

NIVELES DE INTERPRETACIÓN QUE MUESTRAN ESTUDIANTES SOBRE GRÁFICAS PARA COMUNICAR INFORMACIÓN DE CONTEXTOS ECONÓMICOS Y SOCIODEMOGRÁFICOS

SANTIAGO INZUNSA CAZARES

Resumen:

Este artículo presenta resultados de una investigación sobre comprensión gráfica en estudiantes universitarios y de maestría. La información se recopiló a través de un cuestionario con gráficas de publicaciones oficiales con datos de contextos económicos y sociodemográficos. Los resultados muestran que la comprensión gráfica de los estudiantes se ubicó fundamentalmente en los niveles idiosincrático y lectura básica de la taxonomía SOLO. Sus interpretaciones estuvieron enfocadas principalmente en aspectos locales de las gráficas y tuvieron dificultades para relacionar información relevante y el contexto. Las relaciones más fáciles de identificar fueron cambios de una variable a través del tiempo (tendencias) y las frecuencias de los grupos. La jerarquización de categorías, relaciones de multiplicidad de una categoría con otra (ordenamientos y comparaciones) y aspectos predictivos (estimaciones) sobre el comportamiento de las gráficas fueron relaciones menos observadas por los estudiantes.

Abstract:

This article presents the results of a study on graphic understanding among undergraduate and graduate students. The information was compiled from a questionnaire using graphics from official publications with data from economic and sociodemographic contexts. The results show that students' graphic understanding was located fundamentally at the levels of idiosyncratic and basic reading of the SOLO taxonomy. Their interpretations were focused primarily on local aspects of the graphics and they experienced difficulties in relating relevant information and the context. The easiest relations to identify were changes in a variable over time (trends) and group frequencies. Hierarchies of categories, relations of multiplicity of a category with another (ordering and comparing), and predictive aspects (estimation) of the behavior of graphics were the least observed relations.

Palabras clave: análisis de datos, gráficas, comprensión, estudiantes, educación superior, México.

Keywords: analysis of data, graphics, comprehension, higher education, Mexico.

Santiago Inzunsa Cazares es profesor-investigador de la Facultad de Informática de la Universidad Autónoma de Sinaloa. Prolongación Josefa Ortiz de Domínguez s/n. Polígono Sur, Ciudad Universitaria, 80040, Culiacán, Sinaloa, México. CE: sinzunza@uas.edu.mx

Introducción

El uso de gráficas para analizar y visualizar información es cada vez más frecuente en los ámbitos científicos, empresariales y medios de comunicación; por lo tanto, los conocimientos y las habilidades para interpretar adecuadamente la información que proporcionan las gráficas se han convertido en una competencia básica de cultura estadística para todos los ciudadanos en la sociedad actual. En sus orígenes las gráficas fueron creadas como medio para facilitar la comunicación y visualización de los datos que usualmente eran presentados mediante tablas numéricas. Sin embargo, en la actualidad su uso va mucho más allá de dicho propósito, además de ser un instrumento para presentar y comunicar información en forma visual y accesible, son utilizadas como una herramienta en el proceso de análisis de datos. La importancia de las gráficas se debe también a que la ciencia las utiliza como representaciones semióticas externas para construir y comunicar los conceptos abstractos; por tanto, el aprendizaje de los conceptos científicos está ligado al de estas representaciones y al de sus procesos de construcción y transformación (Arteaga, Batanero, Contreras y Cañadas, 2012).

Kosslyn (1985) define dos contextos principales de uso de las gráficas: para *análisis de datos* y para *comunicación*. En el primero funcionan como herramientas de descubrimiento en las primeras etapas del análisis; cuando se emplean para comunicación son definidas como fotografías que intentan convertir la información en números y relaciones entre ellos. Tales gráficas con frecuencia contienen resúmenes estadísticos, más que datos originales, son simples en forma y contenido y tienen como propósito visualizar patrones y tendencias.

Con el desarrollo de la tecnología, en los últimos años han surgido herramientas de *software* con un amplio potencial para la construcción de gráficas; estos programas han contribuido a diversificar las de tipo tradicional (por ejemplo, diagramas de barras, diagramas circulares, histogramas) con nuevas gráficas que revelan otras propiedades importantes de los datos (por ejemplo, diagramas de tallo y hoja, o de caja) para, de esta manera, realizar análisis más completos e integrales con la información que cada una proporciona.

Por otra parte, la tecnología ha generado un cambio en el foco de interés en el estudio de las gráficas, pues éstas son construidas por los usuarios casi de manera automática; el interés se centra ahora en la elección de las

más adecuadas de acuerdo con los datos que se tienen y en el desarrollo de habilidades para decodificar e interpretar la información que contienen.

En el presente trabajo abordamos el estudio de las gráficas desde la perspectiva de comunicación que ha sido definida por Kosslyn (1985); es decir, como instrumentos facilitadores para la visualización y comunicación de la información. En particular, nos hemos planteado los siguientes objetivos de investigación: caracterizar la interpretación que estudiantes universitarios hacen sobre gráficas diseñadas con el propósito de comunicar información en contextos económicos y sociodemográficos e identificar las relaciones de las gráficas que los estudiantes visualizan con mayor facilidad y la forma cómo las conectan en el proceso de interpretación.

Antecedentes de investigación

Las investigaciones sobre comprensión e interpretación de gráficas han considerado como sujetos de análisis tanto a estudiantes como a profesores de diferentes niveles educativos. A continuación haremos un recuento de algunos trabajos representativos realizados en contextos escolares y de comunicación:

Curcio (1987) intenta explicar algunas razones por la que los estudiantes de nivel elemental y medio tienen dificultades con la lectura e interpretación de gráficas. En el análisis se consideraron, como variables explicativas, los conocimientos previos que los estudiantes tienen sobre las gráficas, la forma de éstas y su contenido matemático. En las tareas de evaluación de la comprensión gráfica se incluyeron preguntas que requerían: *a)* una lectura literal de los datos (leer los datos), *b)* comparaciones y uso de conceptos matemáticos (leer entre los datos) y *c)* una predicción o inferencia (leer más allá de los datos). Los resultados señalan que las variables consideradas tienen una influencia importante en la comprensión de las gráficas, y se destaca que los estudiantes deben ser estimulados a verbalizar sobre las relaciones y patrones observados para que construyan y amplíen esquemas matemáticos necesarios para comprender las relaciones matemáticas expresadas en las gráficas.

Friel, Curcio y Bright (2001) identificaron tres componentes importantes de la compresión gráfica, los cuales muestran una progresión en la atención de características locales a globales de una gráfica; tales componentes son: *a)* leer la información directamente de una gráfica requiere comprender las convenciones del diseño de la misma, *b)* para manipular la información

leída de una gráfica se deben hacer comparaciones y desarrollar cálculos y *c)* para generalizar, predecir o identificar tendencias, se debe relacionar la información de la gráfica con el contexto de la situación. Los resultados señalan que hacer sentido de las gráficas es una actividad más compleja de los que se piensa, por lo que los profesores necesitan incrementar su conocimiento sobre ellas y cómo enseñarlas.

Monteiro y Ainley (2007), en un trabajo con estudiantes para profesores de primaria de Brasil e Inglaterra, señalan que en la interpretación de gráficas que provienen de medios de comunicación los estudiantes movilizan diversos tipos de conocimientos y experiencias. En las respuestas de algunos ítems los sujetos mezclaron su conocimiento estadístico con otros elementos relacionados con sus conocimientos y experiencia personal acerca del contexto del cual fueron extraídos los datos. La mayoría desplegó habilidad para pensar críticamente sobre la información presentada en las gráficas y para justificar sus ideas.

Por su parte, Aoyama (2007) realiza una investigación en la que utiliza una jerarquía basada en el modelo SOLO (Biggs y Collis, 1982) para evaluar la comprensión gráfica. Sus sujetos de análisis fueron estudiantes de diferentes niveles (desde secundaria hasta graduados). Los resultados señalan que las respuestas estuvieron fuertemente influidas por la familiaridad con el contexto y su conocimiento acerca del fenómeno relacionado. Algunos estudiantes mostraron desempeños altos ante tareas difíciles pero fallaron en algunas más sencillas. Se observó que, en general, los desempeños progresaron con la edad de los sujetos de estudio. También utilizando el modelo SOLO para categorizar los niveles de compresión gráfica, Monroy (2007) realizó un análisis con 231 estudiantes mexicanos de secundaria (12-15 años). Encontró que la mayoría de los alumnos, sin distinción de grado, están en un nivel idiosincrásico y/o transicional, esto significa que presentan dificultades para distinguir los elementos de una gráfica y establecer relaciones dentro de ésta.

Arteaga (2007) realiza una profunda revisión de diversos estudios sobre la comprensión e interpretación de gráficas que se habían efectuado hasta 2005. Los resultados muestran que la lectura e interpretación del lenguaje gráfico es una habilidad altamente compleja, que no se adquiere espontáneamente y que no necesariamente se alcanza con la enseñanza. El autor señala que una posible explicación de las dificultades surgidas

con el lenguaje gráfico es que la simplicidad de éste es solo aparente, pues incluso el más simple de los gráficos puede considerarse un modelo matemático. Para explicar estas dificultades se ha argumentado la influencia de factores como: carencias en el desarrollo cognitivo de los estudiantes y en sus habilidades para construir e interpretar gráficas y el uso pasivo de las gráficas en las aulas, que excluye su construcción e interpretación por parte de los alumnos.

Marco teórico

Las gráficas: sus componentes y significado

Las gráficas despliegan la información a través de una combinación de recursos o componentes como puntos, líneas, sistemas de coordenadas, figuras, números, símbolos, texto y color. De acuerdo con Tufte (2001) y Few (2004), pueden ser incluso más precisas y reveladoras que los cálculos estadísticos convencionales y señalan que la excelencia en gráficas estadísticas consiste de ideas complejas comunicadas con claridad, precisión y eficiencia.

Kosslyn (1985) distingue cuatro elementos estructurales que componen una gráfica y que son necesarios para su comprensión: fondo, estructura (por ejemplo: ejes cartesianos, círculos), contenido (por ejemplo, líneas, rectángulos, sectores circulares) y etiquetas (para ejes, títulos, escalas). Por su parte, Curcio (1987) considera como parte de una gráfica: las palabras que aparecen en el título, ejes y escalas; contenido matemático que subyace a ésta, como son los números, áreas o longitudes de líneas; y convenciones específicas usadas en cada gráfica que son necesarias para hacer una correcta lectura o construcción. En concordancia con lo anterior, Bertin (1983) considera que una gráfica es un objeto semiótico complejo ya que, por sí misma, y cada uno de sus componentes están hechos de signos que requieren una actividad semiótica para su interpretación.

Comprensión gráfica y cultura estadística

La comprensión gráfica se define como las habilidades de los lectores para derivar significados de gráficas creadas por otros o por ellos mismos (Friel, Curcio y Bright, 2001). En este sentido, tal comprensión significa poder leer y dar sentido a las gráficas como las que se encuentran con frecuencia en la prensa y otros medios de comunicación, incluyendo además lo rela-

tivo a su construcción como herramientas para estructurar datos y, lo que es más importante, hacer una selección óptima en una situación dada. La actividad de interpretar gráficas requiere movilizar diversas habilidades y tipos de conocimiento (por ejemplo, estadístico y matemático, así como creencias y sentido crítico).

Garfield (2002) considera como componentes de la cultura estadística la comprensión del lenguaje estadístico y la capacidad de interpretar tablas y gráficos, así como el poder dar sentido a los datos que aparecen en la prensa, encuestas y otras situaciones cotidianas. Por su parte, Gal (2002) la define como unión de dos competencias relacionadas: *a*) interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, y *b*) discutir o comunicar sus opiniones respecto de tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.

En la búsqueda de constructos para analizar la forma en la que las personas interpretan la información de las gráficas, algunos autores (por ejemplo, Guthrie, Weber y Kimmerly, 1993; Ben-Zvi y Arcavi, 2001) definen lo que se conoce como enfoques local y global de una gráfica. Por ejemplo, consideran que una perspectiva local involucra preguntas y un razonamiento de bajo nivel, relacionadas con la lectura de información específica de la gráfica, mientras que el enfoque global considera un mayor nivel de abstracción en el que se espera la identificación de relaciones más complejas entre las variables. La búsqueda global es considerada como multirreferencial, en tanto considera diferentes bits de información de la gráfica. Así, aunque la lectura literal de datos presentados en forma gráfica es un componente importante en la habilidad para interpretar gráficas, el máximo potencial de estos elementos se obtiene cuando el lector es capaz de interpretar y generalizar desde los datos que son presentados.

En esta perspectiva, diversos autores han propuesto modelos para evaluar y caracterizar en forma jerárquica la comprensión sobre las gráficas. Los niveles inferiores caracterizan razonamientos erróneos e incompletos, centrados en la lectura de datos de las gráficas; los intermedios involucran interpolaciones y comparaciones en la información que muestran mientras que los niveles superiores caracterizan razonamientos más completos que incluyen extrapolaciones de los datos y análisis de relaciones implícitas en las gráficas. Uno de los modelos más citados en la literatura es el propuesto

por Curcio (1987, 1989). Este autor plantea las siguientes habilidades de lectura para comprender las gráficas:

- 1) *Leer entre los datos*: consiste en la lectura literal del gráfico sin interpretar la información contenida en el mismo.
- 2) *Leer dentro de los datos*: implica la interpretación e integración de los datos de la gráfica; esta capacidad requiere la comparación de datos o la realización de operaciones con ellos.
- 3) *Leer más allá de los datos*: consiste en realizar predicciones e inferencias a partir de los datos sobre información que no se refleja directamente en la gráfica.

Tomando como base el modelo taxonómico SOLO (Biggs y Collis, 1982) y otro para evaluar la cultura estadística, desarrollado por Watson y Callingham (2003), Aoyama (2007) propone un modelo jerárquico para evaluar la comprensión de las gráficas y utiliza la técnica estadística de Rasch para justificar la construcción de la jerarquía. Identifica cinco niveles de interpretación de gráficas para los estudiantes:

- 1) *Idiosincrático*: no pueden leer valores o tendencias en gráficas o proporcionan valores incorrectos cuando leen una. Fallan al conectar algunas características extraídas de las gráficas con el contexto.
- 2) *Lectura básica de gráficas*: pueden leer valores y tendencias en las gráficas, pero no pueden explicar los significados contextuales de las tendencias o características que ellos observan en los datos.
- 3) *Relacional*: Los estudiantes pueden leer valores particulares y tendencias así como explicar los significados contextuales en función de las características mostradas en una gráfica, pero no pueden sugerir interpretaciones alternativas, usan solamente los significados presentados.
- 4) *Crítico*: pueden leer gráficas y comprender las variables contextuales presentadas; asimismo, pueden evaluar la confiabilidad del significado contextual descrito en la gráfica.
- 5) *Hipotetizador*: En este nivel los estudiantes pueden leer gráficas, aceptar y evaluar la información presentada; también pueden formar sus propias hipótesis explicativas o modelos y actuar como “investigadores” estadísticos activos y no solo como receptores de información.

Metodología

Instrumentos de recolección de la información

El principal instrumento de recolección de información consistió en un cuestionario que contenía cuatro gráficas seleccionadas de boletines oficiales que proporcionan información demográfica y socioeconómica de la república mexicana. Para elegirlas, se tuvieron en cuenta varios factores: *a)* que la complejidad de la gráfica fuera accesible a los estudiantes, *b)* que el contexto de la información de la gráfica fuera familiar a los estudiantes, y *c)* que se incluyeran diversos tipos de gráficas.

Adicionalmente, las gráficas fueron seleccionadas buscando que en ellas se expresaran ítems de información y relaciones cuantitativas que requerieran diferentes niveles de razonamiento en la interpretación de los estudiantes, como identificación de valores mínimos y máximos de frecuencias, tendencias, predicciones, comparaciones de categorías estableciendo jerarquías y relaciones de multiplicidad, entre otras (ver anexo).

El grado de complejidad de una gráfica no corresponde con un determinado nivel del modelo, más bien es la interpretación que los estudiantes hacen de las gráficas, identificando relaciones en la información y conectándola entre sí para darle sentido lo que permite ubicar un argumento en un determinado nivel de razonamiento del modelo. Así, el razonamiento sobre la gráfica más sencilla puede ser ubicado en los diferentes niveles, dependiendo de la sofisticación de los argumentos, conceptos y relaciones empleadas en su interpretación.

En el encabezado del cuestionario se colocaron el propósito del mismo y las instrucciones. Específicamente señalaba: “El propósito de este cuestionario es conocer cómo interpretas la información que se presenta a través de gráficas. Analiza cuidadosamente cada gráfica y describe la información que te proporcionan de la forma más completa posible”.

Sujetos de estudio

Los participantes fueron estudiantes universitarios de nivel licenciatura (18-19 años) y maestría (25-35 años). Dos grupos tomaban el curso de probabilidad y estadística en la licenciatura en Informática; a uno de ellos se le aplicó el cuestionario antes de iniciar el tema de gráficas (LA), mientras que al otro una vez concluido (LD); en el desarrollo del tema, el investigador-profesor enfatizó en las habilidades para analizar e interpretar

gráficas más que en habilidades para su construcción. El tercer grupo estaba formado por estudiantes que iniciaban su maestría (M) y aún no habían abordado el tema de gráficas en su curso de estadística, por los que sus antecedentes sobre el tema correspondían a la licenciatura. Tradicionalmente estos cursos de estadística enfatizan más en construcción de distribuciones de frecuencias, cálculos de medidas de tendencia central, medidas de variabilidad y construcción de gráficas, que en la interpretación de los datos y el desarrollo del razonamiento estadístico, por lo que asumimos que podría no haber mucha diferencia con los estudiantes de licenciatura, salvo la edad y la madurez intelectual.

En los tres grupos se les informó a los estudiantes que el cuestionario era parte de una evaluación sobre comprensión gráfica. En los de licenciatura y maestría que aún no habían tomado el tema, se le señaló que el cuestionario permitiría determinar sus conocimientos previos para el diseño de actividades de enseñanza, mientras que al grupo de licenciatura que se le aplicó después de la enseñanza, el cuestionario fue parte de su evaluación. El tiempo asignado para su resolución fue de una hora y los estudiantes se tomaron el tiempo suficiente para responder el cuestionario.

Análisis de la información

Para el análisis y resumen de la información proporcionada en los cuestionarios, nos dimos a la tarea de analizar cada respuesta que los estudiantes dieron en la interpretación de las gráficas –en ocasiones fue necesario leerla varias veces–, con lo cual identificamos los elementos o descriptores que se definen en el modelo para comprensión gráfica utilizado por Aoyama (2007), una vez hecho esto ubicamos a cada estudiante en el nivel correspondiente.

Además, realizamos un conteo de los elementos de descripción que cada estudiante utilizó en la interpretación de cada gráfica con el propósito de dar mayor detalle de su comprensión al respecto. Adicionalmente, seleccionamos fragmentos sobre los razonamientos de algunos estudiantes que nos parecen de interés para complementar el análisis de la información.

Resultados y discusión

El cuadro 1 muestra el total de estudiantes que participaron en la investigación, clasificados por grado de estudios y antecedentes sobre el tema al momento que respondieron el cuestionario.

CUADRO 1

*Caracterización de los estudiantes
por nivel de estudio y antecedentes sobre el tema de gráficas*

Grupo	Total
Estudiantes de licenciatura en Informática (antes de tomar el tema de gráficas) (LA)	43
Estudiantes de licenciatura en Informática (después de tomar el tema de gráficas) (LD)	31
Estudiantes de maestría en Gestión y Políticas Públicas (M)	26
Total	100

Los resultados de las interpretaciones que los estudiantes hicieron a cada una de las gráficas se muestran en el cuadro 2.

CUADRO 2

Niveles de comprensión gráfica mostrados por los estudiantes en las cuatro gráficas

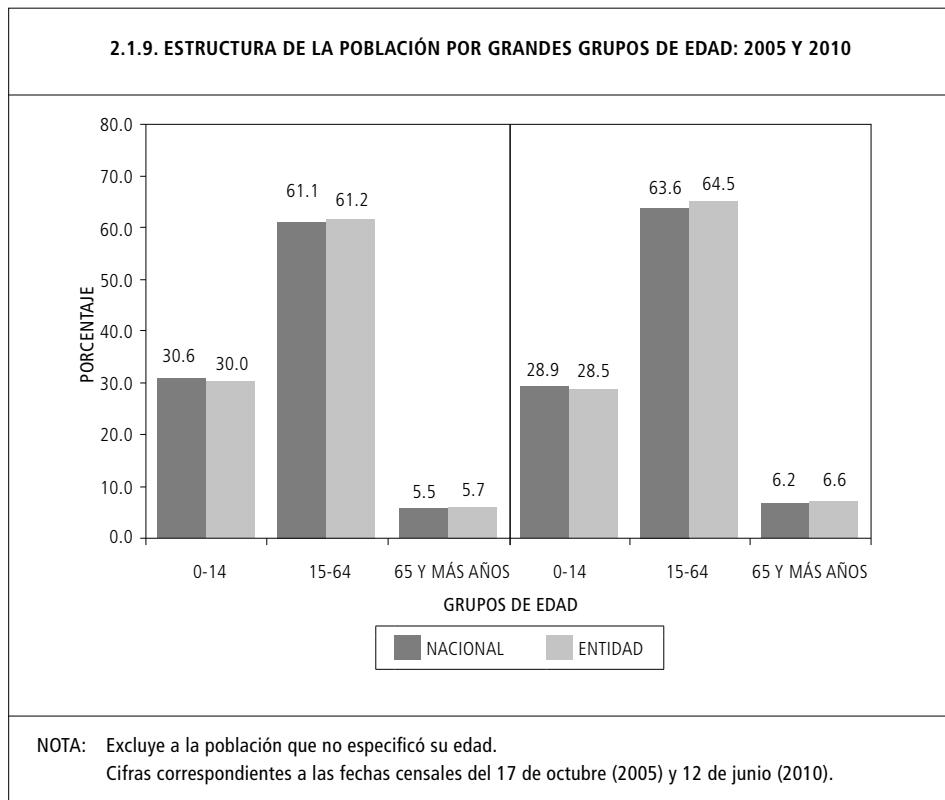
Nivel	Gráfica 1			Gráfica 2			Gráfica 3			Gráfica 4		
	LA	LD	M									
Idiosincrático	26	1	5	25	4	9	12	2	5	22	9	7
Lectura básica	17	29	21	17	24	16	30	28	16	20	22	18
Relacional		1		1	3	1	1	1	5	1	1	1
Crítico												
Hipotetizador												
Total	43	31	26									

Análisis de la gráfica 1

La figura 1 involucra las variables *edad de la población* (0-14 años, 15-64 años y 65 o más años), *año* (2005, 2010) y *ámbito geográfico* (entidad y nacional) (figura 1).

FIGURA 1

Estructura de la población por grandes grupos de edad: 2005 y 2010



Fuente: Perspectiva estadística (Sinaloa), Diciembre de 2012. Instituto Nacional de Estadística y Geografía.

El eje horizontal representa los grupos de edad en que se ha clasificado a la población, el vertical proporciona las frecuencias de los grupos de edad y el color de las barras identifica el ámbito geográfico de la población. La estructura de la gráfica permite mostrar diferentes ítems de información, según sea la variable en la que se enfoque la atención. Un análisis transversal nos permite describir la relación entre un grupo de edad y otro; por su parte, uno temporal señala que tanto en el ámbito estatal como nacional, hay un ligero cambio en el periodo considerado, en algunos grupos ha aumentado levemente la frecuencia, mientras que en otros ha disminuido. En resumen, las relaciones que se pueden establecer teniendo

en cuenta los diferentes ítems de información que proporciona la gráfica son las siguientes:

- 1) Análisis temporal (cambios) de los grupos de edad.
- 2) Análisis transversal de los grupos de edad:
 - a) Identificar las frecuencias de grupos de edad y establecer jerarquías.
 - b) Comparar la frecuencia de un grupo de edad con otro y establecer relaciones de multiplicidad.
 - c) Comparar la frecuencia de los ámbitos (entidad y nacional) dentro de un mismo grupo de edad.

El nivel más bajo de comprensión gráfica se observó en el grupo de licenciatura que aún no había abordado el tema, pues más de la mitad (26) se ubicó en el nivel idiosincrático; incluso en el grupo de maestría 5 participantes mostraron un razonamiento similar, el cual es muy bajo para su nivel de estudios. El grupo que ya había abordado el tema de gráficas antes de responder el cuestionario, recibió una enseñanza que hizo énfasis en la interpretación de gráficas simples y no en múltiples como las que contenía el cuestionario; sin embargo, se esperaba un nivel de comprensión superior al de lectura básica. Estos estudiantes tuvieron una mejoría en la comprensión gráfica respecto de quienes no habían abordado el tema e incluso de los de maestría; sin embargo, no fueron capaces de realizar análisis más complejos con la información que les proporcionaban las gráficas.

De acuerdo con los resultados del cuadro 3, la relación que resultó más sencilla de observar fueron los cambios en los grupos de edad de un año a otro, seguida de la identificación de frecuencias de dichos grupos para establecer relaciones de jerarquía. El elemento más difícil de identificar fue la comparación entre grupos de edad para establecer relaciones de multiplicidad.

El total de relaciones identificadas no corresponde con el número de alumnos porque ellos, muchas veces, identificaron más de una relación en las gráficas. A continuación se muestran fragmentos de las descripciones que algunos hicieron de la gráfica 1. Como señalamos antes, cada estudiante fue ubicado en un determinado nivel de razonamiento del modelo de comprensión gráfica (Aoyama, 2007), en función tanto de los conceptos y las relaciones que identificó como la forma en que estableció relaciones entre ellos.

CUADRO 3

Tipo de relaciones que identificaron los estudiantes en la interpretación de la gráfica 1

Relaciones identificadas en la gráfica	LA	LD	M
Análisis temporal (cambios) de los grupos de edad	17	24	18
Análisis transversal de los grupos de edad			
Identificar las frecuencias de grupos de edad y establecer jerarquías	10	14	6
Comparar la frecuencia de un grupo de edad con otro y establecer relaciones de multiplicidad	0	7	0
Comparar la frecuencia de los ámbitos (entidad y nacional) dentro de un mismo grupo de edad	4	13	9
Total	31	58	33

Por ejemplo, un estudiante interpreta la gráfica que se muestra en la figura 1 de la siguiente manera:

En ambos casos el grupo de mayor frecuencia es el de 15-64 años, casi el doble del grupo de 0-14 años. En 5 años casi no cambiaron los grupos de edad, aunque hay más población en el grupo de 65 años o más en 2010 lo que significan menos muertes entre personas de edad avanzada (Estudiante 5 del grupo M, nivel relacional).

Este estudiante lee valores particulares de las gráficas e identifica las categorías con mayor frecuencia de datos, indica tendencias de un periodo a otro y establece relaciones de comparación y multiplicidad de una categoría con otra. Es consciente del significado del contexto cuando señala que hay más personas de edad avanzada en 2010 que en 2005, como consecuencia de menos muertes. No sugiere interpretaciones alternativas como sería atribuir la baja de mortalidad por la mejora de condiciones de salud del país u otra causa. Teniendo en cuenta las categorías descritas en el modelo de Aoyama (2007) fue ubicado en el nivel relacional. Otro estudiante interpreta la gráfica de la siguiente manera:

La población entre 15 y 64 años tiene más del doble de la población de 0 a 14 años, el grupo de 65 y más es el más reducido, menos de la cuarta parte del grupo de 0 a 14 años (Estudiante 10 del grupo LD, nivel lectura básica).

Este estudiante solo se limita a leer algunos valores y tendencias en las gráficas, establece relaciones de duplicidad de una categoría con otra e identifica el grupo de menor frecuencia, pero no explica los significados contextuales de las tendencias en los datos. Otro estudiante señala lo siguiente:

La gráfica representa el porcentaje dividido por edades de una población. La población se divide en tres grupos: 0-14 años, 15-64 años y 65 o más años. También está dividida la población en nacional y por entidad. Los datos corresponden al censo de 2005 y 2010 (Estudiante 15 del grupo LD, nivel idiosincrático).

El estudiante 10 solo identifica los grupos de mayor frecuencia y establece relaciones de multiplicidad entre ellos, por lo que fue ubicado en el nivel de lectura básica. El estudiante 15 se limita a realizar una descripción general de los componentes de la gráfica, sin llegar a interpretar la información, razón por la que fue ubicado en nivel idiosincrático.

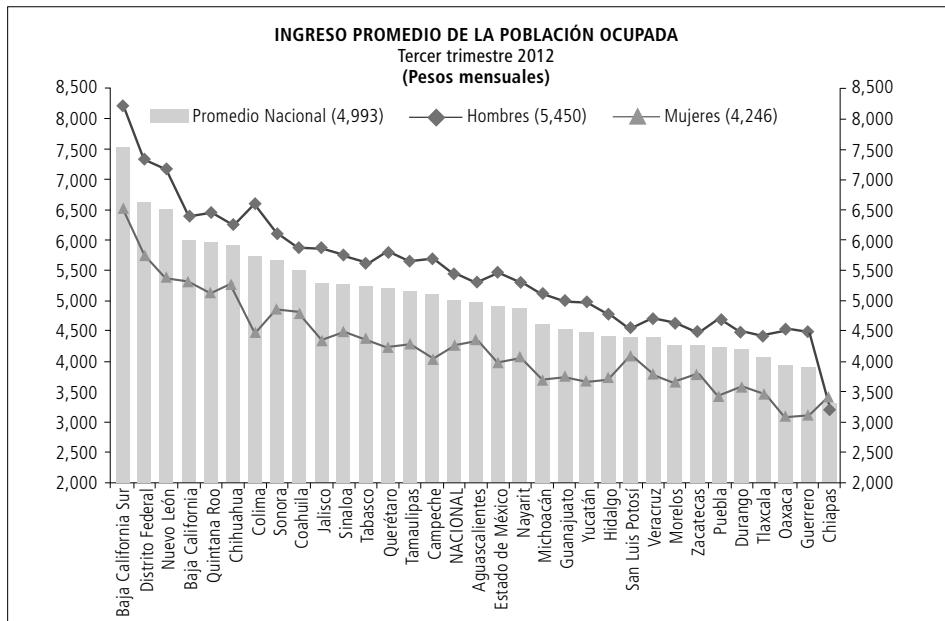
Análisis de la gráfica 2

En la figura 2 se involucran tres gráficas (una de barras y dos de líneas) en un mismo sistema de ejes y escalas. Los datos que se muestran no son brutos, sino que ya han sido procesados (promedios de ingreso mensual). Las variables involucradas son *promedio de ingreso* y *género*. En el eje horizontal se representan los estados y en el vertical, el promedio de ingreso (pesos mensuales); el color de las líneas identifica el ingreso por género.

El propósito de las gráficas es mostrar el comportamiento del ingreso promedio mensual en cada uno de los estados de la república mexicana, haciendo la distinción entre hombres y mujeres. Además se proporciona el valor del ingreso promedio mensual a nivel nacional como una medida que permite hacer comparaciones con el ingreso de cada uno de los estados. La información presentada es de carácter transversal en tanto permite evaluar el estado del ingreso en un momento determinado (tercer trimestre del año 2012).

FIGURA 2

Ingreso promedio de la población ocupada (tercer trimestre 2012)



Fuente: Información Laboral. Subsecretaría de Empleo y Productividad Laboral Secretaría del Trabajo y Previsión Social.

Las relaciones que se pueden establecer teniendo en cuenta los diferentes ítems de información que proporciona la gráfica (figura 2) son las siguientes:

- 1) Identificar los estados con mayor y menor ingreso promedio.
- 2) Comparar el ingreso promedio de algunos estados con el ingreso nacional y ubicarlos por encima o por debajo del promedio.
- 3) Identificar estados con relaciones de mayor y/o menor ingreso entre hombres y mujeres.
- 4) Establecer relaciones de multiplicidad en cuanto al ingreso de un estado con otro (por ejemplo: doble, triple).

Los resultados del cuadro 2 muestran que en el grupo que no había tomado el tema de gráficas, más de la mitad de los estudiantes (25) se ubicaron en el nivel indiosincrático y 17 en el de lectura básica, un resultado muy similar

al obtenido en la gráfica 1. El grupo que había recibido el tema mostró una ligera mejoría en este ítem respecto del anterior, al colocarse un mayor número de estudiantes en el nivel de lectura básica y tres en el relacional; estos últimos, además de leer valores particulares y tendencias, pudieron explicar los significados contextuales de los datos mostrados en una gráfica.

Las relaciones que los estudiantes identificaron en la gráfica pueden observarse en el cuadro 4. La identificación de los estados con mayor y menor ingreso así como el mayor ingreso de los hombres respecto de las mujeres fueron las relaciones más fáciles de observar en los tres grupos. La comparación de ingresos de algún estado en particular respecto del promedio nacional, las relaciones de multiplicidad del ingreso de un estado respecto de otro o de un género respecto de otro fueron relaciones mucho más difíciles de observar.

CUADRO 4

Tipo de relaciones que identificaron los estudiantes en la interpretación de la gráfica 2

Relaciones	LA	LD	M
Identificar los estados con mayor y menor ingreso promedio	13	18	10
Comparar el ingreso promedio de algunos estados con el ingreso nacional y ubicarlos por encima o por debajo del promedio	4	4	4
Identificar relaciones de mayor y/o menor ingreso entre hombres y mujeres	16	21	11
Establecer relaciones de multiplicidad en cuanto al ingreso de un estado con otro (por ejemplo: doble, triple)	1	3	1
Identificar el promedio nacional como medida de ingreso general	2	6	2
Identificar la variación de los salarios promedio (rango) entre los estados y entre hombres y mujeres en los estados	0	5	2

A continuación se muestran algunas descripciones y el nivel en el que fueron ubicadas de acuerdo con el modelo taxonómico utilizado:

El estado con mayor promedio salarial es Baja California Sur y el de menor ingreso es Chiapas. El promedio nacional es de 4993. Todos los estados pagan mejor a los hombres que a las mujeres a excepción de Chiapas (Estudiante 18 de LA, nivel lectura básica).

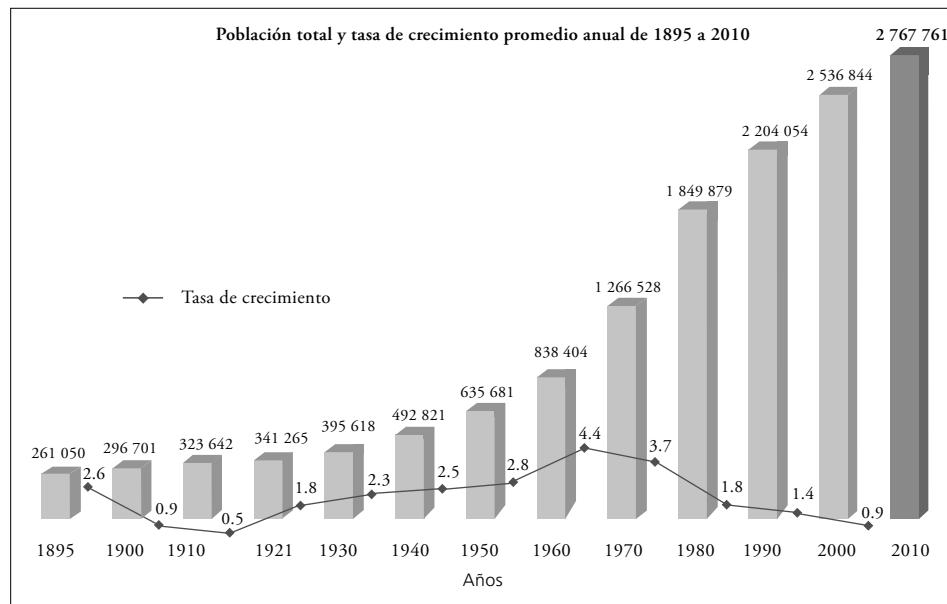
En el ingreso promedio de la población ocupada los hombres reciben más ingresos que las mujeres. Los hombres reciben ingresos arriba de la media nacional, las mujeres perciben ingresos por debajo de la media nacional (Estudiante de M, nivel lectura básica).

Análisis de la gráfica 3

En la figura 3 se involucran dos gráficas en un mismo sistema de ejes. Las variables comprendidas son *población*, *tasa de crecimiento* y *tiempo*. Su propósito es mostrar el comportamiento de la población y la tasa de crecimiento en el tiempo, por lo que la información presentada tiene un carácter principalmente temporal. A través de las gráficas se puede ver que la tendencia de la población ha sido siempre creciente en el periodo considerado, lo cual no ha ocurrido con la tasa de crecimiento, que ha tenido periodos de incremento y decrecimiento; adicionalmente se puede visualizar que en periodos de mayor tasa de crecimiento hay un mayor incremento en la población y viceversa, lo cual se puede observar mediante la diferencia en la altura de las barras.

FIGURA 3

Población total y tasa de crecimiento promedio anual de 1895 a 2010



Fuente: Censo de Población y Vivienda 2010. Instituto Nacional de Geografía e Informática.

Las relaciones que se pueden establecer teniendo en cuenta la información que proporcionan las gráficas son las siguientes:

- 1) Identificar la tendencia de la población a través de los años.
- 2) Identificar la tendencia de la tasa de crecimiento a través de los años.
- 3) Identificar la relación entre el comportamiento de la población y la tasa de crecimiento. A mayor tasa de crecimiento mayor crecimiento poblacional y viceversa.
- 4) Comparar la población de un año con otro y establecer relaciones de multiplicidad.

Esta gráfica resultó más sencilla para el grupo que no había tomado el tema, ya que disminuyó considerablemente el número de estudiantes en el nivel idiosincrático; los otros dos grupos tuvieron un nivel de comprensión similar a los ítems anteriores. Sin embargo, cabe hacer notar que las respuestas de cinco estudiantes de maestría se ubicaron en el nivel relacional, ya que en ellas se hacen predicciones y se atiende el significado contextual de los datos.

Las relaciones que resultaron más sencillas de observar (cuadro 5) fueron la tendencia de la población y la tasa de crecimiento a través de los años, mientras que el componente menos identificado fue la relación entre el comportamiento de la población y la tasa de crecimiento.

CUADRO 5

Tipo de relaciones que identificaron los estudiantes en la interpretación de la gráfica 3

Relaciones	LA	LD	M
Identificar la tendencia de la población a través de los años, en general o con comportamientos locales	17	23	14
Identificar la tendencia de la tasa de crecimiento a través de los años o en períodos	14	16	8
Identificar la relación entre el comportamiento de la población y la tasa de crecimiento		4	

CUADRO 5 / CONTINUACIÓN

Relaciones	LA	LD	M
Comparar la población o tasa de crecimiento de un año con otro y establecer relaciones de multiplicidad	1	10	1
Identificar valores máximos y/o mínimos en la tasa de crecimiento y la población	11	33	2
Proyectar valores de la población más allá de los datos disponibles	17	1	11

Análisis de la gráfica 4

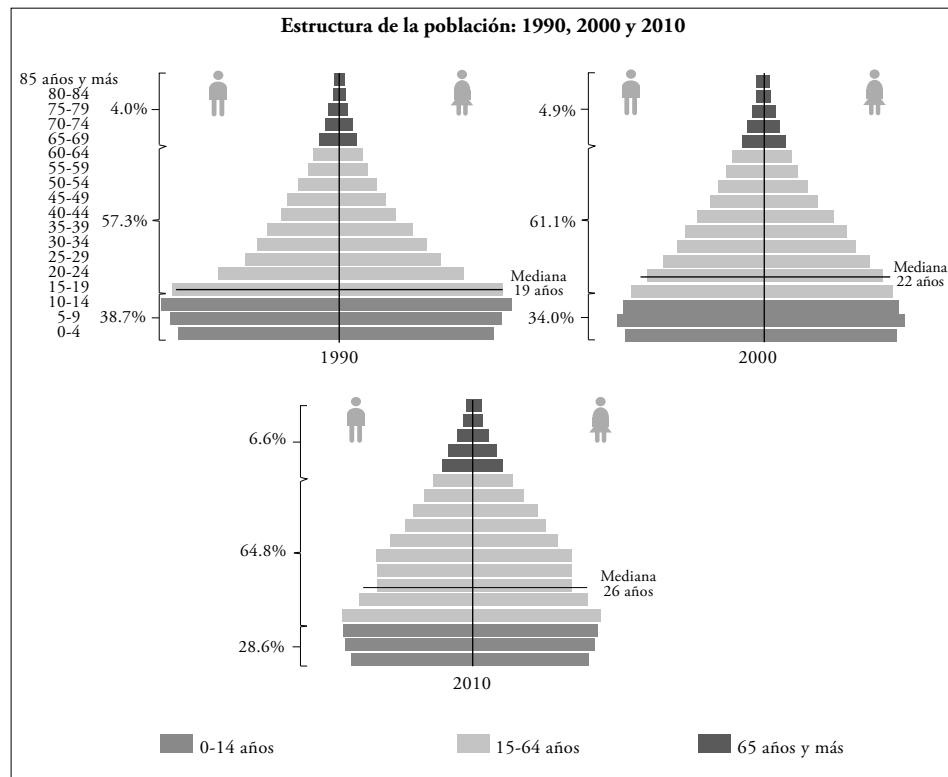
La figura 4 contiene tres gráficas piramidales (histogramas), las cuales involucran las variables *edad de la población* (0-14 años, 15-64 años y 65 o más años), *año* (1990, 2000, 2010) y *género* (hombres y mujeres).

La forma en que se encuentran dispuestas las barras permite identificar los cambios en la estructura de la población a través de los años. A su vez, las gráficas incluyen una línea con el valor de la edad mediana como una medida global que permite ver el cambio en la edad promedio de la población. En este sentido es posible ver información de carácter transversal cuando se analiza un diagrama en particular e información de carácter temporal cuando se analizan los dos o tres diagramas en forma simultánea.

Las relaciones que se pueden establecer teniendo en cuenta la información que proporcionan las gráficas son las siguientes:

- 1) Identificar grupos de edad con mayor o menor frecuencia.
- 2) Identificar diferencias o similitudes de género.
- 3) Identificar la estructura de la población para un año en particular.
- 4) Identificar el cambio en la estructura de la población atendiendo la mediana.
- 5) Identificar el cambio en la estructura de la población atendiendo los porcentajes de los grupos de edad.
- 6) Proyectar tendencias en la población más allá de los datos disponibles.

FIGURA 4
Estructura de la población: 1990, 2000 y 2010



Fuente: Censo de Población y Vivienda 2010. Instituto Nacional de Geografía e Informática.

Esta gráfica resultó un poco más complicada para los estudiantes de los tres grupos. Las relaciones que fueron identificadas con mayor frecuencia (cuadro 6) fueron los cambios en la estructura de la población atendiendo tanto los porcentajes de los grupos de edad como la mediana; con menor medida se observaron las frecuencias de los grupos de edad y, a diferencia de la gráfica anterior donde se realizaron proyecciones de la población, en este caso fueron pocos los estudiantes que identificaron este comportamiento. La forma de la gráfica tiene una influencia en ello, ya que es más sencillo observar la tendencia en una gráfica de barras que en tres como las que se muestran en este caso (figura 4).

CUADRO 6

Tipo de relaciones que identificaron los estudiantes en la interpretación de la gráfica 4

Relaciones	LA	LD	M
Identificar la estructura de la población para un año en particular	1	0	1
Identificar el cambio en la estructura de la población atendiendo la mediana	7	14	9
Identificar el cambio en la estructura de la población atendiendo los porcentajes de los grupos de edad	7	17	11
Identificar los grupos de edad con mayor frecuencia o mayor concentración	8	9	4
Identificar diferencias o similitudes de género para un año particular	1	5	2
Proyectar valores más allá de los datos disponibles	2	0	2

Algunas interpretaciones se muestran a continuación:

Se aprecia una disminución gradual de la natalidad, ya que cada año hay menos niños, un aumento en la edad mediana y en la edad madura. Para 2020 se espera que esto se acentúe aún más, más personas de edad madura por el crecimiento de la calidad de vida, hay expectativas de vivir más (Estudiante 6 del grupo M, nivel relacional).

La mediana de edad va en aumento, lo que quiere decir que el promedio de edad aumentó de 19 a 26 años de 1990 a 2010. En 1990 la población de 0-14 años era el 38.7%, en 2000 fue de 34.0% y en 2010 de 28.6%, lo que índice que hay menos niños (Estudiante 25 del grupo LD, nivel lectura básica).

Independientemente del nivel educativo de los estudiantes y del hecho de haber trabajado en sus cursos de estadística el análisis de gráficas, su comprensión se ubicó principalmente en los niveles inferiores (idiosincrático y lectura básica); pocos mostraron una comprensión intermedia (relacional) y ninguno se situó en los rangos superiores (crítico e hipotetizador). Quienes se ubicaron en la comprensión idiosincrática tuvieron dificultades para leer

valores y tendencias en las gráficas, los que se situaron en lectura básica fueron capaces de leer valores y tendencias, pero no hicieron referencias al contexto; por su parte, los estudiantes en nivel relacional lograron leer valores y tendencias pudiendo explicar algunos significados contextuales. Los porcentajes más altos de nivel idiosincrático se presentaron en aquellos que aún no habían abordado el tema de gráficas, además estos estudiantes identificaron menos ítems de información (relaciones) en promedio en cada una de las gráficas que los de los otros grupos. Los estudiantes de licenciatura que ya habían visto el tema de gráficas y los de maestría se ubicaron principalmente en el nivel de lectura básica, lo cual resulta insuficiente para dar sentido a información gráfica que se publica en los diversos medios de comunicación.

Las relaciones más fáciles de identificar fueron los cambios de una variable a través del tiempo (tendencias) y las frecuencias de los grupos o categorías; las menos utilizadas en las interpretaciones fueron la jerarquización de categorías y el establecimiento de relaciones de multiplicidad de una categoría con otra (ordenamientos y comparaciones); mientras que los aspectos predictivos (estimaciones) sobre el comportamiento de las gráficas fueron a las que menos recurrieron los estudiantes. Lo anterior tiene como explicación el contenido matemático, la cantidad y el tipo de información que se involucraba en cada una de las gráficas; así, aquellas que contenían más información (transversal y temporal) resultaron ser más complejas para los estudiantes. De esta manera, fueron más perceptibles propiedades que no requieren mayor conocimiento matemático que identificar una frecuencia o una tendencia, que aquellas que requieren de un ordenamiento, razonamiento proporcional y estimaciones más allá de la información proporcionada por la gráfica.

Los resultados muestran que el nivel de comprensión gráfica mostrado por los estudiantes es insuficiente y se caracteriza por estar enfocado en aspectos locales e ítems aislados, dejando de lado información relevante de las gráficas y los significados contextuales que le dan sentido a la información gráfica.

Conclusiones

Los resultados del estudio coinciden con trabajos previos reportados en la literatura sobre comprensión gráfica; muestran que, contrario a lo que

suponen muchos profesores, las gráficas son un tema complejo en tanto constituyen un modelo o representación matemática que expresa información de una o varias variables a través de recursos semióticos (símbolos, líneas, figuras, colores y números). Para interpretar una gráfica se requiere extraer la información que proporciona cada uno de estos recursos, analizarla y relacionarla mediante procesos de matematización que involucran identificación de datos y frecuencias relevantes, ordenamientos y comparaciones, identificación de tendencias y cambios de una variable respecto del tiempo o espacio, y su conexión con el ámbito y contexto de donde provienen los datos. Estos procesos no se desarrollan de forma espontánea, sino que requieren de una enseñanza cuidadosa y bien planeada por parte de los docentes.

Una revisión del currículo de matemáticas en México en los diferentes niveles educativos nos muestra que el estudio de las gráficas se centra, principalmente, en las tradicionales de la estadística descriptiva (gráficas de barras y circulares, histogramas, polígonos de frecuencia), con un enfoque de enseñanza que aún hace mayor énfasis en su construcción que en los procesos de interpretación. Este es sin duda –al igual que el contenido matemático y estadístico que se involucra en las gráficas– un factor que influye en el bajo nivel de razonamiento estadístico que mostraron los estudiantes participantes en la investigación.

En este sentido, es necesario un cambio de enfoque en la enseñanza de las gráficas, que haga un mayor énfasis en el desarrollo de habilidades interpretativas y la relación con el contexto de donde proviene la información. Se requiere, además, que los docentes incrementen su conocimiento acerca de las gráficas y cómo enseñarlas, que sean conscientes de su importancia y su complejidad, pues está claro que un razonamiento como el que mostraron los sujetos que participaron en esta investigación es inadecuado e insuficiente en el contexto de la sociedad actual, caracterizada como la “sociedad de la información y el conocimiento”.

En suma, se requiere desarrollar una cultura y razonamiento estadístico en el sentido señalado por Garfield (2002): para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, discutir o comunicar sus opiniones respecto de tales informaciones estadísticas.

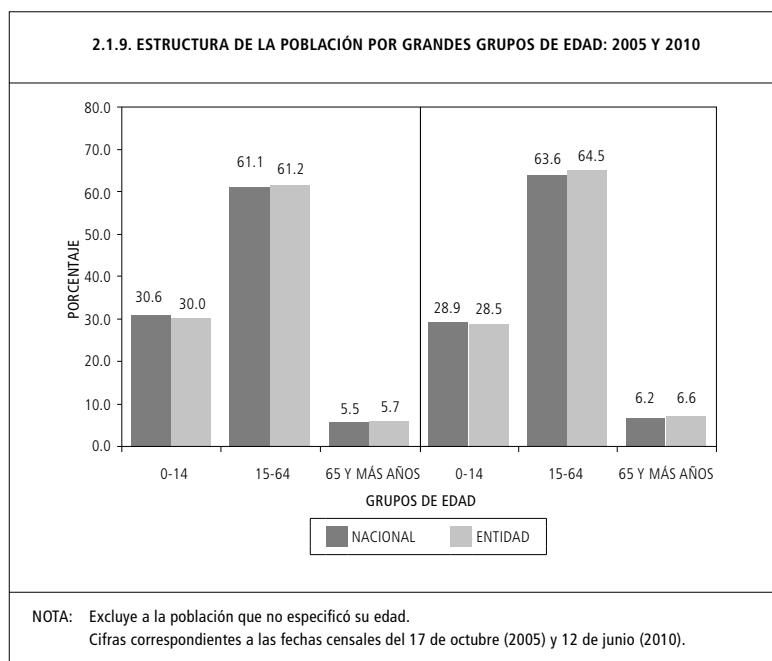
El modelo de Aoyama (2007) que hemos seguido para la interpretación de las gráficas puede servir de referencia para la planeación de actividades didácticas que promuevan una comprensión gráfica adecuada, así como en el diseño de tareas de evaluación. Se sugiere el uso de gráficas que aparecen en los medios de comunicación en contextos socialmente relevantes y funcionales para los estudiantes como elemento detonador de su razonamiento estadístico. El empleo de tecnología facilita su proceso de construcción y permite dedicar más tiempo a los procesos de análisis e interpretación.

Anexo

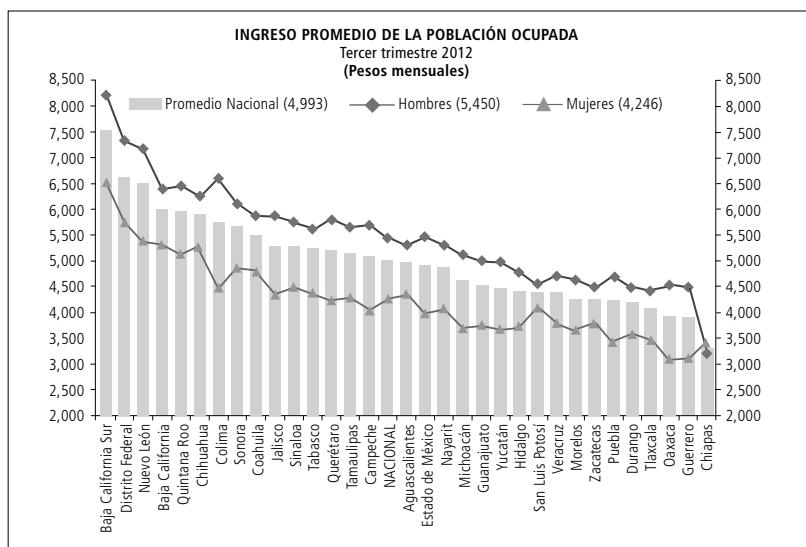
Cuestionario de comprensión e interpretación de gráficas

El propósito de este cuestionario es conocer cómo interpretas la información que se presenta a través de gráficas. Analiza cuidadosamente cada gráfica y describe la información que te proporcionan **de la forma más completa posible**.

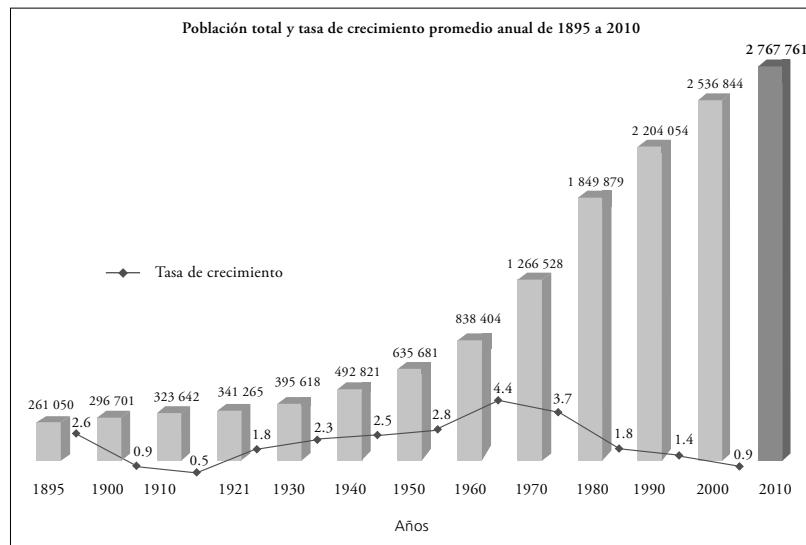
GRÁFICA 1



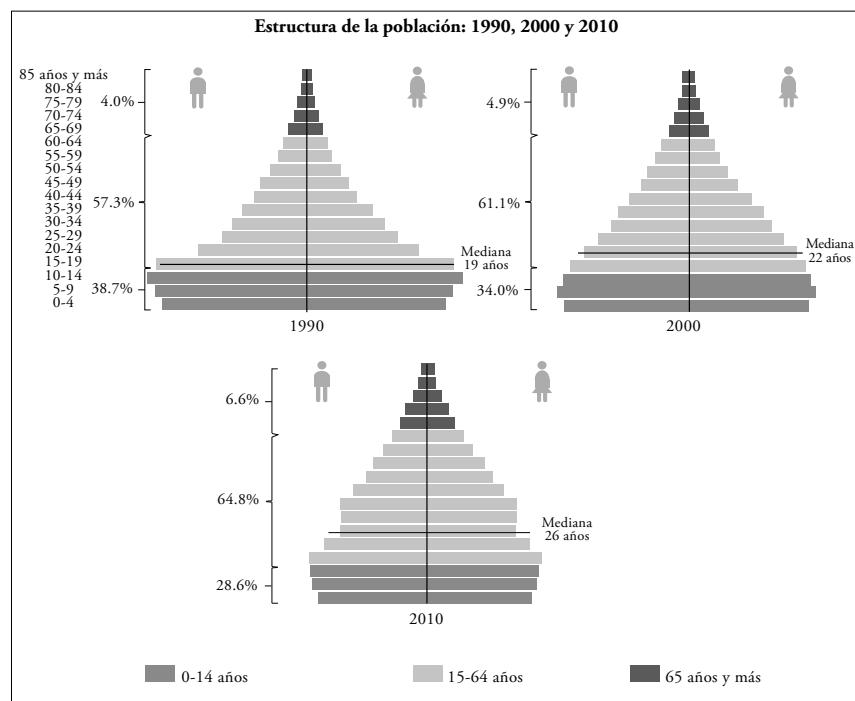
GRÁFICA 2



GRÁFICA 3



GRÁFICA 4



Referencias

- Aoyama, Kazuhiro (2007). "Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs", *International Electronic Journal of Mathematics Education*, vol. 2, núm. 3, pp. 298-318. Disponible en <http://www.iejme.com/032007/d5.pdf> (consultado: 23 diciembre de 2013).
- Arteaga, Pedro (2007). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*, tesis doctoral en Didáctica de las matemáticas, Granada, España: Departamento de Didáctica de la Matemática-Universidad de Granada.
- Arteaga, Pedro; Batanero, Carmen; Contreras, Miguel y Cañadas Gustavo (2012). "Understanding statistical graphs: A research survey", *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, vol. 28, núm. 3 (Departamento de Didáctica de las Matemáticas-Universidad de Granada), pp. 261-277.
- Ben-Zvi, Dani y Arcavi, Abraham (2001). "Junior high school student's construction of global views of data and data representations", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 45, núm. 1, pp. 36-65.
- Bertin, Jacques (1983). *Semiology of graphics: Diagrams, networks maps*, Madison: The University of Wisconsin Press.

- Biggs, John y Collis Kevin (1982). *Evaluating the Quality of Learning: the SOLO taxonomy*, Nueva York: Academic Press.
- Curcio, Frances (1987). "Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 18, núm. 5, pp. 382-393.
- Curcio, Frances (1989). *Developing graph comprehension*, Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- Few, Stephen (2004). *Show me the numbers. Designing tables and graphs to enlighten*, Oakland, CA: Analytics Press.
- Friel, Susan; Curcio, Frances y Bright, George (2001). "Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications", *Journal for Research in mathematics Education*, vol. 32, núm. 2, pp. 124-158.
- Gal, Iddo (2002). "Adult statistical literacy: Meanings, components, and responsibilities", *International Statistical Review*, vol. 70, núm. 1, pp. 1-25.
- Garfield, Joan (2002). "The Challenge of developing statistical reasoning", *Journal of Statistics Education*, vol. 10, núm. 3. Disponible en: www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html (consultado: 15 de febrero de 2014).
- Guthrie, John; Weber, Shelley y Kimmerly, Nancy (1993). "Searching documents: cognitive process and deficits in understanding graphs, tables and illustrations", *Contemporary Educational Psychology*, vol. 18, núm. 2, pp. 186-221.
- Kosslyn, Stephen (1985). "Graphics and human information processing: A review of five books", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 80, núm. 391, pp. 499-512.
- Monroy, Raúl (2007). "Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15 años)", *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencia*, vol. 2, núm. 2, pp. 29-38.
- Monteiro, Carlos y Ainley, Janet (2007). "Developing critical sense in graphing", *European Research in Mathematics Education III*, Bellaria: European Society for Research in Mathematics Education Disponible en: http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG5/TG5_monteiro_cerme3.pdf. (consultado: 28 de enero de 2014).
- Tufte, Edward (2001). *The Visual Display of Quantitative Information*, Cheshire Connecticut: Graphics Press LLC.
- Watson, Jane y Callingham, Rosemary (2003). "Statistical literacy: A complex hierarchical construct", *Statistics Education Research Journal*, vol. 2, núm. 2, pp. 3-46.

Artículo recibido: 25 de junio de 2014

Dictaminado: 29 de septiembre de 2014

Segunda versión: 31 de octubre de 2014

Aceptado: 2 de diciembre de 2014