

El fenómeno de la caída de los cuerpos

J.L. Álvarez García

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

Recibido el 16 de noviembre de 2011; aceptado el 25 de enero de 2012

En este trabajo se presenta una historia sobre los estudios que se han realizado del fenómeno de la caída de los cuerpos, desde los primeros estudios hechos por Aristóteles hasta la ley de la caída libre planteada por Galileo, pasando por las críticas hechas por los especialistas a las explicaciones dadas por el filósofo griego, así como las teorías que estos planteaban como alternativas a las aristotélicas para el fenómeno de la caída. Así también se presentan los estudios que realizaban los eruditos medievales y, posteriormente, los predecesores inmediatos de Galileo sobre este fenómeno. Se señala la importancia fundamental que tuvo la obra de Arquímedes sobre la obra galileana. De la misma manera, se analizan las nociones fundamentales de espacio, tiempo y movimiento que subyacen en las teorías correspondientes. Finalmente, se presenta la imagen de Galileo Galilei soltando cuerpos pesados desde lo alto de la Torre Inclinada de Pisa y su connotación en la historia del desarrollo de las ideas científicas, aun cuando en sentido estricto dicha imagen sea un mito.

Descriptores: Caída de los cuerpos; Aristóteles; eruditos medievales; Arquímedes; Galileo; ley de la caída libre.

In this paper a history on the analysis made about the bodies fall phenomenon is presented, since the first studies realized by Aristotle until the free fall law by Galileo. Also are considerate the criticism made by specialists to the explanations given by the Greek philosopher and the theories that were proposed by them as alternatives at Aristotelians ones. The works made by medieval scholars and Galileo's predecessors about this phenomenon also are presented. The influence of Arquimedes on the Galileo's work is emphasized. The fundamental notions of space, time and movement that underlying in the respective theories are analyzed. Finally, the image of Galileo Galilei leaving fall heavy bodies from the top of Incline Tower and his connotation in the development of scientific ideas are presented, although that strictly speaking such image to be a myth.

Keywords: Body falls; Aristotle; medieval scholars; Arquimedes; Galileo; free fall law.

PACS: 01.70.+w; 01.65.+g

El fenómeno de la caída de los cuerpos ha sido objeto de estudio desde la Antigüedad. El primero que lo estudió de manera sistemática fue Aristóteles (384-322 a.n.e.). La filosofía aristotélica, dada su gran generalidad y su aspecto globalizador, dominó hasta los últimos años de la Edad Media, estableciendo el marco conceptual general dentro del cual se realizaban los estudios de la naturaleza. Sin embargo, la física del Estagirita, en particular sus teorías acerca del movimiento de proyectiles y de la caída de los graves, nunca convencieron a los especialistas. Así, aparecieron muchos estudios que criticaban las explicaciones que Aristóteles daba al fenómeno de la caída de los graves. Todos estos estudios y críticas son los antecedentes de la ley de la caída libre planteada por Galileo, la cual es la primera ley de la física fundada por el gran físico italiano.

El fenómeno de la caída de los cuerpos es un tema primordial en la historia del desarrollo científico. Aristóteles señala en su *Física*:

“Vemos que un mismo cuerpo muévase más de prisa que otro por dos razones: o porque hay una diferencia en aquello a través de lo cual ellos se mueven... o porque, siendo otras cosas iguales, los cuerpos se mueven diferentemente unos de otros por exceso de peso o de ligereza... A se mueve a través (del medio) B... en un tiempo C (y que) atravesase D, que es más rarificado, en un tiempo E, proporcional a la densidad del medio resistente, siendo la extensión de D y B igual” [1].

También, en su tratado *Sobre el Cielo*, Aristóteles escribe sobre los cuerpos cayendo:

“Si un cuerpo dado se mueve cierta distancia en cierto tiempo, un peso mayor se moverá igual distancia en un tiempo más breve, y la proporción entre ambos pesos, uno respecto al otro, la guardarán de manera inversa los tiempos, uno respecto al otro” [2].

Sólo con propósitos de mayor claridad, lo anterior podemos enunciarlo, en terminología moderna, de la siguiente manera:

“La velocidad de un cuerpo en caída es directamente proporcional a su peso, e inversamente proporcional a la resistencia del medio sobre el cual se mueven. Además, para dos cuerpos que caen en el mismo medio, la relación entre sus pesos determina la proporción entre sus velocidades”.

Sin embargo, hay que tomar en consideración que la física aristotélica es una física no matematizable y que los conceptos que aparecen en ella se refieren a *cualidades*. Es un serio anacronismo si interpretamos dicha física en términos de que los cuerpos se mueven al caer con una velocidad proporcional a su peso e inversamente proporcional a la resistencia del aire. Para Aristóteles no existía el concepto de peso (fuerza gravitacional sobre un cuerpo), sino la cualidad de gravedad que poseían los cuerpos que él llamaba graves (formados esencialmente de los elementos agua y tierra). Tampoco existía el concepto de velocidad, tal y como hoy lo conocemos. Y así, entre más dotados estaban los cuerpos de esta

cualidad, más rápido se dirigirán a *su lugar natural*, que es el centro del Universo (el cual está ocupado por la Tierra). Otro punto importante es que el papel desempeñado por el medio en la explicación que Aristóteles daba al movimiento era, al mismo tiempo, de motor y resistencia; nunca estuvo claro cuál era la función del medio en la dinámica aristotélica.

Para entender la física no matematizable de Aristóteles hay que considerarla en el contexto de su propia filosofía. Dentro de esta última está la teoría de las cuatro causas (material, formal, eficiente y final), la cual está totalmente articulada con toda su filosofía, que es una filosofía teleológica, esto es, en los fenómenos naturales existe una finalidad, una causa final. Así, los cuerpos dotados de gravedad se moverán hacia el centro del Universo debido a que obedecen a una causa final determinada por su naturaleza (*physis*) [3].

En el siglo II a.n.e. Hiparco de Rodas plantea la noción de *impetus* como una explicación a los fenómenos del movimiento que la teoría aristotélica no explicaba satisfactoriamente. Esta teoría es desarrollada por Juan Filopón en el siglo VI. El *impetus* es una especie de cualidad, potencia o virtud que se imprime al móvil desde el motor, para el caso de los movimientos violentos. Para los movimientos naturales, como es el caso de la caída de los graves, el *impetus* impregna al móvil, debido al hecho de estar dotado, este último, de gravedad, y por eso se moverá hacia su lugar natural como consecuencia de estar impregnado de la cualidad de *impetus*.

Respecto a la caída de los cuerpos Filopón señala que Aristóteles se equivoca, pues éste afirma que el cuerpo mucho más pesado llegará proporcionalmente mucho antes que el otro. Y eso no sucede:

“Si dejas caer desde la misma altura dos pesos de los cuales uno es muchas veces más pesado que el otro, verás que la proporción de los tiempos requeridos para el movimiento no depende de la proporción de los pesos, sino que la diferencia en tiempos es muy pequeña” [4].

La propuesta de Filopón se dejó sentir en pensadores de la talla de Avicena (980-1037) y Averroes (1126-1198) y fue la base de los estudios que los eruditos medievales realizaban sobre el movimiento, llegando hasta los predecesores inmediatos de Galileo, quien inicia sus investigaciones del fenómeno del movimiento partiendo de la noción de *impetus*.

Después de un largo periodo de la historia, en el siglo XII comienzan a fundarse las universidades y en el XIII los pensadores europeos conocieron, entre otros, los trabajos de Aristóteles; conocimiento preservado y estudiado por la cultura árabe.

Los eruditos medievales comenzaron el *estudio lógico* de los fenómenos naturales. Esta actividad se desarrolló en el Merton College de la Universidad de Oxford y en la Universidad de París. En Oxford aparecen pensadores como Robert Grosseteste (1175-1253), Roger Bacon (1210-1292) y Thomas Bradwardine (1290-1349). En París, Jean Buridan (1295-1358), Alberto de Sajonia (1316-1390) y Nicolás de

Oresme (1323-1382). En estos dos lugares hubo desarrollos importantes en las matemáticas y en la mecánica. Sin embargo, todos estos estudios eran realizados teniendo como base la noción de *impetus*; eran críticas a la explicación que Aristóteles daba a los fenómenos del lanzamiento de proyectiles y al de la caída de los cuerpos, pero nunca fueron hechas fuera del estricto marco de la propia filosofía aristotélica. De esta manera, los estudios matemáticos relativos al movimiento fueron realizados como ejercicios, como simples posibilidades en el terreno de la lógica, sin ser considerados jamás como hipótesis verdaderas acerca del mundo físico. Los estudios realizados por mertonianos y parisinos fueron elaborados en la más estricta tradición escolástica y sin abandonar los fundamentos de la doctrina de Aristóteles; en particular, donde señala que matemáticas y física eran géneros diferentes y era imposible mezclarlos. A pesar de lo anterior, los siglos XIII, y principalmente el XIV, contribuyeron a un progreso de la lógica y las matemáticas, pero faltaban dos elementos que eran necesarios para dar a la ciencia un avance decisivo: emancipar por completo el cálculo numérico del lenguaje cotidiano y romper totalmente con la concepción cualitativa de la ciencia. Oxford y París fueron protagonistas importantes de este proceso.

Es también importante la obra de algunos ingenieros y artistas del Renacimiento en dicho proceso, quienes se esforzaron por desarrollar una física del movimiento contraria a la planteada por Aristóteles. Uno de ellos fue Leonardo da Vinci (1452-1519), quien en sus estudios sobre artillería desarrolló algunas explicaciones en torno a la caída de los cuerpos. Sus estudios fueron realizados a partir de la física del *impetus* de los nominalistas parisinos. En una especie de punto intermedio entre la física aristotélica y la física del *impetus*, Leonardo señala que este último es la causa del movimiento y la pesantez es la fuente de donde se acumulan los sucesivos *impetus* que impregnan al móvil en su caída:

“La gravedad que desciende libre adquiere a cada grado de tiempo un grado de movimiento, y a cada grado de movimiento un grado de velocidad” [5].

No obstante que Leonardo es el primero que enuncia correctamente la relación entre velocidad y tiempo en la caída de los cuerpos, la propuesta del genio del Renacimiento es bastante confusa, pues en algunos textos de su obra científica relativa al estudio del movimiento plantea que la velocidad de caída de un cuerpo es proporcional al tiempo, y en otros expresa que la velocidad es proporcional al espacio recorrido [6].

Más adelante, Giovanni Benedetti (1530-1590), Francesco Bonamico (1565-1603) y Guidobaldo del Monte (1545-1607), siguiendo con la física parisina del *impetus*, introducen elementos de la hidrostática de Arquímedes y, junto con la propuesta de Leonardo, preparan el camino para el inicio de la matematización de la física del movimiento.

Galileo Galilei (1564-1642) parte de la física del *impetus* en sus investigaciones sobre el movimiento. Conoce el trabajo de sus antecesores inmediatos y sabe hasta dónde habían

llegado, en especial el de Benedetti, quien ya no hablará de pesos absolutos sino de pesos relativos, de acuerdo a la hidrostática de Arquímedes, a quien Galileo llamará “El Divino”.

Galileo manifiesta de manera clara y consciente el afán por matematizar la física. Primero intenta matematizar la física aristotélica y fracasa; luego intenta hacer lo mismo con la física parisina y vuelve a fracasar. Es entonces cuando al seguir el modelo de la hidrostática de Arquímedes plantea que la velocidad de caída de un cuerpo no está determinada por su peso absoluto, sino por su peso específico y relativo. Estas precisiones permitieron a Galileo trascender el aristotelismo y la dinámica del *impetus*, al hacer la sustitución de la contraposición de cualidades (levedad y gravedad) por una escala cuantitativa, y este modelo cuantitativo le fue proporcionado por la hidrostática arquimediana: un trozo de madera, que cae en el aire, se elevará si es colocado en el fondo del agua. De lo anterior concluye que no hay cuerpos leves, todos son pesados. La distinción entre los pesos relativo y absoluto, y la repetida afirmación de que la caída de un cuerpo está en función de su peso relativo en un medio determinado (y no de su peso absoluto), conduce a la inevitable conclusión de que es en el vacío, y sólo en el vacío, donde los cuerpos tienen un peso absoluto y caen a una velocidad propia. Más adelante, Galileo pone en boca de Salviati, su portavoz:

“Hemos visto ya que las diferencias de velocidad de los móviles con pesos distintos son cada vez mayores a medida que los medios atravesados ofrecen más resistencia... En las bolas de oro, de plomo, de cobre, de pórvido y de otras materias pesadas, sin embargo, será casi insensible la diferencia de sus velocidades en el aire... Habiendo visto, repito, todo esto, yo llegaría a la conclusión de que si se eliminara absolutamente la resistencia del medio, todos los cuerpos descenderían con la misma velocidad” [7].

Aquí Galileo ya tiene la mitad de la ley de la caída libre de los cuerpos; la otra mitad la expresa en una carta a Paolo Sarpi (1552-1623) del 16 de octubre de 1604:

“Reflexionando sobre los problemas del movimiento, para los cuales, y a fin de demostrar los accidentes por mí observados, me faltaba un principio totalmente indudable que pudiera poner como axioma, he llegado a una proposición que tiene mucho de natural y evidente; y, supuesta ésta, demuestro luego todo el resto, en especial que *los espacios atravesados por el movimiento natural están en proporción doble del tiempo y que, por consiguiente, los espacios atravesados en tiempo iguales son como los números impares “ab unitate”*... Y el principio es el siguiente: *Que el móvil natural va aumentando de velocidad en la misma proporción en que se aleja de su punto de partida...*” [8].

Galileo comete el mismo error que cometieron otros estudiosos del fenómeno, entre ellos Leonardo da Vinci y Descartes. Galileo deduce correctamente “los accidentes” del

fenómeno de la caída (espacio recorrido proporcional al tiempo al cuadrado), pero el principio del cual parte es incorrecto, ya que sabemos que el principio correcto es que la velocidad es proporcional al tiempo y no al espacio recorrido.

Más adelante corrige su error y así lo expresa en un pasaje de los *Discorsi*:

“...Debemos, ahora, tratar del movimiento acelerado... en cuanto determinemos teóricamente que un movimiento es uniformemente y, del mismo modo, continuamente acelerado, cuando en tiempos iguales, se los tome de la forma que se quiera, adquiera incrementos iguales de velocidad... Por eso, creo que no nos apartamos en absoluto de la recta razón si admitimos que la intensidad de la velocidad crece según el incremento del tiempo” [9].

Algunos historiadores, entre ellos A. Koyré [10], señalan que la coincidencia en el error que se da en algunos capítulos de la historia de la ciencia, no es por obra del azar sino que ilustra características en el proceso mismo del conocimiento que bien vale la pena analizar. Tal es el caso en el que pensadores de la talla de Leonardo, Descartes y Galileo plantean que la velocidad con la que un cuerpo cae libremente es proporcional al espacio recorrido (y no, como sabemos, al tiempo transcurrido en su caída). Descartes, más tarde, también corrige su error y plantea la ley correcta. Koyré señala que, si bien es cierto que hay una inadvertencia por parte de los autores, esta doble coincidencia, tanto en el error como en el acierto, se debe, principalmente, a que en la base de su concepción aparecen las nociones fundamentales de espacio, tiempo y movimiento.

El espacio aristotélico tiene una estructura determinada por el centro del Universo (ocupado por el centro de la Tierra). En esta concepción de espacio lo importante en el movimiento de la caída de los graves es el final del movimiento, donde el grave encuentra *su lugar*. En cambio, en la nueva física que se está construyendo, y en particular en el estudio del fenómeno de la caída de los cuerpos, lo importante está al principio del movimiento, de qué punto empieza a caer un cuerpo, y este punto puede ser cualquiera. Poco a poco se va sustituyendo el espacio físico aristotélico por el espacio geométrico euclidiano. Al final tenemos algunas de las características fundamentales que distinguen a la nueva ciencia que comienza a construir Galileo: la sustitución total del espacio físico (cualquier cosa que esto sea) por el espacio euclidiano (del cual conocemos todas sus propiedades como objeto matemático); la sustitución de los cuerpos físicos por los objetos geométricos; y el movimiento deja de ser un proceso (mediante el cual el móvil se traslada a su lugar) para convertirse en un estado (ahora el movimiento puede permanecer indefinidamente).

Si Galileo hubiera persistido en su error original (la velocidad es proporcional a la distancia recorrida) no hubiera podido llegar a la ley de la caída de los cuerpos (la distancia

recorrida proporcional al cuadrado de los tiempos), pues el primer enunciado conduce a una relación matemática exponencial entre la distancia recorrida y el tiempo que, además de ser falsa, Galileo (y cualquier otro) no era capaz de hallar en esa época.

Debido entonces a que en la época se está geometrizando el espacio, parece natural pensar que el móvil va adquiriendo un grado más de velocidad a medida que se aleja un grado más de su punto de partida, y al hacer equivalentes los puntos del espacio recorrido a los instantes del tiempo transcurrido, surge el error. En realidad éste es fácil de entender, pues tomemos el ejemplo de un cuerpo que cae desde una altura de veinte metros; llega al suelo con una determinada velocidad. Si ahora lo dejamos caer desde el doble de altura llegará al suelo con una mayor velocidad (¿el doble de velocidad?). Lo más “natural” parece ser que esa velocidad depende del único factor que en los dos casos difiere, esto es, de la altura de la caída, o, lo que es lo mismo, de la distancia recorrida durante la caída. Sin embargo, aunque la velocidad sí depende realmente de la distancia recorrida, la relación entre ambas variables (v y x) no es de proporcionalidad directaⁱ. Para hallar que pese a la correspondencia biunívoca entre los puntos de la distancia recorrida (espacio) y los puntos de duración de la caída (tiempo) la no equivalencia de estas dos dimensiones, habría sido necesario que Leonardo, Galileo y Descartes hubieran conocido el cálculo diferencial e integral.

No obstante, Galileo (y más tarde Descartes) se dan cuenta de su error y plantean la relación correcta entre velocidad y tiempo. Según Koyré, a Galileo, en principio, no le interesa la causa del movimiento (que estaría relacionada con el tiempo), sino la relación matemática entre la velocidad y la distancia, y la relación “natural” que surge es la espacial; de ahí su error [11].

A propósito de una leyenda

Durante su estancia en Pisa, Galileo conoce el trabajo de un académico aristotélico de nombre Girolamo Borro, quien era partidario de demostrar las hipótesis mediante la experienciaⁱⁱ. Borro puso a prueba concretamente el principio de Aristóteles respecto a dos cuerpos de igual peso pero distinto material que caían a la misma velocidad:

“Tiramos dos piezas del mismo peso desde una ventana bastante alta de nuestra casa al mismo tiempo y con la misma fuerza. La bola de plomo cayó más despacio, es decir, cayó encima de la bola de madera, que había tocado el suelo antes. Hicimos el experimento no una vez sino muchas, siempre con el mismo resultado” [12].

Otro eminente académico antiaristotélico de la Universidad de Pisa, llamado Jacoppo Mazzoni, también había planteado problemas de caída libre. Sostenía que cuerpos grandes y pequeños de idéntico material no caían a velocidades distintas, como sostenía Aristóteles, sino a la misma velocidad [13].

Todo esto era conocido por Galileo. Por otro lado, está la célebre historia de Galileo dejando caer cuerpos desde la Torre Inclinada. Dicha historia no tiene fundamento documental alguno, pues Galileo nunca dejó referencia alguna sobre tal acontecimiento. El famoso episodio fue escrito por su discípulo, Vincenzo Viviani, a pedido del cardenal Leopoldo de Medici para honrar a Galileo luego de su fallecimiento.

Lo que sí es un hecho es que varios estudiosos del fenómeno del movimiento sí realizaron experiencias de dejar caer cuerpos desde las alturas. El informe de Filopón ya mencionado circulaba en Europa desde 1536 y Simon Stevin (1548-1620) [14] afirmaba haber dejado caer desde una misma altura dos esferas de plomo de distinto peso en 1586 con resultados catastróficos para la tesis aristotélica.

Un episodio importante que nos habla precisamente del carácter experimentalista de Galileo es aquel que nos narra en *De motu* [15] en que sostiene que si se dejan caer simultáneamente dos cuerpos de distinto peso se observa a veces que el más liviano, al comienzo de su trayectoria, va “delante” del más pesado, si bien éste después lo sobrepasa. Afirma haber realizado muchas veces esta observación mientras dejaba caer cuerpos desde lo alto de una torre.

Aquí, los oponentes de la imagen de un Galileo experimentador podrían argumentar que esto demuestra que Galileo no hizo el experimento, pues sabemos que en realidad el cuerpo más pesado siempre irá adelante. Pero el historiador I. Bernard Cohen y otros colegas descubrieron que para realizar la experiencia es necesario sostener los cuerpos con los brazos extendidos antes de soltarlos. Conjeturaron que tal vez, aunque el experimentador crea que ha dejado caer simultáneamente los dos cuerpos, en realidad el más liviano ha partido en primer lugar. Fotografías ultrarrápidas mostraron que efectivamente es así: la mano que sostiene el cuerpo más liviano se abre antes que la otra. El historiador Thomas Settle halló en 1983 la explicación del curioso fenómeno, que es debido a un efecto de fatiga muscular y es bien conocido por los fisiólogos [16].

Podemos concluir que si bien en rigor la historia de Galileo dejando caer pesos desde lo alto de la Torre Inclinada de Pisa es un mito, dicha imagen corresponde con la realidad histórica y no hay ninguna necesidad de eliminar de la biografía del ilustre físico italiano una imagen tan llena de contenido.

i. La ley de la caída libre obtenida por Galileo es $x = 1/2gt^2$, donde g es la constante de la aceleración gravitacional en la superficie de la Tierra, y al derivar la expresión para la distancia

recorrida se obtiene $v = gt$. Ahora, si expresamos la velocidad v en función de la distancia recorrida x , obtenemos $v = \sqrt{2xg}$. En la actualidad es sencillo obtener la relación entre estas va-

riables utilizando el cálculo diferencial e integral, algo que aún no existía en el siglo XVII.

ii. Todavía no son *los experimentos* de la ciencia moderna, eso sería totalmente anacrónico. Uno de los logros de Galileo es precisamente iniciar la metodología experimental como una interrogación metódica de la naturaleza.

1. Aristóteles, *Física*, Libro IV, Cap. 8. Se puede consultar *The Works of Aristotle translated into English*, 12 vols (vol 1), Ed. J. A. Smith & W. D. Ross, Oxford University Press, Oxford (1957-8).
2. Aristóteles, *Sobre el Cielo*. Se puede consultar G. E. R. Lloyd, *De Tales a Aristóteles*, Eudeba, Buenos Aires (1977) cap. VIII.
3. W. K. C. Guthrie, *Los filósofos griegos. De Tales a Aristóteles*, 2ª. Edición, Fondo de Cultura Económica, México (1994) p. 137.
4. C. Crombie, *Historia de la Ciencia: de San Agustín a Galileo*, 2 vols. (vol. II), Alianza Editorial, Madrid (1976) p. 56.
5. Los *Manuscritos de Léonard de Vinci*. Publicados por Ch. Ravaisson Mollien, MS. de la Biblioteque de L'Institut, fol. 44, París (1890). Citado en A. Koyré, *Estudios galileanos*, 2ª. Edición, Siglo XXI Editores, S. A., México (1981) p.85.
6. Cf. P. Duhem, *Etudes sur Léonard de Vinci*, vol III, Paris (1913) p. 514.
7. G. Galilei, *Consideraciones y demostraciones sobre dos nuevas ciencias*, Jornada Primera, 2ª. Edición, Editora Nacional, Madrid (1981) p. 161.
8. G. Galilei, "Carta a Paolo Sarpi del 16 de octubre de 1604". Citada en A. Koyré, *Estudios galileanos*, op cit., p. 76.
9. G. Galilei, *Consideraciones y demostraciones...*, op. cit., p. 275.
10. Cf. A. Koyré, *Estudios galileanos*, op. cit., p. 73.
11. *Ibid.*, p. 73.
12. Schmitt, "The Faculty of Arts at Pisa at the Time of Galileo"; M. De Montaigne, *Essays* I:26, p. 111; *Journey Through Italy*, p. 147. Citados en J. Reston Jr., *Galileo. El genio y el hombre*, Ediciones b, Barcelona (1996) p. 49.
13. Cf. F. Purnell Jr., "Jacoppo Mazoni and Galileo", *Physics* (1972). Citado en *ibid.*
14. Cf. G. Boido, *Noticias del planeta Tierra. Galileo Galilei y la revolución científica*, 3a. edición, A-Z editora, Buenos Aires (1998) p. 85.
15. G. Galilei, *De motu*. Citado en A. Koyré, *Estudios galileanos*, op. cit., p. 60; G. Boido, *Noticias del...*, op. cit., p.85.
16. Cf. G. Boido, *Noticias del...*, op. cit., p.86.