

Efecto de la quiralidad sobre solitones polarizados en un medio anisótropo

M. Zamorano, L.* y H. Torres-Silva†

Departamento de Electrónica

Facultad de Ingeniería Universidad de Tarapacá Casilla 6 D

Av. 18 de Septiembre 2222, Arica-Chile

e-mail: *zamorano@uta.cl, †htorres@uta.cl

Recibido el 11 de enero de 2002; aceptado el 11 de septiembre de 2002

Se presenta la simulación de la ecuación no lineal de Schrödinger para un medio quiral dispersivo, con no linealidad tipo Kerr. El efecto de la quiralidad espacial se considera mediante el formalismo de Born-Fedorov. Los resultados obtenidos, a través del método espectral de Fourier, muestran los efectos de la quiralidad sobre pulsos solitónicos con polarización circular y polarización mixta en un medio cúbico anisótropo. En la simulación numérica se encuentra que los solitones polarizados circularmente a la derecha son más estables que los polarizados a la izquierda cuando el factor quiral aumenta. Además para este último caso se observa una conversión de modos N=1 a N=2 si el factor quiral tiene un valor apropiado. Para el caso de modos acoplados el factor quiral permite la existencia de modos elípticos que pueden propagarse en conjunto con los modos fundamentales.

Descriptores: Quiralidad, solitones, fibra óptica, polarización.

Simulation of nonlinear Schrödinger equation is presented, for a dispersive chiral media, with Kerr-type non linearity. Spatial chirality effects is considered through the Born-Fedorov formalism. Results obtained, by means of Fourier method, show the chirality effects over circular and mixed polarized solitons pulses in an anisotropic cubic media. Numerical simulation results show that right hand circulary polarized solitons are more stable than left hand polarized, when the chirality factor increases. For this later case, a mode conversion is observed for N=1 to N=2 if the chirality factor has an adequate value. For coupled modes the chirality factor allows the existence of elliptically polarized modes together with fundamental modes.

Keywords: Chirality, solitons, optical fiber, polarization.

PACS: 33.55.Ad, 42.65.Tg, 42.81.-i, 77.22.Ej

1. Introducción

Los efectos no lineales que resultan de la polarización han sido un tema de estudio de gran interés debido a la gran variedad de aplicaciones, tanto en dispositivos como en sistemas de telecomunicaciones ópticas, entre las que podemos destacar: reformateo de pulsos, conmutación óptica, discriminadores de intensidad, compuertas lógicas ópticas, etc. También interesan, tanto desde un punto de vista fundamental como de aplicación tecnológica, fenómenos derivados de los efectos de la polarización no lineal, tales como la birrefringencia inducida ópticamente, inestabilidad de la polarización y propagación solitónica. En relación a esta última es fundamental un buen conocimiento de los procesos no lineales de la polarización y sus efectos para el diseño y caracterización de diversos dispositivos que usan fibras ópticas monomodo. En relación con esto, Hasegawa y Tappert [1] demostraron que en una fibra óptica con no linealidad tipo Kerr, la propagación de pulsos electromagnéticos (EM) de envolvente suave está gobernada por la ecuación no lineal de Schrödinger (NLS) completamente integrable $i\Psi_z + \Psi_{tt} + C|\Psi|^2\Psi = 0$, la cual admite N soluciones tipo solitones ($C=\text{constante}$). Esta ecuación fue derivada a partir de las ecuaciones de Maxwell suponiendo dispersión lineal débil, siendo Ψ la amplitud de variación suave del campo eléctrico de la onda electromagnética. Más tarde esto fue comprobado experimentalmente por Mollenauer *et al.* [2]. Para aprovechar mejor la capacidad del canal es necesario transmitir pulsos cortos del

orden de los subpico o femto-segundos. Pero la transmisión de tales pulsos ultracortos genera efectos de alto orden, como dispersión de tercer orden, auto escarpado (*self steepening*, SS) y espaciamiento Raman estimulado (SRS). En este caso, la propagación de la onda debe ser descrita por una ecuación no lineal de Schrödinger de más alto nivel (HNLS)

$$i\Psi_z + \Psi_{tt} + C|\Psi|^2\Psi + i(C_1\Psi_{ttt} + C_2|\Psi|^2\Psi_t + C_3|\Psi|_t^2\Psi) = 0.$$

Por ejemplo, cuando $C \neq 0$ y cuando las dos contribuciones iniciales de la polarización no lineal (el espaciamiento Raman estimulado (SRS) y el auto escarpado (SS)) son iguales ($C_2 = C_3 = 1$) y en ausencia de la dispersión de tercer orden ($C_1 = 0$), la HNLS se reduce a una ecuación no lineal de Schrödinger completamente integrable

$$i\Psi_z + \Psi_{tt} + C|\Psi|^2\Psi + i(|\Psi|^2\Psi)_t = 0,$$

la cual también admite solitones.

Por otro lado la propagación de pulsos ópticos en fibras birrefringentes puede ser muy útil en el contexto de acopladores no lineales, área en la cual se desarrolla una gran actividad y donde las ecuaciones dinámicas que gobiernan la propagación de señales en la forma de solitones ópticos se reducen a dos ecuaciones no lineales de Schrödinger

$$i\Psi_{jz} + \Psi_{jtt} + C_j \left[\sum_{k=1}^2 |\Psi_k|^2 \right] \Psi_j = 0,$$

donde $j = 1, 2$ [3]. El reciente estudio de la propagación en fibras ópticas birrefringentes nos permite introducir el concepto de solitones que cambian su forma mientras intercambian energía entre ellos durante la propagación. Esta comunicación de energía de los solitones ópticos puede ser usada para la construcción de compuertas lógicas completamente ópticas.

En la Sec. 1 de este artículo se describe un modelo que considera, además de la dispersión y atenuación, la no linealidad y la quiralidad del medio. Este modelo no sólo puede reproducir las ecuaciones anteriores, sino que también caracteriza nuevos efectos importantes en los futuros materiales quirales. En otros artículos [4] se ha reportado sobre una teoría fenomenológica que describe la auto-acción de los pulsos electromagnéticos en ciertos materiales quirales. La teoría está basada en el formalismo de Beltrami-Maxwell que ha sido extendida para medios quirales [5, 6].

La parte teórica de este trabajo es una extensión de un artículo reciente sobre solitones quirales [6]. En la Sec. 2 se reproducen los aspectos esenciales de la teoría [6], haciendo extensivo el análisis para ondas quirales polarizadas a la derecha y a la izquierda sin acoplamiento, y finalmente con acoplamiento. La simulación y los resultados numéricos presentados se basan en el método espectral de Fourier, el cual es descrito en la Sec. 3. En la Sec. 4 se discuten los resultados obtenidos y en la Sec. 5 se plantean las conclusiones.

2. Aspectos teóricos.

En esta sección se reproducen los aspectos teóricos esenciales de la propagación de solitones quirales discutidos ampliamente en la Ref. 6. La quiralidad puede considerarse como una actividad óptica y corresponde a la rotación del plano de polarización, en un medio lineal isótropo donde la rotación del plano de polarización puede predecirse por medio de las ecuaciones de Maxwell, agregando a la polarización P un término proporcional a $\nabla \times \vec{E}$. Las ecuaciones de Drude-Born-Fedorov satisfacen plenamente las condiciones de borde [7], lo que permite caracterizar el medio quiral no lineal por medio de las ecuaciones $D = \epsilon_n \vec{E} + \epsilon T \nabla \times \vec{E}$ y $B = \mu_0 (\vec{H} + T \nabla \times \vec{H})$, donde ϵ_n es la permitividad y T es el coeficiente quiral. El seudocáscalar T representa la medida de la quiralidad y tiene unidades de longitud. Con estas relaciones constitutivas la ecuación de onda, derivada de las ecuaciones de Maxwell, es

$$\nabla^2 \vec{E} + \mu_0 \epsilon T^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_n \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + (\mu_0 \epsilon_n T + \mu_0 \epsilon T) \nabla \times \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 T \sigma \nabla \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1)$$

Se considera que el medio quiral tiene una no linealidad de tipo Kerr, caracterizada por un índice de refracción tal que

la permitividad es

$$\epsilon_n = \epsilon_o + \epsilon_2 \left| \vec{E} \right|^2, \quad (2)$$

donde ϵ_o es la parte lineal y ϵ_2 es la parte no lineal, respectivamente, de ϵ_n .

Suponiendo que \vec{E} representa una onda polarizada hacia la derecha, que se propaga en la dirección z , se tiene

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) &= (\hat{x} + j\hat{y}) \Psi_R(\vec{r}, t) e^{-j(kz - \omega_0 t)} \\ &= \vec{\Psi}_R e^{-j(kz - \omega_0 t)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Después de varias manipulaciones algebraicas, donde se considera la aproximación de envolvente suave [6], el resultado es el siguiente

$$\begin{aligned} j \left(\frac{\partial \vec{\Psi}_R}{\partial z^*} + k' \frac{\partial \vec{\Psi}_R}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2 \vec{\Psi}_R}{\partial t^2} - j \frac{1}{6} k''' \frac{\partial^3 \vec{\Psi}_R}{\partial t^3} \\ + (1 - Tk) \left[\frac{j\omega\alpha}{2k_0} \vec{\Psi}_R - \frac{\beta\omega_0^2}{2k_0} \left| \vec{\Psi}_R \right|^2 \vec{\Psi}_R \right] \\ + (1 - Tk) \frac{\partial}{\partial t} \left(\left| \vec{\Psi}_R \right|^2 \vec{\Psi}_R \right) + Tk k_0 \vec{\Psi}_R = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

donde

$$\begin{aligned} z^* &= \frac{z}{1 - T^2 k_0^2}; & v^2 &= \frac{1}{\mu_0 \epsilon}; & \alpha &= \mu_0 \sigma; \\ k_0 &= \frac{\omega_0}{c}; & \beta &= \mu_0 \epsilon_2, \end{aligned}$$

y $\vec{\Psi}_R$ representa la envolvente compleja. De igual forma si el campo eléctrico óptico es polarizado a la izquierda,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = (\hat{x} - j\hat{y}) \Psi_L(\vec{r}, t) e^{-j(kz - \omega_0 t)} = \vec{\Psi}_L e^{-j(kz - \omega_0 t)},$$

la ecuación de onda resultante es

$$\begin{aligned} j \left(\frac{\partial \vec{\Psi}_L}{\partial z^*} + k' \frac{\partial \vec{\Psi}_L}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2 \vec{\Psi}_L}{\partial t^2} - j \frac{1}{6} k''' \frac{\partial^3 \vec{\Psi}_L}{\partial t^3} \\ + (1 + Tk) \left[\frac{j\omega\alpha}{2k_0} \vec{\Psi}_L - \frac{\beta\omega_0^2}{2k_0} \left| \vec{\Psi}_L \right|^2 \vec{\Psi}_L \right] \\ + (1 + Tk) \frac{\partial}{\partial t} \left(\left| \vec{\Psi}_L \right|^2 \vec{\Psi}_L \right) - Tk k_0 \vec{\Psi}_L = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

En este desarrollo se ha considerado que como la envolvente $\Psi_{R,L}(z, t)$ es una función de variación lenta en z y t , la relación de dispersión $k = k(\omega)$, se puede transformar al dominio de las variaciones espaciales por medio de $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, lo que representa un pequeño desvío de frecuencia de la banda lateral respecto de ω_0 , y a través de $\Delta k = k - k_0$, se tiene el correspondiente número de onda.

Luego se usa la transformada de Fourier para Δk y $\Delta\omega$, y se aproxima $1/v \simeq \Delta k / \Delta\omega$ tal que por medio de una serie de Taylor se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta k &= \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial k}{\partial \omega} \frac{\partial}{\partial t} - j \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - j \frac{1}{6} \frac{\partial^3 k}{\partial \omega_0^3} \frac{\partial^3}{\partial t^3} \\ &= \frac{k_0}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

Finalmente las Ecs. (5) y (4) se pueden escribir de la forma

$$\begin{aligned} j\left(\frac{\partial\phi}{\partial z^*} + k'\frac{\partial\phi}{\partial t}\right) + \frac{1}{2}k''\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - j\frac{1}{6}k'''\frac{\partial^3\phi}{\partial t^3} \\ + (1 \mp Tk) \left[\frac{j\omega\alpha}{2k_0} \phi - \frac{\beta\omega_0^2}{(2k_0)^3} |\phi|^2 \phi \right] \\ + (1 \mp Tk) \frac{\partial}{\partial t} (|\phi|^2 \phi) \pm Tk k_0 \phi = 0, \quad (7) \end{aligned}$$

donde

$$k' = \frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{1}{v_g}, \quad k'' = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}, \quad k''' = \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3}, \quad \vec{\Psi}_{R,L} = \phi.$$

La Ec. (7) describe la propagación de pulsos en medios quirales, tanto en la región óptica como en la de microondas. Los detalles de las consideraciones hechas para obtener la ecuación en el régimen óptico (7), se encuentran en la Ref. 6, lo mismo que el análisis de cada término de la ecuación. En la versión de microondas, esta ecuación también constituye un buen modelo para un biodieléctrico con pérdidas que simula el comportamiento electromagnético de la cabeza humana irradiada por teléfonos celulares, ya que las autofrecuencias de excitaciones colectivas tipo *twist* (o hélices) en cadenas moleculares [8] están en el rango de los gigahertz. Las cadenas de DNA, que son hélices dobles a la derecha o izquierda inmersas en un ambiente acuoso, donde además se tiene un conjunto de proteínas, membranas, etc., representan el bioplasma y poseen una quiralidad geométrica que puede ser representada por el factor T . En este caso la velocidad de la onda es mucho menor debido a la alta constante dieléctrica del medio ($\approx 50\epsilon_0$). Los términos más importantes, en la versión de microondas, son k' , k'' , la atenuación ($\sigma \approx 1[\Omega/m]$), la quiralidad y el término cúbico, el cual a frecuencias de microondas, como en el caso de un bioplasma, debe ser estudiado cuidadosamente. De acuerdo a la conjectura de Fröhlich [9], la energía en el material biológico puede ser transferida sin disipación si estructuras solitónicas apropiadas se forman dentro de las células. En nuestro modelo, este efecto "sin disipación" se puede simular a través de la quiralidad si el factor C es de valor tal que $1 - kT \rightarrow 0$ y por lo tanto la atenuación efectiva tiende a cero. De manera que para el tratamiento y generación de solitones en el rango de las microondas sólo es necesario escalar la frecuencia, la amplitud y la duración del pulso de entrada en la Ec. (7).

A fin de facilitar la solución numérica de la ecuación de propagación se introducen los siguientes cambios de variables: $t' = t - z/v_g$ y $z' = z^*$, así el sistema de referencia original será $t = t' + z/v_g$ y $z = z^* = z'$. Con $\frac{\partial}{\partial t} |\phi|^2 \phi = 0$, (aquí no se consideran los efectos de espacamiento Raman SRS y Brillouin SBR estimulados), la Ec. (7) toma la forma

$$\begin{aligned} j\frac{\partial\phi}{\partial z'} + \frac{1}{2}k''\frac{\partial^2\phi}{\partial t'^2} - j\frac{1}{6}k'''\frac{\partial^3\phi}{\partial t'^3} + j(1 \mp Tk) \frac{\omega_0\alpha}{2k_0} \phi \\ - (1 \mp Tk) \frac{\beta\omega_0^2}{2k_0} |\phi|^2 \phi \pm Tk k_0 \phi = 0. \quad (8) \end{aligned}$$

Finalmente, definiendo las nuevas variables

$$\begin{aligned} q &= \frac{\omega_0^{\frac{2}{3}}}{(2k_0)^{\frac{1}{3}}} \beta^{\frac{1}{3}} \phi, & \xi &= \frac{\omega_0^{\frac{2}{3}} \beta^{\frac{1}{3}}}{(2k_0)^{\frac{1}{3}}} z', \\ \tau &= \frac{\omega_0^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{k^{(2)}(2k_0)^{\frac{1}{3}}}} \beta^{\frac{1}{3}} t', & C_L^R &= 1 \mp Tk, \\ \gamma &= \frac{\beta^{\frac{1}{6}}}{6k^{(2)}} \frac{\omega_0^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{(2k_0)^{\frac{1}{3}} k''}}, & \Gamma &= \frac{\omega_0^{\frac{2}{3}} \alpha}{(2k_0)^{\frac{2}{3}} \beta^{\frac{1}{3}}}, \\ D &= \frac{Tkk_0(2k_0)^{\frac{1}{3}}}{\beta^{\frac{1}{3}} \omega_0^{\frac{2}{3}}}; \end{aligned}$$

y operando algebraicamente se obtiene la ecuación quiral no lineal de Schrödinger

$$j\frac{\partial q}{\partial \xi} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2} - j\gamma\frac{\partial^3 q}{\partial \tau^3} + j\Gamma C_L^R q \pm Dq - C_L^R |q|^2 q = 0. \quad (9)$$

Con $T = 0$, $C = 1$, y $D = 0$, se obtiene la típica ecuación no lineal de Schrödinger para un medio normal (aquiral). La amplitud q corresponde a una onda quiral polarizada hacia la derecha (signo superior) ó izquierda (signo inferior). El número de onda k puede tomar cualquier valor, desde

$$\frac{k_0}{1 + Tk_0} \quad \text{hasta} \quad \frac{k_0}{1 - Tk_0},$$

lo que corresponde a los autovalores de la ecuación homogénea (7) con ϕ constante. Con $\gamma = 0$ y $\Gamma = 0$, los perfiles de los solitones fundamentales R ó L tienen las siguientes formas, respectivamente:

$$q_R = \frac{\sqrt{2(k_R - D)}}{\cosh \sqrt{2(k_R - D)}\tau} \quad \text{y} \quad q_L = \frac{\sqrt{2(k_L + D)}}{\cosh \sqrt{2(k_L + D)}\tau}.$$

Estas ecuaciones no acopladas se pueden generalizar si se incluyen todas las componentes del vector de polarización no lineal P^{NL} en el medio cúbico tipo Kerr, el cual depende del tensor de susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$. Nuevamente después de algunas operaciones algebraicas se pueden obtener las ecuaciones no lineales acopladas de Schrödinger dadas por

$$jq_{\tau\xi} + q_{\tau\tau\tau} + C_r \left[\sum_{s=R}^L (|c_s q_s|^2) \right] q_r = 0,$$

donde $r, s = R, L$ y c_s es un factor numérico. Estas ecuaciones pueden ser usadas para describir tanto cambios de polarización así como la propagación a lo largo de fibras ópticas fuertemente birrefringentes. Aquí es posible usar técnicas de perturbación para encontrar expresiones analíticas aproximadas para las ecuaciones acopladas de Schrödinger cerca de los puntos de bifurcación, donde las soluciones quirales R y L son casos particulares de las soluciones elípticamente polarizadas.

3. Método espectral de Fourier

La ecuación de propagación [Ec. (8)] es una ecuación diferencial parcial no lineal que generalmente no posee soluciones analíticas excepto para algunos casos específicos en los cuales se puede emplear el método de esparcimiento inverso. Por ello, para analizar y comprender los fenómenos no lineales en materiales quirales, es necesario recurrir a técnicas numéricas, siendo las principales el método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) y los métodos espectrales de Fourier. En nuestro trabajo usaremos una de estas últimas técnicas, el método de paso dividido (*split-step*), para estudiar el problema de la propagación de pulsos en medios quirales no lineales en el régimen óptico.

Para comprender la filosofía del método *split-step* de Fourier, la ecuación de onda espacio-temporal de un medio quiral no lineal [Ec. (8)] se puede escribir de la siguiente manera [6]:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = j\hat{Q}; \quad (10)$$

aquí los efectos lineales y no lineales están considerados en el operador diferencial \hat{Q} . La solución de la Ec. (8), como función de la distancia z , es

$$A(z) = \exp \left[j \int_0^z \hat{Q}(z) dz \right] A(0), \quad (11)$$

donde $A(0)$ es el valor inicial, en espacio y tiempo, de la envolvente polarizada $x - y$ en $z = 0$ y $\hat{Q} = \hat{D} + \hat{N}$, siendo \hat{D} el operador de la parte homogénea y \hat{N} el de la parte no homogénea. Eligiendo una pequeña distancia de propagación (Δz) y observando que \hat{D} puede ser integrado directamente, la Ec. (11) se reduce a

$$A(\Delta z) = \exp \left[j(\Delta z \hat{D} + \int_0^{\Delta z} \hat{N}(z') dz') \right] A(0). \quad (12)$$

La integral puede ser aproximada con una exactitud de segundo orden en Δz , por lo que la ecuación de propagación llega a ser

$$A(\Delta z) = \exp \left[j\Delta z(\hat{D} + N(\Delta z/2)) \right] A(0). \quad (13)$$

Aunque en la ecuación anterior se tiene una aproximación de segundo orden para la integral del operador no lineal, no hay garantías que la implementación real será de segundo orden, ya que las envolventes en $\Delta z/2$ son desconocidas. La aproximación que se usa en el método *split-step* es que estos valores se determinan en un paso de propagación lineal $\Delta z/2$, no considerando, por lo tanto, la contribución no lineal. El resultado es que el paso no lineal tiene una exactitud de primer orden.

El exponencial puede ser escrito en forma simétrica

$$A(\Delta z) = \exp \left[j \frac{\Delta z}{2} \hat{D} \right] \exp \left[j \Delta z \hat{N} \right] \exp \left[j \frac{\Delta z}{2} \hat{D} \right] A(0)$$

la cual tiene exactitud de segundo orden en Δz y requiere tres operaciones para un paso de propagación longitudinal. Esta separación en pasos homogéneo y no homogéneo es la principal característica del método *split-step*.

El operador lineal se aplica en el dominio de Fourier, resultando

$$\begin{aligned} & \exp \left[j \frac{\Delta z}{2} \hat{D} \right] A(z_0) \\ &= F^{-1} \left\{ \exp \left[j \frac{\Delta z}{2} F \{ \hat{D} \} \right] F \{ A(z_0) \} \right\}, \end{aligned}$$

donde F^{-1} es la operación de transformada inversa de Fourier. En general, las partes lineal y no lineal actúan conjuntamente a lo largo del material. El método *split-step* permite obtener una solución aproximada suponiendo que la propagación del campo eléctrico óptico, en una pequeña distancia Δz , se realiza en dos pasos. En el primero, desde $z = z_0$ hasta $z = z_0 + \Delta z/2$, sólo actúa la parte lineal y $\hat{N} = 0$,

$$B_L(z_0 + \frac{z_0}{2}) = \exp \left[j \frac{\Delta z}{2} \hat{D} \right] A(z_0).$$

En el segundo paso, la parte no lineal actúa sola en el punto $\Delta z/2$, donde $\hat{D} = 0$,

$$B_L \left(z_0 + \frac{z_0}{2} \right) = \exp \left[j \Delta z \hat{N} \left(\frac{\Delta z}{2} \right) \right] B_L \left(z_0 + \frac{z_0}{2} \right).$$

Para finalizar el recorrido el pulso sólo se propaga con parte lineal hasta alcanzar la distancia Δz . Finalmente, considerando los cambios entre los dominios del tiempo y la frecuencia, la propagación sobre todas las distancias Δz está determinada por

$$\begin{aligned} A(z + \Delta z) &= F^{-1} \\ & \times \left\{ \begin{array}{l} \exp \left[j \frac{\Delta z}{2} F \{ \hat{D} \} \right] F \exp \left[j \Delta z F \{ \hat{N} \} \right] \\ F^{-1} \left\{ \exp \left[j \frac{\Delta z}{2} F \{ \hat{D} \} \right] F \{ A(z_0) \} \right\} \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Para el cálculo numérico de solitones brillantes (región de dispersión anómala) la Ec. (7) se trabaja en la tercera ventana óptica, por lo tanto k''' es nulo; además el último término de esta ecuación se puede eliminar por transformación unitaria, por lo tanto para este caso se tiene

$$\begin{aligned} j \frac{\partial \phi}{\partial z'} + \frac{1}{2} k'' \frac{\partial^2 \phi}{\partial t'^2} + j(1 \mp Tk) \frac{\omega_0 \alpha}{2k_0} \phi \\ - (1 \mp Tk) \frac{\beta \omega_0^2}{2k_0} |\phi|^2 \phi = 0 \quad (14) \end{aligned}$$

y el operador lineal se define por

$$\hat{D} = -\frac{1}{2} \frac{k''}{T_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} + j \frac{\omega_0 \alpha}{2k_0} C \phi,$$

donde $\tau = t'/t_p$, y t_p es el ancho del pulso.

El operador no lineal será

$$\widehat{N} = \frac{\beta\omega_0^2 C}{2k_0} |\phi|^2 \phi.$$

La Ec. (14) caracteriza la propagación solitónica con pérdidas, por tanto acepta la condición inicial para este tipo de propagación [10],

$$\phi(0, t') = \sqrt{P_0} \operatorname{senh}(t'/t_p),$$

donde P_0 debe cumplir con la condición [10]

$$P_0 = \frac{2k''k_0 C}{t_0^2 \beta \omega_0^2} N^2 = \frac{2k''k_0 (1 \mp Tk_0)}{t_0^2 \beta \omega_0^2} N^2.$$

4. Análisis de resultados

Como nuestras simulaciones están basadas en el método *split-step* de Fourier, se definen los operadores lineal y no lineal. Así, en la Ec. (9) el operador no lineal está compuesto por el último término. Primero se consideran las soluciones sin acoplamiento entre R y L . La Ec. (9) representa el modelo básico de la propagación de una onda en una fibra óptica quirala, tanto en la segunda como en la tercera ventana ópticas, así como en el rango de microondas. Para los cálculos numéricos hemos usado $k'' = -17,4 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\gamma = 0$, $\Gamma = 0$, lo cual corresponde a la región de dispersión anómala, la longitud de la fibra es de 2,9 km, $\beta = 0,1 \times 10^{-25} \text{ s}^2/\text{m}^2\text{W}$ y el ancho del pulso $t_p = 4 \text{ ps}$. Las Figs. 1 (evolución temporal) y 2 (evolución espectral) corresponden a un solitón de orden uno con una potencia pico de entrada de $P_0 = 0,87 \text{ W}$ y $C = 1$, y sirven como elementos de comparación cuando el factor $T \neq 0$, en este caso, $q = q_R = q_L$. Cuando aumenta el factor quirala se encuentra que el pulso R permanece estable hasta $Tk_0 = 0,5$ (Figs. 3, 4 y 5). La Fig. 5 muestra la proyección del solitón en el plano de la intensidad donde se observa que el pulso se ensancha y decrece cuando avanza con la distancia. Esta estabilidad global da la posibilidad de aumentar la potencia de entrada y el rango dinámico de las variables en juego, preservando la naturaleza del solitón de orden uno. Nuestro cálculo numérico indica que al aumentar al doble la potencia ($P_0 = 1,74 \text{ W}$), estos pulsos solitónicos de tipo R se muestran estables para un rango dinámico menor de la quirala, $0 \leq k_0 T \leq 0,3$. Para valores mayores de $k_0 T$ el pulso R muestra un corrimiento positivo en $z/z_0 = 1$ y su estructura solitónica se quiebra para $z/z_0 \geq 1$ (Fig. 6). Aquí se puede observar que el factor quirala modifica fuertemente el balance entre los efectos inducidos por la dispersión de la velocidad de grupo (GVD) y la automodulación de fase (SPM). Para el caso del pulso L la situación es diferente, cuando $|Tk_0|$ aumenta, la intensidad $|q_L|^2$ aumenta desde 1 hasta 1,6 para $|Tk_0| = 0,3$, (ver Figs. 7, 8 y 9). Contrariamente con lo que ocurre con el pulso R (Fig. 5) en la Fig. 8 se aprecia un estrechamiento del pulso L a medida que avanza con la distancia, aumentando su intensidad. Este aumento puede ser compensado si el medio tiene pérdidas. Esto ocurre

cuando Tk_0 es negativo y se incluyen las pérdidas (Γ). En este caso el factor quirala puede compensar las pérdidas típicas de un pulso en una fibra óptica normal, esto puede observarse en la Fig. 10. A nivel óptico esta compensación puede ser interesante cuando se requiere aumentar el nivel de potencia de un láser en un sistema de comunicaciones. A nivel de microondas esta compensación sugiere que la onda de RF emitida por los celulares puede propagarse al interior de la cabeza a pesar de las altas pérdidas del medio. Para valores mayores de Tk_0 , el solitón L se transforma y ocurre una conversión de modo, de $N = 1$ para $N = 2$. Aquí se puede comparar la Fig. 11, que corresponde a un solitón de orden $N = 1$ y $k_0 T = 0,7$ con la Fig. 12 que corresponde a un solitón típico de segundo orden con $P_0 = 3,49 \text{ W}$. Esta potencia se requiere para soportar un solitón de segundo orden sin efecto quirala. Este efecto se explica considerando que la razón N entre la longitud de dispersión y la longitud no lineal es modificada por el factor quirala, $N = (L_D/L_{NL})(1 \pm Tk_0)$.

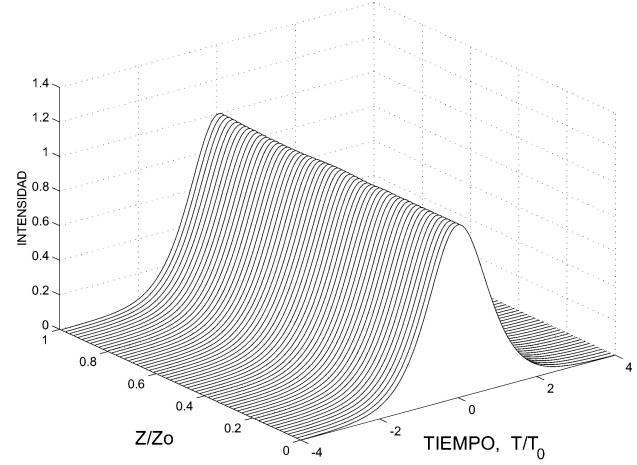


FIGURA 1.

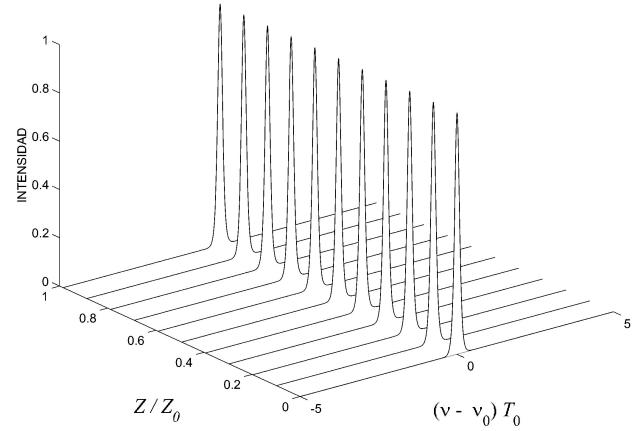


FIGURA 2.

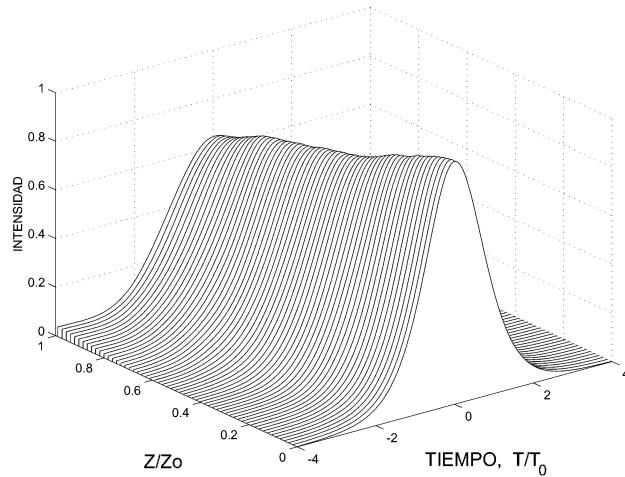


FIGURA 3.

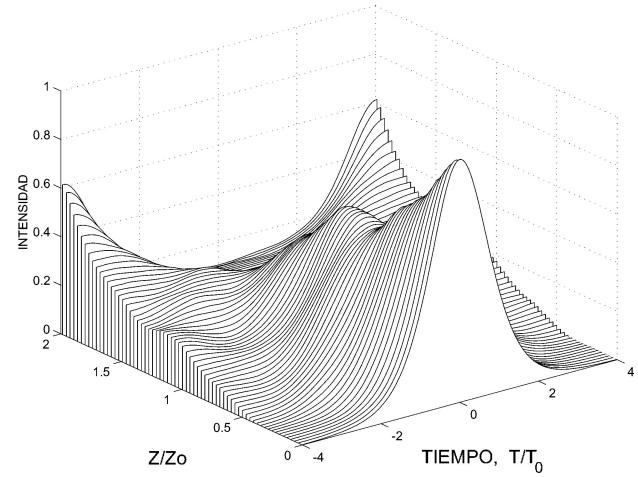


FIGURA 6.

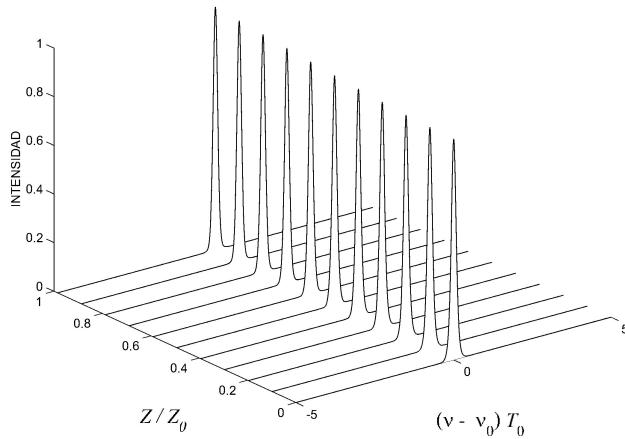


FIGURA 4.

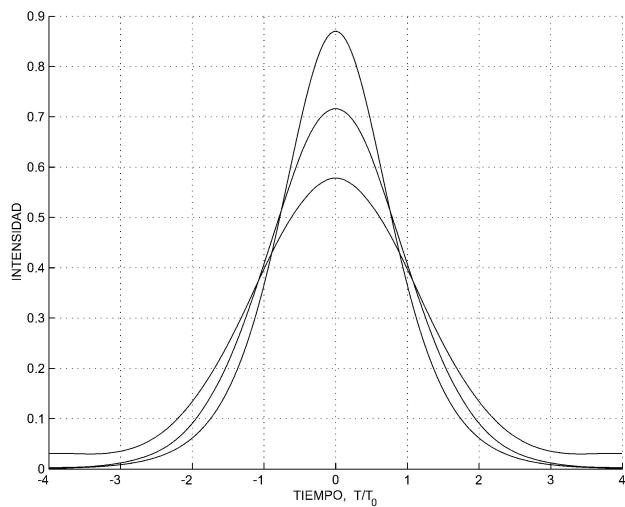


FIGURA 5.

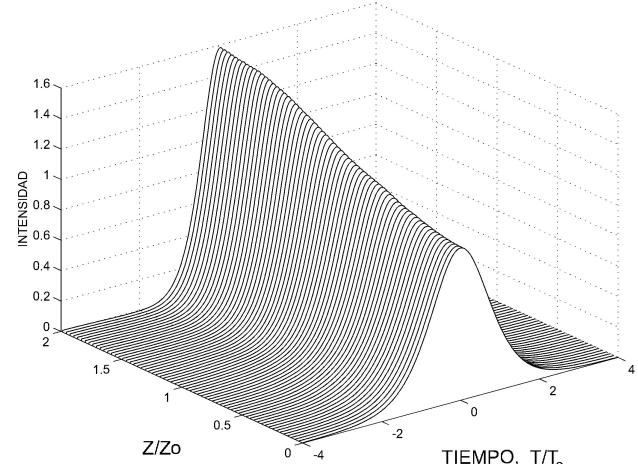


FIGURA 7.

Para el caso de solitones de tercer orden, ($P_0 = 7,86$ W, $N = 3$), se estudiaron los cambios espectrales para polarización R y L respectivamente. Estos cambios espectrales se deben al balance entre la GVD, la SPM y la quiralidad. Al aumentar Tk_0 se encuentra que el soliton R es más regular que el soliton L . El cálculo numérico se extendió hasta $Tk_0 = 0,5$. Cualitativamente se observó que la SPM genera un chirp de frecuencia positiva tal que el canto delantero del pulso tiene un desplazamiento hacia las bajas frecuencias y el canto posterior al contrario, tomando como referencia la frecuencia central. El ensanchamiento espectral producido por la SPM se sitúa en torno de $z/z_0 = 0,2$, siendo que la típica estructura oscilatoria es aumentada por el factor quiral. Para $z/z_0 \sim 0,35$, la GDV anómala y la quiralidad positiva reducen el espectro del pulso.

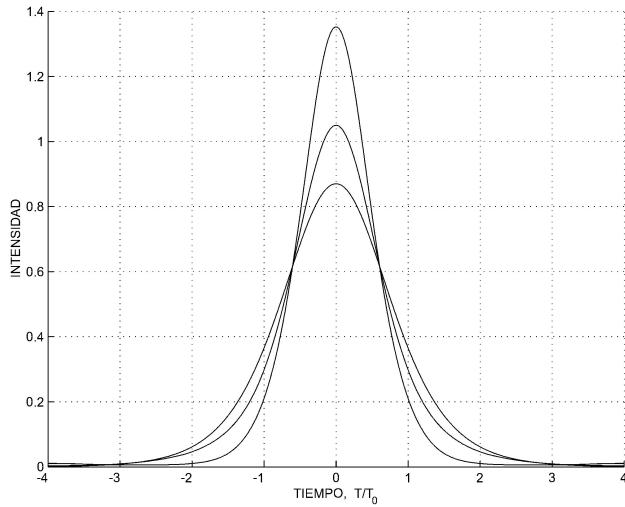


FIGURA 8.

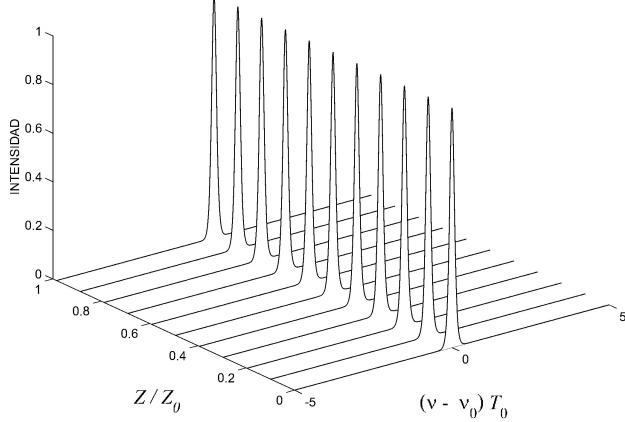


FIGURA 9.

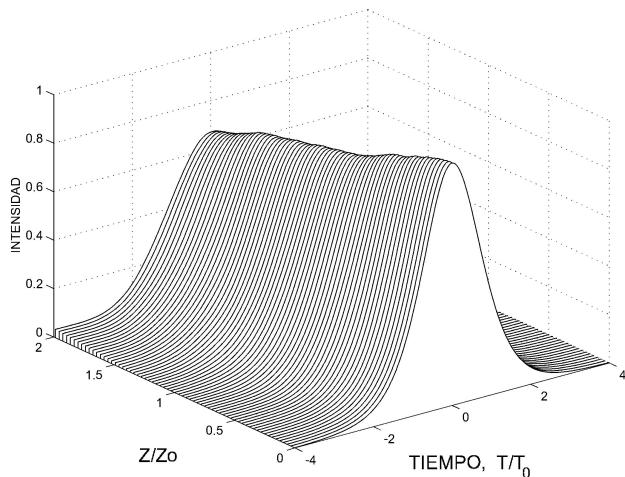


FIGURA 10.

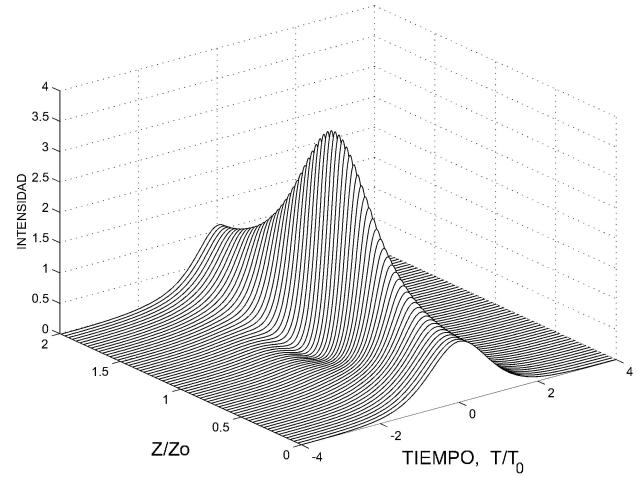


FIGURA 11.

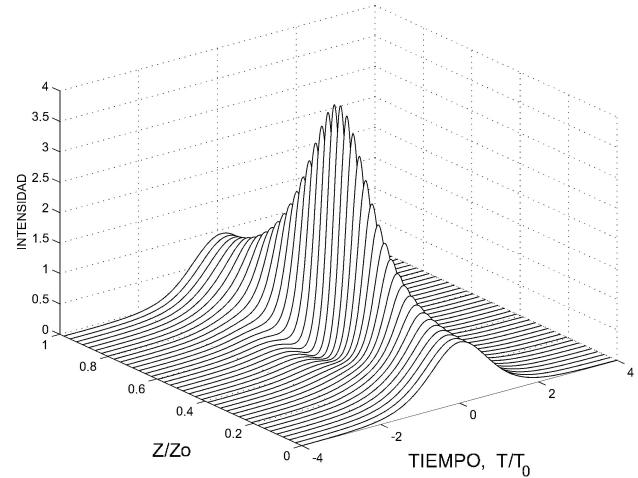


FIGURA 12.

Para el caso con acoplamiento se considera un sistema de dos ecuaciones no lineales acopladas. se supone que la energía total del haz es invariante, $\int (q_R^2 + q_L^2) d\tau = U_R + U_L$, luego se puede obtener la energía de dispersión en el o los puntos de bifurcación entre las soluciones no acopladas que son ondas quirales circularmente polarizadas R o L y ondas elípticas. Usando un método perturbativo es posible encontrar expresiones aproximadas para las soluciones polarizadas elípticamente cerca de los puntos de bifurcación. Por ejemplo se supone que la solución es aproximadamente circular con $(q_L/q_R) \ll 1$, así el pulso R tiene una solución de la forma $sech$. De esta forma los resultados numéricos obtenidos para solitones R (ver las las figuras para pulsos R), se usan para obtener la ecuación autoconsistente para las ondas L , q_L :

$$j \frac{\partial q_L}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_L}{\partial \tau^2} - j\gamma \frac{\partial^3 q_L}{\partial \tau^3} + j\Gamma C_L q_L - C_L |q_R|^2 q_L \pm D q_L = 0.$$

También la situación inversa puede ser simulada. El factor C_L considera además de la modulación cruzada el intercambio de energía entre los pulsos. Esto conduce a la aparición de

nuevos estados solitónicos elípticos. Como una ilustración las curvas correspondientes a las soluciones fundamentales son mostradas en el diagrama ($U_{r,l}-k$) with $D = 1$ (Fig. 13). Los resultados preliminares obtenidos muestran que las ramas de las soluciones elípticamente polarizadas (U_e^r, U_e^l) emergen en torno de $0,5 \leq k \leq 1,5$. Este resultado muestra que el balance entre la no linealidad y la girotropía quiral en el caso acoplado permite la existencia de nuevos solitones casi circulares. Sobre este aspecto un cálculo numérico más acucioso está en curso y pretende estudiar las inestabilidades producidas cuando el acoplamiento es más fuerte.

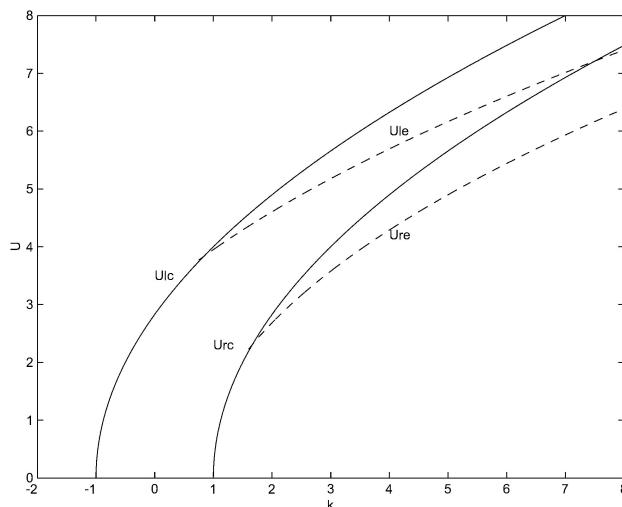


FIGURA 13.

5. Conclusiones

En este trabajo se ha obtenido la ecuación no lineal de Schrödinger para una fibra óptica cuyo núcleo es quiral, dispersivo y tiene comportamiento no lineal tipo Kerr. Las simulaciones muestran que, para esta fibra, los pulsos solitónicos de orden 1 tipo R tienen un gran rango dinámico para un valor de kT de hasta 0,5, conservando la estabilidad cuando la potencia de entrada aumenta. Para valores de kT mayores, el factor quiral modifica fuertemente el balance entre los efectos de la GVD y la SPM.

En el caso de pulsos tipo L , la situación es diferente, debido a que ocurre una conversión de modos, desde $N = 1$ para $N = 2$. Este efecto se explica por el hecho de que la razón N , entre la longitud de dispersión L_D y la longitud no lineal L_{NL} es modificada sustancialmente por el factor quiral.

Otro resultado obtenido que es significativo es que un factor de quiralidad negativo puede compensar la disminución del pulso en una fibra óptica normal por pérdidas de propagación. Por último la simulación numérica de modos acoplados predice la existencia de soluciones elípticamente polarizadas que pueden ser importantes en futuras aplicaciones.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por los proyectos N° 8723-01, 8724-01 y de Internacionalización de la Universidad de Tarapacá, y principalmente por el proyecto FONDECYT 1010300, Chile, año 2001.

-
1. A. Hasegawa and F. D. Tappert, *Appl. Phys. Letts.* **23** (1973) 142; *ibid* **23** (1973) 171.
 2. L. F. Mollenauer, R. H. Stolen and J. P. Gordon, *Phys. Rev. Letts.* **45** (1980) 1095.
 3. B. Crosignani and P. Di Porto, *The optical Kerr effect in fibers*, ed. A. D. Boardman *et al.*, Plenum Press, vol. 247, (1990).
 4. H. Torres Silva, P. H. Sakanaka, N. Reggiani and C. Villarroel, *Pramana Journal of Physics* **48** (1997) 1.
 5. H. Torres Silva, *Advances in Complex Electromagnetic Materials*, Kluwer Academic Publishers, 38, Netherlands, (1997) p. 249.
 6. M. Zamorano, H. Torres y C. Villarroel, *Rev. Mex. de Fís.* **46**(1) (2000) 62.
 7. A. Lakhtakia, V.K. Varadan and V.V. Varadan, *Lecture Notes in Physics* **335** Springer-Verlag, 1985.
 8. H. Born *et al.*, *Bioelectromagnetics*, vol. 18, (1997) pag. 187-189.
 9. H. Fröhlich, *Bioelectrochemistry*, ed. F. Guttmann and H. Keyzer, Plenum, New York, (1986).
 10. G. Agrawal, *Non linear Fiber Optics*, Academic, New York(1995).