Unidos Mexicanos y la Organización Meteorológica Mundial, para Promover, Impulsar y Fortalecer la Gestión Integrada y Sostenible de los Recursos Hídricos en México (firmado el 2 de septiembre de 2005). Al respecto, se agradece el patrocinio y estrecha colaboración de la Conagua y de la Organización Meteorológica Mundial. También se reconoce la colaboración de las secciones mexicana y estadounidense de la CILA, así como del USBR.

Referencias

- Aldama, A. (2010). Asistencia Técnica Especializada para el Análisis del Régimen de Escurrimiento de las Aguas Superficiales del Río Colorado, Organización Meteorológica Mundial-Comisión Nacional del Agua, México.
- Aldama, A. (2011). Asistencia Técnica Especializada para la Propuesta de la Postura del Gobierno Mexicano en cuanto a la Definición del Término "Extraordinaria Sequía" en el Marco del Tratado Internacional de 1944, Informe PREMIA/OMM No. 160, estudio realizado para la Comisión Nacional del Agua y la Organización Meteorológica Mundial, México.

- Aldama, A. (2013). Asistencia técnica especializada para definir las acciones para dar cumplimiento a lo establecido en el Acta 319 de la CILA en materia de hidrología, y apoyo en la presentación del análisis del régimen de escurrimiento de las aguas superficiales del río Colorado (1ª Etapa), Informe OMM/PREMIA No. OMM/PREMIA No. 230, México.
- Audi, R. (ed.) (1999). *The Cambridge Dictionary of Philosophy*, 2nd. ed., Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- CILA (2012). Medidas Interinas de Cooperación Internacional en la Cuenca del Río Colorado hasta el 2017 y Ampliación de las Medidas de Cooperación del Acta 318, para Atender los Prolongados Efectos de los Sismos de Abril de 2010 en el Valle de Mexicali, Baja California, *Acta 319 del Tratado sobre Distribución de las Aguas Internacionales celebrado entre México y los Estados Unidos en 1944*.
- Falk, M., Marohn, F., Michel, R., Hofmann, D., Macke, M., Tewes, B., & Dinges, P. (2006). *A First Course on Time Series Analysis*, Chair of Statistics. Würzburg: University of Würzburg.
- Hogg, R., McKean, J., & Craig, A. (2012). *Introduction to Mathematical Statistics*. London: Pearson.
- Meyer, P. (1973). *Probabilidad y aplicaciones estadísticas*. Bogotá: Fondo Educativo Interamericano.
- Nalbantis, I., & Tsakiris, G. (2009). Assessment of Hydrological Drought Revisited, *Water Res. Management*, 23, 881-897.
- NIST/Sematech (2006). E-Handbook of Statistical Methods. Recovered from <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>.
- OMM/UNESCO (2012). *Glosario Hidrológico Internacional*. Recuperado de <http://webworld.unesco.org/water/ihp/db/glossary/glu/aglu.htm>.
- Stearns, S. (1975). *Digital Signal Analysis*. Rochelle Park, USA: Hayden Book Company, Inc.
- West Chester University (2009). Recovered from <http://courses.wcupa.edu/rbove/eco252/252suppkey.htm>.

Dirección del autor

Dr. Álvaro A. Aldama

Paseo de Los Laureles 176
 Fracc. Kloster Sumiya
 62550 Jiutepec, Morelos, MÉXICO
 Teléfono: +52 (777) 1033 614
alvaro.aldama@gmail.com