

# PRONÓSTICO DEL PERFIL DE PLAYAS DE GRAVA USANDO ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA

• José M. Horrillo-Caraballo • Adrián Pedrozo-Acuña • Beñat Onandia •  
*Universidad de Plymouth, Reino Unido*

## Resumen

Este artículo representa el primer esfuerzo de aplicación del Análisis de Correlación Canónica (ACC) para el pronóstico de perfiles de playas compuestas por sedimentos gruesos. Los datos utilizados provienen de un estudio de laboratorio a escala prototipo realizado en el Centro de Investigaciones Costeras de Alemania en el 2002. Para este propósito se utilizan las series de oleaje medidas en aguas profundas y someras, a fin de determinar las funciones de densidad de probabilidad (fdp) de altura de ola. Para obtener el pronóstico del perfil de playa, las fdp se relacionan con los perfiles de playa medidos por medio del ACC. Los resultados indican correlaciones de 0.95 para las condiciones de oleaje en aguas profundas y 0.98 para las condiciones del oleaje en aguas someras. Se demuestra que el ACC es una herramienta ideal para el pronóstico de perfiles de playa, siempre y cuando se posean datos con los cuales se pueda realizar un buen estudio estadístico, con lo que se manifiesta la importancia de contar con un sistema de monitoreo continuo de las costas.

**Palabras clave:** Análisis de Correlación Canónica, perfiles de playa, playas de grava, morfología de playas, pronóstico.

## Introducción

Hasta hace pocos años, las playas de arena ( $D_{50} < 2$  mm) habían sido el centro de atención de la mayoría de los estudios abocados a la comprensión de los cambios en la morfodinámica costera. Sin embargo, dada la gran variedad en el tamaño de los sedimentos de las playas alrededor del mundo, los investigadores han observado la necesidad de realizar estudios detallados que se enfoquen a otros tamaños de sedimento (Buscombe y Masselink, 2006). El comportamiento hidráulico de una playa formada por sedimentos finos es completamente distinto al de una compuesta por sedimentos gruesos. Más aún, ambas poseen características físicas que son evidentemente disímiles a simple vista, como su permeabilidad y pendiente. Este tipo de playas se ubican en particular abundancia en altas latitudes, en regiones como el norte de Europa, y el norte y sur de América (Orford *et al.*, 2002). Para dar un ejemplo concreto, en el Reino Unido, el 25% del

total de sus playas está compuesta únicamente por grava (p. ej. diámetros entre 2 y 64 mm), con lo que la importancia de este tipo de playas no es despreciable.

Las playas conforman la primera línea de defensa contra inundaciones y marea de tormenta, por ello existe gran interés en el desarrollo de herramientas que ayuden a comprender su comportamiento y favorecer un mejor manejo costero por parte de sus administradores (Mason y Coates, 2001). Existen diversos métodos para determinar el comportamiento dinámico de una playa en general, que se pueden clasificar en tres categorías: modelos paramétricos, modelos de procesos y modelos estadísticos.

En el caso de las playas de grava, los modelos paramétricos más conocidos son los desarrollados por Van der Meer (1988) y Powell (1990). Este tipo de modelos utiliza variables que definen al oleaje incidente (altura de ola significativa  $H_s$  y periodo pico  $T_p$ ) para determinar la forma final del perfil de la playa.

Sin embargo, este tipo de aproximación es puramente geométrica, por lo que no considera la interacción del clima marítimo con el perfil inicial, ni incorpora variables morfológicas importantes, como el ángulo de fricción interna del sedimento o la variación en el clima marítimo. Las limitaciones de estos modelos empíricos, aunadas a la creciente disponibilidad de modelos numéricos sofisticados y las técnicas modernas de monitoreo, han dado pie al desarrollo de modelos de procesos. Bajo esta filosofía se han utilizado dos descripciones matemáticas para la determinación de las condiciones del flujo: las ecuaciones de aguas someras (Clarke *et al.*, 2004) y las ecuaciones de tipo Boussinesq (Pedrozo-Acuña, 2005; Pedrozo-Acuña *et al.*, 2006, 2007). La velocidad que se obtiene al resolver este tipo de ecuaciones se utiliza para calcular el transporte de sedimentos a través de una fórmula paramétrica, y la evolución de la playa se determina a través de la solución de la ecuación de conservación del sedimento. Cabe resaltar que a pesar de su gran utilidad, modelos basados en ambas descripciones tienen limitaciones, sobre todo si se toma en cuenta que en la actualidad no existe una expresión que cuantifique el transporte de sedimentos bajo los principios fundamentales de la física (Van Rijn, 2007). A pesar de ser muy útiles en el estudio de procesos dentro de escalas de tiempo instantáneas (p. ej. segundos y minutos), una limitación más desde el punto de vista del manejo costero es que todavía no se les puede utilizar para estudios morfodinámicos a largo plazo (semanas, meses o años). Esta restricción ha abierto la puerta al empleo de métodos estadísticos para desarrollar herramientas de predicción en el largo plazo.

Por lo general, este tipo de técnicas requiere grandes cantidades de datos y, recientemente, dados los cada vez mejores programas de monitoreo costero, se ha registrado un auge en su implementación. Dentro de este tipo de técnicas existen las que usan los *wavelets*,

las cuales permiten el análisis de playas que exhiben un comportamiento no-estacionario. Esto se debe a que el comportamiento de los perfiles puede ser analizado en diferentes bandas de frecuencia que facilitan la interpretación de los cambios observados en el perfil, pues se pueden referenciar fácilmente a los procesos físicos que los producen (Li *et al.*, 2006). Una segunda opción explorada consiste en el empleo de métodos fractales. Trabajos como el de Southgate y Möller (2000), o Gunawardena *et al.* (2008) son algunos ejemplos de la aplicación de tales técnicas. Resultados de estas investigaciones han demostrado que los patrones de migración de las barras presentes en playas de sedimentos finos están asociados con escalas de tiempo relacionadas con la variabilidad en las condiciones de oleaje de la zona. Una ruta alternativa a estos métodos es el Análisis de Correlación Canónica (ACC). Esta técnica es capaz de determinar la relación entre dos conjuntos de datos por medio de la evaluación de los patrones dominantes de covariación entre ellos. Es decir, evalúa la variabilidad individual de cada conjunto y determina si existe algún patrón que las pueda relacionar. En otras palabras, se establece si existe alguna relación causa-efecto entre las características de variación de los conjuntos de datos en estudio (Clark, 1975).

Dentro del ámbito de ingeniería de costas, el primer trabajo utilizando esta metodología fue presentado por Larson *et al.* (2000). Ellos relacionaron distribuciones de probabilidad de altura de ola con los perfiles medidos en Duck, Carolina del Norte, Estados Unidos. Siguiendo esta ruta, Horrillo-Caraballo y Reeve (2007 y 2008) emplearon esta técnica para analizar datos de perfiles y oleaje en la costa sur de Inglaterra. Sin embargo, el potencial de tales métodos para el estudio de playas de grava no ha sido explorado. Es por ello que en este artículo utilizamos el ACC para estudiar los cambios morfológicos de una playa de grava. Para este propósito empleamos mediciones de laboratorio a escala prototipo, provenientes

de un proyecto europeo, los cuales han sido previamente publicados en la literatura (López de San Román-Blanco *et al.*, 2006).

Este artículo está organizado de la siguiente manera: la segunda sección presenta una descripción matemática del método; posteriormente, la tercera sección introduce los datos de laboratorio seleccionados para realizar el estudio; la cuarta sección presenta los resultados obtenidos y, por último, se finaliza con la presentación de las conclusiones en la quinta sección.

## Metodología

### Análisis de Correlación Canónica (ACC)

Existen tres tipos de análisis de correlación: la correlación de momento-producto, los análisis de regresión múltiple y los análisis de correlación canónica. Este trabajo se centrará en el Análisis de Correlación Canónica (ACC), que mide la interrelación entre los valores observados de dos conjuntos de variables. El ACC comprende la forma más general de correlación y fue desarrollada por Hotelling (1936) para su aplicación en las ciencias sociales, mientras que su uso en las ciencias físicas e ingenieriles fue registrado hasta finales de los sesenta por Glahn (1968).

El ACC es generalmente utilizado para investigar la presencia de cualquier patrón de cambio que ocurra de forma simultánea en dos variables por separado, determinando la correlación existente entre ellas (Graham *et al.*, 1987). En nuestro caso, se estudia la relación entre la distribución de probabilidad de alturas de olas medidas en un canal de oleaje, con la respuesta morfológica de la playa (perfil), medida después de la acción de las mismas olas.

### La ecuación canónica

Sea  $Y$  la matriz de datos de oleaje con tamaño ( $nt \times ny$ ) y  $Z$  la matriz de datos de perfiles de playa con tamaño ( $nt \times nz$ ). Las nuevas variables

transformadas en matrices  $U$  y  $V$  tienen los vectores columna con máxima correlación para el mismo índice y correlación nula para diferentes índices. Los vectores columna,  $U$  y  $V$ , son ortonormales. La dimensión  $nt$  de la matriz es el número de valores en el tiempo, igual para ambas matrices,  $Y$  y  $Z$ , mientras que  $ny$  y  $nz$  representan el número de valores en ambas matrices, respectivamente.

Para encontrar los patrones comunes de cambio o la correlación canónica entre variables, es necesario encontrar primero las posibles raíces de la ecuación canónica, expresadas de forma matemática a través de la siguiente ecuación:

$$\left[ (Y^T Y)^{-1} (Y^T Z) (Z^T Z)^{-1} (Z^T Y) - \mu^2 I \right] = 0 \quad (1)$$

Donde  $I$  representa a la matriz identidad y  $\mu^2$  denota los valores característicos de la ecuación (1), en este caso expresados por la correlación al cuadrado. Los vectores columna de las matrices  $U$  y  $V$  definen al vector característico  $R$ , que nos permite determinar la siguiente regla de transformación entre ambas matrices  $U=YR$ .

Si utilizamos el mismo razonamiento para transformar  $Z$  en  $V$ :

$$\left[ (Z^T Z)^{-1} (Z^T Y) (Y^T Y)^{-1} (Y^T Z) - \mu^2 I \right] = 0 \quad (2)$$

Se tiene que  $Z$  y  $V$  poseen los mismos valores característicos  $\mu^2$  agrupados en el vector característico  $Q$ , con lo que se define la otra transformación  $V=ZQ$ .

Las amplitudes espaciales de los modos canónicos de cada conjunto de datos ( $G$  y  $H$ ) son definidas a través de las siguientes ecuaciones:

$$G = Y^T U \quad (3)$$

$$H = Z^T V \quad (4)$$

Los datos originales son expresados como:

$$Y = UG \quad (5)$$

$$Z = VH \quad (6)$$

En nuestro estudio utilizamos las Funciones Empíricas Ortogonales (EOF) como parte de un preprocesamiento aplicado a ambos conjuntos de datos (lo que se intenta con este método es explicar la variabilidad de los mismos con unas pocas funciones-modos), que se hace con el objetivo de filtrar y, por ende, reducir el ruido en la información. Así, es posible representar los datos a partir de un cierto número de modos antes de llevar a cabo el ACC. Las matrices de datos ( $Y$  y  $Z$ ) se pueden representar en términos de las EOF como sigue:

$$Y = AE^T \quad (7)$$

$$Z = BF^T \quad (8)$$

donde  $A$  y  $B$  contienen los modos temporales de las EOFs (o marcadores principales), mientras que las matrices  $E$  y  $F$  contienen los modos espaciales de las mismas EOFs para las distribuciones de oleaje y los perfiles medidos, representados por  $Y$  y  $Z$ , respectivamente.

A partir de estas matrices es posible construir una matriz de regresión que relaciona los perfiles de playa con las condiciones de oleaje. Esta matriz tiene su fundamento en la correlación obtenida a través del ACC entre patrones simultáneos de cambios dominantes observados en ambos: los perfiles de playa y las condiciones del oleaje. Esto indica que después de construir la matriz de regresión y dadas ciertas condiciones de oleaje, nuevas o futuras, es posible determinar la respuesta del perfil para dichas condiciones a partir de la matriz de regresión (Larson *et al.*, 2000).

La predicción de los perfiles de playa queda definida en función de la matriz de datos de oleaje esperado; ambas se relacionan por medio de la matriz de regresión construida con la información histórica existente. La matriz de predicción de los datos de los perfiles de playa definida por  $Z_p$  queda entonces asociada con la matriz de oleaje esperado,  $Y_p$ , a través de las siguientes expresiones:

$$Z_p = Y_p \psi \quad (9)$$

donde:

$$\psi = GSF^T \quad (10)$$

y

$$S = U^T B \quad (11)$$

En lo siguiente, se aplica esta metodología a los datos de laboratorio descritos a continuación.

#### *Datos de laboratorio*

Los datos empleados en este estudio provienen de un proyecto de colaboración entre diferentes instituciones europeas, que se realizó en abril y mayo de 2002. Dicho proyecto ha sido reportado en la literatura por López de San Román-Blanco *et al.* (2006). El programa experimental consistió en la prueba de dos playas de sedimentos gruesos ( $D_{50}=21$  mm), una constituida solamente por grava y otra por una mezcla de grava y arena (70 y 30%, respectivamente). En ambas playas, idénticas series de oleaje regular e irregular fueron utilizadas, con el objetivo de observar las diferencias en la respuesta morfológica de playas constituidas por distinto tipo de sedimentos. En ambas playas se midió la superficie libre a lo largo del canal por medio de 24 sensores de oleaje, presiones de poro dentro de la zona de lavado, velocidades en la zona de rompiente por medio de un arreglo de tres velocímetros acústicos, distribuciones del sedimento a lo largo de la playa, y los cambios morfológicos del perfil de la playa al inicio y final de cada serie de olas utilizada. Los experimentos se realizaron en el Gran Canal de Oleaje del Centro de Investigaciones Costeras de las Universidades de Braunschweig y Hannover, en Hannover, Alemania. Este canal es uno de los más grandes en el mundo, con las siguientes dimensiones: 309 m de largo, 7 m de profundidad y 5 m de anchura. La figura 1a presenta una foto del canal y su distribución,

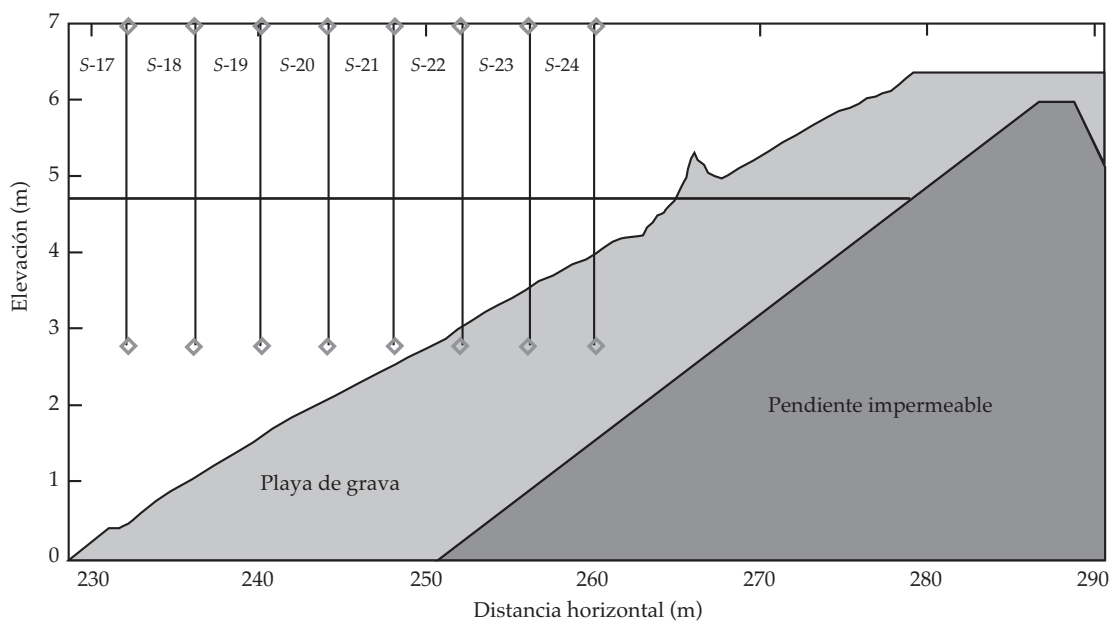


Figura 1. (a) Dispositivo experimental (canal de oleaje) en Hannover, Alemania; (b) esquema del perfil de playa en el canal de oleaje y esquema de los sensores de nivel.



y la figura 1b, el arreglo experimental de los instrumentos y el perfil de playa a lo largo del canal.

#### Condiciones de oleaje

En este estudio se utilizaron exclusivamente los datos correspondientes a la playa de grava para las condiciones de oleaje irregular. La generación de oleaje aleatorio utilizó un espectro JONSWAP ajustado a los valores de altura de ola significativa ( $H_s$ ) y periodo pico ( $T_p$ ) deseados. Dichos valores se presentan en el cuadro 1. Cabe destacar que los perfiles de playa fueron medidos al inicio y final de cada serie, con lo que para cada condición de oleaje se tienen al menos cinco mediciones de la evolución de la playa. El nivel de aguas medias se mantuvo constante a lo largo del experimento, con un valor de 4.7 m y el perfil inicial de la playa fue construido de tal suerte que la pendiente inicial del perfil correspondía a  $\tan(\beta)=0.125$ . Para la construcción de la playa se utilizaron 860 toneladas de grava y el tamaño del grano del material tenía un diámetro medio de  $D_{50}=21$  mm.

Para utilizar la metodología descrita en la sección anterior, necesitamos determinar las distribuciones de probabilidad de altura de ola presentes en el canal para cada serie de olas utilizada. Con base en los registros de oleaje, se pueden determinar las alturas de ola individuales y, a partir de éstas, elaborar el histograma de frecuencias para finalmente construir la función de densidad de

probabilidad (fdp) de la altura de ola en cada serie.

Para este propósito se utilizaron los sensores de oleaje identificados con los números 5 y 24. Esto es, se usó el sensor (5) ubicado lejos de la playa sobre el fondo horizontal del canal para definir las condiciones de oleaje lejos de la costa y fuera de la zona de rompientes. Las mediciones del sensor (24) son utilizadas para determinar las distribuciones de altura de ola en aguas someras, con lo que el oleaje en este sensor posee mayor peralte. Estos sensores son seleccionados para realizar el Análisis de Correlación Canónica, con el objetivo último de comparar su pronóstico y poder determinar cuál de ellos proporciona un mejor resultado.

Los datos de entrada en la metodología son entonces las distribuciones de ola y los perfiles medidos a lo largo del experimento (ver figura 2).

## Resultados

Para el empleo y la validación del Análisis de Correlación Canónica se utilizaron datos de las cuatro primeras pruebas para generar la matriz de regresión. En consecuencia, la predicción se estima para los perfiles de playa asociados con la prueba cinco. Con el fin de validar el modelo propuesto, los resultados obtenidos son comparados con las mediciones. La prueba cinco tiene diferentes series y cada serie fue pronosticada para determinar la exactitud de la predicción (ver cuadro 1). En ambos casos se utilizaron 24 perfiles de playa y se calculó el

Cuadro 1. Condiciones de oleaje para cada prueba.

Prueba núm.	$H_s$ (m)	$T_p$ (s)	$H/L$	Serie a Núm. olas	Serie b Núm. olas	Serie c Núm. olas	Serie d Núm. olas	Serie e Núm. olas	Serie f Núm. olas
1	0.6	3.2	0.05	50	100	500	1 000	1 500	3 000
2	1.0	4.14	0.05	50	500	1 000	2 000		
3	1.2	4.48	0.05	50	500	1 000	2 000		
4	1.0	5.29	0.03	50	500	1 000	2 000	3 000	
5	1.0	7.74	0.015	50	500	1 000	2 000	3 000	

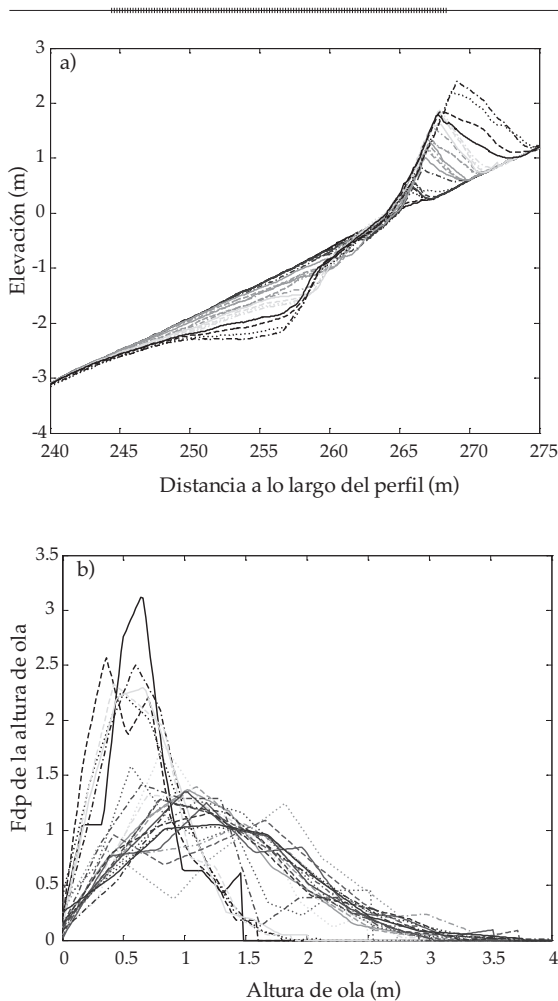


Figura 2. (a) Perfiles de playa medidos en laboratorio, (b) funciones de densidad de probabilidad para altura de ola en aguas profundas.

mismo número de fdp a partir de los registros de superficie libre medidos en cada prueba. Antes de realizar el ACC se reduce el ruido en ambos conjuntos de datos a través de una transformación en términos de sus funciones empíricas ortogonales (EOFs). En general, de tres a cinco modos de las EOFs fueron suficientes para representar la mayor parte de la variación con respecto a la media de los datos. En este estudio se han usado siete modos de las EOFs para representar la variación de los datos con respecto a la media, pero por claridad, sólo cinco de ellos han sido representados en las figuras.

### Predicciones de cambios en el perfil de playa basados en las condiciones de oleaje en aguas profundas

La figura 3a muestra los primeros cinco modos espaciales de las EOFs ( $E_1$ - $E_5$ ) para los datos de los perfiles de playa. Juntos determinan el 95% de la variación en los datos. La media de los datos en el tiempo fue sustraída en todos los datos antes del análisis. Los modos espaciales de las EOFs de los perfiles de playa representan las variaciones de los datos espaciales a lo largo del perfil. El primer modo explica la mayor parte del Valor Medio Cuadrado (VMC) de los

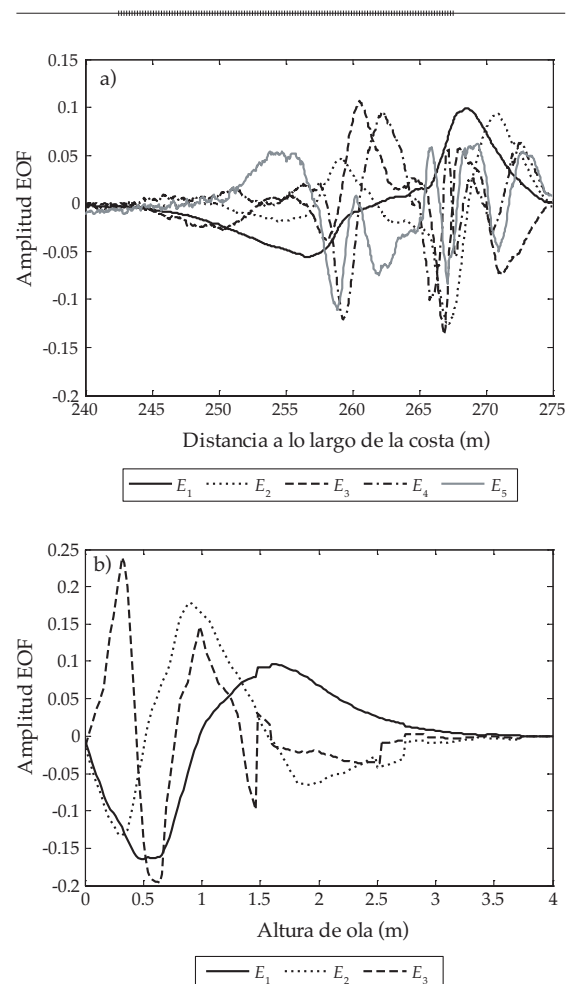


Figura 3. (a) Cinco primeros modos espaciales de las EOFs ( $E_1$ - $E_5$ ) para los perfiles de playa, (b) tres primeros modos espaciales de las EOFs ( $E_1$ - $E_3$ ) para las funciones de densidad de probabilidades en aguas profundas.

datos, el segundo representa la mayor parte restante del VMC y así sucesivamente.

El primer modo espacial de las EOFs de los perfiles ( $E_1$ ) representa el 80% de la variación total; el segundo modo ( $E_2$ ), el 10% de la variación.  $E_3$  (2.8%) y  $E_4$  (2%) corresponden a los porcentajes más bajos de variaciones a lo largo del perfil.

Se debe considerar que en el comportamiento de los cinco modos espaciales de las EOFs entre los 240 m y hasta aproximadamente 245 m no hay muchos cambios en amplitud de las EOF. Esto significa que el perfil es absolutamente estable entre estos puntos, ya que la variación con respecto a la media de los datos es mínima. Los siete modos espaciales de las EOF representan las variaciones de los 24 perfiles a lo largo de dicho perfil.

Está claro que existe transporte de sedimento grueso a lo largo del perfil si observamos los puntos donde están las máximas variaciones de las EOF y los perfiles de la playa en la figura 2.

Es evidente que en la zona superior de la playa es en donde ocurren todos los cambios debidos al oleaje. La forma de los modos espaciales de las EOFs representa el movimiento de sedimento a lo largo del perfil. Se aprecia el movimiento de grava hacia la parte superior de la playa, formando los picos que se observan en la figura 3a (entre los 265 y 270 metros).

De la misma forma, la figura 3b muestra los tres primeros modos espaciales de las EOFs ( $E_1$ - $E_3$ ) asociados con las fdps del oleaje en aguas profundas. Éstos representan las variaciones en el clima de oleaje durante las pruebas realizadas.  $E_1$  representa el 56% de la variación,  $E_2$  representa el 19.9% y  $E_3$  representa el 9.44%. Los siete primeros modos espaciales de las EOFs ( $E_1$ - $E_7$ ) representan el 95% de la variación con respecto a la media de las fdps en aguas profundas.

Aplicando el ACC para los dos conjuntos de datos, perfiles de playas y fdps del oleaje en aguas profundas, se obtiene una correlación máxima de 0.95 entre  $U_1$  y  $V_1$  (las amplitudes temporales de los primeros modos del ACC). Las figuras 4a y 4b presentan las amplitudes espaciales de los cinco primeros modos del ACC

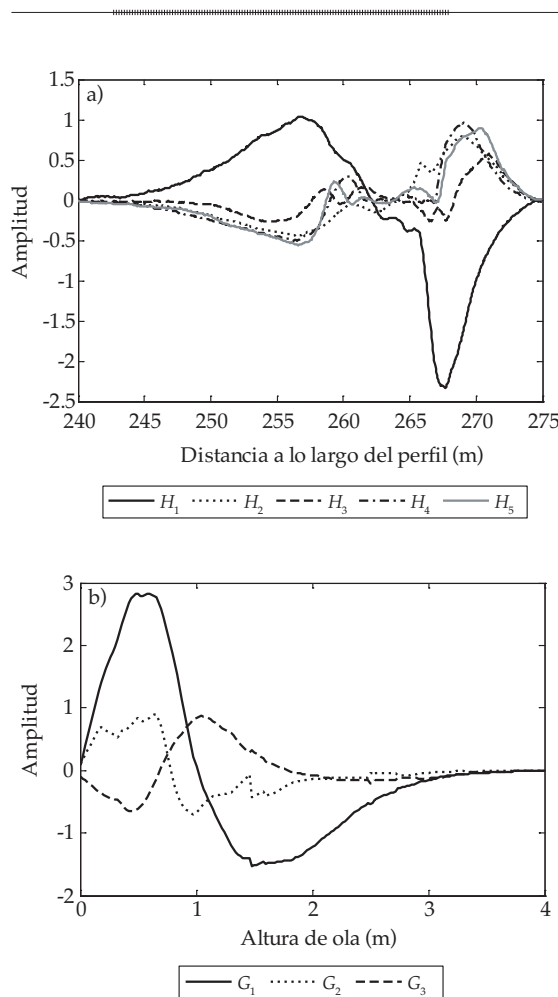


Figura 4. Resultados del ACC entre los datos de perfiles de playa y las fdps del oleaje en aguas profundas. (a) Amplitudes espaciales de los cinco primeros modos del ACC para los perfiles de playa ( $H_1$ - $H_5$ ), y (b) amplitudes espaciales de los tres primeros modos del ACC de las fdps de las alturas de olas en aguas profundas ( $G_1$ - $G_3$ ).

para los cambios de elevación absoluta ( $H_1$ - $H_5$ ) y los tres primeros modos del ACC para las alturas de ola ( $G_1$ - $G_3$ ), respectivamente. Se utilizó la regla empírica de North (North et al., 1982) para separar los modos canónicos que representan patrones de variación de aquellos que son considerados "ruido" (es decir, aquellos modos que no aportan a la solución y sí al incremento del error medio cuadrático). En el caso de este estudio, se emplearon los modos uno al siete como representación de patrones de variación,



con lo que los modos canónicos del ocho hacia arriba fueron descartados.

El modo canónico  $H_1$  representa el cambio absoluto de elevación del perfil de playa y al mismo tiempo está relacionado con variaciones representadas por el modo canónico  $G_1$  (fdps del oleaje en aguas profundas). Por consiguiente,  $H_1$  implica una disminución general a lo largo del perfil cuando  $G_1$  causa una disminución o un aumento en la fdp del oleaje. Los modos más altos  $H_2$  y  $H_3$  se asocian con cambios más complejos en la fdp del oleaje, que a su vez están determinados por  $G_2$  y  $G_3$ . Correlacionando la forma del perfil de playa con la distribución del oleaje, el análisis se hace con la hipótesis de que la forma de la playa de grava ajusta rápidamente y es principalmente una función de la fdp del oleaje.

La figura 5 muestra los dos primeros modos canónicos temporales del ACC ( $V_1$ ) y ( $U_1$ ), en la que se puede observar que ambos siguen el mismo patrón de variación con  $r=95\%$ . Esto significa que en nuestro caso, la playa responde de forma inmediata exclusivamente a la acción del oleaje en el laboratorio, sin que existan otros procesos presentes en estudios de campo, tales como mareas y corrientes, entre otros.

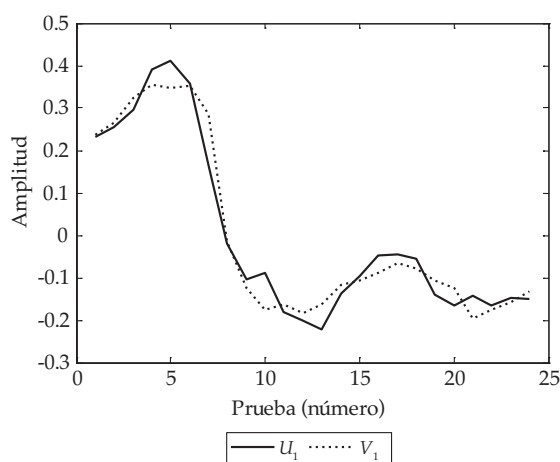


Figura 5. Resultados del ACC entre los datos de perfiles de playa y las fdps del oleaje en aguas profundas. Amplitudes temporales del primer modo ACC para ambos conjuntos de datos ( $U_1$ - $V_1$ ).

Las matrices de regresión derivadas de los perfiles de la playa y el oleaje fueron utilizadas para reconstruir la serie de tiempo de perfiles usando siete modos del CCA y para predecir la evolución futura de los perfiles de playa.

A través de las ecuaciones (9) a (11) se estimó la predicción del perfil de playa por medio del ACC con siete modos canónicos. Dichas predicciones para cada serie de la prueba cinco se presentan en la figura 6. Esto se hizo con el objetivo de observar la evolución de la predicción dentro de la prueba. La figura 6a ilustra una predicción muy satisfactoria del perfil. Sin embargo, durante las siguientes series, los perfiles predichos no resultaron ser tan satisfactorios. Las mediciones del perfil en las figuras 6b a 6e muestran un área de mayor erosión en la zona de rotura y un crecimiento de la berma en la parte superior de la playa.

Particularmente, después de la serie (d) se observa una gran acumulación de sedimentos en la berma de la playa. En contraste, durante la serie (e), el perfil parece haber alcanzado el equilibrio, ya que casi no se perciben cambios morfológicos. Es necesario señalar que la naturaleza de los pronósticos en los perfiles de las series (d) y (e) son más un resultado de carencia de cambios en estas zonas del perfil en los datos de entrada (pruebas 1-4), que una falla en el método de análisis. Considerando las condiciones de oleaje en aguas profundas, la habilidad de predicción (*skill*) del método se estimó en 0.53. Siendo un método estadístico basado en los datos solamente, la habilidad para la predicción es considerada muy buena. El *skill* es calculado usando la matriz  $Q$ , los *eigenvalues* ( $\mu^2$ ) y la media de los datos tanto para el perfil como para el oleaje. Este valor del *skill* puede ser considerado igual a un coeficiente de correlación ( $r$ ).

*Predicciones de cambios en el perfil de playa basados en las condiciones de oleaje en aguas someras*

Con el fin de predecir la evolución del perfil de playa usando las condiciones de oleaje en aguas

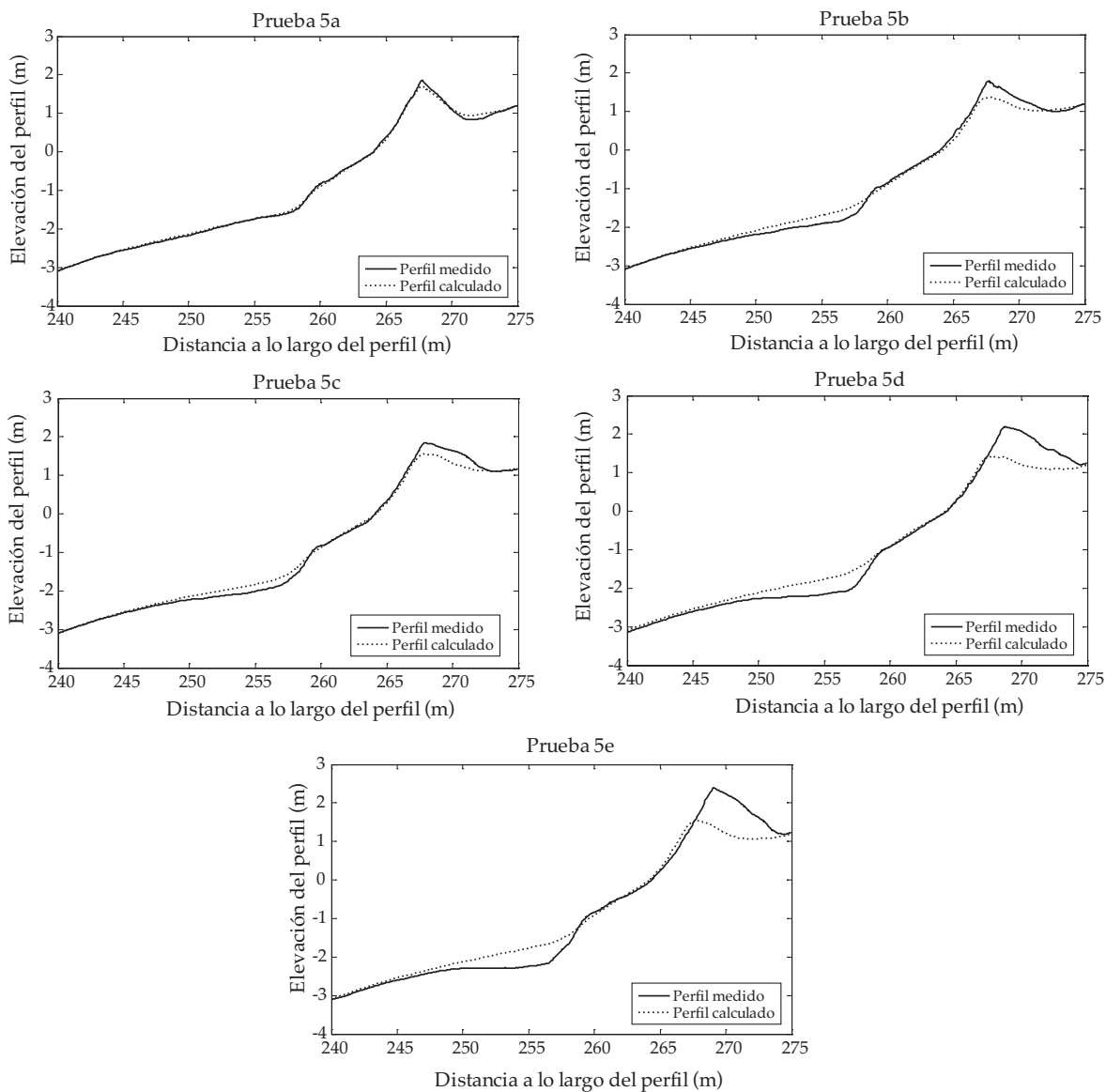


Figura 6 (a-e). Perfiles medido y predicho para la prueba 5; (a) predicción para la primera serie (serie a), (b) es la predicción para la siguiente serie y así sucesivamente.

someras (sensor 24), se emplearon para el ACC las 24 fdps para el oleaje en aguas someras, en combinación con los mismos 24 perfiles medidos.

Para las predicciones usando las condiciones de oleaje en aguas someras, solamente se utilizaron seis modos EOFs para representar todos los datos. En la figura 7 se muestran los tres primeros modos espaciales de las EOFs ( $E_1$ –

$E_3$ ) para los datos de las fdps del oleaje en aguas someras. Éstos representan principalmente las variaciones en las condiciones de oleaje en aguas someras durante las pruebas realizadas. El primer modo EOF ( $E_1$ ) explica el 52.9% de las variaciones en los datos. El segundo y el tercero ( $E_2$  y  $E_3$ ) explican 16 y 14% de las variaciones, respectivamente. Si comparamos la figura 3b con la figura 7 podemos observar

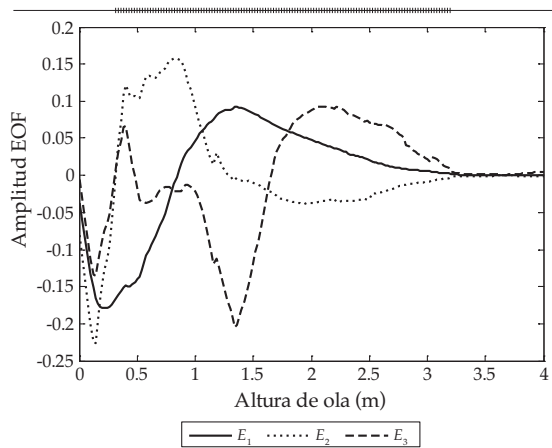


Figura 7. Tres primeros modos espaciales de las EOFs ( $E_1$ - $E_3$ ) para las funciones de densidad de probabilidades en aguas someras.

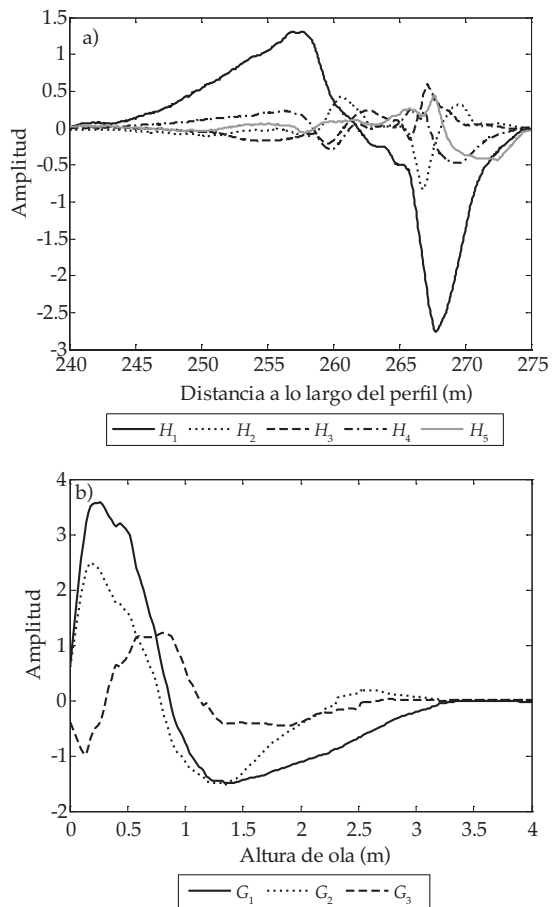


Figura 8. Resultados del ACC entre los datos de perfiles de playa y las fdps del oleaje en aguas someras. (a) Amplitudes espaciales de los cinco primeros modos del ACC para los perfiles de playa ( $H_1$ - $H_5$ ), y (b) amplitudes espaciales de los tres primeros modos del ACC de las fdps de las alturas de olas ( $G_1$ - $G_3$ ).

la diferencia en las amplitudes de las EOFs entre aguas someras y aguas profundas. Se encontró que la amplitud del primer modo EOF de las fdps en aguas someras es menor que la amplitud para el primer modo EOF de las fdps en aguas profundas.

Las figuras 8a y 8b presentan las amplitudes espaciales de los cinco primeros modos canónicos para los cambios en la elevación de los perfiles ( $H_1$ - $H_5$ ) y los tres primeros modos canónicos de las fdps ( $G_1$ - $G_3$ ), respectivamente. El modo  $H_1$  representa el cambio absoluto en amplitud que está asociado con las variaciones en las fdps combinadas del oleaje en aguas someras dadas por  $G_1$ . Por otra parte, los modos asociados con las elevaciones del perfil reflejan transporte de sedimentos hacia la parte superior de la playa. Los modos superiores ( $H_2$  y  $H_3$ ) están asociados con cambios más complejos en las fdps del oleaje determinados por  $G_2$  y  $G_3$ .

Las amplitudes temporales de los primeros modos del ACC ( $U_1$  y  $V_1$ ) (ilustrados en la figura 9), poseen una correlación de 0.98. Este valor es mayor que el encontrado para las condiciones de oleaje en aguas profundas, lo que indica que las condiciones de oleaje en aguas someras están

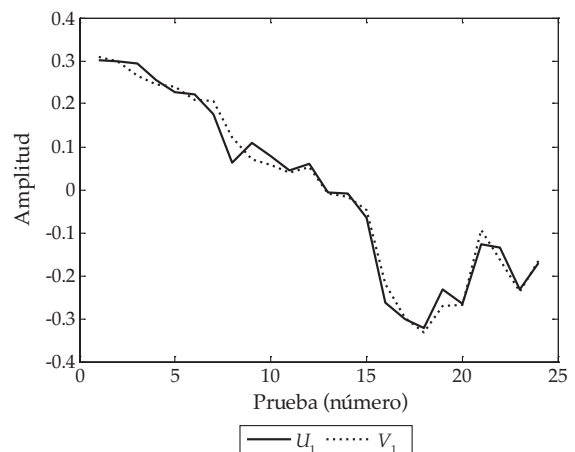


Figura 9. Resultados del ACC entre los datos de perfiles de playa y las fdps del oleaje en aguas someras. Amplitudes temporales del primer modo ACC para ambos conjuntos de datos ( $U_1$ - $V_1$ ).

directamente relacionadas con los cambios del perfil de la playa. En aguas someras, es evidente que el oleaje ha sufrido una transformación debido a su interacción con el fondo marino. En consecuencia, se espera que en este caso se obtenga una mejor predicción en el perfil de las playas.

La figura 10, paneles (a)-(e), muestra la comparación de los perfiles medidos con los

pronosticados para cada una de las series de la prueba 5. Una vez más, el perfil pronosticado para la serie (a) muestra una gran semejanza al perfil de playa medido, mientras que las predicciones de las series (b)-(e) son menos exactas. La grava acumulada en la berma es inferior en los perfiles pronosticados. No obstante, los perfiles pronosticados se comportan de la misma manera que los perfiles

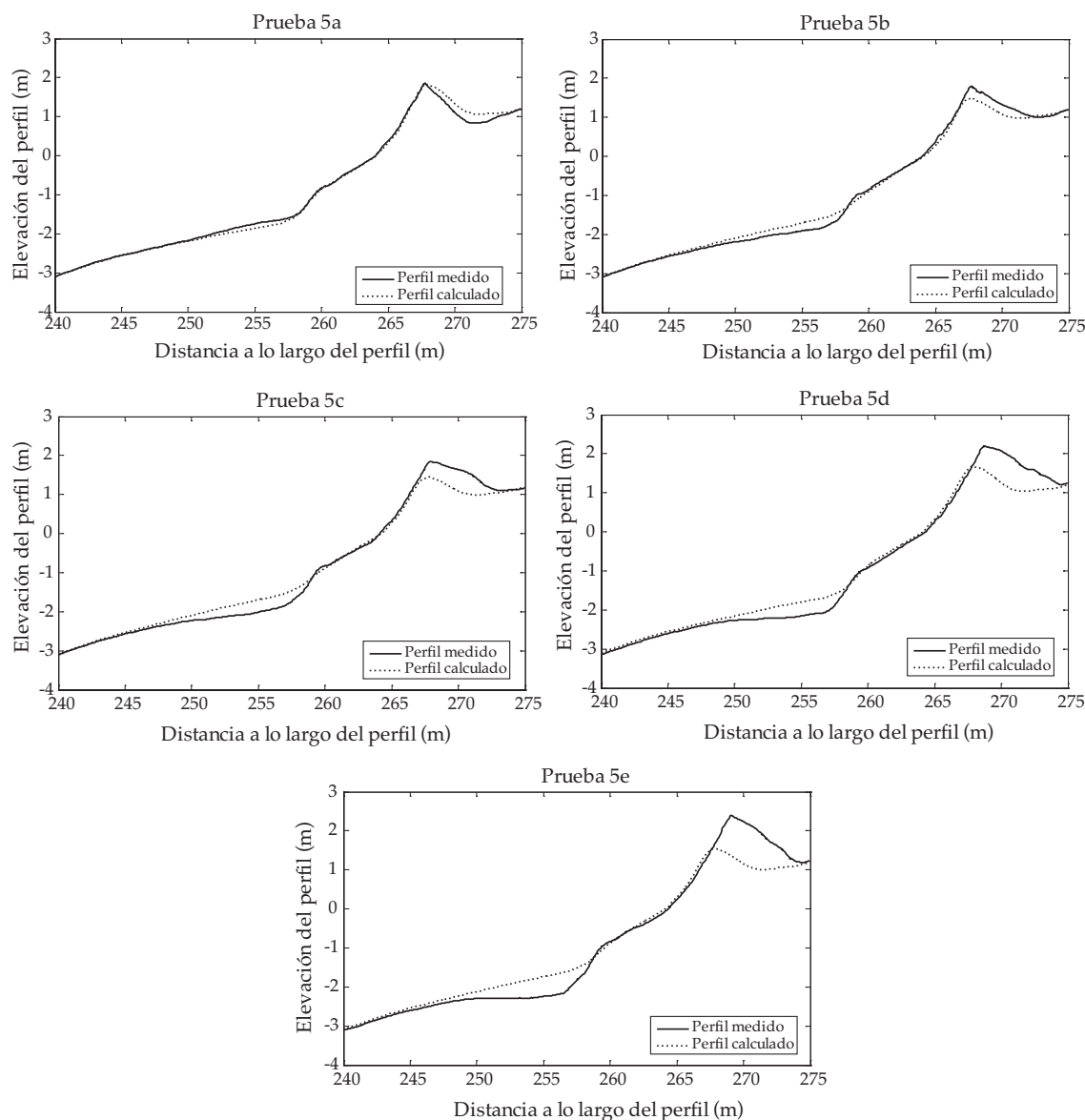


Figura 10 (a-e). Perfiles medido y predicho para la prueba 5; (a) predicción para la primera serie (serie a), (b) es la predicción para la siguiente serie y así sucesivamente.

medidos. Debido a que las correlaciones entre  $U_1$  y  $V_1$  son aproximadamente iguales para ambas condiciones de oleaje, los perfiles pronosticados usando las dos condiciones de oleaje se asemejan bastante. Usando una distribución empírica da lugar a una distribución con muchas variaciones a lo largo del rango de alturas. Esto se ve reflejado en el hecho de que solamente el 52.9% de la variación está capturada en los primeros tres modos de las EOFs.

Se confirma que el ACC no reconoce el movimiento de la playa hacia la costa debido a que los datos de entrada para predecir el perfil no incluyen información de cambio en esta región.

Por otro lado, la figura 10 en sus paneles (a) y (b) demuestran la virtud del ACC a través de los resultados obtenidos para los perfiles de estas series, los cuales presentan cambios dentro de la región identificada a través de los datos de entrada.

El método de ACC, como tal, ofrece una buena herramienta para el pronóstico de perfiles con base en los datos de oleaje y en la distribución de oleaje utilizada, como se ha visto en las secciones anteriores. Una de las desventajas de este método es que las matrices generadas por el ACC en cuanto a los modos canónicos ( $G$ ,  $H$ ) son difíciles de interpretar físicamente; es decir, el método de ACC está gobernado solamente por los datos históricos y no puede reproducir un fenómeno que no se haya presentado anteriormente en los datos.

## Conclusiones

La selección de un método para analizar y modelar la evolución morfológica a largo plazo está asociada con la disponibilidad y calidad de los datos en estudio. Asimismo, para utilizar modelos de procesos y para desarrollar modelos paramétricos es necesario contar con una gran cantidad de información referente a variables físicas del oleaje, mareas y morfología. Sin embargo, en la práctica es común que este conjunto de datos no esté

disponible o sea escaso. En ese sentido, este artículo investiga la relación entre los perfiles de playa de grava y las condiciones del oleaje a través de un método estadístico conocido como ACC.

El análisis se ha realizado con dos condiciones de oleaje: una representativa de aguas profundas y una de aguas someras. Los resultados indicaron correlaciones de 0.95 para las condiciones del oleaje en aguas profundas y de 0.98 para las condiciones del oleaje en aguas someras. A pesar de la modesta cantidad de información utilizada, se confirma la utilidad de herramientas como el ACC para predecir la respuesta del perfil de playa.

El ACC usado en conjunto con el método de las EOF para reducir el ruido en los datos (en este caso, para filtrar datos, los cuales no son considerados como variaciones respecto a la media) es una herramienta eficaz para identificar variaciones coexistentes entre los perfiles de playa de grava y las condiciones de oleaje tanto en aguas profundas como en aguas someras.

Aún más, las limitaciones del ACC fueron identificadas a partir de los pronósticos presentados para las últimas series de la prueba cinco, en las que las predicciones fueron menos exitosas debido a que los datos de entrada no poseían información de cambios en el perfil dentro de estas regiones. Sin embargo, el CCA ha demostrado ser una buena herramienta para predecir perfiles si se dispone de datos históricos de perfiles de playa y condiciones de oleaje.

Los resultados de este estudio no sólo están relacionados con la predicción de los cambios en los perfiles de playa, sino también se pueden utilizar como un componente para el manejo costero. En particular, conocida la forma y elevación de una playa, se pueden determinar los riesgos de inundaciones y erosión costera. Por lo tanto, una buena predicción de la evolución de la playa es crucial para definir los planes de gestión más adecuados en las zonas costeras de todo el mundo.



## Agradecimientos

José M. Horrillo Caraballo agradece el apoyo del Consejo de Investigaciones de Ingeniería y Ciencias Físicas del Reino Unido (EPSRC), a través de los proyectos GR/S76304/01 y EP/F020511/1.

Adrián Pedrozo Acuña agradece el apoyo del Consejo de Investigaciones Naturales y del Medio Ambiente del Reino Unido (NERC), a través del proyecto NE/E0002129/1.

Recibido: 28/10/2008

Aprobado: 27/07/2009

## Referencias

- BUSCOMBE, D. and MASSELINK, G. Concepts in gravel beach dynamics. *Earth-Science Reviews*. Vol. 79, no. 1-2, 2006, pp. 33-52.
- CLARK, D. *Understanding Canonical Correlation Analysis. Concepts and Techniques in Modern Geography*. No. 3. Norwich: Geo Abstracts Ltd., 1975.
- CLARKE, S., DODD, N. and DAMGAARD, J. Modeling flow in and above a porous beach. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*. Vol. 130, no. 5, 2004, pp. 223-233.
- GLAHN, H.R. Canonical Correlation Analysis and its relationship to discriminant analysis and multiple regression. *Journal of Atmospheric Sciences*. Vol. 25, 1968, pp. 23-31.
- GUNAWARDENA, Y., ILIC, S., SOUTHGATE, H.N. and PINKERTON, H. Analysis of the spatio-temporal behavior of beach morphology at Duck using fractal methods. *Marine Geology*. Vol. 252, no. 1-2, 2008, pp. 38-49.
- GRAHAM, N.E., MICHAELSEN, J. and BARNETT, T.P. An investigation of the El Niño-southern oscillation cycle with statistical models: 2. Model results. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 92, C13, 1987, pp. 14271-14289.
- HORRILLO-CARABALLO, J.M. and REEVE, D.E. *The use of Canonical Correlation Analysis to determine the relationship between beach profiles, waves and storm surges in the southeastern coast of England, U.K.* 2nd IMA International Conference on Flood Risk Assessment, Plymouth, 2007.
- HORRILLO-CARABALLO, J.M. and REEVE, D.E. An investigation of the link between beach morphology and wave climate at Duck, NC, USA. *Journal of Flood Risk Management*. Vol. 1, 2008, pp. 110-122.
- HOTELLING, H. Relations between two sets of variants. *Biometrika*. Vol. 28, 1936, pp. 321-377.
- LARSON, M., CAPOBIANCO, M. and HANSON, H. Relationship between beach profiles and waves at Duck, North Carolina, determined by canonical correlation analysis. *Marine Geology*. Vol. 163, 2000, pp. 275-288.
- LI, Y., LARK, M. and REEVE, D.E. Multi-scale variability of beach profiles at Duck: A wavelet analysis. *Coastal Engineering*. Vol. 52, 2006, pp. 1133-1153.
- LÓPEZ DE SAN ROMÁN-BLANCO, B., COATES, T.T., HOLMES, P., CHADWICK, A.J., BRADBURY, A., BALDOCK, T.E., PEDROZO-ACUÑA, A., LAWRENCE, J. and GRÜNE, J. Large scale experiments on gravel and mixed beaches: Experimental procedure, data documentation and initial results. *Coastal Engineering*. Vol. 53, no. 4, 2006, pp. 349-362.
- MASON, T. and COATES, T.T. Sediment transport processes on mixed beaches: a review for shoreline management. *Journal of Coastal Research*. Vol. 17, no. 3, 2001, pp. 645-657.
- NORTH, G.R., BELL, T.L., CAHALAN, R.F. and MOENG, F.J. Sampling errors in the estimation of empirical orthogonal functions. *Monthly Weather Review*. Vol. 110, 1982, pp. 699-706.
- ORFORD, J.D., FORBES, D.L. and JENNINGS, S.C. Organizational controls, typologies and time scales of paraglacial gravel dominated coastal systems. *Geomorphology*. Vol. 48, 2002, pp. 51-85.
- PEDROZO-ACUÑA, A. *Concerning swash on steep beaches*. PhD thesis. University of Plymouth, 2005, 226 pp.
- PEDROZO-ACUÑA, A., SIMMONDS, D.J., OTTA, A.K. and CHADWICK, A.J. On the cross-shore profile change of gravel beaches. *Coastal Engineering*. Vol. 53, no. 4, 2006, pp. 335-347.
- PEDROZO-ACUÑA, A., SIMMONDS, D.J., CHADWICK, A.J. and SILVA, R. A numerical-empirical approach for evaluating morphodynamic processes on mixed and gravel beaches. *Marine Geology*. Vol. 241, no. 1-2, 2007, pp. 1-18.
- POWELL, K.A. *Predicting short term profile response for shingle beaches*. HR Wallingford SR Report. Vol. 219, Wallingford, UK, 1990.
- SOUTHGATE, H.N. and MÖLLER, I. Fractal properties of coastal profile evolution at Duck, North Carolina. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 105, C5, 2000, pp. 11489-11507.
- VAN DER MEER, J. *Rock slopes and gravel beaches under wave attack*. Delft, The Netherlands: Delft University of Technology, 1988.
- VAN RIJN, L.C. Unified View of Sediment Transport by Currents and Waves. I: Initiation of Motion, Bed Roughness, and Bed-Load Transport. *Journal of Hydraulic Engineering*. Vol. 133, no. 6, 2007, pp. 649-667.

## Abstract

HORRILLO-CARABALLO, J.M., PEDROZO-ACUÑA, A. & ONANDIA, B. Forecast of gravel beach profiles using Canonical Correlation Analysis. *Water Technology and Sciences, formerly Hydraulic engineering en Mexico (in Spanish)*. Vol. I, no. 2, April-June, 2010, pp. 5-19.

*This paper represents the first application of Canonical Correlation Analysis (CCA) for the prediction of coarse-grained beach profiles. The experimental data comes from a laboratory study at prototype scale carried out in 2002 at the Coastal Research Center in Germany. For this purpose, time series of free surface elevation, both in deep and shallow waters, are utilized in order to determine the probability density function (pdf) of wave heights. To determine the forecast of beach profiles, these pdf's are related to measured beach profiles through CCA. The results indicate correlations of 0.95 for offshore conditions and 0.98 for near-shore conditions. It is demonstrated that CCA is an ideal tool for predicting beach profiles, as long as good quality data is acquired. This reveals the importance of implementing a continuous coastal monitoring program.*

**Keywords:** Canonical Correlation Analysis, beach profiles, gravel beaches, beach morphology, forecast.

## Dirección institucional de los autores

Dr. José M. Horrillo-Caraballo

Dr. Adrián Pedrozo-Acuña

Dr. Beñat Onandia

School of Engineering

University of Plymouth

Drake Circus

PL4 8AA

United Kingdom

teléfono: + (44) (0) 1752 586 130

fax: + (44) (0) 1752 586 101

Jose.Horrillo-Caraballo@plymouth.ac.uk

ApedrozoA@ii.unam.mx

benat.onandia@plymouth.ac.uk